В.К. Финн

Индуктивные методы Д.С. Милля в системах искусственного интеллекта. Часть I

Аннотация. В статье формулируются принципы миллевской индукции. Предлагаются уточнения и формализации всех пяти индуктивных методов Джона Стюарта Милля (методов сходства, различия, соединенного сходства-различия, остатков и сопутствующих изменений). В части I рассматриваются индуктивные методы сходства, различия и соединенного сходства-различия. В статье также формулируются возможные стратегии правдоподобных рассуждений, реализующих взаимодействие миллевской индукции, аналогии и абдукции, а также дается обоснование того, что эти стратегии представляют когнитивные рассуждения.

Ключевые слова: ДСМ-метод, индукция, аналогия, абдукция, метод сходства, метод различия, объединенный метод сходства-различия, метод остатков, метод сопутствующих изменений.

I. Основные идеи Д.С. Милля об индуктивных рассуждениях

В 1843 году вышла книга Д.С. Милля «Система логики силлогистической и индуктивной» [1], в которой он систематизировал и развил учение об индукции как логическом средстве познания[1]. Д.С. Милль считал основателем философии индукции Ф. Бэкона [2]. Предшественниками систематической теории индукции были также Д. Гершель [3] и У. Уэвелл [4], хотя они являлись современниками Д.С. Милля[2].

В отличие от Д. Гершеля и У. Уэвелла Д.С. Милль пытался создать и обосновать не только общие принципы индукции, но и сформулировать **правила индуктивных рассуждений** как логические средства подобные доказательству утверждений, представляющих знание, извлеченное из фактов. Эти факты образуют множества посылок индуктивного рассуждения (reasoning).

В третьей книге своего труда[3] в Главе VIII («Четыре метода опытного исследования») Д.С. Милль сформулировал пять своих знаменитых правил индуктивного рассуждения, отличных от схемы вывода перечислительной индукции. Он назвал их, соответственно, методом сходства, методом различия, соединенным методом сходства-различия, методом остатков и методом сопутствующих изменений.

Некоторые из методов Д.С. Милля были формализованы средствами двузначной логики Г. Гренevским [6, 7]. В [8] была высказана идея использования многозначных логик для формализации индуктивных методов Д.С. Милля, а в [10, Часть I, Главы 1 и 2, с. 160–182] были опубликованы результаты применения компьютерной программы, реализующей формализацию метода сходства, для предсказания биологической активности химических соединений. Эта программа, а также последующие ее усиления представляли метод автоматического порождения гипотез в базах данных с неполной информацией. Этот метод был назван в честь Д.С. Милля ДСМ-методом автоматического

[1] В дореволюционной России книга Д.С. Милля имела четыре издания: в 1865 – 1867, 1878, 1900 и 1914 годах (последнее издание на русском языке).

[2] В [5] имеется обстоятельное изложение концепций индукции Д. Гершеля и У. Уэвелла и сравнение их с пониманием логики индукции Д.С. Миллем.

[3] «Система логики» Д.С. Милля состоит из шести разделов, названных им «книгами». Книга III содержит его учение об индукции.

порождения гипотез (ДСМ-метод АПГ). В [9] и [10] были рассмотрены формализации средствами многозначной логики метода сходства и его некоторых усилений, а также их применения в интеллектуальных системах типа ДСМ.

В настоящей статье будут рассмотрены формализации всех пяти индуктивных методов Д.С. Милля как средств когнитивных рассуждений [11], являющихся компонентами ДСМ-метода АПГ. Заметим, что в [12], где развивается формальный подход к теории когнитивных рассуждений, рассматриваются лишь упрощенные варианты индуктивного метода сходства.

Основные идеи логики индуктивных рассуждений Д.С. Милля, содержащиеся в [1], состоят в следующем:

(a) индукция основывается на установлении сходства явлений изучаемой реальности;

(b) эти явления представлены отношением между характеристиками объектов и эффектами, которые присущи этим объектам;

(c) посылками индуктивного вывода являются множество рассматриваемых явлений, число представителей которых больше или равно двум;

(d) следствием из посылок индуктивного вывода является утверждение о том, что общая часть характеристик объектов, входящих в сходные явления, есть причина некоторых общих характеристик соответствующих им эффектов (таким образом, следствие индуктивного вывода содержит новое отношение – отношение «причина – следствие»);

(e) при получении индуктивного вывода относительно некоторой причины соответствующего эффекта следует установить, что не имеется причин, препятствующих наличию этого эффекта;

(f) достаточным основанием для индуктивного вывода является закон единообразия природы, который состоит в том, что каждый эффект наблюдаемого явления имеет свою причину.

Характеризация и строение миллевских индуктивных методов (a) – (f) существенным образом отличны от строения выводов перечислительной индукции, недостоверность которой стала одним из аргументов антииндуктивизма К.Р. Поппера [13].

Пусть $\varphi(x)$ – формула логики предикатов 1-го порядка, где x – свободная переменная, а $\varphi(x)$ представляет результаты опыта, наблюдения и т.п., тогда схемой вывода перечислительной (популярной) индукции будет

$$\frac{\begin{array}{c}\varphi(a_1)\\ \varphi(a_2)\\ \vdots\\ \varphi(a_n)\end{array}}{\forall(x)\,\varphi(x)}\ ,$$

где a_i – константа ($i = 1, \ldots , n$). Индуктивный вывод такой, что его результат $\forall(x)\ \varphi(x)$ (индуктивное обобщение) есть следствие множества примеров $\varphi(a_1), \ldots , \varphi(a_n)$, будем называть **прямым** индуктивным выводом. Если результат индуктивного вывода из посылок $\varphi(a_1), \ldots , \varphi(a_n)$ есть $\forall(x)\psi(x)$, где $\varphi(x)$ отлична от $\psi(x)$ и не является его подформулой, то такой индуктивный вывод будем называть **косвенным** индуктивным выводом.

Если индуктивный вывод (прямой или косвенный) зависит от некоторого условия χ, представленного формулой, отличной от φ и ψ, соответствующих посылкам и заключению этого вывода, то такой вывод будем называть **контекстно-зависимым**.

Индуктивный вывод будем называть выводом на **достаточном основании**, если заключение принимается при условии выполнимости некоторого критерия К. Очевидно, что вывод на достаточном основании является контекстно-зависимым.

Поиск и обоснование критерия достаточного основания индуктивного вывода является одной из основных проблем формализации индукции. Отсутствие же такого критерия в формализованных языках являлось сильным аргументом антииндуктивизма. Из основных миллевских идей (a) – (f) следует, что его индуктивные методы являются косвенной индукцией (условия (a) – (d)). Условие (e) представляло намерения Д.С. Милля, но оно не было формально выражено в его пяти индуктивных методах. Условие (f) также не было выражено формально, хотя оно было основным философским допущением его теории индукции.

Таким образом, макрохарактеристиками **идеальной** индукции является ее характеризация как косвенного, контекстно-зависимого индуктивного вывода на достаточном основании [9, Введение, Глава 4, стр. 148-149].

ДСМ-метод АПГ является современным формализованным приближением к идеальной индукции, являющейся начальной составляющей когнитивных правдоподобных эмпирических рассуждений (КПЭ-рассуждений) [11, 14].

ДСМ-метод АПГ имеет пять компонент:

1) условия применимости [9];

2) ДСМ-рассуждения;

3) представление знаний в виде открытых квазиаксиоматических теорий (КАТ);

4) метатеоретические принципы и средства исследования рассуждений и предметных областей (в том числе дедуктивная имитация рассуждений, процедурная семантика [11] и препроцессинг, результатом которого является выбор стратегий рассуждения и соответствующей им процедурной семантики);

5) интеллектуальные системы типа ДСМ (ИС-ДСМ) [10].

Важно отметить, что одной из главных идей ДСМ-метода АПГ является формализация взаимодействия трех познавательных процедур – индукции, аналогии и абдукции. Это взаимодействие осуществляет согласование идей Д.С. Милля об индукции с абдукцией Ч.С. Пирса [15, 16], требованием фальсификации порождаемых гипотез К.Р. Поппера [13] и стремлением использовать правдоподобные рассуждения для knowledge discovery согласно Д. Пойа [17].

II. Индуктивный метод сходства и его модификации

Индуктивный метод сходства Д.С. Милля является необходимой компонентой аналогов всех индуктивных методов Д.С. Милля, формализованных в ДСМ-методе АПГ средствами многозначной логики и булевой алгебры множеств. Этот факт связан с тем, что в ДСМ-методе АПГ последовательно осуществляется идея Д.С. Милля о сходстве рассматриваемых явлений как источнике индуктивных выводов.

В Главе III Книги III «Основание индукции» [1, стр.250] Д.С. Милль дает краткое определение индукции как «обобщения из опыта» такого, что на основании нескольких отдельных случаев, в которых наблюдается изучаемое явление, выводится утверждение о том, что и во всех случаях, **сходных** с наблюдавшимися в некоторых обстоятельствах, признаваемых существенными, это явление имеет место.

Достаточным основанием для повторяемости наблюдаемого явления при сходных обстоятельствах, согласно Д.С. Миллю, является закон единообразия природы. Он замечает, что важно установить отличие существенных обстоятельств от несущественных. Распознавание этого отличия, по-видимому, Д.С. Милль хотел выразить в своих правилах пяти индуктивных методов. Тогда как перечислительная индукция не имеет средств выражения для этого отличия. Заметим при этом, что индуктивные методы Д.С. Милля имеют разные средства распознавания существенности сходных обстоятельств для методов сходства, различия, соединенного сходства-различия и метода сопутствующих изменений [1, Книга III, Глава VIII, стр. 305-318].

Принцип сходства (а) миллевской индукции в ДСМ-методе АПГ формулируется следующим образом: **сходство фактов влечет наличие (отсутствие) эффекта и его повторяемость**.

Рассмотрим формализацию индуктивного вывода методом сходства средствами ДСМ-метода АПГ. Условиями его применимости являются:

1°. Предположение о существовании в базе фактов (БФ) ИС-ДСМ позитивных примеров изучаемого явления ((+)-фактов) и его негативных примеров ((–)-фактов);

2°. Структурирование явления посредством его представления как объекта, обладающего эффектом (множеством свойств), таким образом, что определимо сходство (+)-фактов и (–)-фактов;

3°. Предположение о том, что в БФ в неявном виде существуют позитивные и негативные зависимости причинно-следственного типа (соответственно, (+)- и (–)- причины изучаемых в БФ эффектов);

4°. Числа имеющихся в БФ (+)-фактов и (–)-фактов представлены параметром k таким, что $k^{+}\geq 2$ и $k^{-}\geq 2$, где k есть нижняя граница назначаемого параметра, изменяемого в соответствии с условиями эксперимента.

Условия 1° - 4° используем для формализации индуктивного метода сходства [1, стр. 305-307].

Первое правило

Если два или более случая подлежащего исследованию явления имеют общим лишь одно обстоятельство, то это обстоятельство – в котором только и согласуются все эти случаи – есть причина (или следствие) данного явления [1].

Для формализации Первого правила сформулируем язык представления знаний (ДСМ-язык), посредством которого выражается как сходство (+)-фактов и (−)-фактов, отношение причина – следствие, так и оценки (степени правдоподобия) фактов и гипотез (порождаемые гипотезы являются следствиями этого правила):

X, Z, V (быть может, с нижними индексами) – переменные для объектов и подобъектов;

C, C_1, C_2, … – константы (множества элементов), являющиеся значением переменных для объектов и подобъектов;

Y, U, W (быть может, с нижними индексами) – переменные для эффектов (множества свойств);

Q, Q_1, Q_2, … – константы (множества свойств), являющиеся значениями переменных Y, U, W и т.д.;

n, *m*, *l*, *k*, *r*, *s* (быть может, с нижними индексами) – переменные, значениями которых являются натуральные числа ($n\in$ N);

$-$, $\cap$, $\cup$ – операции алгебры множеств;

= – предикаты равенства для переменных, приведенных выше трех сортов переменных;

$\leq$, $\geq$ – предикаты для числовых переменных;

$\subseteq$ – предикат включения для множеств (подобъектов и объектов и множеств свойств);

$X\Rightarrow_1 Y$ – предикат «объект X имеет множество свойств Y»;

$V\Rightarrow_2 W$ – предикат «V есть причина W»;

$W_3\Leftarrow V$ – предикат «W есть следствие V»;

$\neg$, &, $\vee$, $\to$ – логические связки двузначной логики;

$J_{\bar{\nu}}$ – *J*-операторы Россера-Тюркетта [18], где $\bar{\nu}=\langle\nu,n\rangle$ или $\bar{\nu}=(\tau,n)$, $\nu\in\{1,-1,0\}$, $n\in$ N (N – множество натуральных чисел); 1, −1, 0, τ – типы истинностных значений «фактическая истина», «фактическая ложь», «фактическое противоречие» и «неопределенность», соответственно;

$\forall$, $\exists$ – кванторы всеобщности и существования (соответственно, для приведенных выше трех сортов индивидных переменных).

Термы и формулы ДСМ-языка определяют стандартным образом,но с существенным добавлением формул «переменной длины» и кванторов по кортежам «переменной длины».

Дело в том, что при поиске эмпирических зависимостей в БФ требуется установить сходство или различие фактов на конечном, но заранее **неопределенном** множестве примеров. Число таких примеров *k*, следовательно, является переменной величиной (*k* называется параметром эмпирической индукции). Это обстоятельство требует расширить язык логики предикатов 1-го порядка, введя формулы «переменной длины» и кванторы по кортежам [19], [9, Часть I, Глава 3: Д.П. Скворцов «О некоторых способах построения логических языков с кванторами по кортежам», стр. 214-232]. ДСМ-язык с кванторами по кортежам является языком слабой логики предикатов 2-го порядка [20], в котором выразимо транзитивное замыкание.

