# Модификация метода экспертной номинально-порядковой классификации<sup>1</sup>

Аннотация. Анализируются достоинства и недостатки метода NORCLASS, предназначенного для построения полной (с точностью до знаний эксперта) и согласованной многопризнаковой номинально-порядковой классификации. На основе процедур, реализованных в методе основанной на знаниях многопризнаковой номинальной классификации STEPCLASS, предлагается эффективная модификация метода NORCLASS, которая позволяет устранить многие его недостатки, сохраняя присущие ему достоинства.

**Ключевые слова:** многопризнаковая классификация, основанная на знаниях; доминирование по характерности; структуризация проблемной области; согласованность классифицирующих правил.

#### Введение

Классификация по многим критериям является одной из типичных задач принятия решений. Она заключается в разделении множества альтернатив, характеризуемых оценками по многим критериям, на классы, где класс - это подмножество альтернатив, принадлежность к которому либо непосредственно определяется лицом, принимающим решение (ЛПР), на основе его предпочтений, либо выводится из решений ЛПР о принадлежности в отношении других альтернатив. В [1] подчеркивается, что разница между задачами многокритериальной классификации и традиционными задачами классификации, к которым применяются статистические методы, методы распознавания образов и т.п., заключается в возможности получения информации о предпочтениях ЛПР как в отношении оценок классифицируемых альтернатив по критериям, так и в отношении предварительно заданных классов. Упорядоченность классов в соответствии с предпочтениями ЛПР означает, что классы могут быть перенумерованы, например, по возрастанию номеров так, чтобы каждая альтернатива из класса с меньшим номером была предпочтительнее для ЛПР, чем каждая альтернатива из класса с большим номером. Такая постановка задачи многокритериальной классификации, основанной на предпочтениях (МККП), называется порядковой классификацией или многокритериальной сортировкой. Для ее решения разработан ряд подходов, среди которых следует выделить такие, как многокритериальная теория полезности (MAUT) [2-4], методы семейства ELECTRE, основанные на относительном превосходстве (outranking approach) [5-7], теория приближенных множеств (rough sets theory) [8-11], теория нечетких множеств (fuzzy sets) [12], и вербальный анализ решений (ВАР) [13,14]. В [15] ставится и решается задача МККП, в которой шкалы критериев могут быть упорядочены в соответствии с предпочтениями ЛПР, а классы неупорядочены. Хотя эта задача названа там номинальной МККП, упорядоченность оценок на шкалах критериев в соответствии с предпочтениями ЛПР делает ее номинально-порядковой.

Задачи классификации могут быть также основаны не на предпочтениях, а на знаниях ЛПР

81

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Работа поддержана программами фундаментальных исследований президиума РАН «Интеллектуальные информационные технологии, математическое моделирование, системный анализ и автоматизация» и ОНИТ РАН «Информационные технологии и методы анализа сложных систем», Российским фондом фундаментальных исследований (проекты 08-01-00247, 08-07-13532, 09-07-00009, 09-07-12111, 10-07-00242).

[16,17], которого, в таком случае, корректнее называть экспертом. Различие между МККП и классификацией, основанной на знаниях, объясняется в [18, 19]. Далее, для таких задач будем использовать термины «признаки» и «объекты»» вместо используемых для МККП терминов «критерии» и «альтернативы», соответственно, а саму задачу - задачей многопризнаковой классификации, основанной на знаниях (МПКЗ). Такое разграничение терминологии носит, преимущественно, концептуальный характер и не делает перечисленные выше подходы неприменимыми для задачи МПКЗ. Тем не менее, следует заметить, что все эти подходы, кроме ВАР, мотивированы, до некоторой степени, ограниченной возможностью непосредственного участия ЛПР/эксперта в решении задачи, что объясняется, в частности, существенными затратами времени на выявление его предпочтений/знаний. Поэтому в таких подходах основное внимание уделяется не организации эффективного диалога с ЛПР/экспертом для выявления его предпочтений/знаний, а способам вывода классифицирующих правил на основе их некоторой выборки, полученной из тех или иных источников (включая, частично, ЛПР/эксперта). Математический аппарат, используемый для такого вывода. делает результаты решения классификации труднообъяснимыми (если вообще объяснимыми) не только для пользователя результатов решения, но и для ЛПР/эксперта. Кроме того, многие известные методы классификации плохо справляются (если вообще справляются) с решением задач большой размерности. Как отмечается в [20], чем больше размерность задачи (определяемая числом признаков и их значений), тем с меньшей уверенностью можно говорить о достижимости полноты классифицирующих правил и точности выводимых из нее заключений.

Методы принятия решений, использующие парадигму ВАР, ориентируются только на информацию (предпочтения или знания), получаемую от ЛПР/эксперта в качественном, а не в количественном виде, и обрабатывают ее без каких-либо количественных преобразований, а только на основе разумных логических выводов, понятных ЛПР/эксперту и пользователю.

