М.М. Виньков, И.Б.Фоминых

# Темпоральные немонотонные логические системы: взаимосвязи и вычислительная сложность[1]

**Аннотация.** Рассматриваются немонотонные логические системы, являющиеся расширениями линейной временной логики с часами. Основное внимание уделяется взаимосвязям между ними и характеристикам их вычислительной сложности.

**Ключевые слова:** темпоральные (временные) логики, немонотонные формализмы, полиномиальные трансляции, вычислительная сложность рассуждений

## Введение

Одной из важных практических проблем является моделирование поведения интеллектуальных агентов, действующих в динамической среде и способных к немонотонным (= пересматриваемым) рассуждениям. Эти рассуждения имеют гипотетический характер, обусловленный неполнотой имеющейся информации. При их проведении допускается возможность отказа от некоторых полученных ранее выводов, если эти выводы вступают в противоречие с новой информацией, пополняющей имеющиеся у рассуждающего агента знания о предмете рассуждения. Традиционно для формализации рассуждений такого типа используются немонотонные логические системы (= немонотонные логики). Подавляющее большинство таких систем является консервативными расширениями классической логики первого порядка (ЛПП) или ее пропозиционального фрагмента — классической логики высказываний.

Однако для представления темпоральных отношений, весьма важных для решения задач в динамических средах, классическая логика подходит хуже, чем специально созданные для этой цели темпоральные логики, в которых, в отличие от классической логики время представлено имплицитно, а не эксплицитно. С другой стороны, как и классическая логика, темпоральные логики формализуют монотонные рассуждения, при проведении которых не допускается отказ от уже сделанных выводов. Поэтому в данной работе рассматриваются немонотонные логики, каждая из которых является расширением одной из хорошо известных темпоральных логик— линейной темпоральной логики с часами TLC или ее упрощенных вариантов. Основное внимание уделяется их взаимосвязи друг с другом [1], соотношению с другими немонотонными формализмами, а также характеристикам вычислительной сложности.

## 1. Линейная темпоральная логика с часами TLC

*Линейная темпоральная логика с часами TLC* (Temporal Logic with Clock) относится к темпоральным логикам с множественной грануляцией времени. Исходно она предназначалась для целей верификации реактивных систем, т.е., систем, реагирующих на импульсы, поступающие из внешней среды. Благодаря множественной грануляции и времени TLC особенно хорошо зарекомендовала себя при верификации реактивных систем с параллельными асинхронными процессами, между которыми происходит обмен информацией. В дальнейшем TLC успешно исполь-

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ

зовалась как теоретическая основа при построении некоторых динамических систем, основанных на знаниях [1].

TLC можно рассматривать как расширение ЛПП.

Словарь TLC помимо констант, переменных, функциональных и предикатных символов, примитивных пропозициональных связок и кванторов включает также четыре модальных временных оператора: first (*начальный момент времени*), next (*следующий момент времени*), □ (*всегда*) и двойственного ему оператора ◊ (*иногда*).

Под часами понимается всевозможные конечные и бесконечные подпоследовательности бесконечно возрастающей последовательности над множеством натуральных чисел **N**.

Каждая формула TLC при любой конкретной темпоральной интерпретации ассоциируется со своими *локальными часами* в соответствии с *назначением часов* ck (= отображение из множества LP предикатных символов во множество всех часов CK, т.е. ck $\in$ [LP $\to$ CK]). При этом конкретные значения каждая формула TLC приобретает только для моментов времени на её локальных часах (в остальные моменты времени значение формулы не определено).

*Линейная временная логика с часами* $TLC_0$ [2] является упрощенным пропозициональным вариантом логики TLC,

Упрощение связано с отсутствием в $TLC_0$ множественной грануляции времени, что отражается в определении часов. Часы, которые, следуя принятой в TLC терминологии, обозначаются как gck (*global clock*), – это конечная или бесконечная возрастающая последовательность натуральных чисел над **N** или его подмножеством, т.е. $gck = < 0, 1, 2, 3, \ldots >$, общая для всех элементов сигнатуры конкретной теории $TLC_0$. Члены данной последовательности мыслятся как моменты времени на часах *gck*.

