В.Е. Кривоножко, А.А. Пискунов, А.В. Лычев, М.А. Пискунова

Модели и методы поддержки принятия решений в переговорном процессе

Аннотация. В работе предлагается методика для оценки результатов формирования транснациональных проектов. Показывается, что переговорный процесс между странами можно представить как поведение объектов (стран) в многомерном пространстве экономических показателей на основе методологии Анализа Среды Функционирования (АСФ). В таком случае цели, которые страны достигнут в результате выполнения совместного проекта, можно определить как точки в многомерном пространстве. Оптимальные направления движения к поставленным целям и конусы возможных направлений предлагается находить с помощью метода анализа иерархий (МАИ). Применимость подхода иллюстрируется на реальных данных, взятых из открытых международных источников.

Ключевые слова: методология Анализа Среды Функционирования (АСФ), метод анализа иерархий (МАИ), многомерная визуализация.

1. Постановка задачи

В работе предлагается инструментарий для оценки результатов формирования транснациональных проектов. Любая математическая модель является всего лишь аппроксимацией поведения реальных социально-экономических процессов и явлений. Тем более сложно смоделировать деловые переговорные процессы по формированию транснациональных проектов, где существенную роль играет человеческий фактор в принятии решений. Наша задача заключается в том, чтобы предложенный инструментарий позволял давать прозрачную многомерную картину поведения объектов в каждый момент принятия решений, а также давал бы возможность получать количественную оценку развития ситуации в результате конкретных шагов принятия решений. Таким образом, в нашей модели существенную роль играют эксперты, чье мнение учитывается в каждом акте принятия решений.

Постановка задачи состоит в следующем. Имеется две или более стран. Страны договариваются о формировании транснационального проекта, например, о строительстве порта, инвестициях в строительство и долях владения портом в будущем. На первый взгляд доли владения портом можно определить пропорционально инвестициям в строительство. Однако, такой подход не совсем корректно отражает экономико-политическую ситуацию. Дело в том, что для одного региона порт может дать существенное приращение доходов этого региона, а для другого региона приращение доходов будет незначительно, но зато строительство порта имеет большое стратегическое значение. Из этого примера следует, что определить доли в инвестициях только на основе будущего дохода не вполне корректно.

Остановимся подробнее на предлагаемом подходе.

2. Множество производственных возможностей

На первом этапе на основе показателей деятельности стран строится в многомерном пространстве множество производственных возможностей. По существу, множество производственных возможностей можно построить с помощью двух основных групп методов.

Методы первой группы являются развитием и усложнением идеи производственной функции, но с попыткой сохранить явный аналитический вид функции и некоторые ее свойства, например, сделать постоянной эластичность замещения (CES функции) [1-3].

На наш взгляд такое стремление скорее выдает желание теоретиков иметь удобный объект для исследования, чем попытку адекватно описать функционирование реальных сложных объектов.

Однако, функционирование сложных объектов (систем) происходит в многомерном пространстве показателей деятельности этих объектов. Поэтому в современном неоклассическом подходе рассматривается отображение вектора ресурсов (затрат) во множество векторов выпуска [4-6]. В математике это называется точечно-множественным отображением. Далее, граница множества производственных возможностей строится как выпуклая оболочка реально существующих производственных (экономических) объектов. Оказывается, что при таком подходе, граница множества производственных возможностей представляет собой Парето-эффективное множество [6-7]. Такой подход гораздо более реально отображает экономическую реальность. Методология Анализа Среды Функционирования (АСФ) объединяет методы и модели второй группы для построения многомерного множества производственных возможностей и изучения поведения социально-экономических объектов нем. В данной работе мы будем использовать методологию АСФ для наших построений.

Рассмотрим множество из n наблюдаемых производственных объектов (ПО), деятельность которых необходимо оценить. Каждый ПО потребляет m входных продуктов и производит r выходных продуктов. Таким образом, пусть $X_j = (x_{1j},\ldots,x_{mj}) \geq 0$ является вектором входных параметров (затрат), а $Y_j = (y_{1j},\ldots,y_{rj}) \geq 0$, $j=1,\ldots,n$, будет вектором выходных параметров (выпуска). Предполагается, что каждый ПО имеет, по крайней мере, один положительный вход и один положительный выход.

Множество производственных возможностей T определяется как множество таких векторов (X,Y), что вектор выпуска Y может быть произведен при векторе затрат X, т.е. $T=\{(X,Y) \mid$ *выходной вектор* $Y \geq 0$ *может быть получен при входном векторе* $X \geq 0\}$ [4,5].

На основе наблюдаемых векторов (X_j,Y_j), $j=1,\ldots,n$, множество производственных возможностей T эмпирически задается следующими постулатами [4].

Постулат 1 (Выпуклость). *Если* $(X,Y) \in T$ *и* $(X',Y') \in T$, *тогда* $(\lambda X+(1-\lambda)X', \lambda Y+(1-\lambda)Y') \in T$ *для всех* $\lambda \in [0,1]$.

Постулат 2 (Монотонность). *Если* $(X,Y) \in T$ *и* $X' \geq X$, $Y' \leq Y$, *тогда* $(X',Y') \in T$.

Постулат 3. (Минимальная экстраполяция). *Множество* T *является пересечением всех множеств* T', *удовлетворяющих Постулатам 1 и 2, при условии, что* $(X_j,Y_j) \in T'$ *для всех* $j = 1,\ldots,n$.

Таким образом, множество T строится как расширение по наблюдаемым производственным векторам (X_j,Y_j), $j = 1,\ldots,n$ и определяет возможные, экономически допустимые векторы выпуска Y по векторам затрат X. В дальнейшем будем использовать также обозначение $Z_j = (X_j, Y_j) \in E^{m\times n}$.

В алгебраическом виде множество производственных возможностей T запишется как [4]

$$T=\left\{(X,Y)\,\middle|\, X\geq\sum_{j=1}^{n}X_j\lambda_j,\ Y\leq\sum_{j=1}^{n}Y_j\lambda_j,\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j=1,\ \lambda_j>0,\ j=1,\ldots,n\right\} \quad (1)$$

Постулаты 1-3 и формула (1) определяют множество производственных возможностей T для модели BCC (Banker, Charnes, Cooper) [4], которая является одной из основных моделей методологии АСФ. Более того, можно показать, что множество T модели BCC является в определенном смысле минимальной экстраполяцией, построенной по реальным наблюдаемым объектам $Z_j = (X_j, Y_j)$, $j = 1,\ldots,n$.

Во входной модели BCC деятельность неэффективного объекта (X_o, Y_o) улучшается, по крайней мере гипотетически, с помощью пропорционального сокращения вектора затрат, пока объект $(\theta X_o, Y_o)$ не достигнет границы множества T. Проекция $(X_o,Y_o) \to (\theta^* X_o, Y_o)$ дает граничную точку множества T, множество таких граничных точек обозначим как множество слабо эффективных точек $\mathrm{WEff}_I\, T$ по входной модели. Мера эффективности во входной модели определяется относительным параметром θ^*. Смысл меры эффективности заключается в том, что она показывает, что существуют другие объекты в множестве производственных возможностей, реальные или гипотетические, которые производят такое же количество выходных продуктов, вектор Y_o, но при этом у них вектор затрат может быть меньше, $\theta^* X_o$.

В модели ВСС, ориентированной по выходу, эффективность объекта повышается с помощью пропорционального увеличения выпуска, пока объект $(X_o, \eta Y_o)$ не достигнет границы множества *T*. Таким образом, проекция $(X_o, Y_o) \to (X_o, \eta^* Y_o)$ определяет граничную точку множества T, множество таких граничных точек назовем множеством слабо эффективных точек $WEff_O T$ по выходной модели. Выходная модель ВСС записывается в виде [4,5]:

$$\max \eta$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} X_j \lambda_j \le X_o, \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n} Y_j \lambda_j \ge \eta Y_o,$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1,\ \lambda_j \ge 0,\ j = 1, \ldots, n.$$

Мера эффективности для этой модели вычисляется как $\left(1/\eta^* \right)$. Смысл меры эффективности в данной модели состоит в том, что она показывает, что существуют другие объекты в множестве производственных возможностей, реальные или гипотетические, которые затрачивают такое же количество входных продуктов, вектор X_o, но при этом у них вектор выходных продуктов может быть больше, $\left(\eta^* Y_o \right)$.

Существуют и другие способы определения меры эффективности в зависимости от содержания задачи и сферы применения моделей [5]. В нашем подходе мы используем меру эффективности как

$$\mu = \frac{f(Z_1)}{f(A)}, \tag{3}$$

т.е. как отношение значений функции потенциала в начальной точке и конечной точке. Функцию потенциала в первом приближении можно определить как линейную функцию

$$f(Z) = \sum_{i=1}^{m+r} a_i z_i. \tag{4}$$

В настоящее время существуют десятки различных моделей методологии АСФ, которые отличаются в основном формой эффективной гиперповерхности (границы множества T) и способом вычисления меры эффективности производственных объектов. Следует подчеркнуть, что в общем многомерном случае вид многомерной эффективной гиперповерхности не столь очевиден. Необходимо было разработать еще методы визуализации для того чтобы пользователь мог представить вид различных моделей [8,9].

С одной стороны разнообразие моделей позволяет пользователю выбрать подходящую модель для настройки на реальную задачу. С другой стороны сделать это только на основе теоретических положений достаточно трудно. Поэтому авторами была предложена модель, позволяющие учитывать дополнительную информацию в виде экспертных оценок, а также конструктивный метод трансформации эффективного фронта [10]:

$$\min \theta$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} X_j \lambda_j + \sum_{i \in I} D_i \mu_i + \sum_{k \in J} A_k \rho_k \le \theta X_0,$$

$$\sum_{j=1}^{n} Y_j \lambda_j + \sum_{i \in I} G_i \mu_i + \sum_{k \in J} B_k \rho_k \ge Y_0,$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j + \sum_{i \in I} \mu_i = 1,$$

$$\lambda_j \ge 0,\quad j = 1, \ldots, n,\quad \mu_i \ge 0,\quad i \in I,\quad \rho_k \ge 0,\quad k \in J, \tag{5}$$

здесь (D_i, G_i), $i \in I$ – множество искусственных производственных объектов, (A_k, B_k), $k \in J$ – множество лучей, добавленных в задачу. Задачу (5) можно рассматривать как модель ВСС, в которую добавлены искусственные производственные объекты и лучи.

Добавление искусственных объектов в модель является достаточно распространенным приемом в исследовании операций. В частности, Фаррелл вводил искусственные объекты для обоснования своего подхода [11,12].

Здесь следует отметить, что неотрицательная векторная сумма лучей дает конус, поэтому применительно к соотношениям (5) можно было бы прямо говорить, что мы добавляем многогранный конус. Используя далее термин луч, мы хотим подчеркнуть, что конус строится конструктивным образом с помощью добавления лучей в задачу.

Множество производственных возможностей для модели (5) запишется в виде:

$$T = \left\{ (X,Y) \;\middle|\; X \ge \sum_{j=1}^{n} X_j \lambda_j + \sum_{i \in I} D_i \mu_i + \sum_{k \in J} A_k \rho_k, \right.$$
$$Y \le \sum_{j=1}^{n} Y_j \lambda_j + \sum_{i \in I} G_i \mu_i + \sum_{k \in J} B_k \rho_k, \sum_{j=1}^{n} \lambda_j + \sum_{i \in I} \mu_i = 1, \qquad (6)$$
$$\left. \lambda_j \ge 0,\ j = 1,\ldots,n,\ \ \mu_i \ge 0,\ \ i \in I,\ \ \rho_k \ge 0,\ \ k \in J \right\}$$

Таким образом, множество T определяется как векторная сумма двух множеств: выпуклой комбинации реальных и искусственных производственных объектов и многогранного конуса, задаваемого неотрицательной комбинацией лучей.

Предложенный нами подход дает возможность визуализировать многомерное множество производственных возможностей с помощью построения различных сечений эффективной гиперповерхности, которые определяют экономические функции, добавлять прямо на экране компьютера искусственные объекты и лучи, тем самым, трансформируя эффективную гиперповерхность в соответствии с общей моделью (5).

3. Построение направления движения к поставленным целям. Функция потенциала в первом приближении

На втором этапе нашего подхода каждая страна (регион, корпорация и т.д.) определяет цель, которую она достигнет через заданное количество лет, пусть для определенности будет для двух стран t_1 и t_2. С формальной точки зрения это означает, что в многомерном пространстве показателей задаются две точки A и B, которые наши страны достигнут через t_1 и t_2 лет.

На третьем этапе, с помощью метода анализа иерархий (МАИ) [13] и привлечения экспертов находятся векторы a и b оптимального движения к целям для двух стран. Компоненты этих векторов являются весовыми коэффициентами, показывающими значимость каждого фактора (показателя), входящего в модель.

В работе Саати [13] предложен остроумный способ вычисления весовых коэффициентов значимости каждого фактора (показателя), участвующего в модели, с помощью экспертов. Используем этот метод для построения вектора движения к цели A (B), по крайней мере, для некоторой окрестности точки A (B). Действительно, при движении к цели A (B) показатели, в наших терминах компоненты вектора Z, должны изменяться в некоторых пропорциях, которые и определяются весовыми коэффициентами.

Остановимся на этом подробнее. Пусть даны показатели деятельности производственных объектов $Z = (Z_1, \ldots, Z_{m+r})$. Количественные суждения о парах показателей (Z_i, Z_j) выражаются матрицей размера $(m+r) \times (m+r)$.

$$D = (d_{ij}),\ (i, j = 1, \ldots, m+r). \qquad (7)$$

В методе МАИ [13] с помощью матрицы суждений (7), которая задается экспертами, факторам (показателям) деятельности объектов $(Z_1, \ldots, Z_{m+r})$ ставится в соответствие весовые коэффициенты $\omega_1, \ldots, \omega_{m+r}$. Матрица (7) удовлетворяет соотношениям $d_{ii} = 1$, $d_{ij} = 1/d_{ji}$. Кроме того, матрица (7) считается *согласованной*, если выполняется соотношение $d_{ik} = d_{ij} d_{jk}$ для всех i, j, k.

Вектор весовых коэффициентов $(\omega_1, \ldots, \omega_{m+r})$ находится как собственный вектор матрицы D, соответствующий наибольшему собственному значению $\lambda_{\max}$.

В качестве критерия близости собственного вектора матрицы D точным весовым коэффициентам берется индекс согласованности

$$\rho = (\lambda_{\max} - n)/(n-1). \qquad (8)$$

Если $\rho \le 0.1$, то суждения, задаваемые матрицей D, считаются удовлетворительными. В противном случае матрицу суждений необходимо пересчитать, следовательно, найти новый собственный вектор и собственное число.

В нашем подходе мы в качестве вектора направления движения $a\,(b\,)$ к поставленной цели $A\,(B\,)$ на последних шагах возьмем собственный вектор решения задачи (7). Сделаем здесь одно существенное дополнение. В методе МАИ [13] матрица суждений (7) предполагается положительно определенной. Действительно, суждение об отношении значимости двух факторов задается положительной величиной. Однако в нашей модели увеличение одного фактора может сопровождаться уменьшением другого. Например, сокращение потребления энергоресурсов в результате внедрения энергосберегающих технологий. Поэтому, в нашем случае эксперты должны задавать также ортант, в котором будет происходить изменение показателей. Следовательно, в каждом ортанте изменения значений показателей можно считать положительными. Затем, при формировании вектора $a\,(b\,)$ знаки компонент определяются с учётом ортанта. Сделать это при парном сравнении факторов нетрудно. С учетом сделанного замечания, метод МАИ можно корректно применить при нахождении векторов $a\,(b\,)$.

При движении вдоль вектора $a\,(b\,)$ к поставленной цели $A\,(B\,)$ в пространстве показателей естественно считать, что происходит улучшение значения функции потенциала. Иначе, зачем тогда двигаться в указанных направлениях? Поэтому можно сформулировать следующее утверждение.

Утверждение 1. *Вектор $a\,(b\,)$, найденный указанным выше способом, является градиентом функции потенциала в некоторой окрестности точки $A\,(B\,)$.*

Таким образом, гиперплоскость, перпендикулярная вектору $a\,(b\,)$ в точке $A\,(B\,)$, будет эквипотенциальной поверхностью функции потенциала в первом приближении.

4. Приращение мер эффективности как основа переговорного процесса

Определив функцию потенциала в первом приближении, на четвертом этапе мы можем вычислить меру эффективности каждого объекта Z_1 и Z_2 как отношение значений функции потенциала в начальных точках и конечных точках для каждого объекта:

$$\mu_1 = \frac{f_1(Z_1)}{f_1(A)}\cdot 100\% = \frac{\sum_{i=1}^{m+r} a_i z_{i1}}{\sum_{i=1}^{m+r} a_i A_i}\cdot 100\%,$$
$$\mu_2 = \frac{f_2(Z_2)}{f_2(B)}\cdot 100\% = \frac{\sum_{i=1}^{m+r} b_i z_{i2}}{\sum_{i=1}^{m+r} b_i B_i}\cdot 100\%, \tag{9}$$

где $a = (a_1, \ldots, a_{m+r})$, $b = (b_1, \ldots, b_{m+r})$, $A = (A_1, \ldots, A_{m+r})$, $B = (B_1, \ldots, B_{m+r})$, здесь a_i, b_i, A_i, B_i – компоненты векторов a, b, A, B, соответственно.

Следовательно, теперь договаривающиеся стороны могут сравнить приращения своих эффективностей в результате выполнения проекта

$$\Delta\mu_1 = 100\,\% - \mu_1,$$
$$\Delta\mu_2 = 100\,\% - \mu_2. \tag{10}$$

Если приращения меры эффективности окажутся примерно одинаковыми и удовлетворяют руководителей стран (регионов), то процесс переговоров можно окончить и принять начальные условия для обеих сторон. Однако такое редко встречается на практике. Тогда переговорный процесс продолжается, и стороны определяют новые начальные условия выполнения проекта (вложения, степень владения новым сооружением в результате выполнения проекта и т.д.). В результате могут измениться поставленные цели, если, например, будущий доход регионов входит явным образом в одну из выходных переменных модели. В результате цель в многомерном пространстве показателей сместится, и тогда надо рассматривать новые цели. Или цели могут быть достигнуты за время $(t_1 + \tau_1)$ для страны A, за время $(t_2 + \tau_2)$ для страны B. Заметим, что поправки τ_1 и τ_2 могут быть как положительные, так и отрицательные. Тогда для приращения мер эффективности (10) можно ввести поправочные множители

$$\Delta\mu_1' = \Delta\mu_1 \cdot \frac{t_1}{(t_1 + \tau_1)},$$
$$\Delta\mu_2' = \Delta\mu_2 \cdot \frac{t_2}{(t_2 + \tau_2)}. \tag{11}$$

Теперь стороны могут сравнить приращение мер эффективностей по формуле (11). Если приращения (11) удовлетворяют стороны, то переговорный процесс оканчивается, если нет, то предыдущие вычисления можно повторить с изменившимися начальными условиями.

Подчеркнём, что употребляемый нами термин из физики потенциальная функция вполне уместен в данном контексте. В самом деле, в физике разность потенциалов определяется при постоянной силе и постоянном направлении перемещения тела как скалярное произведение вектора силы на вектор перемещения. При непостоянных векторах силы и перемещения тела, разность потенциалов определяется как интеграл от скалярного произведения векторов силы и перемещения.

В нашей модели векторы a и b являются полными аналогами силы, а перемещение происходит в пространстве социально-экономических показателей деятельности регионов, при этом векторы указывают направления улучшения состояния регионов.

В принципе, мы могли бы использовать в нашем контексте также понятие разность потенциалов вместо приращения меры эффективности. Однако, во-первых, цели и A и B, а, следовательно, и векторы a и b - разные для разных регионов. Во-вторых, тогда бы пришлось определять единицы измерения потенциала, а они будут разными для разных социально-экономических моделей, в отличие от физики, где единицы измерения зависят только от выбранной системы измерения. Поэтому в наших задачах мы выбрали для сравнения деятельности регионов важное понятие меры эффективности или приращение меры эффективности, которые измеряются в относительных единицах.

Отметим также, что оптимальные направления движения (векторы a и b) к поставленным целям являются на практике некоторыми идеальными направлениями. В реальной экономической жизни траектория движения объектов в многомерном пространстве будет отклоняться с определенной погрешностью.

5. Конус возможных направлений

На Рис. 1 показано сечение многомерного множества производственных возможностей по выходным (результирующим) показателям. Как строить такие сечения для многомерных множеств изложено в работах [8, 9]. Точками Z_1 и Z_2 обозначены исходные положения регионов, а точки A и B представляют собой намеченные цели для регионов. Векторы направлений a и b, определенные нами выше как градиенты функции потенциалов, являются в некотором смысле идеальными направлениями движения. В реальной жизни направления движения будут отклоняться от этих идеальных направлений. Поэтому, на пятом этапе с помощью экспертов определяем конусы возможных направлений C_1 для цели A и C_2 для цели B. Сами конусы направлены вверх, в сторону увеличения выходных показателей (Рис. 1). А вершины конусов будут находиться в точках достижимых целей для регионов A и B, в математике такие конусы называются рецессивными конусами [14].

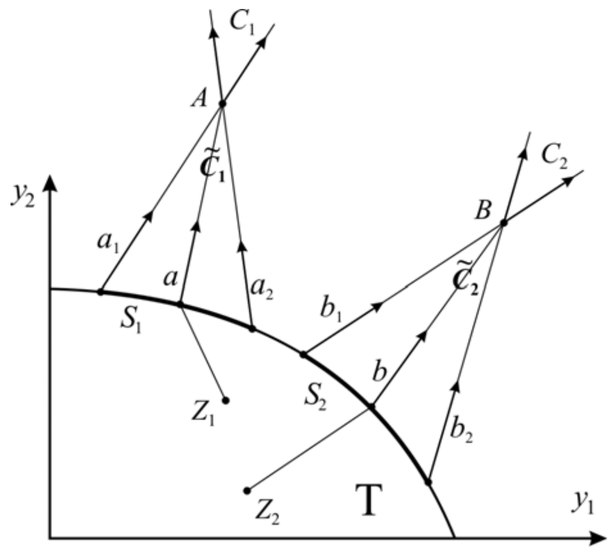

Рис. 1. Исходные положения регионов и достижимые цели

Такие конусы можно задать, например, с помощью следующих попарных сравнений между показателями модели

$$\frac{z_i}{z_j} \le k_{ij}, \quad \frac{z_i}{z_j} \ge \overline{k}_{ij}, \qquad (12)$$
$$i, j = 1, \ldots, m + r.$$

Определение таких попарных соотношений достаточно обычная операция в любой социально-экономической деятельности. Однако следует подчеркнуть, что соотношения (12) не могут определить любой многогранный конус в многомерном пространстве показателей. Более того, можно сформулировать следующее утверждение.

Теорема 1. *Существуют многогранные конусы в многомерном пространстве показателей, которые не могут быть представлены в виде (12).*

Действительно, число ребер и граней конуса вида (12) ограничено некоторым числом, зависящим от размерности пространства. В то же время многогранные конусы в пространстве размерности $(m+r)$ могут иметь любое наперёд заданное число ребер и граней.

Строго говоря, построить осмысленно произвольный многогранный конус в многомерном пространстве – достаточно сложная задача, поэтому на практике ограничиваются построением конусов вида (12).

Разработанная нами программная система позволяет визуализировать многомерное множество производственных возможностей с помощью построения различных двухмерных и трёхмерных сечений этого множества и задавать произвольные направляющие векторы неограниченных ребер конуса в интерактивном режиме. Тем самым имеется возможность для экспертов построить произвольный конус в многомерном пространстве показателей.

6. Модификация функции потенциалов

Шестой этап. Ранее мы говорили, что векторы a и b (идеальные направления) являются градиентами функций потенциала в точках A и B, которые определяют эквипотенциальные поверхности. Теперь мы можем модифицировать вид функций потенциала.

Итак, пусть определены конусы C_1 и C_2 в многомерном пространстве показателей и исходящие из точки A и B, соответственно. Назовем шатрами конусы $\widetilde{C}_1 = -C_1$ и $\widetilde{C}_2 = -C_2$, исходящие из тех же вершин, они вырезают на границе множества T некоторые области S_1 и S_2. В эти области объекты стремятся попасть при планировании тактических шагов развития объектов.

Пусть теперь объект $Z_1'(Z_2')$ находится в области шатра, выберем направление движения c_i к цели $A(B)$. Это направление будет отличаться от направления $a(b)$, но оно будет достаточно хорошим для движения к цели $A(B)$, т.е. $c_i \in C_1(C_2)$.

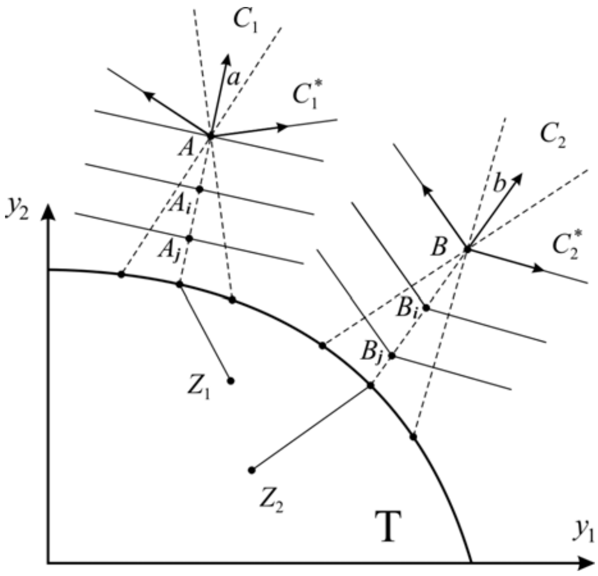

Рис. 2. Уточнение функции потенциалов

Поэтому любое направление, исходящее из точки $A(B)$ и имеющее острый угол с любым вектором из конуса $C_1(C_2)$, даст нам направление возрастания функции потенциала. Все такие направления образуют сопряженный конус $C_1^+ (C_2^+)$, т.е.

$$C_1^+ = \left\{ w \,\middle|\, w^T c \geq 0, c \in C_1 \right\},$$
$$C_2^+ = \left\{ v \,\middle|\, v^T c \geq 0, c \in C_2 \right\}. \qquad (13)$$

Границы сопряженных конусов C_1^+ и C_2^+ (13) представляют собой эквипотенциальные поверхности новых потенциальных функций $\widetilde{f}_1(Z)$, $\widetilde{f}_2(Z)$. Теперь они являются выпуклыми функциями. На Рис. 2 показаны эквипотенциальные поверхности линейной функции потенциала для точек A, A_i, A_j и модифицированной выпуклой функции для точек B, B_i, B_j, соответственно.

В предыдущем разделе мера эффективности вычислялась исходя из того, что функции $f_1(Z)$ и $f_2(Z)$ линейные. Покажем теперь как вычислять значение функции потенциала, когда она выпуклая. Решаем оптимизационную задачу

$$\min \alpha$$
$$Z_l \in (A - \alpha a) + C^+. \qquad (14)$$

Тогда значения функций $\widetilde{f}_1(Z_l)$ и $\widetilde{f}_2(Z_l)$ для произвольной точки Z_l определяется по формулам

$$\begin{aligned} \widetilde{f}_1(Z_l) &= (A-\alpha^* a)^T a, \\ \widetilde{f}_2(Z_l) &= (B-\alpha^* b)^T b, \end{aligned} \tag{15}$$

где α^* – оптимальное значение функционала в задаче (14).

Смысл формул (14) и (15) поясняется на Рис.3. На прямой, проходящей через вершину A (B), ищется такая точка $(A-\alpha^* a)$ или $(B-\alpha^* b)$, которая имеет одинаковый потенциал с точкой Z_l, для этого решается оптимизационная задача вида (14). Затем вычисляется значение функции для точки $(A-\alpha^* a)^T a$, как в линейном случае.

На Рис. 3 пунктирной линией показана эквипотенциальная поверхность для линейной функции. Там же видно, что точки Z_i, Z_k, $(A-\alpha^* a)$ имеют одинаковый потенциал относительно линейной функции. Однако, положение объекта $(A-\alpha^* a)$ значительно лучше с точки зрения достижения цели *A*, чем объектов Z_i, Z_k, поэтому модифицированная потенциальная функция даёт лучшую оценку, чем линейная функция.

7. Моделирование на различных стадиях развития транснационального проекта

Седьмой этап. Опишем теперь на формальном языке действия регионов на начальных шагах развития транснационального проекта. Как уже отмечалось ранее, в нашей задаче цели A и B предполагается достичь через определенное количество лет. Однако направления a и b, найденные нами как оптимальные на последних годах движения к цели, могут не быть оптимальными в начальные годы развития регионов. Действительно, на начальных шагах развития регионам необходимо будет, например, создать некоторую инфраструктуру, реструктурировать экономику регионов и т.д., а потом уже двигаться к намеченным целям по оптимальным направлениям. Поэтому в начальный момент развития эксперты с помощью метода анализа иерархий находят направления развития регионов. На рисунке 4 эти направления обозначены как d_1 из точки Z_1 и g_1 из точки Z_2. Целесообразно эти направления выбирать так, чтобы они были направлены внутрь областей S_1 и S_2, соответственно, образованных пересечением шатров $\widetilde{C}_1$ и $\widetilde{C}_2$ и эффективной гиперповерхности (границы) множества T (Рис 4).

С течением времени граница множества производственных возможностей меняется в соответствии с изменением состояния всех регионов, на Рис. 4 новая граница обозначена пунктирной линией. Определяем новые на-

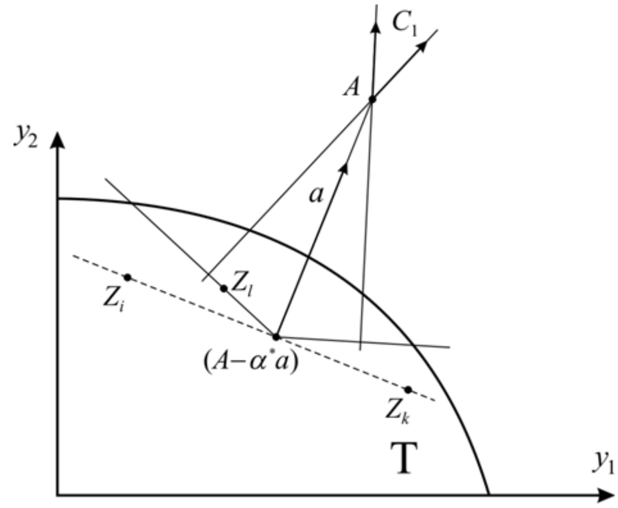

Рис. 3. Вычисление значения выпуклой функции потенциала

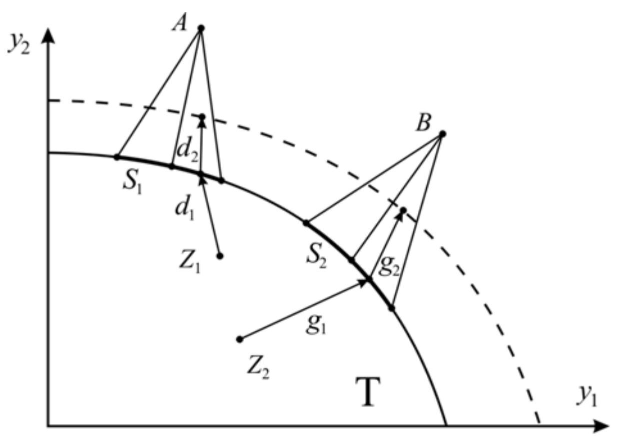

Рис. 4. Изменение границы множества производственных возможностей и выбор направлений для увеличения значений функции потенциалов

правления движения так, чтобы они находились в построенных конусах (шатрах), эти направления обозначены d_2 и g_2, соответственно. Далее предыдущие шаги можно повторить. Строим новую границу множества T, выбираем тактические направления и т.д. На каждом шаге достигнутые договоренности можно уточнять в зависимости от эффективности достижения поставленных целей.

Следует подчеркнуть, что мы привели общую схему принятия решений в переговорном процессе. Отдельные этапы схемы могут уточняться и модифицироваться с учётом разработанного инструментария.

Общая схема описана для двух регионов, чтобы не усложнять изложение. Однако схема может быть легко расширена на все регионы, участвующие в формировании транснационального проекта.

8. Результаты моделирования по формированию транснационального проекта стран-участниц СНГ

Рассмотрим возможность использования предлагаемого подхода для моделирования переговорного процесса при формировании транснационального проекта стран участниц СНГ.

В качестве основной модели была взята модель ВСС методологии АСФ [4, 5]. Затем эффективная гиперповерхность, полученная в результате моделирования, была сглажена с применением обобщенной модели (5) для того, чтобы избежать разрывов предельных показателей (частных производных) второго рода.

В качестве входных показателей были использованы следующие статистические данные: потребление электроэнергии (кВт-ч); потребление нефти (барр. в сут.); рабочая сила (тыс. чел.).

Выходные данные модели: ВВП с учетом паритета покупательской способности.

Все статистические данные были взяты из открытых международных источников. Всего в модель были включены данные по 109 странам мира, включая страны СНГ, за 2007 г. Более поздних данных не имелось на момент выполнения работы.

Сначала были проведены расчеты по входной и выходной обобщенным моделям. Напомним, что меры эффективности по входной и выходной моделям характеризуют расстояние в относительных единицах до эффективной гиперповерхности вдоль, условно говоря, горизонтального и вертикального направления, то есть вдоль вектора затрат и вектора выпуска каждого объекта, включенного в модель. Большинство стран имеет приблизительно равные меры эффективности по входной и выходной моделям. Меры эффективности по разным моделям определяют положение страны в многомерном пространстве параметров.

Менее 30% стран имеет меру эффективности в пределах 95-100%. Далее все страны имеют эффективности с достаточно равномерным распределением от 35% до 95%. Лишь одна страна, Зимбабве, имеет меру эффективности 5%. В целом, результаты моделирования свидетельствует о достаточной содержательности модели.

Для наглядной демонстрации предлагаемого подхода рассмотрим следующую гипотетическую ситуацию. Пусть три страны СНГ – Беларусь, Казахстан и Россия – договариваются о совместном транснациональном проекте, например, о строительстве и совместной эксплуатации нефтехимического завода, на строительство которого необходимо семь лет.

На Рис. 5 изображено сечение производственная функция исходного четырехмерного пространства, проведенное через объект Казахстан. Сплошной синей линией показано сечение многомерной эффективной гиперповерхности. Объект Беларусь изображен в виде проекции на плоскость сечения. На Рис. 6 представлено сечение производственная функция, проведенное через объект Россия. Объекты Беларусь и Казахстан изображены на этом рисунке как проекции на плоскость сечения.

На Рис. 5 и Рис.6 точками A, B и C обозначены цели, которые поставило руководство стран Беларусь, Казахстан и России соответственно, для достижения в среднесрочной перспективе. Так как Беларусь и Казахстан в сравнении с Россией имеют значительно меньший масштаб в пространстве рассматриваемых показателей, то для удобства все построения для России выполнены на отдельном рисунке.

С помощью подхода, описанного в статье, были построены конусы, содержащие наиболее предпочтительные траектории движения объектов, на Рис. 5 и Рис.6 они изображены ребрами

a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, и c_2, соответственно, исходящими из точек A, B и C.

Для объектов были найдены меры эффективности, которые составили 31%, 27% и 34% для Беларуси, Казахстана и России, соответственно. После этого с помощью экспертных оценок и метода МАИ были выбраны оптимальные направления движения к поставленным целям. Векторы $a\,(b\,,\,c)$ представляют собой оптимальные направления развития для рассматриваемых стран. А также были рассчитаны приращения мер эффективности для указанных объектов. Далее было произведено несколько итераций переговорного процесса, в результате которых были уточнены приращения эффективностей и векторы движения объектов.

На Рис. 6 пунктирной линией показано сечение эффективной гиперповерхности, построенной по прогнозируемым значениям через три года после начала совместного транснационального проекта. Отметим, что в процессе развития проекта некоторые данные могут уточняться, в этом случае необходимые изменения вносятся в модель и, согласно описанной в предыдущем разделе схеме, переговорный процесс повторяется.

Рис. 5. Сечение производственная функция для объекта Казахстан

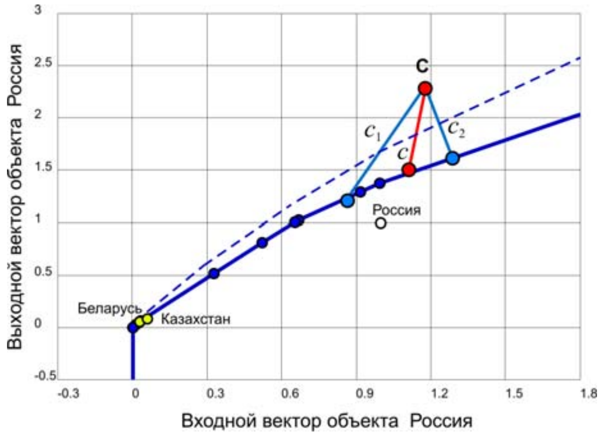

Рис. 6. Сечение производственная функция для объекта Россия

Заключение

В работе представлен научно-методический инструментарий по визуализации и оценке результатов формирования транснациональных проектов стран участниц СНГ. Подчеркнем, что визуализация играет ключевую роль в предложенном инструментарии [6, 8, 9, 12].

Действительно, с практической точки зрения визуализация многомерных множеств значительно усиливает интуицию и творческие возможности лиц принимающих решения. В настоящее время ни один строитель не начнет стройку без полного набора чертежей, ни один капитан не пойдет в плавание без точного маршрута на карте, ни один врач не будет назначать лечение без предварительной диагностики (рентген, УЗИ и т.д.). И только руководитель сложными социально-экономическими объектами часто принимает решения, основываясь лишь на таблицах данных, простых графиках и диаграммах, без соответствующего интеллектуального инструментария. Хотя такой руководитель часто несет ответственность за громадные человеческие и материальные ресурсы.

Между тем в реальной экономической жизни и в бизнесе аналитические материалы часто представляют собой десятки, если не сотни, страниц литературного текста, часто даже с простыми графиками, диаграммами, таблицами, но без панорамного многомерного видения поля деятельности, без реальных экономических зависимостей.

Наш подход и разработанный инструментарий дает возможность видеть объемное многомерное экономическое пространство, моделировать возможные ситуации развития событий в нем и, тем самым, определять оптимальные тактические и стратегические пути дальнейшего развития [6, 8, 12].

Целевую (потенциальную) функцию можно было бы определить как сумму материальных благ, которые будет иметь объект, в данной точке многомерного пространства в денежном эквиваленте. Однако, вопросы прибыли и материальных благ не всегда играют первую роль в межгосударственных отношениях. Например, в Англии по каналу ВВС не показывают рекламу пива, и вообще любую рекламу, хотя, казалось бы, потеря прибыли очевидна, поэтому либо там не понимают ничего в бизнесе, либо имеются какие-то другие не всегда понятные мотивации.

Каждая сторона (государство) в транснациональных проектах выбирает себе сама достижимые цели, и, как уже было сказано, не всегда эти цели можно измерить в денежном эквиваленте или других единицах. Поэтому в работе рекомендуется рассматривать приращения меры эффективности каждой стороной в качестве аргументов в переговорном процессе.

Литература

1. Иванилов Ю.П., Лотов А.В. Математические модели в экономике. – М.: Наука, 1979.
2. Panzar J.C., Willig R.D. Eonomics of scale in multi-output production // The Quarterly Journal of Economics. – 1977. – V. XCI, № 3. – P. 481-493.
3. Starrett D.A. Measuring returns to scale in the aggregate, and scale effect of public goods // Econometrica. –1977. – V. 45, № 6. – P. 1439-1455.
4. Banker R.D., Charnes A., Cooper W.W. Some models for estimating technical and scale efficiency in data envelopment analysis // Management Science. – 1984. – V.30, №9. – P. 1078-1092.
5. Cooper W.W., Seiford L.M., Tone K. Data Envelopment Analysis.-Boston: Kluwer Academic Publishers, 2000.
6. Пискунов А.А. (ред.) Системный аудит использования национальных ресурсов и управление по результатам. – Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет, 2007.
7. Krivonozhko V.E., Utkin O.B., Volodin A.V.and Sablin I.A. About the structure of boundary points in DEA // Journal of the Operational Research Society. – 2005. – V. 56. – P. 1373-1378.
8. Krivonozhko V.E., Utkin O.B., Volodin A.V., Sablin I.A. and Patrin M. Constructions of economic functions and calculations of marginal rates in DEA using parametric optimization methods // Journal of the Operational Research Society. – 2004. – V. 55. – P. 1049-1058.
9. Кривоножко В.Е., Уткин О.Б., Володин А.В. Оптимизационные алгоритмы для построения трехмерных сечений в анализе эффективности сложных систем //Нелинейная динамика и управление. Вып. 3 / Под ред. С.В. Емельянова и С.К. Коровина. М.: Физматлит, 2003.
10. Krivonozhko V.E., Utkin O.B., Safin M.M. and Lychev A.V. On some generalization of the DEA models // Journal of the Operational Research Society. – 2009. – V. 60. – P. 1518-1527.
11. Farrell M.J. The measurement of productive efficiency // Journal of the Royal Statistics Society. – 1957. – V. 120. – P. 253-281.
12. Forsund F.R., Kittelsen S.A.C. and Krivonozhko V.E. Farrell revisited – Visualizing properties of DEA production frontiers // Journal of the Operational Research Society. – 2009. V. 60. – P. 1535-1545.
13. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993.
14. Rockafellar R.T. Convex Analysis. – Princeton University Press, New Jersey. 1973.

Кривоножко Владимир Егорович. Ведущий научный сотрудник ИСА РАН. Окончил Московский физико-технический институт в 1972 году. Доктор физико-математических наук, профессор. Автор более 100 научных работ. Основные научные интересы связаны с теорией и методами оптимизации, их применением в экономике и бизнесе, методами декомпозиции, моделированием и анализом поведения сложных систем. E-mail: KrivonozhkoVE@mail.ru.

Пискунов Александр Александрович. Аудитор Счетной палаты Российской Федерации. Окончил Военную академию им. Ф.Э. Дзержинского в 1974 году. Кандидат экономических наук. Автор более 60 научных работ и 4-х монографий. Область научных интересов: системный анализ; государственный и муниципальный аудит. E-mail: pisk@ach.gov.ru.

Лычев Андрей Владимирович. Ведущий эксперт Счетной палаты Российской федерации. Окончил Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова в 2005 году. Кандидат физико-математических наук. Автор 20 печатных работ. Область научных интересов: математическое моделирование в экономике и анализ поведения сложных систем. E-mail: Lytchev@mail.ru.

Пискунова Мария Александровна. Советник секретариата аудитора Счетной палаты Российской Федерации, член рабочей группы по экспертно-аналитическому сопровождению участия Счетной палаты Российской Федерации в международных проектах. Окончила Государственный университет гуманитарных наук в 2005 году. Автор 5 печатных работ. Область научных интересов: оценка управления эффективностью. E-mail: mar-piskunova@yandex.ru.