

Индуктивные методы Д.С. Милля в системах искусственного интеллекта. Часть II

Аннотация. Во второй части статьи определяется отношение выводимости гипотез из базы фактов, которое используется для распознавания различных видов корректности ДСМ-рассуждений. Устанавливается соответствие между тотальной корректностью ДСМ-рассуждений и пространствами толерантности. Формализуются индуктивные методы остатков и сопутствующих изменений и определяются соответствующие стратегии ДСМ-рассуждений. Посредством правил правдоподобного вывода для метода сопутствующих изменений вводятся операциональные определения динамических закономерностей в базах фактов. Также обсуждаются особенности ДСМ-метода автоматического порождения гипотез в интеллектуальных системах как средства knowledge discovery.

Ключевые слова: ДСМ-метод, индуктивный метод остатков, индуктивный метод сопутствующих изменений, пространства толерантности, абдуктивная сходимость, статические и динамические закономерности в базах фактов.

IV. Индуктивный метод остатков

Четвертым индуктивным методом Д.С. Милля является метод остатков (the Method of Residues) ([1], Книга III, Глава VIII, с. 311-314). Согласно Д.С. Миллю метод остатков состоит в следующем. Если имеется описание некоторого явления, содержащего некоторое множество эффектов (явление состоит из условия и эффектов) и даны результаты предыдущих индуктивных рассуждений в виде утверждений «причина – следствие», то «вычитая» из условий явления причину, а из эффектов – следствие, получим гипотезу, в которой представлено знание о причине оставшихся эффектов данного явления.

Схема вывода согласно методу остатков представима следующим образом:

$$\begin{array}{rcl} ABC & - & abc \\ A & - & a \\ B & - & b \\ \hline C & - & c, \end{array}$$

где $ABC - abc$ – явление, ABC – его условие, abc – множество эффектов, $A-a$ и $B-b$ – результаты предыдущих индуктивных рассуждений, соответственно, а $C-c$ – утверждение о том, что C – причина c , т.е. следствие вывода индуктивного метода остатков.

Приведем формулировку Д.С. Милля для правила индуктивного вывода метода остатков.

Четвертое правило

Если из явления вычесть ту его часть, которая, как известно из прежних индукций, есть следствие некоторых определенных предыдущих, то остаток данного явления должен быть следствием остальных предыдущих [1].

Под «предыдущими» Д.С. Милль понимает части явления такие, что они представляют причины эффектов, содержащихся в этом явлении. Поэтому под «вычитанием» следует понимать удаление из явления как следствия, так и причины полученных ранее посредством некоторых индуктивных рассуждений. Он прежде всего считает надежным средством результаты метода различия.

Но из предыдущих рассуждений следует, что можно использовать результаты как слабых, так и сильных миллевских методов, формализованных средствами ДСМ-рассуждений.

Сформулируем ниже формализацию индуктивного метода остатков, которая, как будет показано, является **сильным миллевским индуктивным методом**. С этой целью определим экзистенциальные условия $(\exists Y)_R$, условия сходства $(CX)_R$, эмпирическую зависимость $(\exists Z)_R$ и условия для нижних границ рассматриваемых примеров.

$$\begin{aligned}
 (\exists Y)_R &= ((\bigwedge_{i=1}^k (J_{(1,l_i)}(X_i \Rightarrow Y_i) \& (V \subset X_i) \& (W \subseteq Y_i))) \& (\bigwedge_{i=1}^{k_1} J_{(1,l_i)}(X_i \Rightarrow Y_i)) \& \dots \& \\
 &(\bigwedge_{i=\kappa_{r-1}+1}^{k_r} J_{(1,l_i)}(X_i \Rightarrow Y_i)) \& (\sum_{i=1}^r k_i = k)); \\
 (CX)_R &= (((\bigcap_{i=1}^{k_1} (X_i \setminus V) = Z_1) \& \neg(Z_1 = \emptyset)) \& (\bigcap_{i=1}^{k_1} (Y_i \setminus W) = U_1) \& \neg(U_1 = \emptyset)) \& \dots \& ((\bigcap_{i=\kappa_{r-1}+1}^{k_r} (X_i \setminus V) = Z_r) \& \neg(Z_r = \emptyset)) \\
 &\& (\bigcap_{i=\kappa_{r-1}+1}^{k_r} (Y_i \setminus W) = U_r) \& \neg(U_r = \emptyset))),^{17} \\
 (\exists Z)_R^{(1)} \& (УИ)_R^{(1)} &= \forall X \forall Y ((J_{(1,l)}(X \Rightarrow Y) \& (Z_1 \subset X)) \rightarrow ((U_1 \subset Y) \& (\bigvee_{j=1}^{k_1} ((X = X_j) \& (Y = Y_j) \& (l = l_j)))), \dots, \\
 (\exists Z)_R^{(r)} &= \forall X \forall Y ((J_{(1,l)}(X \Rightarrow Y) \& (Z_r \subset X)) \rightarrow ((U_r \subset Y) \& (\bigvee_{j=\kappa_{r-1}+1}^{k_r} ((X = X_j) \& (Y = Y_j) \& (l = l_j)))); \\
 \text{Условия для нижних границ рассматриваемых примеров: } &((k_1 \geq 2) \& \dots \& (k_r \geq 2)) \& (r \geq 1) \& (k \geq 2r), \\
 (\exists Z)_R &= \bigwedge_{i=1}^r (\exists Z)_R^{(i)}.
 \end{aligned}$$

Позитивный предикат, используемый для формализации метода остатков, обозначим посредством $B_{m-1}^+(V, W)$, где $B_{m-1}^+(V, W)$ определим следующим образом:

$$B_{m-1}^+(V, W) = \exists k \exists r \exists l_1 \dots \exists l_k \exists k_1 \dots \exists k_r \exists X_1 \exists Y_1 \dots \exists X_k \exists Y_k \exists Z_1 \dots \exists Z_r \exists U_1 \dots \exists U_r (((\exists Y)_R \& (CX)_R \& (\exists Z)_R \& ((k_1 \geq 2) \& \dots \& (k_r \geq 2)) \& (r \geq 1) \& (k \geq 2r)),$$

где $m = \max(n, \bar{l}_1, \dots, \bar{l}_{\bar{k}}) + 1$, n – число шагов применения п.п.в. для получения гипотезы $J_{(1,n)}(V \Rightarrow_2 W)$, $\bar{l}_i, \bar{k}$ – значения числовых параметров l_i, k ($i=1, \dots, \bar{k}$). Гипотеза $J_{(1,n)}(V \Rightarrow_2 W)$ – результат предыдущих правдоподобных рассуждений (в том числе индукций посредством п.п.в.-1), реализующих какие-либо стратегии $\text{Str}_{x,y}$ ДСМ-метода АПГ.

Позитивное правило формализованного метода остатков п.п.в. 1_R^+ , соответствующее Четвертому правилу, имеет следующий вид:

$$(I)_R^+ : \frac{J_{(1,n)}(V \Rightarrow_2 W), B_{m-1}^+(V, W)}{J_{(1,m)}(C_1 \Rightarrow_2 Q_1), \dots, J_{(1,m)}(C_{\bar{r}} \Rightarrow_2 Q_{\bar{r}})},$$

где $m = \max(n, \bar{l}_1, \dots, \bar{l}_{\bar{k}}) + 1$, $\bar{l}_i, C_i, \bar{r}, \bar{k}$ – константы ($i=1, \dots, \bar{k}$).

Применив теорему обратимости посылок и заключения ДСМ-рассуждений

$$\forall V \forall W ((J_{(\tau,n-1)}(V \Rightarrow_2 W) \& M_{x,n-1}^+(V, W) \& \neg M_{y,n-1}^-(V, W)) \leftrightarrow J_{(1,n)}(V \Rightarrow_2 W))$$

([9], Часть I, Глава 5), получим другую формулировку п.п.в. $1_R^{(+)}$:

$$(I)_R^+ : \frac{J_{(\tau,n-1)}(V \Rightarrow_2 W), M_{x,n-1}^+(V, W) \& \neg M_{y,n-1}^-(V, W), B_{m-1}^+(V, W)}{J_{(1,m)}(C_1 \Rightarrow_2 Q_1), \dots, J_{(1,m)}(C_{\bar{r}} \Rightarrow_2 Q_{\bar{r}})},$$

¹⁷ Положим $k_0=0$ при $r=1$.

где $x \in \bar{I}^+$, $y \in \bar{I}^-$, а $J_{\langle 1, m \rangle}(C_i \Rightarrow_2 Q_i)$ соответствуют парам $\langle Z_i, U_i \rangle$, значениями компонентов которых являются C_i (для Z_i) и Q_i (для U_i), $i=1, \dots, \bar{r}$. $J_{\langle 1, m \rangle}(C_i \Rightarrow_2 Q_i)$ образуют множество заключений формализованного метода остатков для (+)-примеров.

Существенно отметить, что в этой формулировке присутствуют предикаты схождения $M_{x, n-1}^+(V, W)$ и $M_{y, n-1}^-(V, W)$, а также дополнительное условие $B_{m-1}^+(V, W)$, содержащее $(\exists U)_R$, $(CX)_R$, $(\exists Z)_R$ и нижние границы числа примеров. Следовательно, п.п.в.- $1_R^{(+)}$ являются **правилом индуктивного миллевского метода с неэлементарным (миллевским) дополнительным условием**.

Для (-)-примеров и (-)-гипотез аналогично определяется п.п.в.- $1_R^{(-)}$ заменой в $B_{m-1}^+(V, W)$ $J_{\langle 1, l_i \rangle}$ на $J_{\langle -1, l_i \rangle}$ и заменой $J_{\langle 1, n \rangle}$ на $J_{\langle -1, n \rangle}$ для посылки $J_{\langle 1, n \rangle}(V \Rightarrow_2 W)$. Получим п.п.в.- $1_R^{(-)}$:

$$(I)_R^- : \frac{J_{\langle -1, n \rangle}(V \Rightarrow_2 W), B_{m-1}^-(V, W)}{J_{\langle -1, m \rangle}(C_1 \Rightarrow_2 Q_1), \dots, J_{\langle -1, m \rangle}(C_{\bar{r}} \Rightarrow_2 Q_{\bar{r}})},$$

где $C_i, Q_i, \bar{r}, \bar{l}_i, \bar{k}$ – константы, а $m = \max(n, \bar{l}_1, \dots, \bar{l}_{\bar{k}}) + 1$.

Соответственно формулируется равносильная версия

$$(I)_R^- : \frac{J_{\langle \tau, n-1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W), \neg M_{x, n-1}^+(V, W) \& M_{y, n-1}^-(V, W), B_{m-1}^-(V, W)}{J_{\langle -1, m \rangle}(C_1 \Rightarrow_2 Q_1), \dots, J_{\langle -1, m \rangle}(C_{\bar{r}} \Rightarrow_2 Q_{\bar{r}})}.$$

Сформулируем несколько возможных типов стратегий ДСМ-рассуждений применением индуктивного метода остатков (MR), – п.п.в.- $1_R^{(+)}$ и п.п.в.- $1_R^{(-)}$.

Правила правдоподобного вывода п.п.в.- $1_R^{(0)}$ и п.п.в.- $1_R^{(\tau)}$ совпадают с п.п.в.- $1^{(0)}$ и п.п.в.- $1^{(\tau)}$ (т.е. с $(I)^0$ и $(I)^\tau$, соответственно).

Предварительно введем следующие обозначения. Посредством Δ^σ обозначим множество всех порожденных гипотез $J_{\langle v, n \rangle}(C \Rightarrow_2 Q)$ или $J_{\langle \tau, n \rangle}(C \Rightarrow_2 Q)$, где $v \in \{1, -1, 0\}$, $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$, а $n \in \mathbb{N}$ [14].

Возможен следующий тип стратегий $T(\text{Str}_{x, y}^R)_1$, где $x \in \bar{I}^+$, $y \in \bar{I}^-$, такой, что п.п.в.- $1_R^{(+)}$ и п.п.в.- $1_R^{(-)}$ применяются на последнем $(n+1)$ -такте ДСМ-рассуждения после l -го такта стабилизации ДСМ-рассуждения, когда $\Delta_{2l-1}^+ \cup \Delta_{2l-1}^- \cup \Delta_{2l-1}^0 = \Delta_{2l+1}^+ \cup \Delta_{2l+1}^- \cup \Delta_{2l+1}^0$.

Таким образом, этот тип стратегии $T(\text{Str}_{x, y}^R)_1$ образован Этапом I так, что имеет место

$$(\text{п.п.в.-}1 + \text{п.п.в.-}2)_1 + \dots + (\text{п.п.в.-}1 + \text{п.п.в.-}2)_l + ((\text{п.п.в.-}1 + (\text{п.п.в.-}1_R^{(+)} + \text{п.п.в.-}1_R^{(-)}) + (\text{п.п.в.-}2))_{l+1}).$$

Этап I завершается распознаванием противоречивости порождаемых гипотез. А именно, сравниваются два множества $\Delta_{2l-1} = \Delta_{2l-1}^+ \cup \Delta_{2l-1}^- \cup \Delta_{2l-1}^0$ и $\tilde{\Delta}_m = \tilde{\Delta}_m^+ \cup \tilde{\Delta}_m^- \cup \tilde{\Delta}_m^0$, где Δ_{2l-1}^σ и $\tilde{\Delta}_m^\sigma$ – множества гипотез, порожденных без применения п.п.в.- $1_R^{(\sigma)}$ и с применением п.п.в.- $1_R^{(\sigma)}$ (l – номер такта стабилизации ДСМ-рассуждения), соответственно, где $\sigma \in \{+, -\}$.

Пусть $J_{\langle v, 2l-1 \rangle}(C \Rightarrow_2 Q) \in \Delta_{2l-1}$ и $J_{\langle \mu, m \rangle}(C \Rightarrow_2 Q) \in \tilde{\Delta}_m$, где $\mu \neq v$, а $\mu, v \in \{1, -1, 0\}$, тогда пару формул $J_{\langle v, 2l-1 \rangle}(C \Rightarrow_2 Q), J_{\langle \mu, m \rangle}(C \Rightarrow_2 Q)$ будем называть **противоречивой**.

Определим степень противоречивости стратегии $\text{Str}_{x, y}^R$ типа $T(\text{Str}_{x, y}^R)_1$ – dC_1^+ и dC_1^- :

$$dC_1^{(+)} = \frac{|\tilde{\Delta}_m^+ \cap (\Delta_{2l-1}^- \cup \Delta_{2l-1}^0)|}{|\tilde{\Delta}_m^+|},$$

$$dC_1^{(-)} = \frac{|\tilde{\Delta}_m^- \cap (\Delta_{2l-1}^+ \cup \Delta_{2l-1}^0)|}{|\tilde{\Delta}_m^-|},$$

где $|m|$ – число элементов соответствующих множеств, n – такт стабилизации $\text{Str}_{x,y}^R$, а $m = \max(n, \bar{l}_1, \dots, \bar{l}_{\bar{k}}) + 1$ определенное выше для п.п.в.- $1_R^{(\sigma)}$ ($\sigma \in \{+, -\}$). При определении операции $\cap$ факторизуем $J_{\langle v, 2l-1 \rangle}(C \Rightarrow_2 Q)$ и $J_{\langle \mu, m \rangle}(C \Rightarrow_2 Q)$, сопоставляя им формулу $(C \Rightarrow_2 Q)$. Таким образом, если $J_{\langle v, 2l-1 \rangle}(C \Rightarrow_2 Q) \in \tilde{\Delta}_m^+$, а $J_{\langle \mu, m \rangle}(C \Rightarrow_2 Q) \in \Delta_{2l-1}^- \cup \Delta_{2l-1}^0$, то $(C \Rightarrow_2 Q) \in \tilde{\Delta}_m^+ \cap (\Delta_{2l-1}^- \cup \Delta_{2l-1}^0)$. Аналогично определяется $\cap$ для $dC^{(-)}$.

$\text{Str}_{x,y}^R$ будем называть **абсолютно непротиворечивой**, если $dC_1^{(+)} = dC_1^{(-)} = 0$. $\text{Str}_{x,y}^R$ будем называть **(σ)-непротиворечивой**, если $dC^{(\sigma)} = 0$.

Если результат $\text{Str}_{x,y}^R$ является абсолютно непротиворечивым, то после Этапа I применяется Этап II ДСМ-рассуждений [14]. Если же $dC^{(\sigma)} > 0$, то могут быть два варианта $\text{Str}_{x,y}^R$.

$\text{Str}_{x,y}^{R,1}$ при $dC^{(+)} \leq 0,2$ и $dC^{(-)} \leq 0,2$ называется **слабо противоречивой**, а все противоречивые гипотезы, порожденные посредством п.п.в.- $1_R^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{+, -\}$ (т.е. следствия п.п.в.- $1_R^{(\sigma)}$ и следствия п.п.в.-2), отвергаются, а остальные гипотезы принимаются. В случае $dC^{(+)} > 0,2$ или $dC^{(-)} > 0,2$ отвергаются все гипотезы, порожденные посредством п.п.в.- $1_R^{(\sigma)}$, а применение индуктивного метода остатков считается некорректным.

$\text{Str}_{x,y}^{R,2}$ принадлежат типу стратегий $T(\text{Str}_{x,y}^R)_2$, которые определяются следующим образом: такты этих стратегий представимы посредством применения последовательности п.п.в. ((п.п.в.-1+п.п.в.- $1_R^{(+)}$ +п.п.в.- $1_R^{(-)}$)+п.п.в.-2) $_1$ + ... + ((п.п.в.-1+п.п.в.- $1_R^{(+)}$ +п.п.в.- $1_R^{(-)}$ +п.п.в.-2) $_l$, где l – номер такта стабилизации ДСМ-рассуждения.

Этап II реализуется посредством итерации тактов $\text{Str}_{x,y}^{R,2}$.

Аналогично $\text{Str}_{x,y}^{R,1}$ для $\text{Str}_{x,y}^{R,2}$ определяется слабая противоречивость при $dC^{(+)} \leq 0,2$ и $dC^{(-)} \leq 0,2$.

Тип стратегий ДСМ-рассуждений $T(\text{Str}_{x,y}^R)_3$ формулируется посредством характерной для ДСМ-метода комбинации предикатов $B_{m-1}^+(V, W)$, $B_{m-1}^-(V, W)$ и применений к ним отрицаний. Ниже формулируем п.п.в.- $1_{R,3}^{(\sigma)}$:

$$(I)_{R,3}^+ : \frac{J_{\langle 1,n \rangle}(V \Rightarrow_2 W), B_{m-1}^+(V, W) \& \neg B_{m-1}^-(V, W)}{J_{\langle 1,m \rangle}(C_1 \Rightarrow_2 Q_1), \dots, J_{\langle 1,m \rangle}(C_{\bar{r}} \Rightarrow_2 Q_{\bar{r}})},$$

где $m = \max(n, \bar{l}_1, \dots, \bar{l}_{\bar{k}}) + 1$, $\bar{l}_i, C_i, \bar{r}, \bar{k}$ – константы ($i=1, \dots, \bar{k}$);

$$(I)_{R,3}^- : \frac{J_{\langle 1,n \rangle}(V \Rightarrow_2 W), \neg B_{m-1}^+(V, W) \& B_{m-1}^-(V, W)}{J_{\langle -1,m \rangle}(C_1 \Rightarrow_2 Q_1), \dots, J_{\langle -1,m \rangle}(C_{\bar{r}} \Rightarrow_2 Q_{\bar{r}})},$$

$$(I)_{R,3}^0 : \frac{J_{\langle 0,n \rangle}(V \Rightarrow_2 W), B_{m-1}^+(V, W) \& B_{m-1}^-(V, W)}{J_{\langle 0,m \rangle}(C_1 \Rightarrow_2 Q_1), \dots, J_{\langle 0,m \rangle}(C_{\bar{r}} \Rightarrow_2 Q_{\bar{r}})},$$

$$(I)_{R,3}^\tau : \frac{J_{\langle \tau,n \rangle}(V \Rightarrow_2 W), \neg B_{m-1}^+(V, W) \& \neg B_{m-1}^-(V, W)}{\text{пустое множество следствий}}$$

Используя ранее упомянутую теорему об обратимости посылок и заключения ДСМ-рассуждений, переформулируем п.п.в. $(I)_{R,3}^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$ и получим:

$$(I)_{R,3}^+ : \frac{J_{\langle \tau,n \rangle}(V \Rightarrow_2 W), M_{x,n}^+(V, W) \& \neg M_{y,n}^-(V, W), B_{m-1}^+(V, W) \& \neg B_{m-1}^-(V, W)}{J_{\langle 1,m \rangle}(C_1 \Rightarrow_2 Q_1), \dots, J_{\langle 1,m \rangle}(C_{\bar{r}} \Rightarrow_2 Q_{\bar{r}})},$$

$$\begin{aligned}
(I)_{R,3}^- & \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), \neg M_{x,n}^+(V, W) \& M_{y,n}^-(V, W), \neg B_{m-1}^+(V, W) \& B_{m-1}^-(V, W)}{J_{\langle -1, m \rangle}(C_1 \Rightarrow_2 Q_1), \dots, J_{\langle -1, m \rangle}(C_{\bar{r}} \Rightarrow_2 Q_{\bar{r}})}, \\
(I)_{R,3}^0 & \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), M_{x,n}^+(V, W) \& M_{y,n}^-(V, W), B_{m-1}^+(V, W) \& B_{m-1}^-(V, W)}{J_{\langle 0, m \rangle}(C_1 \Rightarrow_2 Q_1), \dots, J_{\langle 0, m \rangle}(C_{\bar{r}} \Rightarrow_2 Q_{\bar{r}})}, \\
(I)_{R,3}^\tau & \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), \neg M_{x,n}^+(V, W) \& \neg M_{y,n}^-(V, W), \neg B_{m-1}^+(V, W) \& \neg B_{m-1}^-(V, W)}{\text{пустое множество следствий}}.
\end{aligned}$$

Очевидно следующее

Утверждение 1. Посылки п.п.в.-1 $_{R,3}^{(\sigma)}$ удовлетворяют условию $M^\sigma - B^\sigma$ – полноты, т.е. формула $\forall V \forall W ((M_{x,n}^+(V, W) \& \neg M_{y,n}^-(V, W) \& B_{m-1}^+(V, W) \& \neg B_{m-1}^-(V, W)) \vee (\neg M_{x,n}^+(V, W) \& M_{y,n}^-(V, W) \& \neg B_{m-1}^+(V, W) \& B_{m-1}^-(V, W)) \vee (M_{x,n}^+(V, W) \& M_{y,n}^-(V, W) \& B_{m-1}^+(V, W) \& B_{m-1}^-(V, W)) \vee (\neg M_{x,n}^+(V, W) \& \neg M_{y,n}^-(V, W) \& \neg B_{m-1}^+(V, W) \& \neg B_{m-1}^-(V, W))$ является общезначимой.

В [11] было показано (Следствие Утверждения 1-3), что если $b^+ \in x$ или $b^- \in y$, где b^σ – условие запрета на контрпримеры для предикатов $M_{x,n}^+(V, W)$ и $M_{y,n}^-(V, W)$, то п.п.в.-1 упрощаются следующим образом:

$$\begin{aligned}
(\tilde{I})^+ & \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), M_{x,n}^+(V, W)}{J_{\langle 1, n+1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)}, \\
(\tilde{I})^- & \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), M_{y,n}^-(V, W)}{J_{\langle -1, n+1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)}, \\
(\tilde{I})^\tau & \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), \neg M_{x,n}^+(V, W) \& \neg M_{y,n}^-(V, W)}{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W)}.
\end{aligned}$$

В силу этого факта для $M_{x,n}^+(V, W)$ и $M_{y,n}^-(V, W)$ таких, что $b^+ \in x$ или $b^- \in y$ получаем п.п.в.-1 $(\tilde{I})_{R,3}^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -, \tau\}$ следующего вида:

$$\begin{aligned}
(\tilde{I})_{R,3}^+ & : \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), M_{x,n}^+(V, W), B_{m-1}^+(V, W) \& \neg B_{m-1}^-(V, W)}{J_{\langle 1, m \rangle}(C_1 \Rightarrow_2 Q_1), \dots, J_{\langle 1, m \rangle}(C_{\bar{r}} \Rightarrow_2 Q_{\bar{r}})}, \\
(\tilde{I})_{R,3}^- & \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), M_{y,n}^-(V, W), \neg B_{m-1}^+(V, W) \& B_{m-1}^-(V, W)}{J_{\langle -1, m \rangle}(C_1 \Rightarrow_2 Q_1), \dots, J_{\langle -1, m \rangle}(C_{\bar{r}} \Rightarrow_2 Q_{\bar{r}})}, \\
(\tilde{I})_{R,3}^\tau & \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), \neg M_{x,n}^+(V, W) \& \neg M_{y,n}^-(V, W), \neg B_{m-1}^+(V, W) \& \neg B_{m-1}^-(V, W)}{\text{пустое множество следствий}}.
\end{aligned}$$

Заметим, что гипотезы вида $J_{\langle 0, m \rangle}(C_i \Rightarrow_2 Q_i)$ также не порождаются, так как не реализуется $M_{x,n}^+(V, W) \& M_{y,n}^-(V, W)$. Таким образом, имеет место

Утверждение 2. Для $\text{Str}_{x,y}^{R,3}$ такой, что $b^+ \in x$ или $b^- \in y$ имеют место п.п.в.-1 $(\tilde{I})_{R,3}^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -, \tau\}$.

Это утверждение является следствием Утверждения 1-3 из [11] о том, что если $b^+ \in x$ или $b^- \in y$, где b^σ – условие запрета на контрпримеры для предикатов $M_{x,n}^+(V, W)$ и $M_{y,n}^-(V, W)$, то п.п.в.-1 упрощаются в силу истинности формулы $\forall V \forall W (M_{x,n}^+(V, W) \rightarrow \neg M_{y,n}^-(V, W))$.

Такты трех рассмотренных типов стратегий $T(\text{Str}_{x,y}^R)_i$, где $i=1, 2, 3$, а $x \in \bar{I}^+$, $y \in \bar{I}^-$, завершаются применением п.п.в.-2 – выводов по аналогии. Предикаты $\Pi_n^\sigma(V, W)$, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$, определяются для этих $\text{Str}_{x,y}^R$ стандартным для ДСМ-рассуждений образом. Для $T(\text{Str}_{x,y}^R)_i$ определяется Этап II ДСМ-рассуждений с проверкой выполнимости АКП^(σ), пополнением БФ и вычислением степени каузальной полноты ρ^σ , где $\sigma \in \{+, -\}$.

Охарактеризуем теперь понятие выводимости в ДСМ-рассуждениях. Посредством Ω_n^σ , где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$, обозначим множество фактов (при $n=0$) или гипотез (при $n>0$), полученных на n -ом шаге ДСМ-рассуждений, которые представлены формулами вида $J_{\langle v, n \rangle}(C \Rightarrow_1 Q)$ или $J_{\langle \tau, n \rangle}(C \Rightarrow_1 Q)$, где $v \in \{1, -1, 0\}$.

Посредством Ω_n обозначим объединение Ω_n^σ для $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$:

$$\Omega_n = \Omega_n^+ \cup \Omega_n^- \cup \Omega_n^0 \cup \Omega_n^\tau. \quad 18$$

Ω_0 есть множество формул вида $J_{\langle v, 0 \rangle}(C \Rightarrow_1 Q)$ или $J_{\langle \tau, 0 \rangle}(C \Rightarrow_1 Q)$, представляющее описание базы фактов [14]. ДСМ-рассуждение формализует процесс выводимости гипотез из базы фактов БФ (точнее, из ее описания Ω_0) с использованием базы знаний БЗ. Реализацию этого процесса (т.е. $\text{Str}_{x,y}$) осуществляют интеллектуальные системы типа ДСМ (ИС-ДСМ). Рассмотрим стандартные $\text{Str}_{x,y}$ ДСМ-рассуждений с предикатами $M_{x,n}^+(V, W)$ и $M_{y,n}^-(V, W)$, определенные в Разделе II данной статьи.

Для дальнейшего рассмотрения отношений выводимости для ДСМ-рассуждений существенно следующее замечание о теории, формализующей ДСМ-рассуждения с $M_{x,n}^\sigma(V, W)$ предикатами и ее «алгебраической» частью, которая характеризуют структуру данных ИС-ДСМ.

Пусть $\mathfrak{Z}(\mathcal{M})$ – аксиоматическая теория, представляющая п.п.в.-1 и п.п.в.-2 ДСМ-рассуждений, а $\mathfrak{Z}_a$ – эквивалентно определяемая алгебраическая характеристика структуры данных. В данной статье и во многих публикациях по ДСМ-методу АПГ (например, [11]) $\mathfrak{Z}_a$ образована двумя булевыми алгебрами $\mathcal{B}_1 = \langle 2^{U^{(1)}}, \emptyset, U^{(1)}, -, \cap, \cup \rangle$ и $\mathcal{B}_2 = \langle 2^{U^{(2)}}, \emptyset, U^{(2)}, -, \cap, \cup \rangle$, где $2^{U^{(1)}}$ – универсум для множества возможных объектов для БФ, а $2^{U^{(2)}}$ – универсум для множества возможных эффектов (т.е. множеств свойств). Для исходных предикатов $X \Rightarrow_1 Y$ и $V \Rightarrow_2 W$ (а также $W_3 \Leftarrow V$) имеют место следующие их определения:

$\Rightarrow_j: 2^{U^{(1)}} \times 2^{U^{(2)}} \rightarrow V_{in}$, где $j=1, 2$, а $V_{in} = \{\langle v, n \rangle \mid (v \in \{1, -1, 0\}) \& (n \in N)\} \cup \{\langle \tau, n \rangle \mid n \in N\}$, N – множество натуральных чисел; $\Leftarrow_3: 2^{U^{(2)}} \times 2^{U^{(1)}} \rightarrow V_{in}$.

Замечание 1. В [9] доказано

Предложение 1. Теория $\mathfrak{Z}(\mathcal{M})$ непротиворечива (т.е. имеет место модель), если только непротиворечива ее «алгебраическая» часть $\mathfrak{Z}_a$.

Так как $\mathcal{B}_i$ – непротиворечивы, то ДСМ-рассуждение с предикатами $M_{x,n}^+(V, W)$ и $M_{y,n}^-(V, W)$ не порождает контрарные пары $J_{\langle v, n \rangle}\phi$ и $J_{\langle \mu, m \rangle}\phi$, где $v \neq \mu$, а ϕ есть $C \Rightarrow_1 Q$, $C \Rightarrow_2 Q$ или $Q_3 \Leftarrow C$.

Для стандартного ДСМ-рассуждения с исходными предикатами $M_{x,n}^+(V, W)$ и $M_{y,n}^-(V, W)$ определим понятие **предвыводимости и выводимости**.

Этап II состоит из последовательности Этапов I – Этапа I_0 , Этапа $I_1, \dots$, Этапа I_s таких, что на каждом Этапе $I_j, j=0, 1, \dots, s$ имеет место стабилизация порождаемого множества гипотез – на последних тактах этих этапов I_j новые гипотезы не возникают, а для степеней каузальной полноты

¹⁸ При $n=0$ Ω_0^0 может быть пустым множеством, но при анализе социологических данных Ω_0^0 может быть не пустым ([10], Часть III, Глава 2 (Формализация конфликта, с. 436-437)).

имеет место $\rho_j^\sigma < \rho^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$, $j < s$ и $\rho_s^\sigma \geq \rho^\sigma$ (т.е. реализуется абдуктивная сходимость процесса ДСМ-рассуждений на Этапе I_s).

Каждому Этапу I_j , $j=0, 1, \dots, s$, соответствуют начальные $\Delta_{0,j} \cup \Omega_{0,j}$, где $\Delta_{0,0}$ состоит из высказываний вида $J_{(\tau,0)}(C \Rightarrow_2 Q)$, а $\Delta_{0,j} = \Delta_{0,j}^+ \cup \Delta_{0,j}^- \cup \Delta_{0,j}^0 \cup \Delta_{0,j}^\tau$,

$$\Omega_{0,j} = \Omega_{0,j}^+ \cup \Omega_{0,j}^- \cup \Omega_{0,j}^0 \cup \Omega_{0,j}^\tau, \Omega_{0,0} \subset \Omega_{0,1} \subset \dots \subset \Omega_{0,s}.$$

Пусть $\Omega_0 \cup \Delta_0$ есть описания начального состояния БФ. Будем говорить, что Δ_1 и Ω_2 **предвыводимы** из $\Omega_0 \cup \Delta_0$ на Этапе I_0 и такте 1, если Δ_1 есть множество следствий п.п.в.-1, полученных из $\Omega_0 \cup \Delta_0$, а Ω_2 – множество следствий п.п.в.-2, полученных из $\Omega_0 \cup \Delta_1$. Соответственно будем писать $\Omega_0 \cup \Delta_0 \vdash_1 \Delta_1$, $\Omega_0 \cup \Delta_1 \vdash_1 \Omega_2$, где $\vdash_1$ – отношение предвыводимости на такте 1.