В $TLC_0$ при конкретной интерпретации значением любой пропозициональной переменной *p* является отображение из **N** в двухэлементное множество {*истина, ложь*}, т.е. в каждый момент времени на часах *gck* каждый пропозициональный («чистый») атом либо истинен, либо ложен в зависимости от этой интерпретации.

Помимо чистых атомов в $TLC_0$ определены также т.н. темпоральные атомы, которые получаются из чистых атомов посредством добавления к ним темпоральных приставок, т.е. последовательностей, состоящих из операторов first и next. Темпоральной литерой называются темпоральный атом или его отрицание. Если *L* – темпоральная литера, то модальной литерой называется формула вида □ *L* или ◊ *L*.

## 2. Немонотонные формализмы, построенные на базе TLC и$TLC_0$

Представленные ниже формализмы описаны в том же порядке, в каком они были опубликованы.

*Язык логического программирования Temporal Datalog* [3] был предложен как средство моделирования темпоральных дедуктивных баз данных и может рассматриваться также как темпоральное расширение (на основе TLC, но без множественной грануляции) хорошо известного языка логического программирования Datalog, декларативная семантика которого принадлежит ван Эмдену и Ковальскому и носит название семантики минимальных моделей [4]. Соответственно, семантика языка Temporal Datalog является ее темпоральным вариантом. Программа на языке Temporal Datalog – это множество правил вида

$$A_0 \longleftarrow A_1, \ldots, A_m \text{ , (1)}$$

где m $\geq$ 0, $A_i$ - темпоральный атом (раздел 1). Предполагается, что каждый темпоральный атом в правиле находится в области действия одного и того же темпорального модального оператора □. Минимальная модель темпоральной логической программы *П* определяется как минимальное множество темпоральных атомов, замкнутое относительно входящих в программу правил, т.е. если $A_1, \ldots, A_m$ входят в минимальную модель программы *П*, элементом которой является правило (1), то и $A_0$ входит в ее минимальную модель (Лившиц, правда, указал на то, что слово модель здесь подходит, только если не делать разницы между $\longleftarrow$ и материальной импликацией $\to$).

*Темпоральная логика умолчаний TDLC* (*Temporal Default Logic with Clock)* [1] была предложена как средство моделирования пересматриваемых рассуждений в интеллектуальных системах реального времени (ИСРВ). TDLC строится аналогично обычной логике умолчаний Р.Рейтера [5] (в дальнейшем обозначаемой DL). DL формализует рассуждения с умолчаниями с помощью специальных предметно-зависимых правил вывода, называемых умолчаниями. Умолчания в DL имеют следующий вид:

$$\frac{\alpha: M\beta 1, \ldots M\beta m,}{\gamma}$$

где $\alpha$ (требование умолчания), $\beta 1, \ldots, \beta m$ (обоснования умолчания), $\gamma$ (следствие умолчания) — суть формулы обычной логики первого порядка, M — символ метаязыка.

Интуитивно умолчания имеют следующий смысл: если мы верим в $\alpha$ и $\beta 1, \ldots, \beta m$ не противоречит всему во что мы верим, то можно верить и в $\gamma$. Система логики умолчаний представляется в виде теории с умолчаниями.

Теория с умолчаниями $\Delta$ — это пара <D, F>, где D — множество умолчаний, F — множество замкнутых формул логики первого порядка. Такая теория подразумевает существование некоторого (нулевого или больше) числа минимальных по включению множеств совместно выполнимых формул. Такие множества называются расширениями и соответствуют различным картинам мира, которые можно вообразить, исходя из теории с умолчаниями.

Формулы, входящие в какое-либо расширение теории с умолчаниями $\Delta = <D, F>$ либо являются элементами множества F, либо выводятся из него по правилам классической логики и/или логики умолчаний. Отличие TDLC от DL в основном обусловлено тем обстоятельством, что в ее основе лежит TLC, а не ЛПП.

Умолчания в TDLC имеют вид

$$\varphi : M\psi / \psi, \quad (2)$$

где $\varphi$ и $\psi$—формулы TLC.