Д.В. Виноградов установил в [10, Часть I, Глава 6: «Формализация правдоподобных рассуждений в логике предикатов», стр. 287-293], что исходные предикаты ДСМ-метода АПГ для конечных моделей выразимы в логике предикатов 1-го порядка, но для моделей произвольной мощности они выразимы в языке слабой логики предикатов 2-го порядка (ДСМ-языке с кванторами по кортежам). Подформулами «переменной длины» ДСМ-логики с кванторами по кортежам являются формулы вида:

$$\exists k\,\exists X_0\exists X_1\ldots\exists X_{k-1}\exists Y_0\ldots\exists Y_{k-1}(\ldots\mathop{\&}_{i=0}^{k-1} J_{\bar{\nu}}\,(X\Rightarrow_r Y_i)\,\&\ldots),$$

$$T_1\cap\ldots\cap T_k=T,$$

где r=1,2, T_i, T – термы, и формулы $\bigvee_{i=1}^{k}(X=X_i)$, $\bigvee_{i=1}^{k}(Y=Y_i)$[4].

Рассматриваемая версия ДСМ-метода АПГ основана на процедурной семантике Pr Sem с булевской структурой данных для БФ [11].

Пусть $U^{(1)}$ и $U^{(2)}$ – исходные множества объектов и свойств, соответственно, а $\mathcal{B}_i=\langle 2^{U^{(i)}}, \varnothing, U^{(i)}, -, \cap, \cup\rangle$ – булевы алгебры (i=1,2), образующие структуру данных ДСМ-метода АПГ. Предикаты $X\Rightarrow_1 Y$ и $X\Rightarrow_2 Y$ определяются посредством отображений:

$$\Rightarrow_i:\ 2^{U^{(1)}}\times 2^{U^{(2)}}\to V_{in},$$

где i=1,2, а $V_{in}=\{\langle\nu,n\rangle\mid(\nu\in\{1,-1,0\})\&(n\in N)\}\cup\{(\tau,n)\mid n\in N\}$; N – множество натуральных чисел, 1, −1, 0, τ – типы истинностных значений, соответственно; $\langle\nu,n\rangle$ – истинностные значения (*n* – их степень правдоподобия, выражающая число применений правил правдоподобного

4 Использование многоточия (…) эвристически удобно для представления формул с кванторами по кортежам.

вывода[5]; а (τ, n) – множество истинностных значений. (τ, n) характеризуется рекуррентным соотношением $(\tau,n) =\{\langle 1, n+1\rangle,\langle -1, n+1\rangle,\langle 0, n+1\rangle\}\cup(\tau, n+1)$, выражающим возможные истинностные значения гипотез, порождаемых правдоподобным ДСМ-рассуждением; V_{in} – множество **внутренних** (эмпирических) истинностных значений в смысле Д.А. Бочвара [21].

Эти истинностные значения являются оценками фактов, если n=0, и являются оценками гипотез, если n>0.

Посредством же V_{ex} обозначим множество внешних истинностных значений в смысле Д.А. Бочвара: $V_{ex}= \{t, f\}$, где t и f – истинностные значения двузначной логики «истина» и «ложь», соответственно. Они приписываются формулам, построенным из термов, операций и отношений булевой алгебры множеств таким, что все вхождения термов находятся в сфере действия J-операторов. J-операторы [18] определяются стандартным образом:

$$J_{\bar{v}}\ \varphi = \begin{cases} t, \text{если } V[\varphi] = \bar{v} \\ f, \text{если } V[\varphi] \neq \bar{v}. \end{cases}$$

Определим также оператор

$$J_{\langle \nu,n\rangle}\varphi = \bigvee_{i=0}^{n} J_{\langle \nu,i\rangle}\varphi.$$

Структура данных SD рассматриваемой версии ДСМ-метода АПГ представима реляционной системой: $SD=\langle \mathcal{B}_1,\mathcal{B}_2, \Rightarrow_1, \Rightarrow_2\rangle$, где предикаты $\Rightarrow_1$ и $\Rightarrow_2$ имеют истинностные значения из V_{in}, а формулы булевской структуры данных и J-формулы имеют истинностные значения из V_{ex}.

Первому правилу Д.С. Милля (индуктивному методу сходства) в ДСМ-методе АПГ соответствуют правила правдоподобного вывода 1-го рода (п.п.в.-1), которые определяются посредством двух предикатов сходства $M^{+}_{a,n}(V,W)$ и $M^{-}_{a,n}(V,W)$.

Эти M^{σ}-предикаты ($\sigma\in\{+,-\}$) определяются, соответственно, посредством параметрических предикатов $\widetilde{M}^{\sigma}_{a,n}(V,W,k)$, где k – параметр, выражающий число сходных (σ)-примеров.

M^{σ}-предикаты выражают следующие условия, уточняющие и формализующие миллевскую характеризацию индуктивных методов (a) – (d):

(ЭУ) – экзистенциальные условия (существование (+)- или (–)- примеров);

(СХ) – условие сходства (σ)-примеров ($\sigma\in\{+, -\}$);

(ЭЗ) – эмпирическая зависимость, представляющая причинное вынуждение соответствующего следствия;

(УИ) – условие исчерпываемости множества сходных примеров (их максимальную группировку);

k – нижняя граница числа рассматриваемых примеров ($k \geq 2$)[6].

Ниже определим предикат положительного сходства $\widetilde{M}^{+}_{a,n}(V,W,k)$, зависящий от параметра k для n-го ($n \geq 0$) применения правил правдоподобных выводов:

(ЭУ): $(J_{\langle 1,n\rangle}(Z_1 \Rightarrow_1 U_1)\ \&\ \ldots\ \&\ (J_{\langle 1,n\rangle}(Z_k \Rightarrow_1 U_k)$,

(СХ): $(Z_1\cap\ldots\cap Z_k=V)\ \&\ (V\neq\varnothing)$,

(ЭЗ) и (УИ): $\forall X\ \forall Y\ ((J_{\langle 1,n\rangle}(X\Rightarrow_1 Y)\ \&\ (V\subset X)) \to ((W\subseteq Y)\ \&\ (W\neq\varnothing)\ \&\ (\bigvee_{i=1}^{k}(X=Z_i))))$,

где (УИ) есть $(\bigvee_{i=1}^{k}(X=Z_i))$; нижняя граница параметра k: $k \geq 2$.

Определим теперь предикат $\widetilde{M}^{+}_{a,n}(V,W,k)$:

$$\widetilde{M}^{+}_{a,n}(V,W,k) \rightleftharpoons \exists Z_1\ldots\exists Z_k\exists U_1\ldots\exists U_k ((J_{\langle 1,n\rangle}(Z_1\Rightarrow_1 U_1)\&\ldots\&(J_{\langle 1,n\rangle}(Z_k \Rightarrow_1 U_k)\ \&\ (Z_1\cap\ldots\cap Z_k=V)\ \&\ (V\neq\varnothing)\ \&\forall i\forall j(((i\neq j)\ \&\ (1\leq i,\ j\leq k)) \to (Z_i\neq Z_j))\ \&\ \forall X\forall Y((J_{\langle 1,n\rangle}(X\Rightarrow_1 Y)\&(V\subset X)) \to ((W\subseteq Y)\ \&\ (W\neq\varnothing)\ \&\ (\bigvee_{i=1}^{k}(X=Z_i))))\ \&\ (k \geq 2)).$$

Позитивный предикат сходства $M^{+}_{a,n}(V,W)$ определим следующим образом:

$$M^{+}_{a,n}(V,W) \rightleftharpoons \exists k\ \widetilde{M}^{+}_{a,n}(V,W,k),$$

где a – имя предиката сходства, а n – число предшествующих применений правил правдоподобного вывода, представляющее степень правдоподобия порождаемых гипотез с истинностными оценками $\langle \nu, n\rangle$, где $\nu\in\{1,-1, 0\}$ или с множеством возможных истинностных значений (τ, n).

Аналогично определим негативный предикат сходства, применимый к (–)-примерам:

---

5 Чем больше n, тем меньше степень правдоподобия гипотез с истинностным значением $\overline{V} =\langle \nu,n\rangle$, где n>0.

6 Параметр k является эмпирически определяемым посредством препроцессинга.

$$\mathrm{M}^{-}_{a,n}(\mathrm{V,W}) \rightleftharpoons \exists k\ \widetilde{\mathrm{M}}^{-}_{a,n}(\mathrm{V,W},k),$$

где $\widetilde{\mathrm{M}}^{-}_{a,n}(\mathrm{V,W},k) \rightleftharpoons \exists \mathrm{Z}_1 \ldots \exists \mathrm{Z}_k \exists \mathrm{U}_1 \ldots \exists \mathrm{U}_k$ $((J_{(-1,n)}(\mathrm{Z}_1 \Rightarrow_1 \mathrm{U}_1)\ \& \ldots \& J_{(-1,n)}(\mathrm{Z}_k \Rightarrow_1 \mathrm{U}_k)\&$ $(\mathrm{Z}_1 \cap \ldots \cap \mathrm{Z}_k = \mathrm{V})\ \&(\mathrm{V} \neq \varnothing)\ \&\ \forall i \forall j(((i \neq j)\ \&$ $(1 \leq i, j \leq k)) \to (\mathrm{Z}_i \neq \mathrm{Z}_j))\& \forall \mathrm{X} \forall \mathrm{Y}\ ((J_{(-1,n)}(\mathrm{X} \Rightarrow_1 \mathrm{Y})\&$ $(\mathrm{W} \subseteq \mathrm{Y})) \to ((\mathrm{V} \subset \mathrm{X})\ \&(\bigvee_{i=1}^{k} (\mathrm{X}=\mathrm{Z}_i))))\&\ (k \geq 2)).$

Заметим, что $(\text{ЭЗ})^{-}$ в $\mathrm{M}^{-}_{a,n}$ отлична от $(\text{ЭЗ})^{+}$ в $\mathrm{M}^{+}_{a,n}$.

Теперь сформулируем аналоги Первого правила Д.С. Милля, которые являются правилами правдоподобного (индуктивного) вывода (п.п.в.-1) в ДСМ-методе АПГ:

$$(\mathrm{I})^{+}\ \frac{J_{(\tau,n)}(\mathrm{V} \Rightarrow_2 \mathrm{W}), \mathrm{M}^{+}_{a,n}(\mathrm{V,W})\ \&\ \neg \mathrm{M}^{-}_{a,n}(\mathrm{V,W})}{J_{\langle 1,\mathrm{n}+1\rangle}(\mathrm{V} \Rightarrow_2 \mathrm{W})},$$

$$(\mathrm{I})^{-}\ \frac{J_{(\tau,n)}(\mathrm{V} \Rightarrow_2 \mathrm{W}), \neg \mathrm{M}^{+}_{a,n}(\mathrm{V,W})\ \&\ \mathrm{M}^{-}_{a,n}(\mathrm{V,W})}{J_{\langle -1,\mathrm{n}+1\rangle}(\mathrm{V} \Rightarrow_2 \mathrm{W})},$$

$$(\mathrm{I})^{0}\ \frac{J_{(\tau,n)}(\mathrm{V} \Rightarrow_2 \mathrm{W}), \mathrm{M}^{+}_{a,n}(\mathrm{V,W})\ \&\ \mathrm{M}^{-}_{a,n}(\mathrm{V,W})}{J_{\langle 0,\mathrm{n}+1\rangle}(\mathrm{V} \Rightarrow_2 \mathrm{W})},$$

$$(\mathrm{I})^{\tau}\ \frac{J_{(\tau,n)}(\mathrm{V} \Rightarrow_2 \mathrm{W}), \neg \mathrm{M}^{+}_{a,n}(\mathrm{V,W})\ \&\ \neg \mathrm{M}^{-}_{a,n}(\mathrm{V,W})}{J_{(\tau,\mathrm{n}+1)}(\mathrm{V} \Rightarrow_2 \mathrm{W})}.$$

Заметим, что посылки п.п.в.-1 обладают условием М-полноты:

$\forall \mathrm{V}\ \forall \mathrm{W}\ ((\mathrm{M}^{+}_{a,n}(\mathrm{V,W})\ \&\ \neg \mathrm{M}^{-}_{a,n}(\mathrm{V,W})) \vee (\neg \mathrm{M}^{+}_{a,n}(\mathrm{V,W})\ \&\ \mathrm{M}^{-}_{a,n}(\mathrm{V,W})) \vee (\mathrm{M}^{+}_{a,n}(\mathrm{V,W})\ \&\ \mathrm{M}^{-}_{a,n}(\mathrm{V,W})) \vee (\neg \mathrm{M}^{+}_{a,n}(\mathrm{V,W})\ \&\ \neg\ \mathrm{M}^{-}_{a,n}(\mathrm{V,W}))$ является общезначимой формулой.

Индуктивный метод сходства, удовлетворяющий условиям (a) – (d), представим следующей схемой вывода (∗):

$$\frac{\begin{array}{l} \mathrm{A\ B\ C}_{11} \ldots \mathrm{C}_{1 k_1} \Rightarrow_1 \mathrm{ab}_1 \\ \mathrm{A\ B\ C}_{21} \ldots \mathrm{C}_{2 k_2} \Rightarrow_1 \mathrm{ab}_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{A\ B\ C}_{m1} \ldots \mathrm{C}_{m k_m} \Rightarrow_1 \mathrm{ab}_m \\ \mathrm{A\ B\ C}_{m1} \ldots \mathrm{C}_{m k_m} \Rightarrow_1 \mathrm{ab}_m \end{array}}{\mathrm{A\ B} \Rightarrow_2 \mathrm{a}},$$

где $\mathrm{A\ B\ C}_{i1} \ldots \mathrm{C}_{i k_i} \Rightarrow_1 \mathrm{ab}_i$ – «явление», а $\mathrm{A\ B} \Rightarrow_2 \mathrm{a}$ – гипотеза о причине и ее следствии. Схеме вывода (∗) в ДСМ-методе АПГ соответствуют четыре правила правдоподобного вывода (п.п.в.-1) – $(\mathrm{I})^{-}$, $(\mathrm{I})^{+}$, $(\mathrm{I})^{0}$ и $(\mathrm{I})^{\tau}$, которые формулируются посредством предикатов сходства $\mathrm{M}^{+}_{a,n}(\mathrm{V,W})$ и $\mathrm{M}^{-}_{a,n}(\mathrm{V,W})$, где «a» - имена предикатов позитивного и негативного сходства, которые точнее следует обозначать, соответственно, посредством a^{+} и a^{-}.

Предикаты $\mathrm{M}^{\sigma}_{a,n}(\mathrm{V,W})$, где $\sigma \in \{+,-\}$, будем называть предикатами **простого** сходства, так как ниже будут сформулированы их усиления (в том числе – условие запрета на контрпримеры и условие единственности причины V).

Предикаты $\mathrm{M}^{\sigma}_{a,n}(\mathrm{V,W})$ удовлетворяют условиям (A) – (D) [11], приводимым ниже.

(A). **Принцип сходства и детерминации**: сходство фактов влечет наличие (отсутствие) эффекта и его повторяемость.[7]

(B). **Отсутствие препятствий (тормозов)**: если существуют сходства, являющиеся условиями детерминации (согласно (A)), и отсутствуют препятствия (тормоза) ее реализации, то имеет место эффект (следствие причины).

(C). **Наличие множества (+)-примеров и (–)-примеров**: для обнаружения неявно заданного отношения «причина – следствие» (в схеме индуктивного вывода (∗)) необходимо существование (+)-примеров (или (–)-примеров) отношения «объект – множество свойств», а число таких примеров k больше или равно 2 ($k \geq 2$ – изменяемый порог множества фактов, необходимый для порождения гипотез о причинах).

(D). **Используемое множество сходных фактов, представляющих отношение «объект – множество свойств»**, должно быть **максимальным** для порождения **нового** отношения «**причина – следствие**».

Легко установить соответствие между основными идеями индуктивных методов Д.С. Милля (a) – (e) и принципами ДСМ-метода АПГ (A) – (D), конкретизацией которых является экзистенциальное условие (ЭУ), формализация сходства примеров (СХ), условие исчерпываемости сходных фактов (УИ), эмпирическая зависимость между причиной и следствием (ЭЗ) и число рассматриваемых примеров k ($k \geq 2$). Последние образуют **смысл**

[7] В индуктивных выводах, формализованных средствами теории вероятностей и статистики, сходство явлений характеризуется посредством их повторяемости.

предикатов простого сходства $M^{\sigma}_{a,n}(V,W)$, посредством которых формулируются п.п.в.-1 – аналоги Первого правила Д.С. Милля. Как будет показано ниже (ЭУ), (СХ), (УИ), (ЭЗ) и $k \geq 2$ используются для формализации всех пяти индуктивных методов Д.С. Милля.

Перечислим очевидные особенности формализации индуктивного метода сходства в ДСМ-методе АПГ.

1°. Рассматриваются два множества примеров («явлений» по Д.С. Миллю) – (+)-примеры (наличие эффекта) и (–)-примеры (отсутствие эффекта). Соответственно определяются два предиката простого сходства – $M^{+}_{a,n}(V,W)$ и $M^{-}_{a,n}(V,W)$. Это обстоятельство выразимо посредством $(ЭУ)^{+}$ и $(ЭУ)^{-}$. Этому условию соответствует принцип (С).

2°. Истинностными значениями примеров являются пары $\bar{\nu} = \langle \nu, n \rangle$, $\nu \in \{1, -1, 0\}$, $n \in N$, или множество истинностных значений (τ, n), выражающее неопределенность. Истинностными значениями гипотез являются $\bar{\nu} = \langle \nu, n+1 \rangle$ или множество истинностных значений $(\tau, n+1)$. В силу правдоподобности (а не истинности) следствий п.п.в.-1 их степень правдоподобия уменьшается с увеличением числа шагов ДСМ-рассуждения. Четыре возможных комбинаций $M^{\sigma}_{a,n}(V,W)$ образуют М-полноту, соответствующую четырем типам истинностных значений – «фактической истине» (1), «фактической лжи» (–1), «фактическому противоречию» (0) и неопределенности (τ). Это обстоятельство, как и требование выразить степень правдоподобия гипотез и примеров, являются источником необходимости использовать бесконечнозначную логику с множеством истинностных значений V_{in}.

3°. Принцип (D) формализуется посредством (УИ), обеспечивающего максимальность выбора сходных примеров – кандидатов в гипотезы.

4°. Использование в посылках п.п.в.-1 предикатов $M^{+}_{a,n}(V,W)$ и $M^{-}_{a,n}(V,W)$ (с отрицанием или без него) означает, что индуктивный вывод является контекстно-зависимым и использующим внутреннюю фальсификацию при порождении гипотез (это есть некоторый аргумент против антииндуктивизма) [13].

5°. Изменяемость порога k ($k \geq 2$ – нижняя граница числа сходных примеров) обеспечивает возможность управления порождением гипотез посредством препроцессинга – настройки ИС – ДСМ для получения интерпретируемых результатов (это соответствует идее Д.С. Милля о том, что индукция есть «обобщение из опыта» [1, стр.250]

6°. Заключение п.п.в.-1 содержит предикат $V \Rightarrow_2 W$, тогда как посылки содержат предикат $X \Rightarrow_1 Y$. Это означает, что п.п.в.-1 являются амплиативными выводами, порождающими новое знание, явно не содержащееся в посылках. Это обстоятельство является необходимым условием для knowledge discovery в БФ посредством ИС – ДСМ. Оно свидетельствует о том, что ДСМ-метод АПГ реализует **когнитивные рассуждения** в смысле [11].

Рассмотрим теперь некоторые усиления предикатов простого сходства $M^{\sigma}_{a,n}(V,W)$ и дополнительно условия его усиливающие: $(b)^{+}$ – запрет на контрпримеры и $(e)^{+}$ – условие единственности причины V следствия W.

$(b)^{+}$ $\forall X \forall Y\ (((V \subset X)\ \&\ (W \subseteq Y)) \to (J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 Y) \vee J_{(\tau,n)}(X \Rightarrow_1 Y)))$,

$(b)^{+}$ выражает тот факт, что причина V ее следствие W не содержатся в (–)-примерах и примерах с оценкой $\langle 0, \nu \rangle$ (фактическое противоречие).

$(e)^{+}$ $\forall Z\ (M^{+}_{a,n}(Z,W) \to (Z=V))$, $(e)^{+}$ выражает тот факт, что следствие W имеет единственную причину V.

Усиленными предикатами для $M^{+}_{a,n}(V,W)$ будут:

$M^{+}_{ab,n}(V,W) \rightleftharpoons M^{+}_{a,n}(V,W)\ \&\ (b)^{+}$,

$M^{+}_{ae,n}(V,W) \rightleftharpoons M^{+}_{a,n}(V,W)\ \&\ (e)^{+}$.

Именами этих предикатов будут $a^{+}b^{+}$ и $a^{+}e^{+}$, соответственно.

Аналогично определим усиление предиката $M^{-}_{a,n}(V,W)$ – b^{-} и e^{-}:

$(b)^{-}$ $\forall X \forall Y\ (((V \subset X)\ \&\ (W \subseteq Y)) \to (J_{(-1,n)}(X \Rightarrow_1 Y) \vee J_{(\tau,n)}(X \Rightarrow_1 Y)))$,

$(e)^{-}$ $\forall Z\ (M^{-}_{a,n}(Z,W) \to (Z=V))$.

Соответственно, определим

$M^{-}_{ab,n}(V,W) \rightleftharpoons M^{-}_{a,n}(V,W)\ \&\ (b)^{-}$,

$M^{-}_{ae,n}(V,W) \rightleftharpoons M^{-}_{a,n}(V,W)\ \&\ (e)^{-}$.

Пусть I^{+} – множество имен (индексов) усилений $M^{+}_{a,n}(V,W)$, а I^{-} – множество имен усилений $M^{-}_{a,n}(V,W)$, тогда $I = I^{+} \cup I^{-}$, где $I^{\sigma}=\{a^{\sigma}, a^{\sigma}b^{\sigma}, a^{\sigma}e^{\sigma}\}$, где $\sigma\in\{+,-\}$, а

$\bar{I}=\bar{I}^{+}\cup\bar{I}^{-}$, где $\bar{I}^{\sigma}=\{a^{\sigma}, a^{\sigma}b^{\sigma}, a^{\sigma}e^{\sigma}, a^{\sigma}b^{\sigma}e^{\sigma}\}$ (будем считать, что $M^{\sigma}_{a,n}(V,W)$ есть пустое усиление самого себя).

Пусть $x\in\bar{I}^{+}$, а $y\in\bar{I}^{-}$, тогда рассмотрим $M^{+}_{x,n}(V,W)$ и $M^{-}_{y,n}(V, W)$, тогда пара $\langle M^{+}_{x,n}(V,W), M^{-}_{y,n}(V, W)\rangle$ определяет элементарную ДСМ-стратегию $Str_{x,y}$.

Примерами элементарных ДСМ-стратегий являются:

$$Str_{a^{+},a^{-}},\ Str_{a^{+}b^{+},a^{-}},\ Str_{a^{+}e^{+},a^{-}},\ Str_{a^{+}b^{+},a^{-}b^{-}}.$$

Очевидным образом для каждой $Str_{x,y}$ формулируются п.п.в.-1 с предикатами $M^{+}_{x,n}(V,W)$ и $M^{-}_{y,n}(V, W)$. Например:

$$(I)^{+}\ \frac{J_{(\tau,n)}(V\Rightarrow_2 W), M^{+}_{x,n}(V,W)\ \&\ \neg M^{-}_{y,n}(V,W)}{J_{\langle 1,n+1\rangle}(V\Rightarrow_2 W)}$$

(аналогично определяются $(I)^{\sigma}$, где $\sigma\in\{-, 0, \tau\}$).

Рассмотренная формализация индуктивного метода сходства (Первого правила Д.С. Милля) основана на принципе сходства и детерминации (А): сходство фактов влечет наличие (отсутствие) эффекта и его повторяемость.[8] Однако в формулировке Первого правила индукции Д.С. Милля говорится « … в котором только и согласуются все эти случаи – есть причина (или **следствие**) данного явления» (под «явлением» понимается отношение «объект – эффект»). В силу этого можно утверждать, что индуктивный метод сходства допускает еще одно уточнение, основанное на принципе ($\breve{A}$): **сходство эффектов (следствий) влечет сходство фактов и его повторяемость** [11].

Формализацию Первого правила, основанную на принципе (А), будем называть **прямым методом сходства**, а формализацию Первого правила, основанную на принципе ($\breve{A}$), - **обратным методом сходства**. Эвристическим условием выбора прямого или обратного индуктивных методов сходства для применения к БФ ИС – ДСМ является информативность задания объекта X и эффекта Y в предикате $X\Rightarrow_1 Y$ – $inf(X)$ и $inf(Y)$. Если $inf(X) > inf(Y)$, то следует применять прямой метод сходства, если же $inf(Y) > inf(X)$, то - обратный метод.[9]

Определим предикаты обратного метода сходства:

$$\breve{M}^{+}_{a,n}(V, W) \rightleftharpoons \exists k\ \breve{\breve{M}}^{+}_{a,n}(V,W,k),$$

где $\breve{\breve{M}}^{+}_{a,n}(V,W,k)\rightleftharpoons\exists X_1\ldots\exists X_k\exists Y_1\ldots\exists Y_k$
$((\mathop{\&}\limits_{h=1}^{k} J_{(1,n)}(X_h\Rightarrow_1 Y_h))\&(\bigcap\limits_{h=1}^{k} X_h=V)\&(V\neq\varnothing)\&$
$(\bigcap\limits_{h=1}^{k} Y_h=W)\ \&\ (W\neq\varnothing)\ \&\forall i\forall j\ (((i\neq j)\&(1\leq i,$
$j\leq k))\rightarrow(X_i\neq X_j))\&\forall X\forall Y((J_{(1,n)}(X\Rightarrow_1 Y)\&$
$(W\subseteq Y))\rightarrow((V\subset X)\ \&(\bigvee\limits_{h=1}^{k}(Y=Y_h))))\&(k\geq 2));$

$$\breve{M}^{-}_{a,n}(V, W) \rightleftharpoons \exists k\ \breve{\breve{M}}^{-}_{a,n}(V,W,k),$$

где $\breve{\breve{M}}^{-}_{a,n}(V,W,k)\rightleftharpoons\exists X_1\ldots\exists X_k\exists Y_1\ldots\exists Y_k$
$((\mathop{\&}\limits_{h=1}^{k} J_{(-1,n)}(X_h\Rightarrow_1 Y_h))\&(\bigcap\limits_{h=1}^{k} X_h=V)\&(V\neq\varnothing)\&$
$(\bigcap\limits_{h=1}^{k} Y_h=W)\ \&\ (W\neq\varnothing)\ \&\forall i\forall j\ (((i\neq j)\&(1\leq i, j\leq k))$
$\rightarrow(X_i\neq X_j))\&\forall X\forall Y((J_{(-1,n)}(X\Rightarrow_1 Y)\&(W\subseteq Y))\rightarrow$
$((V\subset X)\ \&(\bigvee\limits_{h=1}^{k}(Y=Y_h))))\&(k\geq 2)).$

Посредством $\breve{M}^{+}_{a,n}(V, W)$ и $\breve{M}^{-}_{a,n}(V, W)$ определяется простой обратный ДСМ-метод. $(\breve{Э}\breve{З})^{+}$ и (УИ) для обратного метода сходства представимы подформулой:

$$\forall X\forall Y((J_{(1,n)}(X\Rightarrow_1 Y)\&(W\subseteq Y))\rightarrow((V\subset X)\ \&(\bigvee\limits_{h=1}^{k}(Y=Y_h)))$$

(аналогично представима $(\breve{Э}\breve{З})^{-}$).

Для обратного ДСМ-метода формулируются правила правдоподобного (индуктивного) вывода ($п.\breve{п}.в.\text{-}1$):

$$(\breve{I})^{+}\ \frac{J_{(\tau,n)}(W_з\Leftarrow V), \breve{M}^{+}_{a,n}(V,W)\ \&\ \neg\breve{M}^{-}_{a,n}(V,W)}{J_{\langle 1,n+1\rangle}(W_з\Leftarrow V)},$$

где $W_3\Leftarrow V$ – предикат «W есть следствие V».

[8] Для ДСМ-метода АПГ корректнее было бы говорить о сходстве (±)-примеров, так как оно определяется и для гипотез $J_{\bar{\nu}}(X\Rightarrow_1 Y)$, где $\bar{\nu}=\langle\nu,n\rangle$ и $n>0$.

[9] Обратный метод сходства применим при анализе социологических данных для эффектов поведения, являющихся мнениями (они представлены информативными описаниями) [10, Часть III, Главы 1, 3, 4].

Соответственно формулируются п.п̆.в.-1 $(\breve{\mathrm{I}})^{\sigma}$, где $\sigma\in\{-, 0, \tau\}$.

Предикат $\mathrm{W}_{з} \Leftarrow \mathrm{V}$ есть отображение $2^{U^{(2)}} \times 2^{U^{(1)}}$ в V_{in}, а $J_{\bar{v}}(\mathrm{W}_{з} \Leftarrow \mathrm{V})$ есть отображение $2^{U^{(2)}} \times 2^{U^{(1)}}$ в $\mathrm{V}_{ex}=\{t, f\}$.

Возможны следующие усиления предикатов $\breve{\mathrm{M}}^{\sigma}_{a,n}(\mathrm{V,W})$:

$(\mathrm{c})^{+}$ $\forall\mathrm{U}$ $(J_{\langle 1,n\rangle}(\mathrm{U}_3\Leftarrow\mathrm{V})\rightarrow(\mathrm{U=W}))$ - единственность следствия;

$(\breve{\mathrm{e}})^{+}\forall\mathrm{Z}$ $(J_{\langle 1,n\rangle}(\mathrm{W}_3\Leftarrow\mathrm{Z})\rightarrow(\mathrm{Z=V}))$ - единственность причины следствия W.

Аналогично определяются $(\mathrm{c})^{-}$ и $(\breve{\mathrm{e}})^{-}$. Множество имен усилений предикатов $\breve{\mathrm{M}}^{\sigma}_{a,n}(\mathrm{V,W})$ $\breve{\mathrm{I}}=\breve{\mathrm{I}}^{+}\cup\breve{\mathrm{I}}^{-}$, где $\breve{\mathrm{I}}^{+}=\{\breve{\mathrm{a}}^{+}, \breve{\mathrm{e}}^{+}, \mathrm{c}^{+}, \mathrm{b}^{+}\}$, $\breve{\mathrm{I}}^{-}=\{\breve{\mathrm{a}}^{-}, \breve{\mathrm{e}}^{-}, \mathrm{c}^{-}, \mathrm{b}^{-}\}$, где b^{+} и b^{-} были определены для $\mathrm{M}^{\sigma}_{a,n}(\mathrm{V,W})$. Соответственно, определяется $\bar{\bar{\mathrm{I}}}=\bar{\bar{\mathrm{I}}}^{+}\cup\bar{\bar{\mathrm{I}}}^{-}$ для возможных комбинаций усилений $\breve{\mathrm{M}}^{\sigma}_{a,n}(\mathrm{V,W})$.

Выше было сказано, что ДСМ-метод АПГ в качестве одной из своих составляющих имеет ДСМ-рассуждения [9, 10], которые реализуют взаимодействие трех познавательных процедур – индукции, аналогии и абдукции. Простой метод сходства является элементарной составляющей всех версий ДСМ-метода, в котором п.п.в.-1 (индукция) формализуется посредством предикатов простого сходства $\mathrm{M}^{+}_{a,n}(\mathrm{V,W})$ и $\mathrm{M}^{-}_{a,n}(\mathrm{V,W})$, где $\mathrm{a}^{+}\in\mathrm{I}^{+}$ и $\mathrm{a}^{-}\in\mathrm{I}^{-}$.

Ниже мы определим предикаты $\Pi^{\sigma}_{n}(\mathrm{V,W})$, где $\sigma\in\{+, -, 0, \tau\}$, представляющие посылки выводов по аналогии посредством правил правдоподобного вывода – п.п.в.-2.

$\Pi^{\sigma}_{n}(\mathrm{V,W})$, где $\sigma\in\{+, -\}$ определяются посредством параметрических предикатов $\widetilde{\Pi}^{\sigma}_{n}(\mathrm{V,W},k)$, где k – параметр, выражающий число порожденных гипотез, представленных формулами $J_{(1,n)}(\mathrm{X}_i \Rightarrow_2\mathrm{Y}_i)$ и $J_{(-1,n)}(\mathrm{X}_i \Rightarrow_2\mathrm{Y}_i)$, которые являются подформулами $\widetilde{\Pi}^{\sigma}_{n}(\mathrm{V,W},k)$, где $i=1, \ldots, k$.

Предикат $\widetilde{\Pi}^{+}_{n}(\mathrm{V,W},k)$ выражает условие такое, что объект V содержит позитивные причины $\mathrm{X}_1, \ldots, \mathrm{X}_k$ для множеств свойств $\mathrm{Y}_1, \ldots, \mathrm{Y}_k$, соответственно, а множество свойств W, представляющее изучаемый эффект, покрывается множествами $\mathrm{Y}_1, \ldots, \mathrm{Y}_k$, где k – параметр (т.е. $\mathrm{W}=\bigcup_{i=1}^{k}\mathrm{Y}_i$).

Это условие выразимо формулой (1):

$$(\mathop{\&}_{i=1}^{k}\exists\mathrm{X}_i\,(J_{(1,n)}(\mathrm{X}_i\Rightarrow_2\mathrm{Y}_i)\&(\mathrm{X}_i\subset\mathrm{V})\&(\bigcup_{i=1}^{k}\mathrm{Y}_i=\mathrm{W})). \quad (1)$$

Вторым условием, содержащимся в $\Pi^{+}_{n}(\mathrm{V,W})$, является условие, утверждающее, что V не содержит ни отрицательных причин Z, ни Z таких, что $J_{(0,n)}(\mathrm{Z}\Rightarrow_2\mathrm{U})$ для любого непустого подмножества U и множества W. Это условие выразимо формулой (2):

$$\forall\mathrm{U}\,((\mathrm{U}\subseteq\mathrm{W})\ \&\ (\mathrm{U}\neq\varnothing))\rightarrow\neg\exists\mathrm{Z}\,(J_{(-1,n)}(\mathrm{Z}\Rightarrow_2\mathrm{U})\vee J_{(0,n)}(\mathrm{Z}\Rightarrow_2\mathrm{U})\&(\mathrm{Z}\subseteq\mathrm{V}))). \quad (2)$$

Определим теперь предикат, выражающий процедуру вывода по аналогии для (+)-примеров из БФ:

$\Pi^{+}_{n}(\mathrm{V,W}) \rightleftharpoons \exists k\,\widetilde{\Pi}^{+}_{n}(\mathrm{V,W},k)$.

$\Pi^{-}_{n}(\mathrm{V,W})$ определяется аналогично с заменой в (1) $J_{(1,n)}$ на $J_{(-1,n)}$ и с заменой в (2) $J_{(-1,n)}$ на $J_{(1,n)}$.

Обратим внимание на то, что подформула (1) выражает экзистенциальные условия, а подформула (2) выражает тот факт, что у гипотез о (+)-причинах нет конфликтующих с ними (–)-гипотез или (0)-гипотез.

Таким образом, получаем следующие определения $\widetilde{\Pi}^{+}_{n}(\mathrm{V,W},k)$ и $\Pi^{+}_{n}(\mathrm{V,W})$, соответственно:

$$\widetilde{\Pi}^{+}_{n}(\mathrm{V,W},k) \rightleftharpoons \exists\mathrm{Y}_1\ldots\exists\mathrm{Y}_k((\mathop{\&}_{i=1}^{k}\exists\mathrm{X}_i\,(J_{(1,n)}(\mathrm{X}_i\Rightarrow_2\mathrm{Y}_i)\&(\mathrm{X}_i\subset\mathrm{V}))\ \&\ (\bigcup_{i=1}^{k}\mathrm{Y}_i=\mathrm{W}))\ \&\ \forall\mathrm{U}\,(((\mathrm{U}\subseteq\mathrm{W})\ \&\ (\mathrm{U}\neq\varnothing))\rightarrow\neg\exists\mathrm{Z}((J_{(-1,n)}(\mathrm{Z}\Rightarrow_2\mathrm{U})\vee J_{(0,n)}(\mathrm{Z}\Rightarrow_2\mathrm{U}))\&(\mathrm{Z}\subseteq\mathrm{V}))).$$

Предикаты $\Pi^{0}_{n}(\mathrm{V,W})$ и $\Pi^{\tau}_{n}(\mathrm{V,W})$ определяются следующим образом:

$$\Pi^{0}_{n}(\mathrm{V,W}) \rightleftharpoons \exists\mathrm{X}_1\,\exists\mathrm{Y}_1\,\exists\mathrm{X}_2\,\exists\mathrm{Y}_2\,(J_{(1,n)}(\mathrm{X}_1\Rightarrow_2\mathrm{Y}_1)\ \&\ J_{(-1,n)}(\mathrm{X}_2\Rightarrow_2\mathrm{Y}_2)\&(\mathrm{Y}_1\cap\mathrm{Y}_2\neq\varnothing)\&(\mathrm{X}_1\subset\mathrm{V})\&(\mathrm{X}_2\subset\mathrm{V})\ \&\ (\mathrm{Y}_1\subseteq\mathrm{W})\&\ (\mathrm{Y}_2\subseteq\mathrm{W}))\ \vee\ \exists\mathrm{X}\exists\mathrm{Y}(J_{(0,n)}(\mathrm{X}\Rightarrow_2\mathrm{Y})\&(\mathrm{X}\subset\mathrm{V})\&(\mathrm{Y}\subseteq\mathrm{W})),$$

$$\Pi^{\tau}_{n}(\mathrm{V,W}) \rightleftharpoons \neg(\Pi^{+}_{n}(\mathrm{V,W})\vee\Pi^{-}_{n}(\mathrm{V,W})\vee\Pi^{0}_{n}(\mathrm{V,W})).$$

Из определений $\Pi^{\sigma}_{n}(\mathrm{V,W})$, где $\sigma\in\{+, -, 0\}$ следуют утверждения (a) и (b):

(a) $\forall V \forall W (\Pi^{+}_{n}(V,W) \to \neg \Pi^{-}_{n}(V,W))$,

(b) $\forall V \forall W (\Pi^{\sigma}_{n}(V,W) \to \neg \Pi^{0}_{n}(V,W))$,

где $\sigma \in \{+, -\}$.

Аналогично п.п.в.-1 формулируются п.п.в.-2 (правила вывода по аналогии):

$$(\mathrm{II})^{+} \quad \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_1 W), \Pi^{+}_{n}(V,W)}{J_{\langle 1,n+1\rangle}(V \Rightarrow_1 W)},$$

$$(\mathrm{II})^{-} \quad \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_1 W), \Pi^{-}_{n}(V,W)}{J_{\langle -1,n+1\rangle}(V \Rightarrow_1 W)},$$

$$(\mathrm{II})^{0} \quad \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_1 W), \Pi^{0}_{n}(V,W)}{J_{\langle 0,n+1\rangle}(V \Rightarrow_1 W)},$$

$$(\mathrm{II})^{\tau} \quad \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_1 W), \Pi^{\tau}_{n}(V,W)}{J_{(\tau,n+1)}(V \Rightarrow_1 W)}.$$

Так как гипотезы о (±)-причинах, входящие в $\Pi^{\sigma}_{n}(V,W)$, порождаются посредством предикатов $M^{+}_{x,n}(V,W)$ и $M^{-}_{y,n}(V, W)$, где $x \in \bar{I}^{+}$, $y \in \bar{I}^{-}$, а $\sigma \in \{+, -\}$, то $Str_{x,y}$ - стратегия ДСМ-рассуждения характеризуется парой $\langle M^{+}_{x,n}(V,W), M^{-}_{y,n}(V, W)\rangle$. Поэтому информативным обозначением Π^{σ} -предикатов будет $\Pi^{\sigma}_{(x,y),n}(V,W)$. Ради простоты записи индекс (x, y) будем опускать.

Стратегию $Str_{x,y}$ такую,что $(x=y)$, будем называть **однородной**. В частности, однородной стратегией будет $Str_{a,a}$, определенная выше для $M^{+}_{a,n}(V,W)$ и $M^{-}_{a,n}(V,W)$.

Результатом применения п.п.в.-2 являются гипотезы о наличии (отсутствии) изучаемого эффекта W у соответствующих объектов V, относительно которых имелась оценка «неопределенно». Таким образом, п.п.в.-2 порождают предсказания вида $J_{\langle\nu, n\rangle}(C \Rightarrow_1 Q)$, где $\nu \in \{1, -1, 0\}$ или $J_{(\tau,n+1)}(C \Rightarrow_1 Q)$, а n – число шагов, за которое были получены гипотезы о (±)-причинах, используемые в предикатах $\Pi^{+}_{n}(V,W)$ и $\Pi^{-}_{n}(V,W)$ (гипотезы с истинностным значением $\langle 0, n\rangle$ используются в $\Pi^{0}_{n}(V,W)$).

Из определений предикатов $\Pi^{\sigma}_{n}(V,W)$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$, следует, что они являются средством формализации выводов по **аналогии**. В самом деле, $\Pi^{\sigma}_{n}(V,W)$ содержат подформулы $J_{(\nu,n)}(X \Rightarrow_2 Y)$, где $\nu \in \{1, -1, 0\}$, а $n>0$. Они получены в результате применения п.п.в.-1 (индукции) к БФ и их расширениях посредством п.п.в.-2. Но $J_{(\nu,n)}(X \Rightarrow_2 Y)$ выражает **сходство** фактов (при применении п.п.в.-1 к начальному состоянию БФ при $n=0$) или **сходство** гипотез $J_{\langle\nu,i\rangle}(V_j \Rightarrow_1 W_j)$, где $i<n$ и $n>0$. Поэтому результат применения п.п.в.-2, которым является $J_{\langle\nu,n+1\rangle}$, где $\nu \in \{1, -1, 0\}$, или $J_{(\tau,n+1)}(V \Rightarrow_1 W)$, **сходен** с $J_{\langle\nu,i\rangle}(V_j \Rightarrow_1 W_j)$ (или $J_{(\tau,i)}(V_j \Rightarrow_1 W_j)$, что характеризует структурный вывод по аналогии [10, Введение, Глава 4. «Синтез познавательных процедур и проблема индукции», Раздел 6. «Вывод по аналогии и индуктивное обобщение в JSM-рассуждении», стр. 131-133].

Существенно отметить, что характеризация п.п.в.-2 как вывода по аналогии основана на теореме обратимости ДСМ-рассуждений [9]:

$\forall V\ \forall W(J_{\langle 1,\ m+1\rangle}(V \Rightarrow_2 W) \leftrightarrow M^{+}_{a,m}(V,W)\ \&\ \neg M^{-}_{a,m}(V,W)\ \&\ (J_{(\tau,\ m)}(V \Rightarrow_2 W))$, где «$\leftrightarrow$» – логическая связка двузначной эквиваленции (аналогичные утверждения имеют место для остальных п.п.в.-1 с $\nu = -1, 0, \tau$)[10].

Предикаты $M^{\sigma}_{x,y}$ и $\breve{M}^{\sigma}_{x,y}$, посредством которых формулируются правила индуктивных выводов – п.п.в.-1, согласуются с принципами миллевской индукции (a) – (e), уточняемыми для ДСМ-метода АПГ посредством принципов (A) – (D). Содержание же этих предикатов выразимо посредством условий (ЭУ), (СХ), (ЭЗ), (УИ) и условия нижней границы числа используемых примеров $k \geq 2$. Однако для уточнения и формализации индуктивных методов Д.С. Милля необходимо уточнить принцип (f) – закон единообразия природы, с которым связано существование причин, извлекаемых из массивов явлений. Эти массивы образуют множество посылок индуктивных выводов.

Постулируемый Д.С. Миллем закон единообразия в природе (условие миллевской индукции (f)), конечно, является лишь философской идеей, которая не может быть **достаточным основанием** индуктивных выводов. Но для научной формулировки достаточного основания индуктивных выводов требуется формулировать условия та-

[10] Эти утверждения обобщаются и для стратегий $Str_{x,y}$ с $M^{+}_{x,m}(V,W)$ и $M^{-}_{y,m}(V,W)$, где $x \in \bar{I}^{+}$ и $y \in \bar{I}^{-}$.

кие, что выполнимость их делает вывод корректным, а невыполнимость является формализацией его фальсификации в соответствии с критерием демаркации К.Р. Поппера [13].

В ДСМ-методе АПГ таким достаточным основанием ДСМ- рассуждения, включающего как **индукцию**, так и **аналогию**, являются **аксиомы каузальной полноты** (АКП$^{(\sigma)}$), где $\sigma \in \{+, -\}$. Посредством АКП$^{(\sigma)}$ формализуется **абдукция** Ч.С. Пирса [15] – принятие порождаемых гипотез посредством объяснения начальных данных (в ДСМ-методе АПГ ими является БФ).

Использование АКП$^{(\sigma)}$ [14] является еще одним основанием для характеризации индукции в ДСМ-методе АПГ (т.е. п.п.в.-1) как **контекстно-зависимой** [9, 14].

Введение и использование АКП$^{(\sigma)}$ предполагает:

1. характеризацию предметной области (универсума моделей, говоря логическим языком), как содержащей (+)-факты и (−)-факты, а также позитивные и негативные причинно-следственные зависимости;

2. задание открытой теории – **квазиаксиоматической теории (КАТ)** [9-11].

КАТ $\mathfrak{I}=\langle\Sigma, \Sigma', \mathfrak{R}\rangle$, где Σ – открытое множество аксиом, лишь частично характеризующих предметную область, Σ' – открытое множество фактов и гипотез, а $\mathfrak{R}$ – множество правдоподобных и достоверных правил вывода (например, п.п.в.-1, п.п.в.-2 и правил дедуктивного вывода).

Приведем ниже формулировки АКП$^{(+)}$ и АКП$^{(-)}$, смысл которых состоит в том, что наличие каждого эффекта и его отсутствие вынуждаются (+)- и (−)-причинами соответственно:

$$\text{АКП}^{(+)}\ \forall X\ \forall Y\ \exists k\ \exists V_1\ldots\exists V_k\ \exists W_1\ldots\exists W_k\ (J_{\langle 1,0\rangle}(X\Rightarrow_1 Y)\rightarrow \exists n\ (\mathop{\&}_{i=1}^{k} J_{(1,n)}(V_i\Rightarrow_2 W_i)\ \&\ (V_i\subset X)\ \&\ (V_i\neq\varnothing)\ \&(W_i\neq\varnothing))\&\ (\bigcup_{i=1}^{k} W_i=Y))),$$

$$\text{АКП}^{(-)}\ \forall X\ \forall Y\ \exists k\ \exists V_1\ldots\exists V_k\ \exists W_1\ldots\exists W_k\ (J_{\langle -1,0\rangle}(X\Rightarrow_1 Y)\rightarrow \exists n\ (\mathop{\&}_{i=1}^{k} J_{(-1,n)}(V_i\Rightarrow_2 W_i)\ \&\ (V_i\subset X)\ \&\ (V_i\neq\varnothing)\ \&(W_i\neq\varnothing))\&\ (\bigcup_{i=1}^{k} W_i=Y))).$$

В [10, Введение, Глава 4, стр. 130-131] были определены метапредикаты объяснения исходных фактов в БФ посредством гипотез о (+)- и (−)-причинах. Эти гипотезы о (+)-причинах и (−)-причинах объясняют фрагменты БФ, БФ$^+$ и БФ$^-$, соответственно, где

$$\widetilde{\text{БФ}}^+=\{\langle X,Y\rangle \mid \exists k\ \exists V_1\ldots\exists V_k\exists W_1\ldots\exists W_k\ (J_{\langle 1,0\rangle}(X\Rightarrow_1 Y)\rightarrow\exists m(\mathop{\&}_{i=1}^{k}(J_{(1,m)}(V_i\Rightarrow_2 W_i)\&(V_i\subset X)\ \&\ (V_i\neq\varnothing)\ \&\ (W_i\neq\varnothing)\ \&\ (\bigcup_{i=1}^{k} W_i=Y))),$$ а $\text{БФ}^+ = \{\langle X\Rightarrow_1 Y\rangle \mid (J_{\langle 1,0\rangle}(X\Rightarrow_1 Y)\}$.

Аналогично определяется $\widetilde{\text{БФ}}^-$. Очевидно, что $\widetilde{\text{БФ}}^\sigma \subseteq \text{БФ}^\sigma$, где $\sigma\in\{+, -\}$. $\widetilde{\text{БФ}}^\sigma$ соответствуют случаям выполнимости АКП$^{(\sigma)}$. В связи с этим определим **степени каузальной полноты** ρ^+ и ρ^-: $\rho^\sigma=\dfrac{|\widetilde{\text{БФ}}^\sigma|}{|\text{БФ}^\sigma|}$, где $|\widetilde{\text{БФ}}^\sigma|$ и $|\text{БФ}^\sigma|$ - числа элементов $\widetilde{\text{БФ}}^\sigma$ и БФ$^\sigma$, соответственно [14].

Рассмотрим процесс расширения начальных состояний баз фактов (т.е. их пополнение новыми фактами:

$\text{БФ}=\text{БФ}_0\subset\text{БФ}_1\subset\ldots\subset\text{БФ}_m$ ($\text{БФ}_i\subset\text{БФ}_{i+1}$ означает, что БФ_{i+1} есть расширение БФ_i) при назначенных порогах (+) – и (−) – степеней каузальной полноты $\tilde{\rho}^+$ и $\tilde{\rho}^-$.

Если $\rho_m^+=\dfrac{|\widetilde{\text{БФ}}_m^+|}{|\text{БФ}_m^+|}\geq\tilde{\rho}^+$, $\rho_m^-=\dfrac{|\widetilde{\text{БФ}}_m^-|}{|\text{БФ}_m^-|}\geq\tilde{\rho}^-$ и $\rho_0^+\leq\rho_1^+\ldots\leq\rho_m^+$, $\rho_0^-\leq\rho_1^-\ldots\leq\rho_m^-$, то будем говорить, что **процесс ДСМ-рассуждений имеет абдуктивную сходимость**.

Охарактеризуем теперь структуру ДСМ-рассуждения [11].

Шагом ДСМ-рассуждения будем называть однократное применение п.п.в.-1 (индукции) или п.п.в.-2 (аналогии).

Тактом ДСМ-рассуждения будем называть упорядоченное последовательное применение п.п.в.-1 и п.п.в.-2.

Этапом I ДСМ-рассуждения будем называть последовательное применение тактов (п.п.в.-1 $\rightarrow$ п.п.в.-2)$_1$ $\rightarrow$(п.п.в.-1 $\rightarrow$ п.п.в.-2)$_2$$\rightarrow$ … (п.п.в.-1 $\rightarrow$ п.п.в.-2)$_n$ такое, что множество порожденных гипотез на такте n совпадает с множеством гипотез, порожденных на такте $n+1$, где n – номер первого такого совпадения [14]. Этот такт с номером n назовем тактом **стабилизации** Этапа I ДСМ-рассуждения.

Этапом II ДСМ-рассуждения будем называть проверку выполнимости АКП$^{(\sigma)}$ и вычисление

ρ_m^σ для установления абдуктивной сходимости или расходимости процесса ДСМ-рассуждения, результатом которых является принятие или непринятие порождаемых гипотез.

Следующая схема абдуктивного принятия гипотез, обусловленная идеями Ч.С. Пирса об абдукции, была рассмотрена в [16]. Она уточняется и формализуется посредством Этапов I и II ДСМ-рассуждений:

БФ – множество фактов,

Н – множество гипотез, порожденных на Этапах I и II, где $H=H_1 \cup H_2$;

$E(H_1$, БФ) – метапредикат «H_1 объясняют БФ» выполняется, если существуют ρ_m^σ такие, что $\rho_m^\sigma \geq \tilde{\rho}^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$

для всех h (если $h \in H$, то h правдоподобна.

Напомним, что H_1 – множество гипотез $J_{\langle\nu,n\rangle}(C \Rightarrow_2 Q)$, где $\nu \in \{1, -1, 0\}$, или $J_{(\tau,\ n)}(C \Rightarrow_2 Q)$, а $n>0$. H_2 – множество гипотез $J_{\langle\nu,n\rangle}(C \Rightarrow_1 Q)$ или $J_{(\tau,\ n)}(C \Rightarrow_1 Q)$, где $\nu \in \{1, -1, 0\}$, а $n>0$.

$E(H_1$, БФ) формализуется посредством $\text{АКП}^{(\sigma)}$ и ρ_m^σ, где $\sigma \in \{+, -\}$ [14].

Отметим особенности формализации индуктивного метода сходства Д.С. Милля как начальной компоненты ДСМ-рассуждения.

1. Первому правилу для индуктивного метода сходства соответствуют четыре правила ДСМ-рассуждения $(\mathrm{I})^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$, которые определяются посредством предикатов позитивного и негативного сходства $M^{+}_{a,n}(V,W)$ и $M^{-}_{a,n}(V,W)$, соответственно. Эти предикаты образуют **минимальную** (по выразительной силе) версию ДСМ-метода АПГ. Эта минимальная версия усиливается посредством добавления к ней дополнительных условий (например b^σ, e^σ, d_1^+, d_2^+) [11].

2. Формализация индуктивного метода сходства осуществляется посредством его взаимодействия с выводами по аналогии (п.п.в.-2) и абдуктивным принятием гипотез в процессе ДСМ-рассуждения (Этапы I и II).

3. Достаточным условием принятия гипотез являются аксиомы каузальной полноты $\text{АКП}^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{+, -\}$. Посредством этих аксиом реализуется косвенная, контекстно-зависимая индукция на достаточном основании.

4. В ДСМ-рассуждении уже в минимальном варианте с $M^{\sigma}_{a,n}(V,W)$, где $\sigma \in \{+, -\}$, автоматически осуществляется взаимная фальсификация кандидатов в гипотезы.

5. В силу того, что ДСМ-рассуждение реализуется на Этапе II как **процесс** пополнения БФ под управлением $\text{АКП}^{(\sigma)}$ имеется два уровня индуктивных процедур – порождение гипотез о ($\pm$)-причинах посредством п.п.в.-1 в составе итераций Этапа I и повторение Этапа I после расширения БФ в процессе ДСМ-рассуждений на Этапе II.

III. Индуктивные методы различия и соединенного сходства-различия

В [1] Д.С. Милль высказывает убеждение в том, что формулируемый ниже индуктивный метод различия является «более могущественным орудием исследования», чем метод сходства.[11]

Схема вывода согласно методу различия представима следующим образом:

$$(1)\qquad \frac{\begin{array}{l}ABC - abc\\ \ \ BC - bc\end{array}}{a - \text{следствие } A}\ .$$

В этой схеме обнаруживается следствие причины А, где АВС – обстоятельства, ее имеющие, а ВС – обстоятельства без А.

Аналогична схема обнаружения причины следствия а. Если дан эффект abc, содержащий следствие а, где предыдущими обстоятельствами были АВС, а затем обнаружен случай, где эффект есть bc (без а), а предыдущими в этом случае будут обстоятельства ВС, то следует заключить, что А – причина а (или А – часть причины а).

Таким образом имеем:

$$(2)\qquad \frac{\begin{array}{l}ABC - abc\\ \ \ BC - bc\end{array}}{A - \text{причина } a}\ .$$

Д.С. Милль формулирует две аксиомы, соответствующие схемам вывода (1) и (2):

(Д1) Всякое предыдущее, которое нельзя исключить, не уничтожив явления, есть причина или условие этого явления;

(Д2) Всякое последующее, которое можно исключить одним только исключением какого-либо одного из предыдущих, есть следствие этого предыдущего.

[11] [1], Книга III, Глава VIII, стр. 307.

Согласно Д.С. Миллю (Д1) и (Д2) являются основанием Второго правила индуктивного вывода.

Второе правило

Если случай, в котором исследуемое явление наступает, сходны во всех обстоятельствах, кроме одного, встречающегося лишь в первом случае, то это обстоятельство, в котором одном только и разнятся эти два случая, есть следствие, или причина, или необходимая часть причины явления [1].

Под «явлением» Д.С. Милль понимает отношение «обстоятельства (объект) – эффект (множество свойств)». Таким образом, «явление» в ДСМ-языке представимо предикатом $X \Rightarrow_1 Y$. А высказывания «А – причина а» и «а – следствие А» выразимы посредством предикатов $V \Rightarrow_2 W$ и $W_3 \Leftarrow V$, которым отвечают, соответственно, схемы вывода (2) и (1).

Д.С. Милль утверждает, что метод сходства есть способ обнаружения «законов явлений», а метод различия дает **достоверное** знание о причинах. Рассмотрим в связи с этими утверждениями переводы метода различия (Второго правила) в ДСМ-язык.

Определим предикаты $D^+(V,W)$ и $D^-(V,W)$, представляющие почти буквальный перевод метода различия для БФ такой, что она содержит как (+)-факты, так и (−)-факты изучаемых явлений вида «объект – множество свойств (эффект)».

$D_n^+(V,W) \rightleftharpoons \exists X\ \exists Y\ \exists Z\ \exists U\ (J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 Y)\ \&\ (V \subset X)\ \&(W \subset Y)\ \&\ J_{(-1,n)}(Z \Rightarrow_1 U)\ \&(Z = X \backslash V)\ \&(Z \neq \varnothing)\ \&\ (U = Y \backslash W)\ \&\ (U \neq \varnothing))$, где $X \backslash V$ и $Y \backslash W$ – разности множеств X и V, Y и W, соответственно, а n – число применений правил правдоподобного вывода (при n=0 имеем факт, а при n>0 – гипотезы);

$D_n^-(V,W) \rightleftharpoons \exists X\ \exists Y\ \exists Z\ \exists U\ (J_{(-1,n)}(X \Rightarrow_1 Y)\ \&\ (V \subset X)\ \&(W \subset Y)\ \&\ \neg J_{(-1,n)}(Z \Rightarrow_1 U)\ \&(Z = X \backslash V)\ \&(Z \neq \varnothing)\ \&\ (U = Y \backslash W)\ \&\ (U \neq \varnothing))$,
где $\neg J_{(-1,n)}(Z \Rightarrow_1 U) \leftrightarrow (J_{(1,n)}(Z \Rightarrow_1 U) \vee J_{(0,n)}(Z \Rightarrow_1 U) \vee J_{(\tau,n)}(Z \Rightarrow_1 U))$.

Уточнением и имитацией в ДСМ-языке Второго правила будут следующие п.п.в.-$1_{\tilde{d}}$:

$$(\mathrm{I})_{\tilde{d}}^{+}\ \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W),\ D_n^+(V,W)\ \&\ \neg D_n^-(V,W)}{J_{\langle 1,n+1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)},$$

$$(\mathrm{I})_{\tilde{d}}^{-}\ \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W),\ \neg D_n^+(V,W)\ \&\ D_n^-(V,W)}{J_{\langle -1,n+1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)},$$

$$(\mathrm{I})_{\tilde{d}}^{0}\ \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W),\ D_n^+(V,W)\ \&\ D_n^-(V,W)}{J_{\langle 0,n+1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)},$$

$$(\mathrm{I})_{\tilde{d}}^{\tau}\ \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W),\ \neg D_n^+(V,W)\ \&\ \neg D_n^-(V,W)}{J_{(\tau,n+1)}(V \Rightarrow_2 W)}.$$

Можно ослабить формулировку $D_n^+(V,W)$, заменив в ней $J_{(-1,n)}(Z \Rightarrow_1 U)$ на $\neg J_{(1,n)}(Z \Rightarrow_1 U)$, где $\neg J_{(1,n)}(Z \Rightarrow_1 U) \leftrightarrow (J_{(-1,n)}(Z \Rightarrow_1 U) \vee J_{(0,n)}(Z \Rightarrow_1 U) \vee J_{(\tau,n)}(Z \Rightarrow_1 U))$. Измененный предикат обозначим $\overline{D}_n^+(V,W)$.

П.п.в.-1 с предикатом $\overline{D}_n^+(V,W)$ обозначим посредством $(\mathrm{I})_{\bar{d}}^{\sigma}$, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$.

Очевидно, что выполнимость п.п.в.-$1_{\tilde{d}}$ влечет выполнимость п.п.в.-$1_{\bar{d}}$, так как истинно утверждение $J_{(-1,n)}(Z \Rightarrow_1 U) \rightarrow \neg J_{(1,n)}(Z \Rightarrow_1 U)$.

Недостатками метода различия и его рассмотренной формализации являются то, что во Втором правиле Д.С. Милля не выражается сходство рассматриваемых явлений (миллевское условие индукции (а)), условия (с), (d) и (е) также не выполняются для метода различия и его почти буквальной имитации посредством п.п.в.-$1_{\tilde{d}}$ $(\mathrm{I})_{\tilde{d}}^{\sigma}$, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$.

Существенно отметить, что п.п.в.-$1_{\tilde{d}}$ не подчинены основному принципу индукции – «**сходство фактов влечет наличие (отсутствие) эффекта и его повторяемость**», который неявно содержится в основных идеях Д.С. Милля об индукции, уточняемых в ДСМ-методе АПГ посредством принципов (A) – (D) и основных условий формализации M^{σ}-предикатов – (ЭУ), (СХ), (ЭЗ), (УИ) и $k \geq 2$, где k – нижняя граница числа сходных (σ)-фактов. Очевидно, что Второе правило Д.С. Милля и его аналоги $(\mathrm{I})_{\tilde{d}}^{\sigma}$ этим условиям не удовлетворяют, что обесценивает их как средства обнаружения **нового** знания **– зависимостей причинно-следственного** типа.

Как будет показано ниже, формализации всех пяти индуктивных методов Д.С. Милля содержат в качестве подформулы предикаты сходства $M_{a,n}^{\sigma}(V,W)$ или их усиления

$M^{+}_{x,n}$(V,W) и $M^{-}_{y,n}$(V, W), где $x\in \bar{I}^{+}$, а $y\in \bar{I}^{-}$. В то время как D^{σ}_{n}(V,W), определенные выше, предполагают сравнение всего лишь двух фактов без условий выполнимости M^{σ}-предикатов ((ЭУ), (СХ), (ЭЗ), (УИ) и $k\geq 2$). Следовательно, заключения п.п.в.-$1_{\tilde{d}}$ получены без конструктивных средств распознавания наличия отношения «причина – следствие», представимого предикатом $V\Rightarrow_2 W$.

В [10, Введение, Глава I, стр. 24] было предложено усиление предикатов $M^{\sigma}_{a,n}$(V,W) посредством формулы, имитирующей условие индуктивного метода различия Д.С. Милля[12]:

$(d)^{+}$ $\forall X\forall Y\exists Z\exists V_0$ $\exists W_0$ $((J_{(1,n)}(X\Rightarrow_1 Y)$ $\&(W\subseteq Y)$ $\&$ $(V\subset X))$ $\rightarrow$ $(Z=((X\backslash V)\cup V_0)$ $\&\neg((V\subset V_0)$ $\vee$ $(V_0\subset V))$ $\&(V_0\neq\varnothing)$ $\&$ $(J_{(-1,n)}(Z\Rightarrow_1(W\cup W_0))\vee J_{(\tau,n)}(Z\Rightarrow_1(W\cup W_0))))).$

Предикат $M^{+}_{ad,n}$(V,W), представляющий аналог индуктивного метода различия, определим следующим образом:

$M^{+}_{ad,n}(V,W) \rightleftharpoons M^{+}_{a,n}(V,W)\ \&(d)^{+}$.

Аналогично определим $(d)^{-}$ и $M^{-}_{ad,n}$(V,W), посредством которых, соответственно, определяются п.п.в.-1_d $(I)^{\sigma}_{d}$, где $\sigma\in\{+, -, 0, \tau\}$. Эти п.п.в.-$1_d$ являются аналогом Второго правила Д.С. Милля.[13]

Заметим, что условие $(d)^{+}$ может быть ослаблено заменой подформулы $(J_{(-1,n)}(Z\Rightarrow_1(W\cup W_0))\vee J_{(\tau,n)}(Z\Rightarrow_1(W\cup W_0)))$ на $\neg J_{(1,n)}(Z\Rightarrow_1(W\cup W_0))$.

Легко понять, что п.п.в.-1_d информативнее п.п.в.-$1_{\tilde{d}}$, так как в посылки первых входят предикаты $M^{\sigma}_{a,n}$(V,W), которые содержат (ЭУ), (СХ), (ЭЗ), (УИ) и $k\geq 2$, а также формула $(d)^{\sigma}$, выражающая условие различия на множестве фактов, которые не содержат искомой причины V следствия W.

Очевидно также, что из $M^{\sigma}_{ad,n}$(V,W) следуют D^{σ}_{n}(V,W), где $\sigma\in\{+, -\}$.

Таким образом, аналог Второго правила Д.С. Милля (индуктивного метода различия) п.п.в.-$1_{\tilde{d}}$ не увеличивает предсказательную силу по сравнению с аналогом метода сходства п.п.в.-1. Но п.п.в.-1_d обладают этим качеством – большей предсказательной силой: из $M^{\sigma}_{ad,n}$(V,W) следует $M^{\sigma}_{a,n}$(V,W).

Обсуждаемые выше соотношения п.п.в.-1, п.п.в.-$1_{\tilde{d}}$ и п.п.в.-1_d – с одной стороны, а также соотношения Первого и Второго правила Д.С. Милля с их аналогами в ДСМ-методе, обусловлены тем, что в ДСМ-методе АПГ сравниваются **все возможные факты** из БФ, удовлетворяющие (ЭУ), (СХ), (ЭЗ), (УИ) и $k\geq 2$, а не отдельно выбранные случаи, рассматриваемые Д.С. Миллем.

В [1, Кн. III, Глава X, стр. 338] рассматривается проблема множественности причин. Как отмечает М. Бунге в [22][14], Д.С. Милль признает существование множественности причин у следствий in re (в реальности), но не выражает это в формулировках правил индуктивного вывода.

Формальные средства ДСМ-метода АПГ позволяют выразить существование множественности причин в соответствующих правилах правдоподобного вывода (п.п.в.) и, в частности, в п.п.в., представляющих Третье правило индуктивного вывода – для метода соединенного сходства – различия.

Третье правило

Если два или более случая возникновения явления имеют общим лишь одно обстоятельство, и два или более случая невозникновения того же явления имеют общим только отсутствие того же самого обстоятельства, то это обстоятельство, в котором только и разнятся оба ряда случаев, есть или следствие, или причина, или необходимая часть причины изучаемого явления [1][15].

Соединенный метод сходства – различия, формализованный средствами ДСМ-метода АПГ [11], выражает следующие условия (1)* – (4)*:

(1)* для объекта X имеет место наличие эффекта W при условии, что причина V содержится в X: $J_{(1,n)}(X\Rightarrow_1 Y)\ \&(V\subset X)\ \&\ (W\subseteq Y)$;

---

[12] В [10] это условие для $M^{\sigma}_{a,n}$(V,W) представлено формулой $(6)^{+}$ (стр. 24).

[13] $(I)^{\sigma}_{d}$ могут быть усилены для $M^{\sigma}_{xd,n}$(V,W), где $x\in \bar{I}^{\sigma}$, $\sigma\in\{+, -\}$.

[14] [22], Раздел 5.1.3. Разделительная множественность причин: подлинная составная причинность, стр. 146-149.

[15] [1], Кн. III, Глава VIII, стр. 311.

(2)* эффект W такой, что $W\subseteq Y$, отсутствует у объекта X, если V не содержится в X и другие причины V_j эффекта W, отличные от V, также не содержатся в X;

(3)* существует множество примеров для условий (1)* и (2)*, соответственно, в количестве k и l таких, что $k\geq 2$ и $l\geq 2$;

(4)* рассматриваемые причины V_j эффекта W, отличные от V, исчерпаны, т.е. перечислены все (условие исчерпываемости причин V_j).

Определим теперь позитивный предикат для индуктивного метода соединенного сходства – различия $M^+_{xd_2,n}(V,W)$:

$M^+_{xd_2,n}(V,W) \rightleftharpoons \exists l \exists s \exists Z_1 \ldots \exists Z_l \; \exists U_1 \ldots \exists U_l \; \exists X_1 \ldots \exists X_l \; \exists Y_1 \ldots \exists Y_l \; \exists V_1 \ldots \exists V_s \; ((ЭУ)_2 \; \& \; (ЭЗ)_2 \; \& (l\geq 2) \; \& \; (s\geq 2) \; \& \; M^+_{x,n}(V,W))$, где $M^+_{x,n}(V,W)$ – предикат положительного сходства с возможными дополнительными условиями x, или же $x=a$. $(ЭУ)_2$ и $(ЭЗ)_2$ – экзистенциальные условия и эмпирическая зависимость, $(ЭУ)_2$ и $(ЭЗ)_2$ выражают и уточняют сформулированные выше условия (1)* – (4)*.

$d_2(l,s) \rightleftharpoons (ЭУ)_2 \; \& \; (ЭЗ)_2 \; \& (l\geq 2) \; \& \; (s\geq 2)$, тогда

$M^+_{xd_2,n}(V,W) \rightleftharpoons M^+_{x,n}(V,W) \; \& \; \exists l \; \exists s \; d_2(l,s)$.

Экзистенциальное условие $(ЭУ)_2$ для общего индуктивного метода соединенного сходства – различия с неединственной причиной для эффекта W определяется посредством трех подформул:

$(\mathop{\&}\limits_{i=1}^{l} \varphi(Z_i, U_i, X_i, Y_i, V, W))$;

$(\mathop{\&}\limits_{j=1}^{s} \psi(V_j, W))$;

$(\mathop{\&}\limits_{j=1}^{s} \chi(V_j, V, X_1,\ldots X_l))$,

которые определяются ниже.

$(\mathop{\&}\limits_{i=1}^{l} \varphi(Z_i, U_i, X_i, Y_i, V, W)) \rightleftharpoons ((J_{(1,n)}(Z_1\Rightarrow_1 U_1) \; \& \; (V\subset Z_1) \; \& \; (W\subseteq U_1)) \; \&\ldots\& \; (J_{(1,n)}(Z_l\Rightarrow_1 U_l) \; \& \; (V\subset Z_l)\&(W\subseteq U_l)) \; \& \; (\neg((Z_1\backslash V)=\varnothing) \; \&\ldots\&\neg((Z_l\backslash V)=\varnothing))\&(((Z_1\backslash V) \subset X_1) \; \&\ldots\& \; ((Z_l\backslash V)\subset X_l))) \; \& \; \ldots\&(\neg(V\subset X_1)\& \; \ldots \; \& \; \neg(V \subset X_l))\&(\mathop{\&}\limits_{i=1}^{l}((\neg \; J_{(1,n)}(X_i\Rightarrow_1 Y_i) \; \& \; \neg(W\subseteq Y_i)) \; \vee \; (\neg J_{(1,n)} \; (X_i\Rightarrow_1 Y_i) \; \& \; (W\subseteq Y_i)) \; \vee \; (J_{(1,n)}(X_i\Rightarrow_1 Y_i) \&\neg(W\subseteq Y_i)) \; \& \; \forall Z \; \forall U \; ((J_{(1,n)} \; (Z\Rightarrow_1 U) \; \& \; (V\subset Z) \; \& \; (W\subseteq U) \; \& \; \neg((Z_l\backslash V) \; = \; \varnothing) \; \& \; \neg(V\subset X_i) \; \& \; (\mathop{\&}\limits_{i=1}^{l}((Z\backslash V)\subset X_i))) \; \to(\mathop{\vee}\limits_{i=1}^{l}((Z=Z_i)\&(U=U_i))))).$

$(\mathop{\&}\limits_{j=1}^{s} \psi(V_j,W)) \rightleftharpoons ((\mathop{\&}\limits_{j=1}^{s} M^+_{x,n}(V_j, W)\&\neg M^-_{x,n}(V_j, W) \; \& \; J_{(\tau,n)} \; (V_j \; \Rightarrow_2 \; W)) \; \& \; \forall Z \; ((M^+_{x,n}(Z, \; W) \; \& \; \neg M^-_{x,n}(Z, W) \; \& \; J_{(\tau,n)} \; (Z\Rightarrow_2 W))\to(\mathop{\vee}\limits_{j=1}^{s}(Z=V_j)))).$

Данная подформула выражает тот факт, что V_j – причины W ($j = 1,\ldots,s$), входящие в гипотезы $J_{\langle 1, \; n+1\rangle}(V_j \; \Rightarrow_2 W)$, порождены однородной ДСМ-стратегией, M^σ-предикаты которой имеют имя x [11]. Кроме того, эта подформула $(ЭУ)_2$ содержит условие исчерпываемости множества всех причин V_j эффекта W. Эта подформула выражает идею Д.С. Милля [1] о том, что при применении метода различия (Второе правило) следует учесть влияние других причин, отличных от изучаемой причины. Это существенно в силу существования множественности причин $V_1,\ldots,V_s$.

Определим также третью подформулу $(ЭУ)_2$ $(\mathop{\&}\limits_{j=1}^{s} (\chi(V_j, \; V, \; X_1,\ldots X_l)))$, содержащую переменные V, V_j, $X_1,\ldots X_l$, где $j = 1,\ldots,s$. Эта подформула в соответствии с идеей Д.С. Милля предохраняет эффект W от влияния причин $V_1,\ldots V_s$ отличных от V:

$(\mathop{\&}\limits_{j=1}^{s} \chi(V_j, \; V, \; X_1,\ldots X_l)) \rightleftharpoons (\mathop{\&}\limits_{j=1}^{s} ((\neg(V_j\subset X_1)\&\ldots\& \neg(V_j\subset X_l))\&\neg(V=V_j))).$

Таким образом, экзистенциальное условие $(ЭУ)_2$ для формализации индуктивного метода соединенного сходства – различия имеет следующий вид:

$(ЭУ)_2 \rightleftharpoons (\mathop{\&}\limits_{i=1}^{l} \varphi(Z_i, U_i, X_i, Y_i, V, W))\&(\mathop{\&}\limits_{j=1}^{s} \psi(V_j, W)) \; \& \; (\mathop{\&}\limits_{j=1}^{s} \chi(V_j, V, X_1,\ldots X_l)).$

Таким образом,

$(ЭУ)_2 \rightleftharpoons (\mathop{\&}\limits_{i=1}^{l} \varphi(Z_i, U_i, X_i, Y_i, V, W))\&(\mathop{\&}\limits_{j=1}^{s} (\psi(V_j, W) \; \&\chi(V_j, V, X_1,\ldots X_l))).$

Эмпирическая зависимость $(ЭЗ)_2$, соответствующая $(ЭУ)_2$, имеет вид:

$(ЭЗ)_2 \rightleftharpoons \forall X \forall Y \forall X_0 \forall Y_0((J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 Y)\ \&\ (V \subset X)\ \&\ (W \subseteq Y) \& ((X \setminus V) \subset X_0) \& \neg((X \setminus V) = \varnothing))\ \&\ (\underset{j=1}{\overset{s}{\&}} \neg(V_j \subset X_0))\ \&\ \neg(V \subset X_0)) \to ((\neg J_{(1,n)}(X_0 \Rightarrow_1 Y_0)\ \&\ (W \subseteq Y_0)) \vee (J_{(1,n)}(X_0 \Rightarrow_1 Y_0)\ \&\ \neg(W \subseteq Y_0)) \vee (\neg J_{(1,n)}(X_0 \Rightarrow_1 Y_0) \& \neg(W \subseteq Y_0)) \& (\underset{i=1}{\overset{l}{\vee}} ((X_0 = X_i) \& (Y_0 = Y_i)))).$

$(ЭЗ)_2$ выражает миллевское условие для индуктивного метода различия: **отсутствие** установленной причины V влечет **отсутствие** соответствующего ей эффекта (следствия) W при условии отсутствия других причин V_j, отличных от искомой причины V.

Таким образом, получаем определение для некоторой версии индуктивного метода сходства – различия:

$M^+_{xd_2,n}(V,W) \rightleftharpoons \exists l \exists s \exists Z_1 \ldots \exists Z_l\ \exists U_1 \ldots \exists U_l\ \exists X_1 \ldots \exists X_l\ \exists Y_1 \ldots \exists Y_l\ \exists V_1 \ldots \exists V_s\ ((ЭУ)_2\ \&(ЭЗ)_2\ \&(l \geq 2)\ \&(s \geq 2))\ \&\ M^+_{x,n}(V,W).$

$M^+_{xd_2,n}(V,W)$ – предикат положительного сходства – различия, содержащий исходный предикат индуктивного метода сходства $M^+_{x,n}(V,W)$, который имеет имя x, $x \in \bar{I}^+$ (либо имя метода простого сходства, т.е $x=a$, либо имена различных его усилений).

В силу теоремы об обратимости посылок и заключений п.п.в.-1 и п.п.в.-2 в ДСМ-рассуждении [9, Часть I, Глава 5. О дедуктивной имитации некоторых вариантов ДСМ-метода автоматического порождения гипотез, стр. 240-286] имеем:

(1) $\forall V_j\ \forall W((J_{(\tau,n)}(V_j \Rightarrow_2 W) \&\ M^+_{x,n}(V_j,W) \& \neg M^-_{x,n}(V_j,W)) \leftrightarrow J_{\langle 1,\, n+1\rangle}(V_j \Rightarrow_2 W)),$

(2) $\forall Z\ \forall W((J_{(\tau,n)}(Z \Rightarrow_2 W) \&\ M^+_{x,n}(Z,W) \& \neg M^-_{x,n}(Z,W)) \leftrightarrow J_{\langle 1,\, n+1\rangle}(Z \Rightarrow_2 W)),$

где $x \in \bar{I}^+$, а $y \in \bar{I}^-$.

Поэтому $\underset{j=1}{\overset{s}{\&}}(\psi(V_j, W)$ эквивалентным образом может быть заменена на следующую подформулу $(ЭУ)_2$

$((\underset{j=1}{\overset{s}{\&}} J_{\langle 1,\, n+1\rangle}(V_j \Rightarrow_2 W))\ \& \forall Z(J_{\langle 1,\, n+1\rangle}(Z \Rightarrow_2 W) \to (\underset{j=1}{\overset{s}{\vee}}(Z = V_j)))).$

Так как каждой V_j соответствует некоторое количество шагов в определении предикатов $M^+_{x,n_j}(V_j,W)$ и $M^-_{y,n_j}(V_j,W)$, то получим

$\forall V_j\ \forall W\ ((J_{(\tau,n_j)}(V_j \Rightarrow_2 W)\ \&\ M^+_{x,n_j}(V_j,W)\ \&\ \neg M^-_{y,n_j}(V_j,W)) \leftrightarrow J_{\langle 1,n_j+1\rangle}(V_j \Rightarrow_2 W)).$

В силу этого в определении $M^+_{xd_2,n}(V,W)$ и $M^-_{yd_2,n}(V,W)$ индекс n заменим на m, где $m = \max(n_1+1, \ldots, n_s+1, n)$, и получим $M^+_{xd_2,m}(V,W)$ и $M^-_{yd_2,m}(V,W)$. Таким образом, Третьему правилу Д.С. Милля для индуктивного метода соединенного сходства – различия соответствуют следующие п.п.в.-1 ДСМ-метода АПГ:

$(I)^+\ \dfrac{J_{(\tau,m)}(V \Rightarrow_2 W), M^+_{xd_2,m}(V,W) \& \neg M^-_{y,m}(V,W)}{J_{\langle 1,m+1\rangle}(V \Rightarrow_2 W)},$

$(I)^-\ \dfrac{J_{(\tau,m)}(V \Rightarrow_2 W), \neg M^+_{xd_2,m}(V,W) \& M^-_{y,m}(V,W)}{J_{\langle -1,m+1\rangle}(V \Rightarrow_2 W)},$

$(I)^0\ \dfrac{J_{(\tau,m)}(V \Rightarrow_2 W), M^+_{xd_2,m}(V,W) \& M^-_{y,m}(V,W)}{J_{\langle 0,m+1\rangle}(V \Rightarrow_2 W)},$

$(I)^\tau\ \dfrac{J_{(\tau,m)}(V \Rightarrow_2 W), \neg M^+_{xd_2,m}(V,W) \& \neg M^-_{y,m}(V,W)}{J_{(\tau,m+1)}(V \Rightarrow_2 W)},$

где y – имя соответствующего отрицательного предиката сходства: простого сходства, сходства с запретом на контрпримеры и т.д., а $m = \max(n_1+1, \ldots, n_s+1, n)$.

В [11] была предложена формализация индуктивного метода соединенного сходства – различия с **единственной** причиной. Для этого были заменены $(ЭУ)_2$ и $(ЭЗ)_2$ на $(ЭУ)_1$ и $(ЭЗ)_1$, соответственно.

В $(ЭУ)_2$ исключим подформулы $(\underset{j=1}{\overset{s}{\&}}(\psi(V_j, W))$ и $(\underset{j=1}{\overset{s}{\&}} \chi(V_j, X_1, \ldots X_l))$, содержащие представления причин V_j следствия W, которые не равны искомой причине V.

Таким образом, получим

$(ЭУ)_1 \rightleftharpoons (\underset{i=1}{\overset{l}{\&}} \varphi(Z_i, U_i, X_i, Y_i, V, W)).$

Эмпирическую зависимость $(ЭЗ)_1$ получим, исключив из $(ЭЗ)_2$ подформулу $(\underset{j=1}{\overset{s}{\&}} \neg(V_j \subset X_0)).$ Следовательно,

$(\text{ЭЗ})_1 \rightleftharpoons \forall X \forall Y \forall X_0 \forall Y_0((J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 Y)\ \&\ (V \subset X)\ \&\ (W \subseteq Y) \& ((X \setminus V) \subset X_0) \&\ \neg((X \setminus V) = \varnothing))\ \& \& \neg(V \subset X_0)) \to ((\neg J_{(1,n)}(X_0 \Rightarrow_1 Y_0)\ \&\ (W \subseteq Y_0)) \vee (J_{(1,n)}(X_0 \Rightarrow_1 Y_0)\ \&\ \neg(W \subseteq Y_0)) \vee (\neg J_{(1,n)}(X_0 \Rightarrow_1 Y_0) \& \neg(W \subseteq Y_0)) \& (\bigvee_{i=1}^{l} ((X_0 = X_i) \& (Y_0 = Y_i))))).$

Определим теперь условие $d_1(V,W)$ для индуктивного метода соединенного сходства – различия с единственной причиной V:

$d_1(l) \rightleftharpoons (\text{ЭУ})_1 \& (\text{ЭЗ})_1 \& (l \geq 2)$.

Пусть $M^+_{x,n}(V,W)$ – предикат сходства, а x – имя добавочного условия для простого метода сходства (или $x=a$), тогда индуктивный метод сходства с условием существования **единственной** причины V для следствия W определим следующим образом:

$M^+_{ex,n}(V,W) \rightleftharpoons M^+_{x,n}(V,W)\ \&\ \forall Z(M^+_{x,n}(Z,W) \to (V=Z))$,

где формула $\forall Z(M^+_{x,n}(Z,W) \to (V=Z))$ выражает условие (e^+) единственности причины V для следствия W.

Определим позитивный предикат индуктивного метода сходства – различия с единственной причиной V для следствия W $M^+_{xed_1,n}(V,W)$:

$M^+_{xe,d_1}(V,W) \rightleftharpoons M^+_{xe,n}(V,W) \& \exists l\ d_1(l)$, где

$d_1(l) \rightleftharpoons (\text{ЭУ})_1 \& (\text{ЭЗ})_1 \& (l \geq 2)$.

Для формулирования п.п.в.-1 используются предикаты $M^-_{y,n}(V, W)$, определяемые для $y \in \bar{I}^-$, а посредством $M^+_{xe,n}(V,W)$ и $M^-_{y,n}(V, W)$ определяются $(I)^{\sigma}_{d_1}$, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$, которые являются формализацией и имитацией Третьего правила Д.С. Милля для единственной причины V следствия W.

В [23] Э. Дюркгейм подверг критике идеи Д.С. Милля о существовании множественности причин в науках об обществе (в том числе в социологии). Выделение же п.п.в.-1 с единственной причиной делает возможным выразить различие в средствах обнаружения (knowledge discovery) как причинно-следственных зависимостей с множественностью причин, так и таких зависимостей, которые удовлетворяют условию существования единственности причины.

Вернемся к рассмотрению Второго правила индуктивных рассуждений Д.С. Милля и сформулируем еще одну его формализацию и имитацию посредством ДСМ-метода АПГ, упростив условия соединенного сходства – различия (d_2) и (d_1), соответственно. А именно, устраним как наличие множественности причин V_j, где $j = 1,\ldots,s$, так и наличие l $(l \geq 2)$ примеров таких, что они не содержат искомой причины V. Тогда получим дополнительное усиление метода позитивного сходства $M^+_{a,n}(V,W)$ или $M^+_{x,n}(V,W)$ посредством упрощения (d_2). Аналогично получим дополнительное усиление $M^+_{ae,n}(V,W$ и $M^+_{xe,n}(V,W)$ посредством (d_1).

Дополнительное условие (d_0), добавляемое к $M^+_{x,n}(V,W)$ и $M^+_{xe,n}(V,W)$ определим следующим образом:

$d_0 \rightleftharpoons \forall X \forall Y \forall Z \forall U((J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 Y)\ \&\ (W \subseteq Y)\ \& (V \subset X) \& ((X \setminus V) \subset Z) \&\ ((X \setminus V) \neq \varnothing) \& \neg(V \subset Z)) \to ((\neg J_{(1,n)}(Z \Rightarrow_1 U) \& \neg(W \subseteq U)) \vee (J_{(1,n)}(Z \Rightarrow_1 U) \& \neg(W \subseteq U)) \vee (\neg J_{(1,n)}(Z \Rightarrow_1 U) \& (W \subseteq U))))$.

Определим

$M^+_{xd_0,n}(V,W) \rightleftharpoons M^+_{x,n}(V,W) \& (d_0)$,

$M^+_{xed_0,n}(V,W) \rightleftharpoons M^+_{xe,n}(V,W) \& (d_0)$.

Для определенных выше предикатов и предикатов $M^-_{y,n}(V,W)$, где $x \in \bar{I}^+$, а $y \in \bar{I}^-$, сформулируем п.п.в.-$1_{(d_0)}$.

Можно показать, что из условия (d_2) следует условие (d_0). Таким образом, посредством формализации индуктивных методов различия и сходства – различия показано, что **индуктивный метод соединенного сходства – различия является более сильным правилом индуктивного вывода, чем метод различия**. Однако Д.С. Милль считал, что индуктивный метод различия обладает наибольшей доказательностью по сравнению с другими индуктивными методами. Он также считал, что метод различия неприменим к общественным явлениям из-за невозможности их отождествить во всех обстоятельствах кроме одного изменяемого согласно Второму правилу. Аргументация Д.С. Милля не является убедительной, ибо «**отождествление**» явлений следует заменить их **сходством**. Такая замена естественно выразима в индуктивном методе соединенного сходства – различия, формализованном посредством ДСМ-метода АПГ, что делает возможным (вопреки мнению Э. Дюркгейма [23]) его применение и в науках о человеке и обществе.

В конце этого раздела введем следующие определения.

Df.1. Индуктивный метод получения заключений из множества посылок (фактов или гипотез) будем называть **миллевским**, если он образован методом простого сходства (предикатами $M^{+}_{a,n}$(V,W) и $M^{-}_{a,n}$(V,W) и дополнительными условиями.

Таким образом, миллевский индуктивный метод есть $M^{\sigma}_{a,n}$ (V,W) & дополнительное условие. **Минимальным** миллевским методом будем называть стратегию $Str_{a,a}$, образованную $M^{+}_{a,n}$ (V,W) и $M^{-}_{a,n}$ (V,W).

Df.2. Дополнительные условия («добавки») будем называть **неэлементарными** (или **миллевскими**), если они образованы посредством (ЭУ), (ЭЗ), (СХ), (УИ) и $k \geq 2$ (экзистенциальными условиями, эмпирической зависимостью, условием исчерпываемости и условием нижней границы числа примеров k).

Примерами таких неэлементарных или миллевских дополнительных условий являются (d_2) и (d_1) – дополнительные условия для индуктивного метода соединенного сходства – различия.

Df.3. Дополнительные условия будем называть **элементарными** (или **немиллевскими**), если они не образованы посредством (ЭУ) & (ЭЗ) & (СХ) & (УИ) и условием нижней границы числа примеров, которое больше или равно 2.

Примерами элементарных (немиллевских) условий являются $(b)^{\sigma}$, (e^{σ}), (d^{+}) и $(d_0{}^{+})$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

Df.4. Миллевский индуктивный метод будем называть **слабым**, если его дополнительное условие является элементарным или же оно отсутствует.

Примерами таких индуктивных методов являются стратегии $Str_{x,y}$, где x есть подмножества $\{a^{+}, b^{+}, e^{+}, d^{+}, d_0{}^{+}\}$, которым всегда принадлежит a^{+}, а y есть подмножества $\{a^{-}, b^{-}, e^{-}\}$, которым всегда принадлежит a^{-}.

Следствиями этих определений являются утверждения о том, что п.п.в.-$1_{\tilde{d}}$, являющиеся буквальной имитацией посредством ДСМ-метода АПГ Второго правила Д.С. Милля, не удовлетворяют условиям миллевских индуктивных методов в смысле Df.1, а п.п.в.-1_{d}, п.п.в.-1_{d_0} и п.п.в.-1_{d_2}, п.п.в.-1_{d_1} удовлетворяют условиям слабых и сильных индуктивных миллевских методов, соответственно.

Заметим, что дополнительное условие (d) не выражает сходства на (−)-примерах и не исключает влияния других причин V_j, отличных от искомой причины V.

Сделаем теперь следующее историческое замечание. При обсуждении Второго правила Д.С. Милля, которому он придавал большое значение для установления причин изучаемых эффектов, следует упомянуть о роли его предшественника Д. Гершеля [5]. Как замечает В. Минто [24], Д.С. Милль видоизменил идею Д. Гершеля о роли установления различия при порождении гипотез о причине изучаемых эффектов. Согласно Д. Гершелю, если мы можем найти в природе или сами произвести два факта, сходные во всем кроме одного частного обстоятельства, в котором они различны, то значение этого обстоятельства в происхождении исследуемого явления необходимо должно при этом обнаружиться (если, конечно, оно вообще имеет какое-либо значение). Разумеется, что формулировка Второго правила Д.С. Милля более точна, чем идея Д. Гершеля установления причины с использованием различия.

Литература

1. Милль Д.С. Система логики силлогистической и индуктивной. – М.: Книжный дом «Либроком», 2010;

Mill J.S. A System Of Logic Ratiocinative and Inductive, Being a Conneted View of the Principles of Evidence and The Methods of Scientific Investigation. – 1st edition. – London: Parker, Son and Bowin, 1843.

2. Бэкон Ф. Новый Органон. – ОГИЗ – СОЦЭКГИЗ, Ленинградское Отделение, 1935.
3. Гершель Д. Философия естествознания. Об общем характере, пользе и принципах исследования природы. – СПб.: Русская книжная торговля, 1868. Herschel J. A premliminary Discourse on the Study of Natural Philosophy. New edition, London, 1851.
4. Уэвелл У. История индуктивных наук от древнейшего и до настоящего времени: В 3 Т. – Санкт-Петербург: Русская книжная торговля, 1867-1869.

Whewell W. History of the inductive sciences, vol. 1-3, London, 1837.

Whewell W. Philosophy of the inductive sciences, vol. 1-2, London, 1840.

5. Лейкфельд П. Логическое ученіе объ индукции. – С.-Петербург: Типография В.С. Балашева и К°, 1896.
6. Greniewski H. Elementy logiki indukcji. Warszwa, 1955.
7. Greniewski H. H. Milla Kanon Zmian towarzyszacych. Studia Logica, T.V, 1957, S.109-126.
8. Финн В.К. О возможности формализации правдоподобных рассуждений средствами многозначных логик // VII Всесоюзный симпозиум по логике и методоло-

гии науки (Киев, 1976). Тезисы сообщений, Киев, «Наукова думка», 1976, стр. 82-83.
9. ДСМ-метод автоматического порождения гипотез: логические и эпистемологические основания. Под общей редакцией О.М. Аншакова. – М.: Книжный дом «Либроком», 2009.
10. Автоматическое порождение гипотез в интеллектуальных системах. Под общей редакцией проф. В.К. Финна. – М.: Книжный дом «Либроком», 2009.
11. Финн В.К. Индуктивный метод соединенного сходства-различия и процедурная семантика ДСМ – метода // Научно-техническая информация, Сер.2, №4, 2010, стр. 1-17.
12. Anschakov O., Gergely T. Cognitive Reasoning. – Heidelberg; Dordrecht; London; New York; Springer, 2010.
13. Поппер К.Р. Объективное знание. Эволюционный подход. – М.: УРСС, 2002.
Popper K.R. Objective Knowledge: An evolutionary approach. Oxford, At the Clarendon Press, 1979.
14. Арский Ю.М., Финн В.К. Принципы конструирования интеллектуальных систем // Информационные технологии и вычислительные системы, №4, 2008, С.4-37.
15. Peirce C.S. Abdoction and induction. Philosophical Writings of Peirce. Ed. Buchler. Dover Publications, №4, pp. 150-156.
16. Abductive Inference: Computation, Philosophy, Technology. Ed. J.R. Josephson, S.G. Josephson. – Cambridge Univ. Press, 1994.
17. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Наука, 1975.
G. Polya. Mathematics and Plausible Reasoning. Princeton University Press, 1954.
18. Rosser J. B. and Turquette A.R. Many-Valued Logics. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1952.
19. Скворцов Д.П. О некоторых способах построения логических языков с кванторами по кортежам // Семиотика и информатика, №2, 1982, с.102-126.
20. Барвайс Д. Введение в логику первого порядка. Справочная книга по математической логике. Часть I, Теория моделей. – М.: Наука, 1982, стр. 51-52.
Handbook of mathematical logic. Ed. J. Barwise North-Holland Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford, 1977.
21. Бочвар Д.А. Об одном трехзначном исчислении и его применении к анализу парадоксов классического расширенного функционального исчисления // Математический сборник. Т.4, Вып. 2, 1938, с.287-308.
22. Бунге М. Причинность. Место причинности в современной науке. Изд. второе. – М.: Едиториал УРСС, 2010. Bunge Mario Causality. The Place of the Causal Principle in Modern Science.
23. Дюркгейм Э. Метод социологии. – М.: Наука, 1991. – Гл. 6: Правила, касающиеся доказательств. – с. 511-527.
Durkheim E. Les règles de la Méthode de sociologie. Paris: Les Presses universitaires de France, 16e édition, 1967 (1 ère édition – 1895).
24. Минто В. Дедуктивная и индуктивная логика. – М.: Типография т-ва И.Д. Сытина, 1909.

Финн Виктор Константинович. Заведующий Сектором интеллектуальных систем Отдела теоретических и прикладных проблем информатики Всероссийского института научной и технической информации РАН (ВИНИТИ РАН). В 1957 году окончил Философский факультет, в 1966 году – Механико-математический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова. Доктор технических наук, профессор, Заслуженный деятель науки РФ. Имеет 194 печатные работы. Область научных интересов: искусственный интеллект, математическая логика, интеллектуальные системы, машинное обучение, теория познания, логика и методология науки. E-mail: finn@viniti.ru.