Аналогично определим предвыводимость на l тактах $l = 2, 3, \dots, 2l-1, 2l$, где $2l-1$ есть такт стабилизации ДСМ-рассуждения при $\Delta_{2l-1} = \Delta_{2l+1}$.

Таким образом,

$$\text{Такт 2: } \Omega_0 \cup \Omega_2 \cup \Delta_0 \cup \Delta_1 \vdash_2 \Delta_3,$$

$$\Omega_0 \cup \Omega_2 \cup \Delta_1 \cup \Delta_3 \vdash_2 \Omega_4;$$

$$\text{Такт 3: } \Omega_0 \cup \Omega_2 \cup \Omega_4 \cup \Delta_0 \cup \Delta_1 \cup \Delta_3 \vdash_3 \Delta_5,$$

$$\Omega_0 \cup \Omega_2 \cup \Omega_4 \cup \Delta_1 \cup \Delta_3 \cup \Delta_5 \vdash_3 \Omega_6;$$

$$\text{Такт } l: \Omega_0 \cup \Omega_2 \cup \dots \cup \Omega_{2l-2} \cup \Delta_0 \cup \Delta_1 \cup \Delta_3 \cup \dots \cup \Delta_{2l-3} \vdash_l \Delta_{2l-1},$$

$$\Omega_0 \cup \Omega_2 \cup \dots \cup \Omega_{2l-2} \cup \Delta_1 \cup \Delta_3 \cup \dots \cup \Delta_{2l-1} \vdash_l \Omega_{2l};$$

.....

$$\text{Такт } l_0: \Omega_0 \cup \Omega_2 \cup \dots \cup \Omega_{2l_0-2} \cup \Delta_0 \cup \Delta_1 \cup \Delta_3 \cup \dots \cup \Delta_{2l_0-3} \vdash_{l_0} \Delta_{2l_0-1},$$

$$\Omega_0 \cup \Omega_2 \cup \dots \cup \Omega_{2l_0-2} \cup \Delta_1 \cup \Delta_3 \cup \dots \cup \Delta_{2l_0-1} \vdash_{l_0} \Omega_{2l_0},$$

где $1 \leq l \leq l_0$, $\Delta_{2l_0-1} = \Delta_{2l_0+1}$ и $\rho_{l_0}^{(\sigma)} < \rho^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

Заметим, что l_0 есть число тактов, соответствующих Этапу I_0 с начальными описаниями БФ $\Omega_{0,0} \cup \Delta_{0,0}$.

Посредством $\mathbf{Cn}(\Omega_{0,0} \cup \Delta_{0,0})$ обозначим множество всех следствий $\Omega_{0,0} \cup \Delta_{0,0}$ относительно $\vdash_j$, где $j=1, \dots, l_0$, а $\mathbf{Cn}(\Omega_{0,0} \cup \Delta_{0,0}) = \bigcup_{l=1}^{l_0} (\Delta_{2l-1} \cup \Omega_{2l})$. Очевидно следующее

Утверждение 3.

$$\mathbf{Cn}(\mathbf{Cn}(\Omega_{0,0} \cup \Delta_{0,0})) = \mathbf{Cn}(\Omega_{0,0} \cup \Delta_{0,0}).$$

Утверждение 3 следует из условия стабилизации ДСМ-рассуждения $\Delta_{2l_0-1} = \Delta_{2l_0+1}$, где $l=1, \dots, l_0$.

Продолжим процесс ДСМ-рассуждения, осуществляя Этап II до выполнимости условия $\rho_s^{(\sigma)} \geq \rho^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{+, -\}$. Это означает, что получено последовательное расширение баз фактов $\mathbf{B}\Phi_0 \subset \mathbf{B}\Phi_1 \subset \dots \subset \mathbf{B}\Phi_s$, которому соответствует $\Omega_{0,0} \subset \Omega_{0,1} \subset \dots \subset \Omega_{0,s}$ и $\Delta_{0,s}^\tau \subseteq \Delta_{0,s-1}^\tau \subseteq \dots \subseteq \Delta_{0,1}^\tau \subseteq \Delta_{0,0}^\tau$, $\Omega_{0,s}^\tau \subseteq \Omega_{0,s-1}^\tau \subseteq \dots \subseteq \Omega_{0,1}^\tau \subseteq \Omega_{0,0}^\tau$, так как $(\tau, n) = \{\langle 1, n+1 \rangle, \langle -1, n+1 \rangle, \langle 0, n+1 \rangle\} \cup (\tau, n+1)$.

Для Этапов I_j , где $1 \leq j \leq s$ множество следствий $\Omega_{0,j} \cup \Delta_{0,j}$, обозначаемое посредством $\mathbf{Cn}^*(\Omega_{0,j} \cup \Delta_{0,j})$, определим следующим образом.

$$1^\circ. \mathbf{Cn}(\Omega_{0,j} \cup \Delta_{0,j}) = \bigcup_{l=1}^{l_0} (\Delta_{2l-1} \cup \Omega_{2l}), \text{ где } l_j \text{ соответствующее число тактов Этапа } I_j, \vdash_j \text{ — отношение}$$

предвыводимости для тактов $j=1, \dots, l_j$, а $\Delta_{2l_j-1} = \Delta_{2l_j+1}$;

$$2^\circ. \mathbf{Cn}^*(\Omega_{0,j} \cup \Delta_{0,j}) = \mathbf{Cn}(\Omega_{0,j} \cup \Delta_{0,j}) \cup \Phi_j, \text{ а } \Phi_j \text{ определим посредством условий (a), (b), (c) и (d):}$$

(а) если $J_{\langle v, 2l_p-1 \rangle}(C \Rightarrow_2 Q) \in \Delta_{2l_p-1}$ и $J_{\langle v, 2l_j-1 \rangle}(C \Rightarrow_2 Q) \in \Delta_{2l_j-1}$, где $v \in \{1, -1, 0\}$ и $p < j$, то $J_{\langle v, 2l_p-1 \rangle}(C \Rightarrow_2 Q) \in \Phi_j$;

(б) если $J_{\langle v, 2l_p \rangle}(C \Rightarrow_1 Q) \in \Omega_{2l_p}$ и $J_{\langle v, 2l_j \rangle}(C \Rightarrow_1 Q) \in \Omega_{2l_j}$, где $v \in \{1, -1, 0\}$ и $p < j$, то $J_{\langle v, 2l_p \rangle}(C \Rightarrow_1 Q) \in \Phi_j$;

(с) если $J_{(\tau, 2l_p-1)}(C \Rightarrow_2 Q) \in \Delta_{2l_p-1}$ и $J_{(\tau, 2l_j-1)}(C \Rightarrow_2 Q) \in \Delta_{2l_j-1}$, где $p < j$, то $J_{(\tau, 2l_p-1)}(C \Rightarrow_2 Q) \in \Phi_j$;

(д) если $J_{(\tau, 2l_p)}(C \Rightarrow_1 Q) \in \Omega_{2l_p}$ и $J_{(\tau, 2l_j)}(C \Rightarrow_1 Q) \in \Omega_{2l_j}$, где $p < j$, то $J_{(\tau, 2l_p)}(C \Rightarrow_1 Q) \in \Phi_j$.

Имеет место утверждение аналогичное **Утверждению 3**:

$$\mathbf{Cn}^*(\mathbf{Cn}^*(\Omega_{0,j} \cup \Delta_{0,j})) = \mathbf{Cn}^*(\Omega_{0,j} \cup \Delta_{0,j}).$$

Будем говорить, что $\Delta_{2l_s-1} \cup \Omega_{2l_s}$ **ДСМ-выводимо** из $\Omega_{0,0} \cup \Delta_{0,0}$, если существует последовательность $\mathbf{Cn}(\Omega_{0,0} \cup \Delta_{0,0}), \mathbf{Cn}^*(\Omega_{0,1} \cup \Delta_{0,1}), \dots, \mathbf{Cn}^*(\Omega_{0,s} \cup \Delta_{0,s})$ такая, что $\rho_s^\sigma \geq \rho^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

Будем говорить, что формула ϕ **ДСМ-выводима** из $\Omega_{0,0} \cup \Delta_{0,0}$, если $\phi \in \mathbf{Cn}^*(\Omega_{0,s} \cup \Delta_{0,s})$.

Заметим, что каждое множество формул $\mathbf{Cn}(\Omega_{0,0} \cup \Delta_{0,0})$ и $\mathbf{Cn}^*(\Omega_{0,j} \cup \Delta_{0,j})$, где $j=1, \dots, s$, является **непротиворечивым** ([9], Часть I, стр. 253) однако $\mathbf{Cn}(\Omega_{0,0} \cup \Delta_{0,0}) \cup \mathbf{Cn}^*(\Omega_{0,p} \cup \Delta_{0,p})$ и $\mathbf{Cn}^*(\Omega_{0,q} \cup \Delta_{0,q}) \cup \mathbf{Cn}^*(\Omega_{0,p} \cup \Delta_{0,p})$, где $p \neq q$, могут быть **противоречивыми** (p и q – номера Этапов I процесса ДСМ-рассуждения – Этапа I_p и Этапа I_q).

Для Этапов I с номерами p и q рассмотрим выражения $\Delta_p^+ \cap (\Delta_q^- \cup \Delta_q^0)$, $\Delta_p^- \cap (\Delta_q^+ \cup \Delta_q^0)$ и $\Delta_p^0 \cap (\Delta_q^+ \cup \Delta_q^-)$. Операцию $\cup$ определим стандартным образом, операцию $\cap$ определим следующим образом. Если $J_{\langle 1, l \rangle}(C \Rightarrow_2 Q) \in \Delta_p^+$, а $J_{\langle v, k \rangle}(C \Rightarrow_2 Q) \in \Delta_q^- \cup \Delta_q^0$, где $v \in \{-1, 0\}$, то $C \Rightarrow_2 Q \in \Delta_p^+ \cap (\Delta_q^- \cup \Delta_q^0)$. Аналогично определим $\cap$ для $\Delta_p^- \cap (\Delta_q^+ \cup \Delta_q^0)$ и $\Delta_p^0 \cap (\Delta_q^+ \cup \Delta_q^-)$. Посредством $|\Delta_p^{\sigma_1} \cap (\Delta_q^{\sigma_2} \cup \Delta_q^{\sigma_3})|$ и $|\Delta_p^{\sigma_i}|$ обозначим числа элементов соответствующих множеств, где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \in \{+, -, 0\}$, $i=1, 2, 3$, а σ_1, σ_2 и σ_3 различны. Определим теперь функционалы $f^\sigma(p, q)$, соответствующие п.п.в.-1 и характеризующие степень противоречивости множества гипотез о причинах для Этапа I_p и Этапа I_q , выражимых посредством предиката $V \Rightarrow_2 W$:

$$f^+(p, q) = \frac{|\Delta_p^+ \cap (\Delta_q^- \cup \Delta_q^0)|}{|\Delta_p^+|},$$

$$f^-(p, q) = \frac{|\Delta_p^- \cap (\Delta_q^+ \cup \Delta_q^0)|}{|\Delta_p^-|},$$

$$f^0(p, q) = \frac{|\Delta_p^0 \cap (\Delta_q^+ \cup \Delta_q^-)|}{|\Delta_p^0|}.$$

Отметим, что номерам p и q Этапов I_p и I_q соответствуют множества гипотез Δ_p^σ и Δ_q^σ , где $\sigma \in \{+, -, 0\}$.

Заметим, что Δ_p^σ и Δ_q^σ , где $\sigma \in \{+, -, 0\}$, являются функциями, зависящими от номеров Этапов I – Этапа I_p и Этапа I_q . Пусть N_s – множество всех номеров Этапа I_p , образованных в процессе ДСМ-рассуждения на Этапе I, т.е. $N_s = \{1, 2, \dots, s\}$. Тогда $\Delta_p^\sigma = \Delta^\sigma(p)$ есть функция такая, что ее область определения есть N_s , а область значений – множество всех гипотез, порожденных на Этапах I_p , где $p = 1, 2, \dots, s$.

Следовательно, получаем, что функционал

$$f^+(\Delta^+(p), \Delta^-(q) \cup \Delta^0(q)) = \frac{|\Delta^+(p) \cap (\Delta^-(q) \cup \Delta^0(q))|}{|\Delta^+(p)|},$$

а значениями $x = f^+(\Delta^+(p), \Delta^-(q) \cup \Delta^0(q))$ являются x такие, что $0 \leq x \leq 1$. Аналогично определяются функционалы f^σ , где $\sigma \in \{0, -, +\}$, и $F^\sigma(\Omega^\sigma(p), \Omega^{\sigma_1}(q) \cup \Omega^{\sigma_2}(q))$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$, а $\sigma \neq \sigma_i$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$, $i=1,2$.

Очевидно, что $0 \leq f^\sigma(\Delta^\sigma(p), \Delta^{\sigma_1}(q) \cup \Delta^{\sigma_2}(q)) \leq 1$, а $f^\sigma(\Delta^\sigma(p), \Delta^{\sigma_1}(q) \cup \Delta^{\sigma_2}(q)) = 0$ выражает (σ) – непротиворечивость соответствующих множеств Δ_p^σ и $\Delta_q^{\sigma_1} \cup \Delta_q^{\sigma_2}$, где $\sigma \neq \sigma_i$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$, $i=1,2$.

Определим также бинарные предикаты $R^\sigma(p, q)$ и $\bar{R}(p, q)$ следующим образом:

$$R^\sigma(p, q) = f^\sigma(\Delta^\sigma(p), \Delta^{\sigma_1}(q) \cup \Delta^{\sigma_2}(q)) = 0, \text{ где } \sigma \in \{+, -, 0\}, \sigma \neq \sigma_i, \sigma_1 \neq \sigma_2, i=1, 2.$$

$$\bar{R}(p, q) = R^+(p, q) \& R^-(p, q) \& R^0(p, q).$$

Имеет место

Утверждение 4. Предикаты $R^\sigma(p, q)$ являются **рефлексивными**, т.е. истинно $\forall p R^\sigma(p, p)$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$.

Истинность $\forall p R^\sigma(p, p)$ следует из того факта, что $\Delta^{\sigma_1}(p) \cap (\Delta^{\sigma_2}(p) \cup \Delta^{\sigma_3}(p)) = \emptyset$ в силу непротиворечивости ДСМ-рассуждения, где $\sigma_1 \neq \sigma_i$, $\sigma_2 \neq \sigma_3$, $i=1,2$, для Этапа I_p ([9], Глава 5, с. 253). Следовательно, $f^\sigma(\Delta^{\sigma_1}(p), \Delta^{\sigma_2}(p) \cup \Delta^{\sigma_3}(p)) = 0$ для любого p . Таким образом, имеет место истинность $\forall p R^\sigma(p, p)$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$.

Следствием Утверждения 4 является рефлексивность предикатов $\bar{R}(p, q)$, т.е. истинность $\forall p \bar{R}(p, p)$.

Имеет место также

Утверждение 5. Предикат $\bar{R}(p, q)$ является **симметричным**, т.е. истинно, что

$$\forall p \forall q (\bar{R}(p, q) \supset \bar{R}(q, p)).$$

Легко показать, что из $\Delta^+(p) \cap (\Delta^-(q) \cup \Delta^0(q)) = \emptyset$, $\Delta^-(p) \cap (\Delta^+(q) \cup \Delta^0(q)) = \emptyset$, $\Delta^0(p) \cap (\Delta^+(q) \cup \Delta^-(q)) = \emptyset$ следуют $\Delta^+(q) \cap (\Delta^-(p) \cup \Delta^0(p)) = \emptyset$, $\Delta^-(q) \cap (\Delta^+(p) \cup \Delta^0(p)) = \emptyset$, $\Delta^0(q) \cap (\Delta^+(p) \cup \Delta^-(p)) = \emptyset$. Следовательно, для любых p и q имеет место $\bar{R}(p, q) \supset \bar{R}(q, p)$, а потому $\forall p \forall q (\bar{R}(p, q) \equiv \bar{R}(q, p))$, где $\equiv$ – логическая связка эквиваленции.

Определим также функционалы F^σ , соответствующие п.п.в.-2 и характеризующие степень противоречивости множества гипотез, выражимых посредством предиката $X \Rightarrow_1 Y$, для Этапа I_p и Этапа I_q :

$$F^+(\Omega^+(p), \Omega^-(q) \cup \Omega^0(q)) = \frac{|\Omega^+(p) \cap (\Omega^-(q) \cup \Omega^0(q))|}{|\Omega^+(p)|},$$

$$F^-(\Omega^-(p), \Omega^+(q) \cup \Omega^0(q)) = \frac{|\Omega^-(p) \cap (\Omega^+(q) \cup \Omega^0(q))|}{|\Omega^-(p)|},$$

$$F^0(\Omega^0(p), \Omega^+(q) \cup \Omega^-(q)) = \frac{|\Omega^0(p) \cap (\Omega^+(q) \cup \Omega^-(q))|}{|\Omega^0(p)|}.$$

Очевидно, что $0 \leq F^\sigma(\Omega^\sigma(p), \Omega^{\sigma_1}(q) \cup \Omega^{\sigma_2}(q)) \leq 1$, а $F^\sigma(\Omega^\sigma(p), \Omega^{\sigma_1}(q) \cup \Omega^{\sigma_2}(q)) = 0$ выражают (σ) – непротиворечивость соответствующих множеств $\Omega^\sigma(p) \cup (\Omega^{\sigma_1}(q) \cup \Omega^{\sigma_2}(q))$, где $\sigma \neq \sigma_i$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$, $i=1,2$.

Определим соответствующие функционалам $F^\sigma(\Omega^\sigma(p), \Omega^{\sigma_1}(q) \cup \Omega^{\sigma_2}(q))$ бинарные предикаты $K^\sigma(p, q)$ и предикат $\bar{K}(p, q)$ следующим образом:

$$K^\sigma(p, q) = F^\sigma(\Omega^\sigma(p), \Omega^{\sigma_1}(q) \cup \Omega^{\sigma_2}(q)) = 0, \text{ где } \sigma \in \{+, -, 0\}, \sigma \neq \sigma_i, \sigma_1 \neq \sigma_2, i=1,2.$$

$$\bar{K}(p, q) = K^+(p, q) \& K^-(p, q) \& K^0(p, q).$$

Имеют место утверждения аналогичные **Утверждениям 4 и 5**:

Утверждение 6. Предикаты $K^\sigma(p, q)$ являются **рефлексивными**, т.е. $\forall p K^\sigma(p, p)$ истинно, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$.

Следствием этого утверждения является рефлексивность предиката $\bar{K}(p, q)$.

Утверждение 7. Предикат $\bar{K}(p, q)$ является **симметричным**, т.е. истинно, что $\forall p \forall q (\bar{K}(p, q) \supset \bar{K}(q, p))$.

Множество A с заданным на нем бинарным отношением T таким, что оно является рефлексивным и симметричным, называют **пространством толерантности** $T = \langle A, T \rangle$ [25].

Так как $\bar{R}(p, q)$ и $\bar{K}(p, q)$ соответствуют бинарные отношения $\tilde{R}$ и $\tilde{K}$, то $R = \langle A, \tilde{R} \rangle$ и $K = \langle A, \tilde{K} \rangle$ являются пространствами толерантности, где A – множество номеров p Этапов I_p , где p соответствуют множества Δ_p^σ и Ω_p^σ , $\sigma \in \{+, -, 0\}$.

Если для ДСМ-рассуждения, примененного к начальной БФ, соответствующий процесс ДСМ-рассуждения порождает пространства толерантности R и K , то будем говорить, что ДСМ-рассуждение **тотально корректно**. Относительно тотально корректного ДСМ-рассуждения будем говорить, что оно обнаружило **закономерность**, реализованную в последовательности расширений $B\Phi_0 - B\Phi_0 \subset B\Phi_1 \subset \dots \subset B\Phi_s$. Эта закономерность представлена гипотезами из $Сп^*(\Omega_{0,s} \cup \Delta_{0,s})$, для которого имеет место абдуктивная сходимость, т.е. $\rho_s^\sigma \geq \rho^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$.

Аргументами, дающими основание считать $Сп^*(\Omega_{0,s} \cup \Delta_{0,s})$, представлением **закономерности** [22], являются объясняемость БФ_s и устойчивая непротиворечивость полученных результатов при сравнении результатов всех Этапов I_p . Одним из возможных истолкований тотально корректных рассуждений является понимание того, что они порождают гипотезы об «эмпирических законах» согласно терминологии Д.С. Милля.

Разумеется, что не всякое ДСМ-рассуждение является тотально корректным. Введем ниже определения некоторых возможных видов не тотально корректных рассуждений.

Предварительно определим (σ) – корректное ДСМ-рассуждение.

1. ДСМ-рассуждение будем называть (σ) – **корректным**, если $f^\sigma(\Delta^\sigma(p), \Delta^{\sigma_1}(q) \cup \Delta^{\sigma_2}(q)) = 0$ и $F^\sigma(\Omega^\sigma(p), \Omega^{\sigma_1}(q) \cup \Omega^{\sigma_2}(q)) = 0$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$, $\sigma \neq \sigma_i$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$, $i=1, 2$, для всех p и q рассматриваемого процесса ДСМ-рассуждения, реализующего стратегию $Str_{x,y}$.¹⁹

Таким образом, ДСМ-рассуждение (σ) – корректно, если истинно $\forall p \forall q (R^\sigma(p, q) \& K^\sigma(p, q))$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$.

2. ДСМ-рассуждение будем называть (σ) – **полукорректным**, если истинно утверждение $\forall p \forall q f^\sigma(\Delta^\sigma(s), \Delta^{\sigma_1}(q) \cup \Delta^{\sigma_2}(q)) \leq 0,2$ & $F^\sigma(\Omega^\sigma(s), \Omega^{\sigma_1}(q) \cup \Omega^{\sigma_2}(q)) \leq 0,2$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$, $\sigma \neq \sigma_i$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$, $i=1, 2$, а s – номер заключительной БФ_s такой, что $\rho_s^\sigma \geq \rho^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$, которой соответствуют $Сп^*(\Omega_{0,s} \cup \Delta_{0,s})$.

3. ДСМ-рассуждение будем называть **хорошо полукорректным**, если истинны утверждения:

- (a) $\exists \sigma_1 \forall p (f^{\sigma_1}(\Delta^{\sigma_1}(s), \Delta^{\sigma_2}(p) \cup \Delta^{\sigma_3}(p)) = 0 \& F^{\sigma_1}(\Omega^{\sigma_1}(s), \Omega^{\sigma_2}(p) \cup \Omega^{\sigma_3}(p)) = 0)$,
- (b) $\exists \sigma_1 \forall p (f^{\sigma_1}(\Delta^{\sigma_1}(s), \Delta^{\sigma_2}(p) \cup \Delta^{\sigma_3}(p)) \leq 0,2 \& F^{\sigma_1}(\Omega^{\sigma_1}(s), \Omega^{\sigma_2}(p) \cup \Omega^{\sigma_3}(p)) \leq 0,2)$,
- (c) $\exists \sigma_1 \forall p \neg(f^{\sigma_1}(\Delta^{\sigma_1}(s), \Delta^{\sigma_2}(p) \cup \Delta^{\sigma_3}(p)) > 0,2 \vee F^{\sigma_1}(\Omega^{\sigma_1}(s), \Omega^{\sigma_2}(p) \cup \Omega^{\sigma_3}(p)) > 0,2)$,

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \in \{+, -, 0\}$, а s – номер заключительной БФ_s.

4. ДСМ-рассуждение будем называть **некорректным**, если имеет место утверждение

$\exists \sigma \exists p \exists q (f^\sigma(\Delta^\sigma(s), \Delta^{\sigma_1}(p) \cup \Delta^{\sigma_2}(p)) > 0,2 \vee F^\sigma(\Omega^\sigma(s), \Omega^{\sigma_1}(p) \cup \Omega^{\sigma_2}(p)) > 0,2)$, где $\sigma, \sigma_1, \sigma_2 \in \{+, -, 0\}$.

Различные виды корректности или некорректности ДСМ-рассуждений в некотором смысле характеризуют их «качество» и могут быть алгоритмически распознаны. Поэтому может быть расширено строение ДСМ-метода АПГ [11], который теперь состоит из следующих шести компонент:

¹⁹ Заметим, что тотально корректное рассуждение определено относительно $Str_{x,y}$.

- условий применимости,
- ДСМ-рассуждений,
- квазиаксиоматических теорий (КАТ),
- метатеоретических исследований ДСМ-рассуждений и предметных областей,
- ИС-ДСМ,
- распознавания корректности ДСМ-рассуждений.

Сделаем также существенное дополнение относительно «качества» ДСМ-рассуждений. «Качество» ДСМ-рассуждений характеризуется не только видом его корректности, но и выбором $\text{Str}_{x,y}$. Так как множество всех возможных ДСМ-стратегий $\overline{\text{Str}}$ [11] может быть упорядочено, то максимальным «качеством» будут обладать корректные ДСМ-рассуждения с максимальными (для используемого частичного порядка) стратегиями $\text{Str}_{x,y}$.

Пусть P^σ есть множество p таких, что $f^\sigma(\Delta^\sigma(s), \Delta^{\sigma_1}(p) \cup \Delta^{\sigma_2}(p)) > 0$, т.е. $P^\sigma = \{p \mid f^\sigma(\Delta^\sigma(s), \Delta^{\sigma_1}(p) \cup \Delta^{\sigma_2}(p)) > 0\}$, где $\sigma \neq \sigma_i$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$, $i=1, 2$. Рассмотрим $\Lambda_s^\sigma = \Delta^\sigma(s) \setminus \bigcup_{p \in P^\sigma} (\Delta^{\sigma_1}(p) \cup \Delta^{\sigma_2}(p))$,

где $\sigma \neq \sigma_i$, $i=1,2$, а $\sigma_1 \neq \sigma_2$ и $\sigma, \sigma_i \in \{+, -, 0\}$. Например, $\Lambda_s^+ = \Delta^+(s) \setminus \bigcup_{p \in P^+} (\Delta^-(p) \cup \Delta^0(p))$,

где $\Delta^+(s) \cap (\Delta^-(p) \cup \Delta^0(p)) \neq \emptyset$, а $f^+(\Delta^+(s), \Delta^-(p) \cup \Delta^0(p)) = \frac{|\Delta^+(s) \cap (\Delta^-(p) \cup \Delta^0(p))|}{|\Delta^+(s)|} > 0$.

Так как $\text{Cn}^*(\Delta_{0,s} \cup \Omega_{0,s}) = \Delta_{2l_s-1} \cup \Omega_{2l_s} \cup \Phi_s$, то $\Delta^+(s) \subseteq \Delta_{2l_s-1} \cup \Phi_s$, т.е. $\Delta^+(s) \subseteq \Delta_{2l_s-1}^+ \cup \Phi_s$, а $\Lambda_s^+ \subseteq \Delta^+(s)$. Таким образом, $\Lambda_s^+ \subseteq \Delta_{2l_s-1}^+ \cup \Phi_s$.

Λ_s^+ будем называть **множеством надежных (+) – следствий п.п.в.-1 ДСМ-рассуждений**. Аналогично определяются Λ_s^- и Λ_s^0 – множества надежных (σ) – следствий п.п.в.-1 ДСМ-рассуждений, где $\sigma \in \{-, 0\}$.

Пусть $\Lambda_s = \Lambda_s^+ \cup \Lambda_s^- \cup \Lambda_s^0$, тогда $\Lambda_s \subseteq \Delta_{2l_s-1} \cup \Phi_s$. Λ_s будем называть **множеством надежных следствий п.п.в.-1 ДСМ-рассуждений**.

Аналогично рассмотрим $L^\sigma = \{p \mid f^\sigma(\Omega^\sigma(s), \Omega^{\sigma_1}(p) \cup \Omega^{\sigma_2}(p)) > 0\}$, где $\sigma \neq \sigma_i$, $i=1,2$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$, а $\sigma, \sigma_i \in \{+, -, 0\}$. Определим также $\chi_s^\sigma = \Omega^\sigma(s) \setminus \bigcup_{p \in L^\sigma} (\Omega^{\sigma_1}(p) \cup \Omega^{\sigma_2}(p))$.

χ_s^σ будем называть **множеством надежных (σ) – следствий п.п.в.-2 ДСМ-рассуждений**, а $\chi_s = \chi_s^+ \cup \chi_s^- \cup \chi_s^0$, где $\chi_s \subseteq \Omega_{2l_s} \cup \Phi_s$, будем называть **множеством надежных следствий п.п.в.-2 ДСМ-рассуждений**.

Соответственно, $\Lambda_s \cup \chi_s$ будем называть **множеством надежных следствий ДСМ-рассуждений**, где $\Lambda_s \cup \chi_s \subseteq \text{Cn}^*(\Delta_{0,s} \cup \Omega_{0,s})$.

Заметим, что введенные определения тотальной корректности, (σ) – корректности и надежных (σ) – следствий могут быть распространены и на стратегии ДСМ-рассуждений, применяющих п.п.в.-1 для метода остатков (например, $(I)_{R,3}^{(\sigma)}$) с использованием степени противоречивости $dc^{(\sigma)}$, введенной выше.

Естественно, что множество надежных гипотез должно содержаться в базе знаний ИС-ДСМ и изменяться в соответствии с последующей верификацией.

Рассмотрим теперь предпосылки формализации метода остатков средствами ДСМ-метода АПГ. Для этой цели используется квазиаксиоматическая теория (КАТ) с двумя булевыми алгебрами $\mathcal{B}_1$ и $\mathcal{B}_2$, где $\mathcal{B}_i = \langle 2^{U^{(i)}}, \emptyset, U^{(i)}, -, \cap, \cup \rangle$, $i=1,2$, а $U^{(1)}$ и $U^{(2)}$ – исходные множества объектов (и подобь-

ектов) и свойств, соответственно. $\mathcal{B}_1$ используется для представления знаний об объектах (в предикате $X \Rightarrow_1 Y$) и гипотезах о причинах (в предикатах $V \Rightarrow_2 W$ и $W_3 \Leftarrow V$), а $\mathcal{B}_2$ используется для представления знаний об эффектах (в предикатах $X \Rightarrow_1 Y$, $V \Rightarrow_2 W$ и $W_3 \Leftarrow V$) [11]. Заметим, что для формализации метода остатков существенно, что эффекты Y и W представимы не одноэлементными множествами, так как из них вычитаются эффекты уже порожденных гипотез о причинах.

Следующей предпосылкой формализации метода остатков (как вида ДСМ-рассуждений) является использование четырехзначной логики аргументации $A_2^{(4)}$ [26] для типов истинностных значений 1, -1, 0 и τ .

$A_2^{(4)}$ имеет следующие истинностные таблицы для бинарных логических связок $\&_2^{(4)}$ и $V_2^{(4)}$:

$\&_2^{(4)}$	1	-1	0	τ	$V_2^{(4)}$	1	-1	0	τ
1	1	0	0	τ	1	1	τ	1	1
-1	0	-1	0	τ	-1	τ	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	1	-1	0	τ
τ	τ	τ	0	τ	τ	1	-1	τ	τ

Эти логические связки оказываются адекватными для симметричного ДСМ-метода АПГ с двумя предикатами $M_{x,n}^+(V, W)$ и $M_{y,n}^-(V, W)$ в соответствии с рекуррентным определением множества истинностных значений (τ, n) , представляющим неопределенность гипотез:

$$(\tau, n) = (\tau, n) = \{ \langle 1, n+1 \rangle, \langle -1, n+1 \rangle, \langle 0, n+1 \rangle \} \cup (\tau, n+1) \text{ [26].}$$

Следует отметить, что $\&_2^{(4)}$ и $V_2^{(4)}$ являются неассоциативными логическими связками.

КАТ для формализации метода остатков содержит декларативные аксиомы ([11], Введение, Глава 1, стр. 28) аддитивности справа для $X \Rightarrow_1 Y$:

$$(a1)^+ \forall X \forall Y_1 \forall Y_2 ((Y_1 \neq \emptyset \& Y_2 \neq \emptyset) \rightarrow (J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 Y_1 \cup Y_2) \leftrightarrow (J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 Y_1) \& (J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 Y_2)))),$$

$$(a1)^- \forall X \forall Y_1 \forall Y_2 ((Y_1 \neq \emptyset \& Y_2 \neq \emptyset) \rightarrow (J_{(-1,n)}(X \Rightarrow_1 Y_1 \cup Y_2) \leftrightarrow (J_{(-1,n)}(X \Rightarrow_1 Y_1) \& (J_{(-1,n)}(X \Rightarrow_1 Y_2)))).$$

Имеет место также аксиома

$$(a1)^0 \forall X \forall Y_1 \forall Y_2 ((Y_1 \neq \emptyset \& Y_2 \neq \emptyset) \rightarrow (J_{(0,n)}(X \Rightarrow_1 Y_1 \cup Y_2) \leftrightarrow ((J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 Y_1) \& (J_{(-1,n)}(X \Rightarrow_1 Y_2)) \vee (J_{(-1,n)}(X \Rightarrow_1 Y_1) \& J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 Y_2)) \vee J_{(0,n)}(X \Rightarrow_1 Y_1) \vee J_{(0,n)}(X \Rightarrow_1 Y_2)))).$$

Следующие аксиомы также принимаются при формализации метода остатков:

$$(a)_R^+ \forall V \forall W \forall U_1 \forall U_2 ((W = U_1 \cup U_2 \& U_1 \neq \emptyset \& U_2 \neq \emptyset \& J_{(1,n)}(V \Rightarrow_2 W)) \rightarrow (J_{(1,n)}(V \Rightarrow_2 U_1) \& (J_{(1,n)}(V \Rightarrow_2 U_2)))).$$

$(a)_R^-$ формулируется аналогично.

Процедуры, представляющие п.п.в.-1 для метода остатков, оказались полезными для некоторых задач так называемой «доказательной медицины» (“evidence based medicine”) [27].

V. Индуктивный метод сопутствующих изменений

Индуктивный метод сопутствующих изменений (the Method of Concomitant Variations) ([1], Книга III, Глава VIII, Четыре метода опытного исследования, с. 314-318) сформулирован Д.С. Миллем в виде правила индуктивного вывода.

Пятое правило.

Всякое явление, изменяющееся определенным образом всякий раз, когда некоторым особым образом изменяется другое явление, есть либо причина, либо следствие этого явления, либо соединено с ним какой-либо причинной связью [1].

Д.С. Милль полагает, что явления, связанные в результате применения Пятого правила, в большом числе случаев характеризуются посредством функциональных зависимостей между числовыми параметрами. Он замечает, что предполагаемая связь между изучаемыми явлениями может

быть совмещенными следствиями различных причин. Поэтому он считает необходимым применение метода различия для установления причинной связи рассматриваемых явлений.

Предлагаемая ниже формализация индуктивного метода сопутствующих изменений (MCV) посредством специальных правил ДСМ-рассуждения основана на принципах (А), (В), (С), (D), сформулированных выше. Существенно отметить, что предлагаемая формализация использует исходные для ДСМ-метода АПГ отношения «объект – множество свойств» и «причина», которые представимы предикатами $X \Rightarrow_1 Y$ и $V \Rightarrow_2 W$, соответственно.

То обстоятельство, что ДСМ-метод АПГ формализует порождение гипотез о причинно-следственных зависимостях «качественно» посредством предикатов $X \Rightarrow_1 Y$ и $V \Rightarrow_2 W$ (или $W_3 \Leftarrow V$) не нарушает общности этой формализации. Поскольку всякая функциональная зависимость $F(x_1, \dots, x_n) = y$ может быть представлена предикатами $G(x_1, \dots, x_n, y)$, где

$$G(x_1, \dots, x_n, y) = \begin{cases} t, & \text{если } F(x_1, \dots, x_n) = y \\ f, & \text{если } F(x_1, \dots, x_n) \neq y. \end{cases}$$

Объекты X и подобъекты V , соответствующие предикатам $\Rightarrow_1$ и $\Rightarrow_2$, могут содержать как качественные, так и количественные параметры [28]²⁰.

Ниже сформулируем п.п.в.-1 для индуктивного метода сопутствующих изменений (MCV).

П.п.в.-1⁺_{CV} содержат стандартные для ДСМ-рассуждений посылки $J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W)$ и $M_{x,n}^+(V, W)$ & $\neg M_{y,n}^-(V, W)$ и специфическую посылку $C_{q_0}^+(V, W)$, представляющую условие индуктивного метода сопутствующих изменений (MCV). $C_{q_0}^+(V, W)$ определяется посредством параметрического предиката $\tilde{C}_p^+(V, W, k, s, l_1, \dots, l_s)$, зависящего от параметров $k, s, l_1, \dots, l_s$, где $p = \max(k, s, l_1, \dots, l_s)$. Этот предикат определяется для последовательности баз фактов $\text{БФ}_{0,r_0}, \dots, \text{БФ}_{s,r_s}$ такой, что ей соответствуют последовательности:

$$\text{БФ}_{0,1} \subset \dots \subset \text{БФ}_{0,r_0} \text{ и } \rho_{0,r_0}^\sigma \geq \rho^\sigma, \sigma \in \{+, -\};$$

.....

$$\text{БФ}_{i,1} \subset \dots \subset \text{БФ}_{i,r_i} \text{ и } \rho_{i,r_i}^\sigma \geq \rho^\sigma, \sigma \in \{+, -\};$$

.....

$$\text{БФ}_{s,1} \subset \dots \subset \text{БФ}_{s,r_s} \text{ и } \rho_{s,r_s}^\sigma \geq \rho^\sigma, \sigma \in \{+, -\}.$$

Условия $\rho_{i,r_i}^\sigma \geq \rho^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$, выражают абдуктивную сходимость для $\text{Str}_{x,y}$, применяемой к начальной $\text{БФ}_{i,1}$, где $i=0, \dots, s$. Последовательность $\text{БФ}_{i,1} - \text{БФ}_{0,1}, \dots, \text{БФ}_{s,1}$ представляет изучаемые изменения $\text{БФ}_{0,1}$ для выделенных параметров, соответствующие изменяемым эффектам. Для булевой структуры данных искомые причины в случае обнаружения регулярности изменений образуют последовательность $V \subset V_1 \subset \dots \subset V_s$ такую, что V извлекается посредством п.п.в.-1^σ_{CV} $\sigma \in \{+, -\}$ из $\text{БФ}_{0,r_0}$, а V_i извлекаются из $\text{БФ}_{i,r_i}$, где $i=0, \dots, s$. Соответственно, следствия обнаруженной регулярности образуют последовательность $W \subset W_1 \subset \dots \subset W_s$ такую, что W извлекается посредством п.п.в.-1^σ_{CV} ($\sigma \in \{+, -\}$) из $\text{БФ}_{0,r_0}$, а W_i извлекаются из $\text{БФ}_{i,r_i}$, где $i=0, \dots, s$. Таким образом, гипотезы $J_{\langle v,q \rangle}(V \Rightarrow_2 W)$ порождаются применением п.п.в.-1^σ_{CV} ($\sigma \in \{+, -\}$) к последовательности $\text{БФ}_{0,r_0}, \dots, \text{БФ}_{s,r_s}$.

Заметим, что $\text{БФ}_{i,r_i}$ – заключительные БФ, соответствующие начальным $\text{БФ}_{i,1}$ таким, что имеет место $\rho_{i,r_i}^\sigma \geq \rho^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$, что означает достижимость порога степени каузальной полноты

²⁰ В гибридной интегрированной ИС-ДСМ, предназначенной для прогнозирования биологических активных химических соединений, объекты содержат как качественные, так и числовые (количественные) параметры.

относительно АКП^(σ), что соответствует выполнимости достаточного основания для принятия гипотез на Этапе II ДСМ-рассуждения относительно начальной БФ_{i,1}.

П.п.в.-1^σ_{CV} формулируются следующим образом:

1. п.п.в.-1⁺_{CV} и п.п.в.-1⁻_{CV} имеют специфические посылки $C_q^σ(V, W)$, определяемые ниже,
2. п.п.в.-1⁰_{CV} и п.п.в.-1^τ_{CV} определяются стандартным для ДСМ-рассуждений образом.

Выше был рассмотрен лишь один вид регулярности для булевой структуры данных – соответствие монотонному расширению причин монотонного расширения следствий. Аналогично определяются и другие регулярные соответствия: монотонное расширение причин и антитонное изменение следствий, антитонное изменение причин и монотонное изменение следствий, антитонное изменение причин и антитонное изменение следствий (в этом случае $V_s \subset V_{s-1} \subset \dots \subset V_1 \subset V$ соответствует $W_s \subset W_{s-1} \subset \dots \subset W_1 \subset W$).

Для небулевой структуры данных (например, такой, что одна содержит числовые и нечисловые параметры) могут быть определены отношения строгого порядка (т.е. иррефлексивные, асимметричные и транзитивные) $>$ и $<$ такие, что для них выполняются четыре возможных вида регулярностей. Таковой может быть монотонное изменение причин и монотонное изменение следствий:

$$V < V_1 < \dots < V_s \text{ и } W < W_1 < \dots < W_s.$$

Сформулируем ниже п.п.в.-1^σ_{CV} для булевой структуры данных

$$\begin{aligned} \tilde{C}_q^+(V, W, k, s, l_1, \dots, l_s) = & \exists V_1 \dots \exists V_s \exists W_1 \dots \exists W_s (((\bigwedge_{i=1}^s J_{(\tau, l_i)}(V_i \Rightarrow_2 W_i) \& M_{x, l_i}^+(V_i, W_i) \& \\ & \neg M_{y, l_i}^-(V_i, W_i)) \& ((V \subset V_1) \& \dots \& (V_{s-1} \subset V_s))) \& \forall m \forall Z \forall U (((m \leq s) \& J_{(\tau, m)}(Z \Rightarrow_2 U) \& \\ & M_{x, m}^+(Z, U) \& \neg M_{y, m}^-(Z, U)) \rightarrow (((W \subset W_1) \& \dots \& (W_{s-1} \subset W_s)) \& (\bigvee_{j=1}^s ((Z = V_j) \& (U = W_j)))) \& (s \geq k \geq 2)), \end{aligned}$$

$C_q^+(V, W) = \exists k \exists s \exists l_1 \dots \exists l_s \tilde{C}_q^+(V, W, k, s, l_1, \dots, l_s)$, где $q = \max(\bar{l}_1, \dots, \bar{l}_s)$, а $\bar{l}_1, \dots, \bar{l}_s$ и $\bar{s}$ – константы, являющиеся значениями параметров $l_1, \dots, l_s, s$, соответственно.

П.п.в.-1⁺_{CV} формулируются следующим образом:

$$(I)_{CV}^+ \frac{J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow_2 W), M_{x_0, n}^+(V, W) \& \neg M_{y_0, n}^-(V, W), C_q^+(V, W)}{J_{\langle 1, p \rangle}(V \Rightarrow_2 W)},$$

где $p = \max(n, q) + 1$, $x_0 \in \bar{I}^+$, а $y_0 \in \bar{I}^-$.

Заменив в $C_q^+(V, W)$ $M_{x, l_i}^+(V_i, W_i) \& \neg M_{y, l_i}^-(V_i, W_i)$ на $\neg M_{x, l_i}^+(V_i, W_i) \& M_{y, l_i}^-(V_i, W_i)$ и заменив $M_{x_0, n}^+(V, W) \& \neg M_{y_0, n}^-(V, W)$ на $\neg M_{x_0, n}^+(V, W) \& M_{y_0, n}^-(V, W)$, определим $C_q^-(V, W)$ и $(I)_{CV}^-$:

$$(I)_{CV}^- \frac{J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow_2 W), \neg M_{x_0, n}^+(V, W) \& M_{y_0, n}^-(V, W), C_q^-(V, W)}{J_{\langle -1, p \rangle}(V \Rightarrow_2 W)}.$$

Как было сказано выше $(I)_{CV}^\sigma$, где $\sigma \in \{0, \tau\}$ определяются стандартным для ДСМ-рассуждений образом:

$$(I)_{CV}^0 \frac{J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow_2 W), M_{x_0, n}^+(V, W) \& M_{y_0, n}^-(V, W)}{J_{\langle 0, n+1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)},$$

$$(I)_{CV}^\tau \frac{J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow_2 W), \neg M_{x_0, n}^+(V, W) \& \neg M_{y_0, n}^-(V, W)}{J_{(\tau, n+1)}(V \Rightarrow_2 W)}.$$

Стратегии, использующие п.п.в.-1 σ_{CV} , могут быть **гомогенными**, если $x=x_0$ и $y=y_0$, или **гетерогенными**, если x,y отличны от x_0,y_0 (x,y характеризуют M^σ -предикаты, содержащиеся в $C_q^\sigma(V,W)$). Таким образом, задание стратегии для MCV определяется посредством пар (x,y) и (x_0,y_0) : $\text{Str}_{(x,y),(x_0,y_0)}$.

Общая схема извлечения знаний (knowledge discovery) из БФ, состоящая из анализа данных, предсказания и объяснения для ДСМ-метода АПГ с MCV, реализуется посредством п.п.в.-1 σ_{CV} , п.п.в.-2 и проверки абдуктивной сходимости с использованием АКП^(σ), где $\sigma \in \{+, -\}$.

Организация ДСМ-рассуждения с п.п.в.-1 σ_{CV} относительно начальных БФ_{0,1}, ..., БФ_{s,1} состоит в следующем.

1. Стандартные ДСМ-рассуждения (шаг, такт для Этапа I и Этапа II) определяются для каждой последовательности БФ_{i,1}, ..., БФ_{i,r_i}, где $\rho_{i,r_i}^\sigma \geq \rho^\sigma$, $\sigma \in \{+, -\}$, $i=0, \dots, s$.

2. Порожденные гипотезы относительно БФ_{i,r_i} считаются **кандидатами** для принятия их в качестве гипотез для индуктивного метода сопутствующих изменений (MCV).

3. Принимаются же те и только те (σ)-гипотезы, где $\sigma \in \{+, -\}$, для которых при фиксированном s выполняется предикат $C_q^\sigma(V,W)$, являющийся посылкой п.п.в.-1 σ_{CV} , кроме того, принимаются гипотезы для п.п.в.-1 и п.п.в.-2 для БФ_{s,r_s} и $\sigma \in \{0, \tau\}$.

Заметим, что п.п.в.-2, порождающие гипотезы вида $J_{(v,n)}(X \Rightarrow_1 Y)$ и $J_{(\tau,n)}(X \Rightarrow_1 Y)$, где $v \in \{1, -1, 0\}$, реализуют предсказания посредством использования гипотез о (σ)-причинах ($\sigma \in \{+, -\}$), которые получены посредством п.п.в.-1 σ_{CV} . П.п.в.-1 σ_{CV} получает свои следствия посредством применения этих правил к БФ_{s,r_s}, которая является заключительной базой фактов для последовательности БФ_{s,1}, ..., БФ_{s,r_s} такой, что $\rho_{s,r_s}^\sigma \geq \rho^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$ (это означает, что осуществлена абдуктивная сходимость для заключительной БФ_{s,r_s}, которой соответствует начальная БФ_{s,1}). В БФ_{s,r_s} порождаются посредством п.п.в.-1 σ_{CV} гипотезы с причинами V_s и следствиями W_s , входящие в соответствующие цепи включений причин и следствий.

4. Предикаты $C_q^\sigma(V,W)$ могут представлять четыре типа регулярностей для (σ)-гипотез о причинах и их следствиях: монотонность – монотонность, монотонность – антитонность, антитонность – антитонность и антитонность – монотонность. Для последнего случая регулярности имеет место зависимость между последовательностями $V_s \subset V_{s-1} \subset \dots \subset V_1 \subset V$ и $W \subset W_1 \subset \dots \subset W_s$.

Дополнительное условие MCV, заданное посредством предикатов $C_q^\sigma(V,W)$, является **неэлементарным** (или **миллевским**) в смысле Df. 2, так как в этих предикатах выразимы условия (ЭУ), (ЭЗ), (CX), (УИ) и ($s \geq k \geq 2$).

Экзистенциальное условие (ЭУ) имеет место в $C_q^+(V,W)$, так как предполагается существование s выполнимых подформул $J_{(\tau,l_i)}(V_i \Rightarrow_2 W_i) \& M_{x,l_i}^+(V_i \Rightarrow_2 W_i) \& \neg M_{y,l_i}^-(V_i, W_i)$, применимые к БФ_{i,r_i}, где $i=1, \dots, s$.

Эмпирическая зависимость (ЭЗ) выразима в $C_q^+(V,W)$ посредством подформулы

$$\forall m \forall Z \forall U (((m \leq s) \& J_{(\tau,m)}(Z \Rightarrow_2 U) \& M_{x,m}^+(Z, U) \& \neg M_{y,m}^-(Z, U)) \rightarrow (((W \subset W_1) \& \dots \& (W_{s-1} \subset W_s)) \& \bigvee_{j=1}^s (((Z = V_j) \& (U = W_j))))).$$

Условие сходства (CX) выразимо посредством подформулы $(V \subset V_1) \& \dots \& (V_{s-1} \subset V_s)$, а условие исчерпываемости (УИ) выразимо посредством подформулы $(\bigvee_{j=1}^s (((Z = V_j) \& (U = W_j))))$.

Заметим, что **Принцип сходства и детерминации** (А), реализуемый в ДСМ-методе АПГ в ДСМ-рассуждениях с п.п.в.-1^σ_{CV} для формализации индуктивного метода сопутствующих изменений, представим не только посредством условия $(V \subset V_1) \& \dots \& (V_{s-1} \subset V_s)$, но и посредством сходства фактов в M^σ -предикатах. В силу этого определение операций сходства зависит от используемой структуры данных. Для булевой структуры данных, которая рассмотрена в настоящей статье, сходство определяется посредством непустого пересечения объектов $X_1 \cap \dots \cap X_k = V$, где $V \neq \emptyset$. Однако возможны более сложные структуры данных такие, что они содержат как булевские, так и числовые переменные. Например, объект может представляться посредством пары $\langle X, l \rangle$, где X – переменная для множеств, а l – числовая переменная. Тогда операцию сходства $O_1 \Pi O_2$, где $O_1 = \langle X_1, l_1 \rangle$, $O_2 = \langle X_2, l_2 \rangle$ определим следующим образом: $V = O_1 \Pi O_2$, где $V = \langle X_1 \cap X_2, l \rangle$, а $l = \min(l_1, l_2)$, если $l_1, l_2 \in [a, b]$ – заданный интервал. Возможно и другое определение сходства, если $|l_1 - l_2| \leq \varepsilon$, где ε – заданное число, т.е. модуль разности l_1 и l_2 меньше или равен ε . В этом случае $V \neq \Lambda$, где Λ – пустой кортеж, если и только если $X_1 \cap X_2 \neq \emptyset$ и $|l_1 - l_2| \leq \varepsilon$. Иначе $V = \Lambda$. Таким образом,

$$V = \begin{cases} \langle X_1 \cap X_2, |l_1 - l_2| \rangle, & \text{если } X_1 \cap X_2 \neq \emptyset \text{ и } |l_1 - l_2| \leq \varepsilon \\ \Lambda, & \text{иначе} \end{cases}$$

Для подобной структуры данных определим и вложение для $V_1 = \langle X_1, l_1 \rangle$ и $V_2 = \langle X_2, l_2 \rangle$ $V_1 \leq V_2$ посредством следующего условия: $X_1 \subseteq X_2$ и $|l_1 - l_2| \leq \varepsilon$, а $l_1 \leq l_2$. Это определение сходства объектов может быть расширено для объектов вида $O = \langle X, l_1, \dots, l_r \rangle$, где $r > 1$.

Строгое вложение будем обозначать посредством $V_1 < V_2$, а обратное отношение для строгого вложения обозначим посредством $>$.

Для представления регулярных изменений в соответствии с используемой структурой данных определяются вложения и строгие вложения для следствий, представимых условиями $W < W_1 < \dots < W_s$ или $W_s > W_{s-1} > \dots > W$.

Таким образом, условие регулярности изменений, характерное для метода сопутствующих изменений (п.п.в.-1^σ_{CV}), представимо посредством соответствий между цепями причин $V < V_1 < \dots < V_s$ ($V_s > V_{s-1} > \dots > V$) и следствий $W < W_1 < \dots < W_s$ ($W_s > W_{s-1} > \dots > W$).

Ранее была определена тотальная корректность ДСМ-рассуждения относительно последовательности расширений $БФ_0 - БФ_0 \subset БФ_1 \subset \dots \subset БФ_s$. Если ДСМ-рассуждение является тотально корректным, то посредством этого ДСМ-рассуждения введем **операциональное определение** [29] **закономерности**, обнаруженной в $БФ^{21}$.

Будем говорить, что $Сп^*(\Omega_0, \dots, \Omega_s)$, соответствующее $БФ_0$, представляет **статическую закономерность**, если $\rho_s^\sigma \geq \rho^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$, т.е. осуществляется абдуктивная сходимость для расширений $БФ_0 - БФ_0 \subset БФ_1 \subset \dots \subset БФ_s$.

Таким образом, статическая закономерность определяется посредством операционального определения, определяющей процедурой которого является ДСМ-рассуждение с Этапом II таким, что на нем реализуется абдуктивная сходимость с $\rho_s^\sigma \geq \rho^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$ для $БФ_0, БФ_1, \dots, БФ_s$ и тотальная корректность этого расширения. Это означает, что предикаты $\bar{R}(p, q)$ и $\bar{K}(p, q)$ являются рефлексивными и симметричными, образуя, соответственно, пространства толерантности относительно $БФ_0, БФ_1, \dots, БФ_s$. Заметим в связи с этим, что установление сходства согласно Д.С. Миллю является необходимым условием обнаружения эмпирических законов [1].

Введем теперь **операциональное определение** для **динамической закономерности** посредством стратегий ДСМ-рассуждения $Str_{(x_0, y_0), (x, y)}$ таких, что они содержат п.п.в.-1^σ_{CV}, формализующие метод сопутствующих изменений (т.е. Пятое правило) Д.С. Милля.

²¹ Идея операциональных определений принадлежит нобелевскому лауреату по физике П.У. Бриджмену [29, 30]. Операциональное определение характеризует объект посредством конструктивной процедуры.

1. Пусть имеются $\text{БФ}_{0,1}, \dots, \text{БФ}_{0,r_0}$ такие, что $\text{БФ}_{0,1} \subset \dots \subset \text{БФ}_{0,r_0}$ и $\rho_0^\sigma \geq \rho^\sigma, \dots$; $\text{БФ}_{i,1}, \dots, \text{БФ}_{i,r_i}$ такие, что $\text{БФ}_{i,1} \subset \dots \subset \text{БФ}_{i,r_i}$ и $\rho_i^\sigma \geq \rho^\sigma, \dots$; $\text{БФ}_{s,1}, \dots, \text{БФ}_{s,r_s}$ такие, что $\text{БФ}_{s,1} \subset \dots \subset \text{БФ}_{s,r_s}$ и $\rho_s^\sigma \geq \rho^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$, а s – номер заключительной БФ такой, что она представляет последнюю из изменяемых БФ – $\text{БФ}_{0,r_0}, \text{БФ}_{1,r_1}, \dots, \text{БФ}_{s,r_s}$ таких, что они представляют завершающие БФ для абдуктивных сходимостей, началами которых являются $\text{БФ}_{0,1}, \text{БФ}_{1,1}, \dots, \text{БФ}_{s,1}$, соответственно.

2. Пусть, далее, ДСМ-рассуждения такие, что они применимы к $\text{БФ}_{0,1}, \dots, \text{БФ}_{s,1}$ являются **то-тально корректными**. Это означает, что для $\text{БФ}_{i,1}$ и $\text{БФ}_{i,r_i}$ определим $\text{Cn}(\Omega_{i,1}, \cup \Delta_{i,1})$ и $\text{Cn}^*(\Omega_{i,p} \cup \Delta_{i,p})$, где $i=0,1, \dots, s$, а $2 \leq p \leq r_i$ такие, что $\text{Cn}(\Omega_{i,1}, \cup \Delta_{i,1}) \cup \text{Cn}^*(\Omega_{i,p} \cup \Delta_{i,p})$ и $\text{Cn}^*(\Omega_{i,p} \cup \Delta_{i,p}) \cup \text{Cn}^*(\Omega_{i,q} \cup \Delta_{i,q})$ непротиворечивы, соответственно, где $p \neq q$, $2 \leq p, q \leq r_i$, $i=0,1, \dots, s$. Это означает, что соответствующие предикаты $\bar{R}_i(p, q)$ и $\bar{K}_i(p, q)$, где $i=0,1, \dots, s$, являются симметричными и рефлексивными, образуя пространство толерантности [25].

3. Пусть, далее, имеет место одна из четырех возможностей регулярности изменений причин и следствий, которая задана соответствием цепей причин V_i и следствий W_i (например, для $V \subset V_1 \subset \dots \subset V_s$ и $W \subset W_1 \subset \dots \subset W_s$). Эти соответствия порождаются посредством применения п.п.в.- 1^σ_{CV} , где $\sigma \in \{+, -\}$.

Тогда будем говорить, что множество гипотез, порожденное стратегией $\text{Str}_{(x_0, y_0), (x, y)}$, представляет **динамическую закономерность**, определяемую операционально посредством индуктивного метода сопутствующих изменений.

Это определение динамической закономерности распространяется на случаи, когда применяются различные отношения вложения $<$ для причин и следствий.

VI. Индуктивные методы Д.С. Милля в системах искусственного интеллекта

Искусственный интеллект (ИИ) есть имитация и усиление познавательной деятельности человека посредством компьютерных систем со специальной архитектурой такой, что она позволяет хранить и использовать знания для осуществления рассуждений и вычислений, необходимых для решения различных задач [14]. Как правило, трудоемкость решения таких задач не может быть реализована человеком в реальное время.

Конструктивной идеей ИИ является имитация известных эвристик решения задач [31] и создание новых эвристик, учитывающих возможности современных компьютеров. Эти эвристики в известной мере отражают совокупность способностей, образующих феноменологию естественного интеллекта (ЕИ) [14]:

1. способность выделять существенное в наличных знаниях (эту способность К. Ясперс выделяет как основную в характеристике ЕИ [32]);
2. способность к целеполаганию и планированию поведения;
3. способность к отбору знаний (т.е. посылок, релевантных цели рассуждения);
4. способность к рассуждению (т.е. способность осуществлять последовательность правдоподобных и достоверных выводов, включающую и выдвижение гипотез);
5. способность к аргументированному принятию решений;
6. способность к рефлексии – оценке знаний и действий;
7. наличие познавательного любопытства (способность искать ответ на вопрос «что такое?»);
8. способность и потребность находить объяснение (необязательно дедуктивное!), как ответ на вопрос «почему?»;
9. способность к синтезу познавательных процедур, образующих эвристику решения задач и изучения проблем (например, такой эвристикой является взаимодействие индукции, аналогии и абдукции, формализованное в стратегиях ДСМ-метода АПГ);
10. способность к обучению и использованию памяти;

11. способность к рационализации идей: стремление уточнить их как понятия;

12. способность к созданию целостной картины относительно предмета мышления, объединяющей знания, релевантные поставленной цели (т.е. формирование, по крайней мере, приближенной «теории» предметной области, которая может быть изменяемой открытой КАТ);

13. способность к адаптации в условиях изменения жизненных ситуаций и знаний, что означает коррекцию «теорий» и поведения.

Главным продуктом ИИ являются интеллектуальные системы (ИС). ИС есть компьютерная система такая, что:

1.°она имитирует приближенным образом способности в автоматическом или интерактивном режимах,

2.°ИС имеет следующую архитектуру

ИС=(База фактов + База знаний) + Решатель задач + комфортный интерфейс, где Решатель=Рассуждатель + Вычислитель + Синтезатор.

В ИС, реализующих ДСМ-метод АПГ, Рассуждатель осуществляет синтез познавательных процедур – индукцию (п.п.в.-1), аналогию (п.п.в.-2) и абдукцию (проверка АКП^(σ) и расширения БФ для достижимости порогов $\rho_s^\sigma \geq \rho^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$).

Рассуждатель в ИС-ДСМ может также использоваться для распознавания тотальной корректности ДСМ-рассуждений, а также других видов их корректности.

Вычислитель производит вычисления с использованием числовых параметров [28] для соответствующих структур данных²². В частности, Вычислитель может быть использован при применении ДСМ-метода АПГ с п.п.в.-1 σ_{CV} (для метода сопутствующих изменений).

Синтезатор осуществляет взаимодействие логических и вычислительных процедур Рассуждателя и Вычислителя, соответственно. В ИС-ДСМ Синтезатор используется для препроцессинга и выбора стратегий ДСМ-рассуждений.

ИС-ДСМ имитирует естественный познавательный цикл – «анализ данных – предсказание – объяснение» благодаря синтезу познавательных процедур, который состоит во взаимодействии индукции (п.п.в.-1), аналогии (п.п.в.-2) и абдукции (проверка абдуктивной сходимости посредством АКП^(σ)). Это означает, что приобретение нового знания (knowledge discovery [33]) осуществляется различными стратегиями ДСМ-рассуждений, настройка которых на предметную область посредством препроцессинга дает возможность распознать наличие статических или динамических закономерностей. Последнее обстоятельство возможно, так как метод сопутствующих изменений позволяет выявлять регулярность изменений, представимую соответствиями цепей причин и цепей следствий.

Имитация и усиление познавательных процедур, образующих эвристики решения задач, использование их для извлечения нового знания из БФ, которое пополняет знания в БЗ, дает основание считать ДСМ-рассуждения **когнитивными рассуждениями**.²³

Заметим, что класс когнитивных рассуждений, формализующих познавательный цикл «анализ данных – предсказание – объяснение», содержится в классе правдоподобных рассуждений. Однако не каждое правдоподобное рассуждение является когнитивным. Достаточным условием когнитивности правдоподобного рассуждения является обнаружение нового знания посредством синтеза познавательных процедур для реализации цикла «анализ данных – предсказание – объяснение», включающего абдуктивное объяснение полученных результатов [11,14]. В соответствии с таким пониманием когнитивных рассуждений ДСМ-рассуждения являются когнитивными рассуждениями, осуществляющими взаимодействие трех познавательных процедур – индукции, аналогии и абдукции. Индукция используется для анализа данных, аналогия – для предсказания, а абдукция реализует объяснение, коррекцию и пополнение исходных данных, будучи контролером

²² В [28] для гибридных интегрированных ИС-ДСМ использовались квантовохимические расчеты и статистические методы анализа данных.

²³ Подробная характеристика ДСМ-рассуждений как когнитивных рассуждений содержится в [14] и [11].

обоснованности рассуждений посредством проверки выполнимости АКП^(σ) (аксиом каузальной полноты ($\sigma \in \{+, -\}$)) и абдуктивной сходимости на Этапе II ДСМ-рассуждения.

Автоматическое порождение гипотез в ДСМ-методе является средством обнаружения нового знания, неявно содержащегося в БФ, что получило название в современной литературе по искусственному интеллекту как knowledge discovery. Однако в ДСМ-методе АПГ возможны два уровня knowledge discovery. Первый уровень – порождение (+)- и (-)-гипотез о причинах посредством п.п.в.-1 (индукции) и предсказаний посредством этих гипотез изучаемых эффектов, что осуществляется применением п.п.в.-2 (аналогии). П.п.в.-1 и п.п.в.-2 образуют Этап I ДСМ-рассуждений, состоящий из последовательности тактов, завершающейся стабилизацией множества порождаемых гипотез. Этап II состоит в повторении Этапов I до абдуктивной сходимости (или расходимости), что является развитием идей Ч.С. Пирса об абдукции [15, 16].

Таким образом, Этап II ДСМ-рассуждений образует первый уровень knowledge discovery в ДСМ-методе АПГ. Второй уровень knowledge discovery состоит в распознавании различных видов корректности ДСМ-рассуждений и различных соответствий цепей причин и следствий, образующих регулярности изменений в последовательностях баз фактов (БФ). На этом уровне knowledge discovery обнаруживаются статические и динамические закономерности, что является формализацией идей Д.С. Милля об эмпирических законах ([1], Книга III, Глава XVI: Эмпирические законы, с. 394-400). Статические закономерности распознаются посредством ДСМ-рассуждений на Этапе II с использованием расширения одной исходной БФ. Динамические же законы распознаются посредством ДСМ-рассуждений, стратегии которых содержат п.п.в.-1^σ_{CV} (для метода сопутствующих изменений). П.п.в.-1^σ применяются к последовательности начальных БФ – БФ_{0,1,...}, БФ_{s,1}, используемой для обнаружения регулярности изменений причин и следствий.

Так как стратегии ДСМ-метода АПГ могут быть упорядочены в соответствии с дополнительными условиями, добавляемыми к предикатам простого сходства $M_{a,n}^+(V,W)$ и $M_{a,n}^-(V,W)$, то правдоподобие результатов knowledge discovery зависит от применения соответствующих стратегий $Str_{x,y}$, среди которых могут быть максимальные стратегии относительно определяемого отношения порядка.

Архитектура ИС-ДСМ, образованная (БФ+БЗ) + Решатель задач + комфортный интерфейс, дает основания для формулирования аналогии между ИС-ДСМ и феноменологией сознания [34], представимого посредством структуры взаимодействующих подсистем – «система знаний + мышление + субъективный мир личности (СМЛ)». Таким образом, упомянутая аналогия состоит в соответствии:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{феноменология сознания} & = & \text{система знаний} & + & \text{мышление} & + & \text{СМЛ} \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{ИС-ДСМ} & = & (\text{БФ} + \text{БЗ}) & + & \text{Решатель} & + & \text{интерфейс}. \end{array}$$

Согласно Д.С. Миллю ([1], Введение), логика есть наука о рассуждении (reasoning), изучающая явления мышления, которые состоят во взаимодействии индукции и дедукции (т.е. синтезе познавательных процедур). Современная логика имеет как теоретические средства для формализации рассуждений, включающих индукцию, так и практические их реализации в интеллектуальных системах с Решателями задач, содержащих Рассуждателя. Рассуждатели являются имитаторами и усилителями умственной активности человека – как в автоматическом, так и в интерактивном режимах. Это означает, что ИС являются **партнерскими системами**, поддерживающими и усиливающими познавательную деятельность человека. Упомянутый выше познавательный цикл «анализ данных – предсказание – объяснение» обеспечивает рост знания в соответствии с известной схемой эволюционной эпистемологии К.Р. Поппера ([35], с. 57-74): P1 – ТТ – ЕЕ – P2, где P1 – решаемая проблема, ТТ – пробная теория, ЕЕ – коррекция теории и устранение ошибок, P2 – вновь возникшая проблема после **объяснения** полученных результатов.²⁴

²⁴ Следует отметить, что предлагаемая здесь связь между циклом «анализ данных – предсказание – объяснение» и схемой роста знания P1 – ТТ – ЕЕ – P2 отличается от понимания К.Р. Поппером процесса познания, которое не рассматривает индукцию как существенную познавательную процедуру.

На протяжении долгого времени пять индуктивных методов рассуждений Д.С. Милля не были формализованы с единой точки зрения и не были систематически применены к различным массивам эмпирических данных (применимость их обычно иллюстрируется посредством отдельных примеров, а не массивов данных). Философы науки, отмечая важность миллевских индуктивных методов и его идей о логике научного исследования [36], фактически ограничивались повторением его пяти правил индукции и обсуждением важности его учения о множественности причин [22,36]. ДСМ-метод АПГ не только создал формализации всех пяти индуктивных методов Д.С. Милля, сформулированных в 1843 году, но превратил их в средства когнитивных рассуждений для knowledge discovery в интеллектуальных системах (ИС-ДСМ), применяемых в различных предметных областях – фармакологии, медицинской диагностике, технической диагностике, робототехнике, социологии, криминалистике и атрибуции исторических источников [9, 10, 37]. ДСМ-метод АПГ, исходными процедурами которого являются различные правила правдоподобного вывода (п.п.в.-1), формализующие аналоги индуктивных методов Д.С. Милля, являются методом обнаружения знаний в системах искусственного интеллекта и одновременно методологией формирования открытых (квазиаксиоматических) теорий для слабо формализованных предметных областей. В силу этого ДСМ-метод стал полезным инструментом анализа данных, предсказания и объяснения, полученных посредством ИС-ДСМ в новых исследовательских областях – доказательной медицине [27, 38] и когнитивной социологии [39]. Последнее обстоятельство является осуществлением идей Д.С. Милля о применении логических правил рассуждения для «нравственных наук» ([1], Книга VI: Логика нравственных наук, с. 615-700).

Одной из первых задач, которая решалась посредством ДСМ-метода АПГ в ИС-ДСМ, была задача «структура химического соединения – биологическая активность». Смысл этой задачи (проблема P1 согласно схеме эволюционной эпистемологии) состоит в том, что БФ ИС-ДСМ содержит сведения о структуре химических соединений и их биологических активностях (в БФ представлен предикат $X \Rightarrow_1 Y$, где X – описание химического соединения, а Y – сведения о биологических активностях). Задача P1 состоит в обнаружении причин V биологических активностей W , где $W \subseteq Y$. Таким образом, порождается предикат $V \Rightarrow_2 W$ посредством п.п.в.-1 (индукции), а затем посредством п.п.в.-2 (аналогии) предсказываются наличие (или отсутствие) у соответствующих химических соединений таких, что наличие (или отсутствие) этих активностей у них неизвестно (т.е. имеет место $J_{(\tau,0)}(X \Rightarrow_1 Y)$).

Экспериментальная проверка ДСМ-метода проводилась на массивах химических соединений одного ряда, либо на массивах соединений, принадлежащих к различным химическим классам. Было исследовано около 5000 соединений, обладающих противоопухолевой, психотропной, антибактериальной, антилепрозной, генопротекторной ингибирующей холимэстеразу, канцерогенной, мутагенной и токсичной активностями. Массивы химических соединений в БФ содержали примеры активных ((+)-факты) и неактивные ((-)-факты), а также примеры химических соединений, активность которых следует предсказать ((τ)-примеры).

Правильность предсказаний посредством ИС-ДСМ составляла около 90%, а результаты многих прогнозов подтверждались биохимическими испытаниями. Причины биологических активностей, называемые **фармакофорами** ((+)-причины), и причины отсутствия биологических активностей, называемые **антифармакофорами** ((-)-причины), которые были порождены ИС-ДСМ, были использованы для химического синтеза нескольких соединений с высокой антилепрозной активностью, соединений с антибактериальной активностью, а также для синтеза ингибиторов холимэстеразы [9, 10].

ДСМ-метод АПГ, реализованный в ИС-ДСМ, был применен в ряде задач медицинской диагностики и анализа клинических данных в соответствии с целями “evidence based medicine” [27] – направление исследований в современной медицине, которое в русских переводах называется «доказательной медициной». ДСМ-метод АПГ был применен для прогнозирования высокопатогенных типов вируса папилломы человека [10] и для диагностики глазных заболеваний на примере дегенеративных и наследственных форм ретиношизиса [10].

Полезные результаты посредством ДСМ-метода АПГ были получены при анализе клинических и лабораторных признаков больных системной красной волчанкой [9, 37].

Важный результат был получен посредством применения нескольких ИС-ДСМ для анализа клинических данных онкологических больных с опухолью меланомы [38]. В результате проведенных экспериментов было выявлено следующее: все порожденные положительные гипотезы – причины (продолжительности жизни больше 5 лет), помимо прочих атрибутов, включают значение белка S100 меньше 0,120 нг/мл (лабораторная норма Российского онкологического научного центра им. Н.Н. Блохина РАМН), а все отрицательные гипотезы – причины (продолжительности жизни меньше 5 лет) включают значение S100 больше 0,120 нг/мл. Таким образом, ИС-ДСМ обнаружила маркер продолжительности жизни больных с опухолью меланомы. Отметим, что этот результат был получен посредством формализованных версий индуктивных методов Д.С. Милля (п.п.в.-1 с запретом на контрпримеры и методом различия с условием d_0 и запретами на контрпримеры). Это исследование демонстрирует высокую эффективность формализованных индуктивных методов Д.С. Милля для knowledge discovery в ИС-ДСМ.

ДСМ-метод АПГ является исследовательским аппаратом для когнитивной социологии [39]. Когнитивная социология – раздел современной социологии, изучающий как влияние познавательных возможностей человека на его социальное поведение [40], так и само социальное поведение посредством имитации и усиления познавательных процедур в интеллектуальных системах [39, 41].

В [1] Д.С. Милль высказал идею о возможности применения точных методов исследования в «нравственных науках». Эта возможность имеет место, ибо, зная мотивы, действующие на душу индивида, его характер и настроение, можно предсказать его поведение. Это предположение Д.С. Милля является оригинальной формулировкой «постулата поведения», сформулированного в 1937 году Т. Парсонсом в его работе «О структуре социального действия» [42]. В [1] (Книга VI: Логика нравственных наук) Д.С. Милль полагает, что отсталость методологии «нравственных наук» может быть преодолена посредством создания специальных методов (подобных методам естествознания), приспособленных для целей изучения природы человека и общества. В связи с развитием логики и компьютерных систем открылись возможности формализации познавательного цикла «анализ данных – предсказание – объяснение» посредством не только статистических методов изучения массового поведения, но и посредством формализованного качественного анализа социологических данных, применяемого для изучения как индивидуального поведения, так и поведения малых социальных групп. Это открыло возможности исследования индивидуального поведения и его типологий, детерминант социального поведения, а также распознавания рациональности мнений и соответствующих отклонений от него. Исследования в этих направлениях осуществимы средствами ДСМ-метода АПГ, порождающего детерминанты социального поведения посредством п.п.в.-1 (индукции), а также осуществляющего предсказания посредством п.п.в.-2 (аналогии). Более того, абдуктивное принятие гипотез о социальном поведении означает объяснение соответствующих его аспектов, что согласуется с идеями «понимающей социологии» Макса Вебера [43]. Заметим также, что изучение мнений и их детерминант реализуется с использованием обратного ДСМ-метода АПГ, порождающего зависимости типа **«сходство следствий влечет наличие (отсутствие) сходства причин»** ([9], Часть III: ДСМ-метод в социологии: анализ данных и прогнозирование, стр. 409-491).

Отметим также еще одно направление исследований – в области криминалистики, где ДСМ-метод АПГ применяется для решения идентификационных и диагностических задач почерковедческой экспертизы ([9], Часть IV: ДСМ-метод в криминалистике, с. 503-509).

ДСМ-метод был применен и для анализа исторических данных при решении задачи атрибуции исторических источников ([9], Часть IV, с. 494-501).

Еще одним перспективным применением ДСМ-метода АПГ, включающим процедуру индукции, являются интеллектуальные роботы ([9], Часть VI: ДСМ-метод в интеллектуальных роботах, с. 511-526). В [34] был сформулирован принцип развития интеллектуальных систем (ИС) до интеллектуальных роботов. Расширением ИС является когнитивная система, которая есть ИС с модулем перцепции таким, что БФ формируется в силу контакта с внешней средой. Интеллектуальный робот (ИИ-робот) есть когнитивная система с модулями манипулирования и движения [34].

Одним из вариантов ИИ-роботов являются роботы такие, что их ИС есть ИС-ДСМ, осуществляющие в Рассуждателе синтез познавательных процедур – «индукцию + аналогию + абдукцию». ИИ-роботы подобного типа способны к обучению и реализации адаптивного поведения при общении с внешней средой.

Разнообразные полезные применения ДСМ-метода АПГ, содержащего п.п.в.-1 (индукцию) возможны благодаря особенностям этого метода, развивающего и усиливающего идеи Д.С. Милля об индукции, представимые в различных стратегиях ДСМ-рассуждений, которые формализуют все пять индуктивных методов Д.С. Милля.

Сформулируем теперь эти особенности ДСМ-метода АПГ [11,14] как средства knowledge discovery, содержащего формализованные аналоги миллевских индуктивных методов.

1. ДСМ-метод АПГ точно характеризует условия своей применимости:

- а) формализуемость отношения сходства,
- б) наличие (+)- и (-)-примеров изучаемого явления в БФ,
- с) существование (+)- и (-)-причинно-следственных зависимостей, заданных неявно, в БФ.

2. Все эвристики, формализуемые посредством пяти аналогов индуктивных методов Д.С. Милля, содержат в качестве составляющего начального модуля четыре возможные комбинации предикатов простого положительного и отрицательного сходства – $M_{a,n}^+(V,W)$ и $M_{a,n}^-(V,W)$, выражающих миллевский принцип (А) **сходства и детерминации**: сходство фактов влечет наличие (отсутствие) изучаемого эффекта и его повторяемость.

Заметим, что буквальный перевод Второго правила Д.С. Милля для метода различия п.п.в.-1 $1_{\tilde{a}}$ $(I)_{\tilde{a}}^{\sigma}$, где $\sigma \in \{+, -\}$, нарушает принцип (А).

3. Правила правдоподобного вывода ДСМ-метода АПГ (п.п.в.-1 – индукции и п.п.в.-2 – аналогии) сформулированы так, что учитываются препятствия для вывода (Принцип (В)), что означает встроенность в п.п.в. фальсификации – критерия демаркации научного знания от ненаучного [13]. Возможность фальсификации кандидатов в гипотезы в п.п.в. ДСМ-метода АПГ обеспечивает **минимизацию** ошибочных предсказаний (этот факт установлен экспериментально, что является преимуществом ДСМ-метода АПГ по сравнению с другими методами анализа данных).

4. Посредством АКП^(с) – аксиом каузальной полноты, характеризующих условие применимости ДСМ-метода, осуществляется принятие гипотез **на достаточном основании**, что является формализацией и уточнением миллевского принципа единообразия природы, который гласит, что в природе существуют параллельные случаи: то, что произошло один раз, произойдет снова и при достаточной доле сходства соответствующих факторов [1].²⁵

5. Важной особенностью ДСМ-метода является то, что он осуществляет синтез познавательных процедур – индукции, аналогии и абдукции в соответствии с познавательным циклом – «анализ данных – предсказание – объяснение». Этот синтез является формализацией эвристики, завершающейся абдуктивным принятием гипотез в соответствии с абдуктивной схемой Ч.С. Пирса [15,16]:

БФ – база фактов

Н – множество гипотез

$E(N, БФ)$ – Н объясняет БФ

Любая h , если $h \in N$, то h правдоподобна.

6. Важной особенностью ДСМ-метода АПГ является формализация идеи Д.С. Милля о множественности причин ([1], Книга III, Глава X: Множественность причин и смешение следствий (действий), стр. 338-351). Различные варианты п.п.в.-1 (правил вывода для индукции) порождают все возможные причины V следствия W относительно имеющейся БФ.

7. Особенностью ДСМ-метода АПГ является **конструктивность** порождения истинностных значений выдвигаемых гипотез посредством п.п.в.-1 и п.п.в.-2 и недвузначность логики с J -операторами Б. Россера-А. Тюркетта [18].

²⁵ См. в связи с этим [36] (Книга II, §9. Учение об единообразии природы, с. 368-371.

8. Существенной особенностью индукции в ДСМ-методе является представимость в M^σ -предикатах и дополнительных неэлементарных (миллевских) условий – подформул, соответственно, для экзистенциальных условий (ЭЗ), сходства фактов и гипотез (СХ), эмпирической зависимости (ЭЗ), условий исчерпываемости (УИ) и нижней границы числа сходных примеров.

9. Существенной чертой ДСМ-метода АПГ является возможность выбора адекватных для БФ и решаемой задачи стратегий ДСМ-рассуждений в результате препроцессинга.

10. Средствами ДСМ-метода АПГ были сформулированы операциональные определения статической и динамической закономерностей, которые могут быть специфицированы следующим образом с использованием **представлений закономерностей, оснований закономерностей и реализаций закономерностей**.

Рассмотрим ниже случай статических закономерностей.

1°. Если $\Pi_n^\sigma(Z, U)$ – предикаты, которые соответствуют totally корректному ДСМ-рассуждению, то формула, в декларативном виде выражающая п.п.в.-2

$$\forall Z \forall U ((J_{(\tau, n)}(Z \Rightarrow_2 U) \& \Pi_n^\sigma(Z, U)) \rightarrow J_{(v, n+1)}(Z \Rightarrow_1 U)),$$

$$\text{где } \sigma \in \{+, -\}, \text{ а } v = \begin{cases} 1, & \text{если } \sigma = + \\ -1, & \text{если } \sigma = - \end{cases},$$

является **представлением статической закономерности**.

2°. Если $M_{x, n}^+(V, W)$ и $M_{y, n}^-(V, W)$ соответствуют totally корректному ДСМ-рассуждению, то формулы, в декларативном виде выражающие п.п.в.-1

$$\forall V \forall W ((J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow_2 W) \& M_{x, n}^+(V, W) \& \neg M_{y, n}^-(V, W) \rightarrow J_{(1, n+1)}(V \Rightarrow_2 W)),$$

являются **основанием статических закономерностей**.

Аналогично формулируется случай для посылок $\neg M_{x, n}^+(V, W) \& M_{y, n}^-(V, W)$ и заключения $J_{(-1, n+1)}(V \Rightarrow_2 W)$.

3°. Если даны представления и основания статических закономерностей, то **реализацией закономерностей** будем называть соответствующие 1° и 2° импликации такие, что переменные V и W заменяются, соответственно, константами C и Q .

Рассмотрим также случай динамических закономерностей.

1*. Если $\Pi_n^\sigma(Z, U)$ – предикаты, которые соответствуют totally корректному ДСМ-рассуждению, содержащему п.п.в.-1 σ_{CV} (для метода сопутствующих изменений), то формула, в декларативном виде выражающая п.п.в.-2

$$\forall Z \forall U ((J_{(\tau, n)}(Z \Rightarrow_2 U) \& \Pi_n^\sigma(Z, U)) \rightarrow J_{(v, n+1)}(Z \Rightarrow_1 U)),$$

$$\text{где } \sigma \in \{+, -\}, \text{ а } v = \begin{cases} 1, & \text{если } \sigma = + \\ -1, & \text{если } \sigma = - \end{cases},$$

является **представлением динамической закономерности**.

2*. Если $M_{x, n}^+(V, W)$, $M_{y, n}^-(V, W)$ и $C_q^\sigma(V, W)$, где $\sigma \in \{+, -\}$, соответствуют totally корректному ДСМ-рассуждению, то формулы, в декларативном виде выражающая п.п.в.-1 σ_{CV}

$$\forall V \forall W ((J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow_2 W) \& M_{x, n}^+(V, W) \& \neg M_{y, n}^-(V, W) \& C_q^+(V, W) \rightarrow J_{(1, n+1)}(V \Rightarrow_2 W)), \text{ яв-}$$

ляются **основанием динамических закономерностей**.

Аналогично формулируется случай для посылок $\neg M_{x, n}^+(V, W) \& M_{y, n}^-(V, W)$, $C_q^-(V, W)$ и заключения $J_{(-1, n+1)}(V \Rightarrow_2 W)$.

3*. Реализация динамических закономерностей определяется аналогично 3°.

Сформулируем и перечислим новые идеи и их реализации по сравнению с концепцией индукции Д.С. Милля.

I. Индуктивные методы Д.С. Милля формализованы посредством языка многозначной логики с J -операторами [10,21] такого, что истинностные значения высказываний имеют два типа – внутренний и внешний [21]. Внутренние истинностные значения $\bar{v} = \langle v, n \rangle$ являются оценками фактов ($n=0$) и гипотез ($n>0$), где $v \in \{1, -1, 0\}$, а $(\tau, n) = \{ \langle 1, n+1 \rangle, \langle -1, n+1 \rangle, \langle 0, n+1 \rangle \} \cup (\tau, n+1)$. Типами истинностных значений являются фактическая истина (1), ложь (–1), противоречие (0) и неопределенность (τ), а n и $n+1$ числа применений п.п.в., которые выражают степень правдоподобия гипотез (при $n>0$).²⁶ Если же $n=0$, то $\bar{v} = \langle v, 0 \rangle$ истинностное значение факта. Внешние истинностные значения t (логическая истина) и f (логическая ложь) являются оценками утверждений о фактах и гипотезах посредством J -операторов.

II. Правила правдоподобного вывода, соответствующие правилам миллевских индуктивных методов формулируются для четырех возможных случаев – фактических истины, лжи, противоречивости и неопределенности, что соответствует четырем типам истинностных значений – 1, –1, 0 и τ .

Заметим, что 1 (фактическая истина) и –1 (фактическая ложь) соответствуют **выделенным** (designated) истинностным значениям, а 0 (фактическое противоречие) и τ (фактическая неопределенность) – невыделенным. Выделенность истинностных значений $\bar{v} = \langle v, n \rangle$, где $v \in \{1, -1\}$, обусловлена тем, что информативными являются гипотезы, представляющие ($\pm$) – причины и предсказания (результаты выводов по аналогии), полученные с использованием ($\pm$)-причин, т.е. высказывания вида $J_{(v, n)}(C \Rightarrow_1 Q)$, где $v = \{1, -1\}$.

III. В ДСМ – методе существенна роль **аналогии**, так как посредством п.п.в.-2 осуществляются предсказания, использующие п.п.в.-1 (индукции), которые формализуют процедуру анализа данных в БФ ([1], Введение, Глава 4, Раздел 6: Вывод по аналогии и индуктивное обобщение в JSM-рассуждении, с. 137-143).

IV. Следует снова упомянуть о роли абдукции в ДСМ-методе АПГ, реализованной согласно схеме Ч.С. Пирса [16], посредством которой принимаются порожденные гипотезы, если имеет место объяснение БФ в результате абдуктивной сходимости. Последняя осуществляется повторениями проверки выполнимости аксиом каузальной полноты (АКП^с), которые являются аналогом закона единообразия природы Д.С. Милля, считавшего его достаточным основанием индукции.

Таким образом, в ДСМ-методе АПГ реализуется имитация познавательного цикла – «анализ данных – предсказание – объяснение». В силу чего ДСМ-рассуждения являются **когнитивными рассуждениями** [11, 14], извлекающими новое знание (knowledge discovery) из БФ [33].

V. Одной из компонент ДСМ – метода являются квазиаксиоматические теории (КАТ) – средство представления знаний в ИС-ДСМ.

В КАТ содержится дедуктивная имитация ДСМ – рассуждений ([9], Часть I, Глава 5: О дедуктивной имитации некоторых вариантов ДСМ-метода автоматического порождения гипотез, стр. 240-286).

Так как КАТ есть $\mathfrak{Z} = \langle \Sigma, \Sigma', \mathfrak{R} \rangle$, где Σ – множество аксиом, лишь частично характеризующее предметную область, Σ' – множество фактов и гипотез, а $\mathfrak{R}$ – множество правил достоверного и правдоподобного вывода, то $\mathfrak{Z}$ является вариантом открытых гипотетико-дедуктивных теорий. $\mathfrak{Z}$ – открытая гипотетико-дедуктивная теория в силу того, что Σ' – открытое пополняемое множество высказываний такое, что его расширение регулируется проверкой выполнимости АКП^с, т.е. абдуктивной сходимостью к значению порогов ρ^c . Дедукция же возможна, ибо из Σ выводимы следствия посредством правил достоверного вывода с использованием посылок из Σ' . Таким образом, в КАТ осуществляется взаимодействие индукции и дедукции, к которому стремился Д.С. Милль в [1].

VI. Базы фактов (БФ) и Базы знаний (БЗ), которые в ИС-ДСМ представляют Σ' и Σ используются для осуществления ДСМ – рассуждений (их шагов, тактов и этапов I и II). Это означает, в частности, что индукция (п.п.в.-1) применяется не к **отдельным** примерам, что имеет место в [1], а к пополняемым и изменяемым данным (фактам).

Применение индукции к изменяемым БФ, выявляющее регулярности изменений, возможно благодаря использованию п.п.в.-1^{св} (индуктивного метода сопутствующих изменений).

²⁶ Чем больше n (число применений п.п.в.), тем меньше степень правдоподобия.

VII. Существенной особенностью формализации идей Д.С. Милля об индукции является (неоднократно отмечаемое и в данной статье) использование индуктивного метода сходства с некоторыми возможными его элементарными усилениями в качестве необходимой компоненты всех формализаций индуктивных методов Д.С. Милля. Это обстоятельство является последовательным осуществлением принципа сходства и детерминации (А).

VIII. Важной особенностью индукции и аналогии в ДСМ-методе АПГ является встроенность условий фальсификации в правила правдоподобных выводов использующих предикаты $M_{x,n}^{\sigma}(V,W)$ и $\Pi_n^{\sigma}(V,W)$, где $\sigma \in \{+, -\}$. Эта возможность фальсификации кандидатов в гипотезы обеспечивает минимизацию ошибок в ДСМ-рассуждении (этот факт подтверждается экспериментально при применении ИС-ДСМ).

IX. ДСМ-метод АПГ позволяет уточнить представление об извлечении причинно-следственных зависимостей из БФ (knowledge discovery) как распознавании предрасположенности к проявлению некоторого эффекта [13], вынуждаемого (forcing) структурно заданными условиями при отсутствии противодействующих препятствий. Таковыми могут быть (-) – причины (для (+) – причины) или тормоза (+) – причины, которые сами не являются (-) – причинами ([9], часть I, Глава 2: обобщенном ДСМ – методе автоматического порождения гипотез, стр. 192-213).

Представление знаний о тормозах (+)-причин задается посредством тернарного предиката $T(V, X, W)$ – « V – причина W при отсутствии тормозов из множества X ».

Посредством предиката $T(V, X, W)$ формализуется ДСМ-метод АПГ с тернарным предикатом причинности. Эта версия называется обобщенным ДСМ-методом АПГ, который уточняет принцип миллевской индукции (В): если существуют сходства, являющиеся условиями детерминации и отсутствуют препятствия (тормоза) ее реализации, то имеет место эффект W (следствие причины V)²⁷.

X. ДСМ-метод АПГ формализует все пять индуктивных методов Д.С. Милля с некоторыми их усилениями (например, с условиями запрета на контрпримеры и единственности (+)- и (-)- причин). Различные комбинации (+)-предикатов и (-)-предикатов, входящих в посылки правил правдоподобного вывода (п.п.в.-1 и п.п.в.-2) образуют разнообразные стратегии ДСМ-рассуждений $Str_{x,y}$, адекватность которых предметной области и БФ, ее представляющей, устанавливается посредством препроцессинга ИС-ДСМ. Эти стратегии формализуют эвристики решения задач.

В [31] Д. Маккарти представление эвристик в системах искусственного интеллекта считает одним из важных направлений исследований. Создание расширяющегося множества эвристик, использующих формализованные аналоги пяти индуктивных методов Д.С. Милля в ИС-ДСМ, является практически значимым направлением исследований в области искусственного интеллекта.

Литература

1. Милль Д.С. Система логики силлогистической и индуктивной. – М.: Книжный дом «Либроком», 2010; Mill J.S. A System of Logic Ratiocinative and Inductive, Being a Connected View of the Principles of Evidence and The Methods of Scientific Investigation. – 1st edition. – London: Parker, Son and Bowin, 1843.
2. Бэкон Ф. Новый Органон. – ОГИЗ – СОЦЭКГИЗ, Ленинградское Отделение, 1935.
3. Гершель Д. Философия естествознания. Об общем характере, пользе и принципах исследования природы. – СПб.: Русская книжная торговля, 1868. Herschel J. A Preliminary Discourse on the Study of Natural Philosophy. New edition, London, 1851.
4. Уэвелл У. История индуктивных наук от древнейшего и до настоящего времени: В 3 Т. – Санкт-Петербург: Русская книжная торговля, 1867-1869. Whewell W. History of the inductive sciences, vol. 1-3, London, 1837. Whewell W. Philosophy of the inductive sciences, vol. 1-2, London, 1840.
5. Лейкфельд П. Логическое учение об индукции. – С.-Петербург: Типография В.С. Балашева и К^о, 1896.
6. Greniewski H. Elementy logiki indukcji. Warszawa, 1955.
7. Greniewski H. H. Milla Kanon Zmian towarzyszących. Studia Logica, T.V, 1957, S.109-126.
8. Финн В.К. О возможности формализации правдоподобных рассуждений средствами многозначных логик // VII Всесоюзный симпозиум по логике и методологии науки (Киев, 1976). Тезисы сообщений, Киев, Наукова думка, 1976, с. 82-83.

²⁷ При таком понимании причинно-следственной зависимости предшествование причины следствию является несущественным.

9. ДСМ-метод автоматического порождения гипотез: логические и эпистемологические основания. Под общей редакцией О.М. Аншакова. – М.: Книжный дом «Либроком», 2009.
10. Автоматическое порождение гипотез в интеллектуальных системах. Под общей редакцией проф. В.К. Финна. – М.: Книжный дом «Либроком», 2009.
11. Финн В.К. Индуктивный метод соединенного сходства-различия и процедурная семантика ДСМ – метода // Научно-техническая информация, Сер.2, №4, 2010, с. 1-17.
12. Anshakov O., Gergely T. Cognitive Reasoning. – Heidelberg; Dordrecht; London; New York; Springer, 2010.
13. Поппер К.Р. Объективное знание. Эволюционный подход. – М.: УРСС, 2002.
Popper K.R. Objective Knowledge: An evolutionary approach. Oxford, At the Clarendon Press, 1979.
14. Арский Ю.М., Финн В.К. Принципы конструирования интеллектуальных систем // Информационные технологии и вычислительные системы, №4, 2008, с.4-37.
15. Peirce C.S. Abduction and induction. Philosophical Writings of Peirce. Ed. Buchler. Dover Publications, NY, pp. 150-156.
16. Abductive Inference: Computation, Philosophy, Technology. Ed. J.R. Josephson, S.G. Josephson. – Cambridge Univ. Press, 1994.
17. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Наука, 1975.
Handbook of mathematical logic. Ed. J. Barwise North-Holland Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford, 1977.
18. Rosser J. B. and Turquette A.R. Many-Valued Logics. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1952.
19. Скворцов Д.П. О некоторых способах построения логических языков с кванторами по кортежам // Семиотика и информатика, №2, 1982, с.102-126.
20. Барвайс Д. Введение в логику первого порядка. Справочная книга по математической логике. Часть I, Теория моделей. – М.: Наука, 1982, с. 51-52.
- G. Polya. Mathematics and Plausible Reasoning. Princeton University Press, 1954.
21. Бочвар Д.А. Об одном трехзначном исчислении и его применении к анализу парадоксов классического расширенного функционального исчисления // Математический сборник. Т.4, Вып. 2, 1938, с. 287-308.
22. Бунге М. Причинность. Место причинности в современной науке. Изд. второе. – М.: Едиториал УРСС, 2010.
Bunge Mario Causality. The Place of the Causal Principle in Modern Science.
23. Дюркгейм Э. Метод социологии. – М.: Наука, 1991. – Гл. 6: Правила, касающиеся доказательств, с. 511-527.
Durkheim E. Les règles de la Méthode de sociologie. Paris: Les Presses universitaires de France, 16e édition, 1967 (1 ère édition – 1895).
24. Минто В. Дедуктивная и индуктивная логика. – М.: Типография т-ва И.Д. Сытина, 1909.
25. Шрейдер Ю.А. Равенство, сходство, порядок. – М.: Наука, 1971.
26. Финн В.К. Стандартные и нестандартные логики аргументации. Логические исследования. – М.: Наука, 2006, с. 158-189.
27. Флетчер Р., Флетчер С., Вагнер Э. Клиническая эпидемиология. Основы доказательной медицины. – М.: Медиа Сфера, 2004.
28. Максим М.В. Архитектура интегрированной ДСМ-системы интеллектуального анализа гибридных данных. В [10], Часть I, Глава 12, с. 336-350. См. там же Глава 11, с. 322-335.
29. Bridgman P.W. The Logic of Modern Physics, NY, 1927.
30. Bridgman P.W. The Nature of Some of our Physical Concepts, N.Y., 1952.
31. McCarthy J. From here to human-level AI. Artificial Intelligence. – 2007, Vol. 171, pp. 1174-1182.
32. Ясперс К. Общая психопатология. – М.: Практика, 1997.
Jaspers K. Allgemeine Psycho-Pathologie. – Berlin, Heidelberg, New York, 1973.
33. Fayyad U.M., Piatetsky-Shapiro G., Smyth P., Uthurusamy R. Advances in Knowledge Discovery and Data Mining. – The AAAI Press, 1996.
34. Финн В.К. К структурной когнитологии: феноменология сознания с точки зрения искусственного интеллекта // Вопросы философии, №1, 2009, с. 88-103.
Finn V.K. Forward Structural Cognitology: Phenomenology of Consciousness from the Point of View of Artificial Intelligence // Russian Journal of Communication, Vol. II, N 1 – 2, pp. 81-104.
35. Поппер К.Р. Эволюционная эпистемология. В кн.: Эволюционная эпистемология и логика социальных наук. Карл Поппер и его критики. – М.: Едиториал УРСС, 2000, с. 57-74.
Popper K.R. Evolutionary Epistemology / Evolutionary Theory: Paths into the Future / Ed. by J.W. Pollard. John Wiley & Sons, Chichester and New York, 1984, Ch.10, pp. 239-255.
36. Коэн М.Р., Нагель Э. Введение в логику и научный метод. – Челябинск: Социум, 2010.
Kohen M.R., Nagel E. An Introduction to Logic and Scientific Method.
37. Захарова Е.В. Прогнозирование исходов системной красной волчанки и системных васкулитов с экстраренальными и почечными проявлениями // Автореферат Диссертации на соискание ученой степени кандидата медицинских наук. М.: 2005.
38. Михайлова И.Н., Панкратова Е.С., Добрынин Д.А., Самойленко И.В., Решетникова В.В., Шелепова В.М., Демидов Л.В., Барышников А.Ю., Финн В.К. О применении интеллектуальной компьютерной системы для анализа клинических данных больных меланомой // Российский биотерапевтический журнал, Т.9, №2, 2010, с. 54.
39. Михеенкова М.А., Финн В.К., Интеллектуальный анализ данных в когнитивной социологии // XII Национальная конференция с международным участием «Искусственный интеллект-2010», Тверь, 20 – 24 сентября 2010, Труды конференции.
40. Zerubavel E. Social mindscape. An Invitation to cognitive sociology. Harvard Univ. Press, 1997.

41. Михеенкова М.А. О логических средствах интеллектуального анализа социологических данных // Искусственный интеллект и принятие решений. №1, 2010, с. 20-32.
42. Парсонс Т. О структуре социального действия. – М.: Академический Проект, 2000.
Parsons T. Structure of social action. – N.Y., London, McGraw Hill, 1937.
43. Вебер М. О некоторых категориях «понимающей» социологии. В кн.: Макс Вебер Избранное. Протестантская этика и дух капитализма.– М.: РОССПЭН, 2006, с. 377-414.

Финн Виктор Константинович. Заведующий Сектором интеллектуальных систем Отдела теоретических и прикладных проблем информатики Всероссийского института научной и технической информации РАН (ВИНИТИ РАН). В 1957 году окончил Философский факультет, в 1966 году – Механико-математический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова. Доктор технических наук, профессор, Заслуженный деятель науки РФ. Имеет 194 печатные работы. Область научных интересов: искусственный интеллект, математическая логика, интеллектуальные системы, машинное обучение, теория познания, логика и методология науки. E-mail: finn@viniti.ru.