Систему логики TDLC составляют темпоральные теории с умолчаниями $\Delta^t = < D^t, F^t, P, ck >$, где $D^t$ — множество темпоральных умолчаний вида (2), $F^t$ —множество формул TLC,P — множество всех предикатных символов, встречающихся в элементах множеств $D^t$ и $F^t$, ck — назначение часов.

Заметим, что теории с умолчаниями в TDLC аналогичны т.н. нормальным теориям с умолчаниями, множество которых является подмножеством всех теорий с умолчаниями в DL. Как и для нормальных теорий с умолчаниями, для теорий с умолчаниями в TDLC можно показать, что они всегда имеют хотя бы одно расширение.

*Темпоральная логика умолчаний $TDLC_0$* [2] отличается от *TDLC* тем, что в ее основе лежит $TLC_0$, а не TLC, а также ограничениями, наложенными на синтаксис умолчаний, в частности, теории с умолчаниями не обязательно должны быть нормальными. Умолчания в $TDLC_0$ имеют вид

$$A_1 \wedge \ldots \wedge A_n : M\, B_1, \ldots, M\, B_m / C,$$

где $A_1, \ldots, A_n$ , $B_1, \ldots, B_m$ , $C$ – темпоральные или модальные литеры.

*Темпоральная логика умолчаний $TDLC_{0+}$* [6] является обобщением $TDLC_0$. Умолчания здесь имеют вид

$$\varphi: \psi_1, \ldots, \psi_m / \lambda,$$

где $\varphi, \psi_1, \ldots, \psi_m, \lambda$ – любые формулы $TLC_0$.

*Темпоральный вариант логики минимальной веры и отрицания по умолчанию $MBNF^t$* [6]. Логика $MBNF^t$ является бимодальной немонотонной системой, позволяющей моделировать поведение во времени разумного агента, способного к интроспективным рассуждениям и делающим выводы на основе как того, что он знает, так и того, чего он НЕ знает. $MBNF^t$ базируется на $TLC_0$, в алфавит которой добавлены два эпистемических модальных оператора, *B* (минимальная вера) и *not* (отрицание по умолчанию).

Семантика $MBNF^t$ строится аналогично семантике логики MBNF [4], отличие состоит в том, что интерпретационную структуру формул здесь образует пара не обязательно различных множеств темпоральных интерпретаций в смысле $TLC_0$, а не множеств интерпретаций в смысле классической пропозициональной логики, как в оригинале.

Множества интерпретаций могут трактоваться как универсальные структуры Крипке, т.е. как структуры возможных миров, в которых каждый мир (темпоральная интерпретация в нашем случае) достижим из любого другого мира. В связи с тем, что отношение достижимости в таких структурах универсально, без потери общности можно идентифицировать универсальную структуру Крипке с множеством интерпретаций. Немонотонный характер MBNF и $MBNF^t$ обеспечивается посредством определения отношения предпочтения на множестве интерпретационных структур.

## 3. Взаимосвязи между темпоральными немонотонными логическими системами

Большинство немонотонных формализмов создавалось независимо друг от друга, но, несмотря на это, в дальнейшем неоднократно осуществлялись успешные попытки найти подходящую трансляцию одной немонотонной логической системы в другую (см. рисунок). Например, в логику MBNF полиномиально транслируется большинство других немонотонных систем, таких, например, как DL, автоэпистемическая логика (AEL) [7], циркумскрипция [8] и различные варианты систем логического программирования, в т.ч. и абдуктивного [9]. То же самое можно сказать и о логике $MBNF^t$, в которую, как показано в [6], полиномиально транслируются Temporal Datalog, $TDLC_0$, $TDLC_{0+}$, что позволяет унифицировать их друг с другом, а также с темпоральными вариантами AEL ициркумскрипции, которые пока не исследовались.

Наличие таких трансляций важно не только для лучшего понимания семантики различных логик, но также весьма полезно с точки зрения анализа вычислительной сложности рассуждений, отвечающих этой семантике. Фактически, существование полиномиального отображения одного формализма в другой может быть использовано для получения новых результатов относительно вычислительной сложности рассуждений, проводимых в рамках каждого формализма. Если, например, формализм А полиномиально отображается в формализм В, то верхняя граница сложности вычислений формализма А не превосходит верхнюю границу сложности вычислений для формализма В, в свою очередь, нижняя граница сложности вычислений формализма В не превосходит нижнюю границу сложности вычислений формализма А.