МПКЗ возникает при построении баз знаний для диагностических экспертных систем или систем поддержки диагностических решений

(СПДР). В такой задаче классами являются подмножества объектов, в отношении которых эксперт принимает одно и то же классифицирующее решение (ставит один и тот же диагноз), или одно и то же классифицирующее решение (один и тот же диагноз) выводится на основе решений (диагнозов), принятых (поставленных) экспертом в отношении других объектов. Задача МПКЗ может быть порядковой, номинально-порядковой или номинальной. Как показано в [16, 17], знания эксперта, как и предпочтения ЛПР, могут использоваться для упорядочения значений признаков, например, по характерности (типичности) для классов/диагнозов. Если классы также могут быть упорядочены, например, по степени тяжести одного и того же диагноза или по степени уверенности эксперта в наличии такого диагноза, такая задача МПКЗ называется порядковой. Для ее решения разработан ряд методов (CLASS, CYCLE, DIFCLASS), основанных на принципах ВАР [16,17,21-23]. Если же классы соответствуют разным диагнозам и, следовательно, не могут быть упорядочены, а значения признаков могут быть упорядочены указанным выше образом, возникает задача номинальнопорядковой классификации. В [16, 17] предлагается безымянный метод решения номинально-порядковой задачи МПКЗ, также основанный на принципах ВАР, которому в [19] было дано название NORCLASS (от английского NOminal-Ordinal CLASSification). Наконец, в [24] предлагается метод STEPCLASS для решения задачи МПКЗ, поставленной только в номинальных терминах (неупорядоченные классы и неупорядоченные значения признаков).

Все перечисленные выше методы, использующие парадигму ВАР, основаны на следующем соображении: СПДР — прикладная система, и, следовательно, ее база знаний должна содержать полный (с точностью до знаний эксперта) и согласованный набор классифицирующих правил высококвалифицированного эксперта-практика. Естественно, такой эксперт может непосредственно задать некоторые правила. Однако хорошо известно, что эксперт знает больше, чем может сказать, и, почти наверняка, набор перечисленных им правил будет применим только к типичным объектам. Соответственно, набор таких правил будет неполным не только для данной проблемной области,

но и в отношении знаний эксперта. Это объясняется, помимо прочего, тем фактом, что эксперт не формулирует правила в своей повседневной деятельности, а применяет их, анализируя конкретные ситуации (объекты). В связи с этим, процедура выявления классифицирующих правил организована в этих методах на основе моделирования объектов, подлежащих классификации, в виде комбинаций значений признаков и предъявлении их эксперту для анализа и классификации. Эти методы реализуют различные походы к сокращению числа обращений к эксперту (числа непосредственно классифицируемых объектов), и, при этом, позволяют строить полные (с точностью до знаний эксперта) и непротиворечивые базы знаний даже для задач МПКЗ большой размерности.

В следующем разделе приводится описание метода NORCLASS, и анализируются его достоинства и недостатки. В Разделе 2 кратко описываются основные идеи метода STEPCLASS. Раздел 3 содержит принципы модификации метода NORCLASS на основе реализованных в методе STEPCLASS подходов к структуризации проблемной области, процедур диалога с экспертом для выявления его классифицирующих правил, а также способов контроля и обеспечения согласованности таких правил.

#### 1. Метод NORCLASS

#### 1.1. Постановка задачи

Метод NORCLASS [16, 17] предназначен для решения задачи многопризнаковой классификации в следующей постановке.

Лано:

 $C = \{C_1, C_2, ... C_L\}$  – классы, к которым могут принадлежать объекты данной проблемной области.

 $Q = \{Q_1, Q_2, ... Q_M\}$  – наименования признаков, значениями которых описываются объекты данной проблемной области.

 $K_m = \left\{k_{m1}, k_{m2}, ..., k_{mn_m}\right\}$  — набор значений m -го признака (шкала значений признака  $Q_m$ );

 $A = K_1 \times K_2 \times ... \times K_M$  — множество М-признаковых описаний всех гипотетически возможных объектов данной проблемной области, т.е. любой i -й объект описывается кор-

тежем 
$$a_i = (a_{i1}, a_{i2}, ..., a_{iM}),$$
 где  $a_{im} \in K_m$ ,  $m = \overline{1.M}$ .

Требуется:

Распределить объекты из A по классам  $C_1,...,C_L$  в соответствии со знаниями эксперта так, чтобы результирующая классификация была полна (с точностью до знаний эксперта) и согласована.

#### 1.2.Основные идеи метода NORCLASS

Метод NORCLASS основан на так называемой гипотезе о характерности: предполагается, что эксперт может упорядочить значения каждого признака по их характерности для каждого класса независимо от значений по другим признакам. Другими словами, эксперт может перенумеровать значения каждого  $Q_m \in Q$  по убыванию их характерности для каждого класса  $C_l \in C$ , так что номер «1» будет соответствовать наиболее характерному значению данного признака для такого класса, а номер  $n_{\scriptscriptstyle m}$  – наименее характерному, где  $n_{\scriptscriptstyle m}$  – число значений признака  $Q_m$ . Назовем такие порядковые номера «рангами характерности» и будем обозначать их следующим образом:  $r_{mi}^l, l = \overline{1, L}, m = \overline{1, M}, i = \overline{1, n_m}$ . Тем самым, на шкалах признаках задаются L бинарных строгого  $R_m^l = \{(k_{mi}, k_{mi}) \in K_m \times K_m | r_{mi}^l < r_{mi}^l \}, \ l = \overline{1, L}.$ 

Отношения  $R_m^I$  используются для построения бинарных отношений доминирования по характерности для каждого класса на множестве объектов A:

$$R^{l} = \left\{ \left( a_{i}, a_{i} \right) \in AxA \mid \forall m = \overline{1, M} \left( a_{mi}, a_{mj} \right) \in R_{m}^{l}, l = \overline{1, L} \right\}.$$

Далее, для простоты, будем говорить, что объект  $a_i$  более характерен для класса  $C_l$ , чем объект  $a_i$ , если  $(a_i, a_i) \in R^l$ .

Естественно предположить, что, если эксперт относит некоторый объект к какому-то классу, все объекты, которые доминируют такой объект по характерности для того же класса, также будут относиться к этому классу:

если 
$$a_i \in {}^E C_l$$
 и  $(a_i, a_i) \in R^l$ , то  $a_i \in C_l$  (1)

(значок  $\in$  <sup>E</sup> означает, что принадлежность объекта к классу непосредственно указана экспертом). Аналогично, если объект не принадлежит, по мнению эксперта, к какому-то классу, объекты, описываемые значениями признаков, менее характерными для такого класса, также не будут принадлежать к такому классу. Непринадлежность объекта к классу неявно следует из перечисления экспертом классов, к которым такой объект принадлежит. Например, если  $a_i \in {}^E C_l$ , это означает, что  $a_i \notin^E C_w, \forall w \neq l$ , поскольку эксперт не отнес этот объект ни к каким другим классам, кроме  $C_I$  (значок  $\not\in^E$  означает, что непринадлежность объекта к классу (неявно) указана экспертом). Тогда, наряду с правилом (1), выполняется следующее правило:

если 
$$a_i \notin^E C_W$$
 и  $(a_i, a_s) \in R^W$ , то  $a_i \notin C_W$  (2)

Правила (1) и (2) позволяют сделать вывод о принадлежности и непринадлежности некоторых объектов к соответствующим классам без предъявления их эксперту.

Проиллюстрируем применимость правил (1) и (2) следующим примером. Пусть эксперт задал 2 класса  $C_1$  и  $C_2$ , 4 признака  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  и  $Q_4$ , а также их соответствующие значения  $\{k_{mi}\}$ ,  $m=\overline{1,M}$ ,  $i=\overline{1,n_m}$ . Кроме того, эксперт упорядочил значения каждого признака по характерности для каждого класса (т.е. построил бинарные отношения  $R_m^l$ ,  $m=\overline{1,M}$ ,  $l=\overline{1,L}$ ). В Табл. 1 перечисляются признаки, их значения и ранги характерности значений для каждого класса, а в Табл. 2 приводятся кортежи значений признаков для всех объектов множества A рассматриваемой задачи, а также кортежи их рангов характерности для каждого класса.

Бинарное отношение доминирования по характерности для класса на множестве объектов A может быть представлено в виде ориентированного графа, в котором узлы соответствуют объектам, а дуги направлены от объекта, более характерного для данного класса, к менее характерному.

На Рис. 1 показаны 2 ориентированных графа для рассматриваемой задачи: левый граф соответствует отношению доминирования по характерности для класса  $C_1$ , а правый – для

Табл. 1. Упорядочение значений признаков по характерности для классов

Признаки	Значения	Ранги характерности значений			
	признаков	признаков			
		для классов			
		$C_1$	$C_2$		
$Q_1$	$k_{11}$	$r_{11}^1 = 1$	$r_{11}^2 = 2$		
	$k_{12}$	$r_{12}^1 = 2$	$r_{12}^2 = 1$		
$Q_2$	$k_{21}$	$r_{21}^1 = 1$	$r_{21}^2 = 2$		
	$k_{22}$	$r_{21}^1 = 2$	$r_{21}^2 = 1$		
$Q_3$	$k_{31}$	$r_{31}^1 = 1$	$r_{31}^2 = 2$		
	$k_{32}$	$r_{32}^1 = 2$	$r_{32}^2 = 1$		
$Q_4$	$k_{41}$	$r_{41}^{1} = 1$	$r_{41}^2 = 3$		
	$k_{42}$	$r_{42}^1 = 2$	$r_{42}^2 = 1$		
	$k_{43}$	$r_{43}^1 = 3$	$r_{43}^2 = 2$		

класса  $C_2$ . Эти графы имеют одно и то же множество узлов, но дуги у них различны, поскольку, в одной и той же паре объектов один объект может, например, быть характернее для класса  $C_1$ , но второй объект может быть характернее для класса  $C_2$ . Кроме того, два объекта, сравнимых по характерности для одного класса (соединенных дугой в соответствующем графе), могут быть несравнимы по характерности для другого класса (в таком случае, дуги между ними нет).

Пусть в рассматриваемом здесь примере эксперт отнес объект  $a_8$  к классу  $C_1$ . