В.М. Хачумов

Планирование траектории движения летательного аппарата[1]

Аннотация. Рассматривается задача прокладки маршрута на примере облета позиций вертолетом в условиях внешних воздействий. В качестве основного инструмента выбран венгерский метод решения задачи о назначении.

Ключевые слова: прокладка маршрута, вертолет, внешние воздействия, венгерский метод, задача о назначении.

Введение

Возможность выбирать оптимальную траекторию полета по маршруту с учетом реальных ветровых нагрузок и других воздействий на летательный аппарат (ЛА) способствует снижению эксплуатационных затрат за счет выбора наиболее экономичных маршрутов и повышению безопасности полетов. Используемые подходы к оптимизации траекторного движения ЛА зависят от конкретных видов ограничений. В работе [1] рассмотрена задача маршрутизации маловысотного полета вертолета в условиях динамических ветровых нагрузок и дано ее решение на основе обучения нейронной сети. В настоящей работе задача планирования траектории движения летательного аппарата решается на основе венгерского метода [2] путем введения ограничений на перемещения и учета порядка облета пунктов. Предлагаемая постановка задачи маршрутизации не является общепринятой, поскольку здесь важна последовательность назначений, образующая маршрут, которая в венгерском методе не рассматривается. Определена процедура считывания оптимальной траектории, являющейся следствием решения задачи о назначении. Как показано экспериментально, построенный маршрут обладает полезными свойствами и может быть практически использован при маловысотных полетах.

Решение задачи маршрутизации оказывается ключевым и для других приложений. Так, например, прогнозирование наиболее вероятного поведения летательного аппарата, рассчитанного с учетом текущих метеоусловий, позволяет решить задачу поиска его местоположения, в случае потери связи или видимости при отслеживании средствами технического зрения (СТЗ) [3-7]. Накопленная база возможных маршрутов, учитывающих метеоусловия в конкретной географической местности, может быть полезной при выборе приемлемой траектории движения без дополнительных расчетов и служить исходным материалом для проведения различных аналитических исследований.

1. Задача о назначении и ее адаптация к задаче маршрутизации

Задача о назначении формулируется применительно к маршрутизации как транспортная задача частного вида [2]. Пусть имеются n

[1] Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 09-07-00006-а, 08-01-00485-а, 09-07-00043-а), Программы фундаментальных исследований ОНИТ РАН «Информационные технологии и методы анализа сложных систем» (проект 2.2) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (лот шифр: 2010-1.1-411-009), тема: «Разработка технологии интеллектуальной обработки информации в командно-измерительных системах космического назначения» (шифр: 2010-1.1-411-009-033).

пунктов отправления и n пунктов (мест) – кандидатов назначения. В задаче маршрутизации все пункты являются элементами одного итого же множества A, причем $|A| = n$, так что один и тот же пункт может быть пунктом отправления и пунктом назначения, что отличает данную постановку от типовой.

Обозначим c_{ij} $(i, j = 1,2,...,n)$ – затраты (стоимость, время, ресурсы), связанные с назначением пункта i на место j. Введем переменные x_{ij} $(i, j = 1,2,...,n)$ такие, что $x_{ij} = 1$, если пункт i назначен на место j, и $x_{ij} = 0$, в противном случае. В соответствии с особенностями задачи маршрутизации следует положить $c_{ij} = \infty$ для всех $i = j$.

Типовая задача о назначении формулируется как задача линейного программирования [2]:

$$c = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min \text{, при условии}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \text{ для всех } i, j = 1,2,...,n.$$

Решение задачи прямым перебором при больших значениях n затруднительно. Венгерский алгоритм является полиномиальным, причем временная сложность базового алгоритма равна $O(n^4)$, а его лучших модификаций – $O(n^3)$.

По результатам решения задачи о назначении можно восстановить траекторию последовательного перемещения между пунктами.

Особенности полученного решения:

1) восстановленная траектория содержит все пункты и является оптимальной в смысле минимума суммарных затрат (или штрафа);

2) концевые пункты траектории являются следствием процедуры назначения;

3) локальные участки пунктов от точки входа до любой концевой точки трассы являются оптимальными;

4) оптимальность траектории между двумя произвольными не концевыми пунктами, в общем случае, не обеспечивается;

5) оптимальная траектория может быть не единственной.

Отметим, что алгоритм Дейкстры позволяет находить кратчайшее расстояние от одной из вершин графа до всех остальных при сложности $O(n^2 + m)$, где m – число ребер, но он не решает задачу прокладки маршрута с обходом всех вершин. Тривиальный алгоритм решения задачи коммивояжера перебирает все возможные пути за время $n!$, причем наилучший алгоритм, основанный на динамическом программировании, имеет сложность 2^n.

Выделим исходный пункт отправления с номером p_1 и конечный пункт назначения с номером p_n. Тогда задача об оптимальном маршруте формулируется следующим образом: найти такой порядок назначения с начальным пунктом p_1 и конечным p_n, который обеспечивает минимум суммарного штрафа. Однако, в соответствии с перечисленными особенностями решения в общем случае восстанавливается некоторая оптимальная траектория, содержащая все пункты трассы, но с заранее неизвестными входным f и выходным g пунктами. Значимость такой траектории может оказаться не очень высокой, если учесть необходимость прокладки оптимальной трассы между двумя конкретными пунктами с обходом всех остальных.

Управлять процессом построения трассы с применением венгерского метода можно, если ввести дополнительные ограничения задачи в виде штрафов. Нежелательные перелеты между пунктами (i, j) выделим, назначая $c_{ij} = \infty$. Условия задачи для ее последующего решения венгерским методом заносятся в таблицу штрафов (Табл. 1).

Табл. 1

Пункты отправления	Места-кандидаты			
	1	2	…	N
1	c_{11}	c_{12}		c_{1n}
2	c_{21}	c_{22}	…	c_{2n}
…	…	…	…	…
n	c_{n1}	c_{n2}	…	c_{nn}

Алгоритм решения задачи разбивается на несколько этапов. Первые четыре этапа полностью совпадают с венгерским методом. Пятый (дополнительный) этап связан с восстановлением траектории и заключается в установлении порядка назначения, соответствующего наилучшей последовательности облета пунктов.

1. Получение нулей во всех строках и столбцах

Для этого находим минимальный элемент каждой строки и вычитаем его из всех элементов соответствующей строки. Аналогично поступаем для каждого столбца в том случае, если он не содержит нуля после работы со строками.

2. Поиск оптимального решения

В строке, имеющей меньшее количество нулей, отмечаем один из нулей и зачеркиваем все остальные нули, находящиеся в строке и столбце, связанных с данным отмеченным нулем. Данная операция проводится последовательно для всех строк. Если каждая строка содержит отмеченный нуль, то имеем оптимальное решение. В этом случае полагаем, что для элементов матрицы с отмеченными нулями $x_{ij} = 1$, а для других - $x_{ij} = 0$. Осуществляем переход к этапу 5. В противном случае переходим к следующему этапу.

3. Этап разметки строк и столбцов

1) Отмечаем строку, не содержащую ни одного отмеченного нуля.

2) Отмечаем столбец, содержащий перечеркнутый нуль в отмеченной строке.

3) Отмечаем строку, содержащую отмеченный нуль хотя бы в одном из отмеченных точкой столбцов.

Процедура разметки строк и столбцов выполняется до тех пор, пока есть что отмечать.

4. Перестановка отмеченных нулей

Зачеркнем каждую неотмеченную строку и каждый отмеченный столбец. В неперечеркнутых клетках находим минимальный элемент. Вычтем этот элемент из элементов, не перечеркнутых столбцов, и добавим этот минимальный элемент ко всем элементам перечеркнутых строк. Возвращаемся к этапу 2.

5. Определение порядка назначения (восстановление трассы)

Алгоритм считывания трассы:

1) Начиная с k-ой строки, соответствующей пункту отправления с номером k ($k \in A, k \neq g$), находим отмеченный нуль и соответствующий ему номер l столбца, в котором он находится. Этот номер является номером пункта назначения из k-го пункта отправления и одновременно с этим номером пункта отправления на очередном шаге;

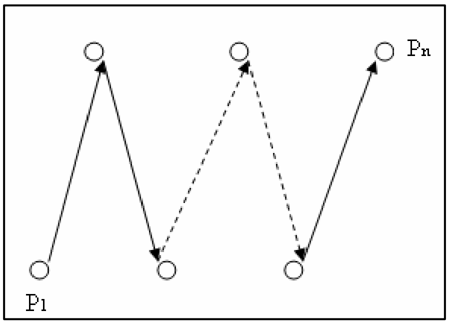

Рис.1. Упорядочение назначений в виде двудольного графа

2) Рассматривая строку l, соответствующую номеру l-го пункта отправления, находим отмеченный нуль и соответствующий ему очередной номер столбца и пункта назначения. Процесс восстановления повторяется, пока это возможно. При этом будет достигнут конечный пункт трассы g;

3) Если восстановлена вся трасса (т.е. трасса, содержащая все пункты из множества A), то перейти на 6), иначе перейти на 4);

4) Начиная с k- го столбца, соответствующего пункту назначения с номером k ($k \in A, k \neq f$), находим отмеченный нуль и соответствующий номер m строки, в которой он находится. Этот номер является номером пункта отправления в k - ый пункт назначения и одновременно с этим номером пункта назначения на очередном шаге;

5) Рассматривая столбец m, соответствующий номеру пункта назначения, находим отмеченный нуль и соответствующий ему очередной номер строки и пункта отправления. Процесс повторяется, пока это возможно. При этом будет достигнут начальный пункт трассы f;

6) Конец.

Заметим, что если $k = f$, т.е. считывание начинается с крайней точки трассы, то пункты 4) и 5) становятся лишними. Наиболее удачный расклад обеспечивается, если $k = f = p_1$ и при этом $g = p_n$. Порядок назначения можно наглядно описать, если в соответствии с алгоритмом последовательно строить двудольный ориентированный граф $G = (P, E)$ с вершинами отправления и назначения $p_i \in P, i = 1,..,n$, соответствующими элементам множества A, и ребрами $e_j \in E, j = 1,...,n-1$, направленными из пунктов отправления в пункты назначения (Рис. 1).

В результате получают (восстанавливают) искомый маршрут, который предъявляется лицу, принимающему решение.

2. Практическое решение задачи прокладки курса

Рассмотрим в качестве примера задачу планирования маршрута движения вертолета, представленную в работе [1]. Пусть имеются семь пунктов, через которые должна быть проложена трасса. Полетное задание заключается в перелете из пункта 1 в пункт 7 с облетом всех промежуточных пунктов. Известны расстояния между пунктами и ограничения на перелеты (перелеты с расстоянием равным ∞). Условия задачи в виде матрицы штрафов занесены в Табл.2.

Табл. 2

	1	2	3	4	5	6	7
1	∞	55	93	45	87	95	∞
2	∞	∞	58	53	105	48	49
3	∞	106	∞	128	138	64	102
4	∞	45	75	∞	114	92	116
5	∞	70	190	195	∞	58	64
6	∞	62	87	120	124	∞	37
7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

Начальный и конечный пункты назначения укажем, полагая $c_{ij} = \infty$ для соответствующих номеров (i, j). Видно, что, из пункта 1 нельзя достичь напрямую пункта 7, запрещены возвраты в исходные пункты. Особенностью матрицы является то, что движение между пунктами в прямом и обратном направлениях требует неодинаковых ресурсов. Подобные обстоятельства могут быть вызваны метеоусловиями – наличием встречного и попутного ветра, другими обстоятельствами, связанными с возможными угрозами.

Покажем, что венгерский метод можно применить для решения задачи прокладки курса.

Рассмотрим информационную часть исходной матрицы в виде Табл.3:

Табл. 3

55	93	45	87	95	∞
∞	58	53	105	48	49
106	∞	128	138	64	102
45	75	∞	114	92	116
70	190	195	∞	58	64
62	87	120	124	∞	37

Решение в соответствии с венгерским методом состоит из следующих этапов:

Этап 1: получение нулей во всех строках и столбцах матрицы:

Табл. 4.

10	38	0	0	50	∞
∞	0	5	15	0	1
42	∞	64	32	0	38
0	20	∞	27	47	71
12	122	137	∞	0	6
25	40	83	45	∞	0

Этап 2: поиск оптимального решения путем разметки нулей (выделено затенением ячейки, содержащей отмеченный нуль).

Табл. 5

10	38	0	~~0~~	50	∞
∞	0	5	15	~~0~~	1
42	∞	64	32	0	38
0	20	∞	27	47	71
12	122	137	∞	~~0~~	6
25	40	83	45	∞	0

Т.к. оптимальное решение, при котором в каждой строке есть по одному отмеченному нулю, не найдено, то переходим к этапу 3.

Этап 3: разметка строк и столбцов (помечаем с помощью символа (*)).

Табл. 6

10	38	0	~~0~~	50	∞	
∞	0	5	15	~~0~~	1	
42	∞	64	32	0	38	*
0	20	∞	27	47	71	
12	122	137	∞	~~0~~	6	*
25	40	83	45	∞	0	
				*		

Этап 4: перестановка отмеченных нулей. Этап заключается в разметке строк и столбцов и выполнении установленных преобразований.

Табл. 7

10	38	0	$\cancel{0}$	50	∞	
∞	0	5	15	$\cancel{0}$	1	
42	∞	64	32	0	38	*
0	20	∞	27	47	71	
12	122	137	∞	$\cancel{0}$	6	*
25	40	83	45	∞	0	
				*		

После преобразований получаем:

Табл. 8

10	38	0	$\cancel{0}$	56	∞
∞	0	5	15	6	1
36	∞	58	26	0	32
0	20	∞	27	53	71
6	116	131	∞	$\cancel{0}$	$\cancel{0}$
25	40	83	45	∞	0

Видно (Табл.8), что оптимальное решение не найдено, поэтому переходим к этапу 3. После двух итераций получаем окончательно (Табл. 9):

Табл. 9.

30	38	0	$\cancel{0}$	82	∞
∞	0	5	15	32	27
30	∞	32	0	$\cancel{0}$	32
0	$\cancel{0}$	∞	7	59	77
$\cancel{0}$	90	105	∞	0	$\cancel{0}$
19	14	57	19	∞	0

Табл. 9 соответствует решению задачи о назначении, но из нее следует выписать искомый маршрут для задачи облета.

Этап 5: решение задачи маршрутизации

В завершающей стадии последовательно считывают решение из результирующей таблицы в соответствии с описанным алгоритмом. Начиная со строки 1 (пункт отправления 1) находим отмеченной нуль, который соответствует столбцу 4 (пункт назначения 4). Перемещаясь на строку 4, находим отмеченный нуль в столбце 2 и т.д. пока не будут выбраны все пары пунктов. В данном случае удается построить оптимальную трассу (Рис. 2), соответствующую условию задачи. Она записывается в следующем виде: 1→4→2→3→5→6→7.

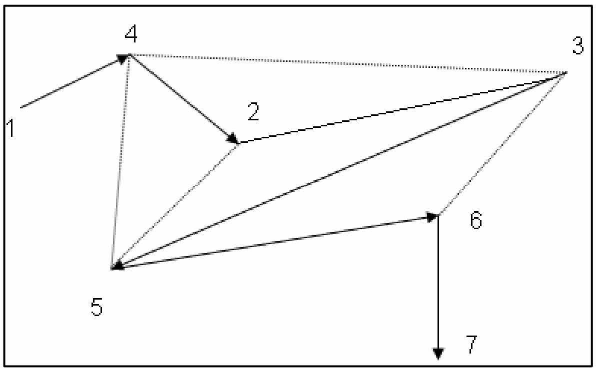

Рис.2. Результирующая трасса полета

Ей соответствует стоимость равная 381 условным единицам. Данное решение отличается от решения полученного в работе [1] в виде: 1→4→5→2→3→6→7 с показателем 388.

3. Области применения и практическая значимость

Основные задачи, связанные с автоматизации полета вертолета, описаны в работе [4]:

1) изучение динамики полета вертолета и его системы управления;

2) планирование маршрута полета;

3) формирование траектории маловысотного полета;

4) облет препятствий;

5) автоматизация маловысотного полета в целом.

Как видим, прокладка маршрута занимает существенную часть полета. Произвольный выбор траектории, например по прямой линии между начальной и конечной точками полета, может привести к существенному увеличению затрат ресурсов или аварии при наличии препятствий. В имеющихся постановках задач по управлению полетом вертолета оптимальный путь ищется методами математического программирования с визуализаций полученного маршрута средствами компьютерной графики. Использование венгерского метода может обеспечить расчет оптимальной траектории по обобщенному критерию качества с относительно малыми объемами вычислений. При этом приближенно определенный на дальнем расстоянии маршрут уточняется в процессе движения на средних расстояниях в направлении полета аппарата.

Венгерский метод может быть применен и для решения задач другого вида. Так, открытыми и широко исследуемыми в настоящее время являются вопросы обнаружения динамической цели, определения ее местоположения и прогнозирования траектории движения. В качестве входных данных используются данные наблюдения за объектом, полученные от средств технического зрения (СТЗ), установленных на космических и других летательных аппаратах. Интегральная интеллектуальная технология, направленная на комплексное решение задачи наблюдения, сопровождения и прогнозирования движения цели, в этом случае (с учетом работ [5-8]) содержит следующие компоненты:

1) фильтрация изображений (на основе типовых фильтров и искусственной нейронной сети (ИНС) Хопфилда);

2) удаление фона (на основе гистограмм и метрики Махаланобиса);

3) выделение локальных объектов на панорамных снимках с помощью волнового алгоритма;

4) нормализация изображений (ориентация, масштаб) на основе линий положения;

3) распознавание объектов с помощью ИНС (Хемминга, Кохонена и др.);

4) определение (плоских) локальных координат цели по снимкам и их привязка к глобальным координатам;

5) восстановление трехмерных глобальных координат цели и оценка их точности на основе принятой математической модели СТЗ;

6) уточнение местоположения (методы триангуляции с использованием реперных точек, данных GPS/Глонасс и др.);

7) прогнозирование движения цели (ИНС, планировщики).

Суть интеллектуальной технологии заключается в следующем. Средствами СТЗ и методами обработки и распознавания изображений обнаруживается целевой объект, после чего происходит мониторинг его движения. В случае пропадания объекта из зоны видимости или при необходимости превентивного определения направления движения цели осуществляется прогнозирование траектории. Применение ИНС обеспечивает наиболее вероятное продолжение траектории по известной к данному моменту трассе движения [3]. Для обучения нейронных сетей могут быть использованы базы типовых траекторий. Если же учебная выборка неизвестна, то перемещение предлагается прогнозировать венгерским методом прокладки маршрута с учетом текущей матрицы штрафов.

Заключение

В статье рассмотрен практический алгоритм планирования трассы ЛА, базирующийся на венгерском методе решения задачи о назначении. Показано, что применение метода приводит к прокладке оптимальной трассы, отвечающей минимуму суммы штрафов при снятии условий на концевые пункты. При определенных условиях удается приспособить алгоритм восстановления трассы к решению практически значимых задач планирования траекторного движения с установленными пунктами отправления и назначения. Другая задача, в которой может быть использован рассмотренный алгоритм, связана с наблюдением динамической цели. Накопление баз данных с привязкой ко времени служит основой для выбора приемлемой траектории в текущих условиях и прогнозирования движения цели.

Литература

1. Зарепур Г., Лебедев Г.Н., Толуи А. Интеллектуальное управление автономным полетом вертолета при геоbecause разведке. – http://www.rtc.ru/conference/rob10-ogl.shtml
2. Кудрявцев Е.М. Исследование операций в задачах, алгоритмах и программах. – М.: Радио и связь, 1984.
3. Талалаев А.А., Тищенко И.П., Фраленко В.П., Хачумов В.М. Анализ эффективности применения искусственных нейронных сетей для решения задач распознавания, сжатия и прогнозирования. – Искусственный интеллект и принятие решений, №2, 2008, с.24-33.
4. Никифорова Л.Н. Построение оптимальной траектории маловысотного полета на средних дистанциях. – Авиакосмическое приборостроение, № 3, 2010, с.32-38
5. Хачумов В.М., Фраленко В.П. Эксперименты с прогнозированием, сжатием и фильтрацией данных на основе нейронных сетей. – Нейрокомпьютеры: разработка, применение, N9, 2008, с.35-42.
6. Хачумов В.М. Определение местоположения и идентификация динамических целей на основе интеграции информационных технологий. – Тезисы доклада II Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы ракетно-космического приборостроения и информационных технологий» (Москва, 2-4 июня 2009 г). – М.: ФГУП РНИИ КП, 2009 (на компакт диске).
7. Недев М.Д., Талалаев А.А., Тищенко И.П., Хачумов В.М. Задачи распознавания, географической привязки и наблюдения объектов на основе анализа полутоновых снимков. – Авиакосмическое приборостроение № 12, 2009, с.19-24.

8. Хачумов В.М. Разрядно-параллельные алгоритмы оценки местоположения и ориентации космического аппарата. – Авиакосмическое приборостроение, № 6, 2010, с.18-24.

Хачумов Вячеслав Михайлович. Главный научный сотрудник Института системного анализа РАН. Окончил Ленинградский кораблестроительный институт в 1971 году. Доктор технических наук, профессор. Автор свыше 150 печатных работ, в том числе двух монографий. Область научных интересов: искусственный интеллект, распознавание образов, нейронные сети, параллельные и разрядно-параллельные вычисления.