На рисунке в виде ориентированного графа представлено отношение существования полиномиальной трансляции одного формализма в другой. Это отношение одновременно можно рассматривать как иерархию обобщений – один формализм обобщает другой, если он превосходит его по выразительным возможностям. Пунктирная стрелка означает, что TDLC обобщает только некоторые фрагменты $TDLC_0$ и $TDLC_{0+}$ (так называемые темпоральные нормальные теории с умолчаниями).

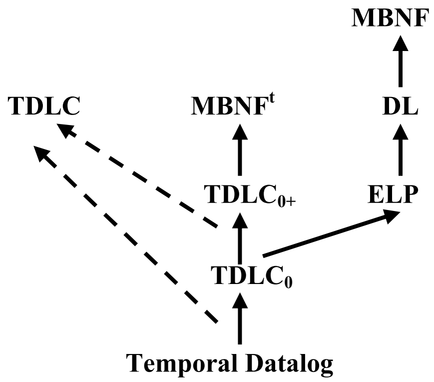


Рис.1. Полиномиальные трансляции логических систем, построенных на основе TLC ($TLC_0$)

В работе [10] доказано также существование полиномиальной трансляции $TDLC_0$ в формализм расширенных логических программ (ELP — extended logic program), базирующийся на ЛПП и отвечающий семантике множества ответов [11]. Так как формализм ELP, как известно, сам полиномиально может быть отображен в DL, а DL, в свою очередь, в MBNF, отсюда вытекает, что $TDLC_0$ можно рассматривать как частный случай DL и MBNF. По всей видимости, хотя публикации доказательства этого факта не известны, $TLC_0$ может быть полиномиально транслирована в ЛПП и если это так, то $TDLC_{0+}$ может быть полиномиально транслирована в DL, а $MBNF^t$ в MBNF.

В то же время, ответ на вопрос о существовании полиномиальной трансляции TLC в ЛПП из-за множественной грануляции времени, по-видимому, отрицательный и, следовательно, TDLC не является фрагментом DL.

## 4. Вычислительная сложность темпоральных немонотонных рассуждений

В данном разделе приводятся результаты, характеризующие вычислительную сложность рассуждений, формализуемых некоторыми из рассмотренных формализмов. При этом будут использованы некоторые важные понятия теории сложности вычислений. Одним из них является понятие проблемы принятия решения (decision problem), т.е. некоторой общей проблемы, примеры которой всегда имеют только два возможных взаимоисключающих решения: «да» или «нет». Классом (сложности) P для проблем принятия решения называют множество всех проблем, для решения которых существует детерминированная машина Тьюринга (ДТМ), всегда (для любого примера любой проблемы) дающая ответ за полиномиальное время. Класс проблем, для решения которых существует недетерминированная машина Тьюринга (НДТМ), всегда дающая ответ за полиномиальное время, называют классом (сложности) NP. Далее, пусть Σ будет конечным алфавитом, включающим знак пробела «_», Σ‘= Σ /{_},Σ‘*–множество всех конечных строк (= цепочек) символов из Σ‘ и пусть $L \subseteq \Sigma'^*$ будет язык в Σ‘. Представим себе машину Тьюринга T (ДТМ или НДТМ), которая для любой входной строки символов *x* дает ответ «да» тогда и только тогда, когда $x \in L$ и «нет» в противном случае. Тогда говорят, что T *решает L*. Таким образом, каждую проблему принятия решения можно естественным образом ассоциировать с некоторым языком, а примеры данной проблемы – с входящими в этот язык строками. Каждый класс сложности (назовем его C) имеет *дополнение*, тоже являющееся классом сложности, называемым co-C и определяемым следующим образом. Пусть для каждого языка L вΣ‘, $\overline{L} = \Sigma'^*/L$. Тогда co-$C = \{\overline{L} \mid L \in C\}$. Для любого произвольного класса сложности C проблема принятия решений (язык *L*) C-*трудная*, если любой язык $L' \in C$ транслируется в *L* за время, увеличивающееся пропорционально или медленнее чем log n, где n – количество символов во входной строке (в этом случае говорят, что *L*’ редуцируется к *L*). Если при этом $L \in C$, то говорят, что соответствующая проблема принятия решений C-полная.

Важную роль в теории сложности вычислений играет понятие *оракула.* Интуитивно, оракул это подпрограмма (т.е., тоже машина Тьюринга), время работы которой не учитывается. Для данного класса сложности C, $P^C$($NP^C$) – класс проблем принятия решений, все примеры которых решаются за полиномиальное время с помощью ДТМ (НДТМ), использующей оракул, для решения проблем из класса C.

На понятии оракула базируется определение полиномиальной иерархии классов сложности. Классы $\Sigma_k^p, \Pi_k^p$, $\Delta_k^p$ полиномиальной иерархии определяются следующим образом:

$$\Sigma_0^p = \Pi_0^p = \Delta_0^p = \mathrm{P}$$

и для всех k ≥ 0,

$$\Sigma_{k+1}^p = \mathrm{NP}^{\Sigma_k^p}, \Pi_{k+1}^p = \text{co-}\Sigma_{k+1}^p, \Delta_{k+1}^p = \text{co-P}^{\Sigma_k^p}.$$

Более подробное изложение основных положений теории сложности вычислений можно найти, например, в [12] .

Переходя к сложности рассуждений, отметим, что применительно к немонотонным системам обычно различают два типа рассуждений – доверчивое (credulous) и осторожное (cautious). С точки зрения теории сложности вычислений этим двум типам рассуждений соответствуют две проблемы принятия решений, на которые далее будем ссылаться как на проблемы, соответственно, доверчивых и осторожных рассуждений. Для логики умолчаний проблемы доверчивого и осторожного рассуждений формулируются следующим образом. Для данной теории с умолчаниями Δ= < D, F > и данной формулы $\varphi$ проблема доверчивого рассуждения состоит в том, чтобы определить, существует ли некоторое расширение $E_i$ теории Δ, такое, что $\varphi \in E_i$ . Проблема осторожного рассуждения состоит в том, чтобы определить, имеет ли место $\varphi \in E_i$. для всех i, т.е. является ли $\varphi$ элементом каждого расширения теории Δ. С точки зрения теории сложности вычислений эти два класса проблем не являются дополнениями друг для друга, однако класс проблем осторожного рассуждения двойственен дополнению класса проблем доверчивого рассуждения. В таблице для рассмотренных выше формализмов приведены верхние границы сложности проблемы доверчивых и осторожных рассуждений в случае, когда используются конечные часы, т.е. часы, представляющие собой конечную последовательность натуральных чисел. В этом случае данные проблемы для рассматриваемых формализмов являются алгоритмически разрешимыми, в то время как при бесконечных часах в общем случае это не так. Для *MBNF*ᵗ верхняя граница сложности проблемы доверчивых рассуждений не указана, т.к. данный стиль рассуждений не отвечает семантике *MBNF*ᵗ.

Верхние границы сложности
осторожных и доверчивых рассуждений

| Формализм[2] | Осторожное рассуждение | Доверчивое рассуждение |
|---|---|---|
| *TDLC₀* | co-NP- полная | NP- полная |
| $TDLC_{0+}$ | $\Pi_2^P$ - полная | $\Sigma_2^P$ - полная |
| $MBNF^t$ | $\Pi_3^P$ - полная | – |

Как видно из таблицы, наибольшую сложность вычислений имеют (осторожные) рассуждения, отвечающие семантике $MBNF^t$. Класс проблем принятия решений, связанных с этими рассуждениями, находится на третьем уровне полиномиальной иерархии. Это означает в данном случае, что для проблем из данного класса существует НДТМ, решающая их за время, соответствующее классу сложности co-NP и использующая для этого оракул (первого уровня) для решения проблем из класса NP. Но и этот оракул, в свою очередь, использует такой же оракул (второго уровня), который и сам использует оракул (третьего уровня) для решения проблем из класса сложности NP.

Ясно, что проблема рассуждения в *TDLC* в общем случае алгоритмически неразрешима. Для пропозиционального варианта *TDLC*, когда все часы конечны, оценки сложности рассуждений совпадают с соответствующими оценками для $TDLC_{0+}$ .

## Заключение

Рассмотренные в статье немонотонные темпоральные формализмы имеют в своей основе темпоральную линейную логику с часами TLC или её пропозициональный фрагмент $TLC_0$. Аналогично могут быть построены немонотонные формализмы, на основе других темпоральных логик, таких, например, как темпоральная логика ветвящегося времени. Заметим также, что отказ от принципа множественной грануляции времени, имевший место при разработке $TDLC_0$, $TDLC_{0+}$ и $MBNF^t$ не является принципиальным ограничением этих систем по сравнению с *TDLC*. Данный принцип может быть реализован и для этих логических систем, причем взаимосвязи между ними, рассмотренные в данной статье, при этом не нарушатся.

Представляется также, что практический интерес в дальнейшем могут иметь исследования, позволяющие определить новые подклассы $MBNF^t$-теорий, для которых проблемы рассуждений находятся в классе сложности P (напомним, что множества всех теорий с умолчаниями, представляющие логики $TDLC_0$ и $TDLC_{0+}$, по сути, тоже являются подклассами $MBNF^t$-теорий).

[2] Для $TDLC_0$ под формулой $\varphi$ в проблемах рассуждения понимается темпоральная литера.

## Литература


1. Liu C., Orgun M.A. Verification of reactive systems using temporal logic with clocks, Theoretical Computer Science 220 (1999) 377 — 408.
2. Виньков М.М., Фоминых И.Б. Формализация рассуждений с умолчаниями в интеллектуальных системах реального времени. // Сб. научных трудов VII национальной конференции с международным участием «Искусственный интеллект-2000», Переславль-Залесский, 2000.-т.1
3. Orgun M.A. and Ma W. An overview of temporal and modal logic programming. In Gabbay D.M. and Ohlbach H.J., editors, First Int. Conf. on Temporal Logic, volume 827 of LNAI, 445 — 479, July 1994.
4. Lifschitz V. Minimal belief and negation as falure. AI Journal, 70:53 —72,1994.
5. Reiter R. A logic for default reasoning. Artificial Intelligence, vol. 13, no. 1—2, 1980.
6. Виньков М.М. Логика минимальной веры и отрицания по умолчанию: темпоральный вариант. // Сб. научных трудов VIII национальной конференции с международным участием «Искусственный интеллект-2002», Коломна, 2002.-т.1.
7. Levesque H. All I Know: a study of autoepistemic logic. Artificial Intelligence, 42(213): 163 —310, 1990.
8. Lifschitz V. On open defaults. In Lloyd J., editor, Computational Logic: Symposium Proceedings, 80— 95. Springer, 1990.
9. Inoue K., Sakama C. Representing abduction by positive *not*. InICLP-93 Postconference Workshop on Abductive Reasoning, 1993.
10. Виньков М.М., Фоминых И.Б. Преобразование временных теорий с умолчаниями в расширенные логические программмы. Международный конгресс «Искусственный интеллект в XXI» ICAI’ 2001, 92 — 106, 2001.
11. Gelfond M. and Lifschitz V. Classical negations in logic programs and deductive data bases. New generations computing, 9:365 — 385, 1991.
12. Papadimitriou C. Computational complexity, Addison Wesley, 1994.

**Виньков Михаил Михайлович**. Заведующий отделом Российского научно-исследовательского института информационных технологий и систем автоматизированного проектирования. Окончил в 1977г. Московский авиационный институт, к.т.н., доцент. Автор 43 научных работ. Область научных интересов: динамические экспертные системы, индуктивное обучение, неклассические логики, формализация рассуждений.

**Фоминых Игорь Борисович**. Заместитель директора по научной работе Российского научно-исследовательского института информационных технологий и систем автоматизированного проектирования. Окончил МГТУ им. Н.Э.Баумана в 1963г. и МГУ им. М.В.Ломоносова в 1969г., д.т.н., профессор. Имеет 92 печатные работы, в том числе3 монографии. Область научных интересов: динамические экспертные системы, нейроинформатика сети, неклассические логики, информационные проблемы мозга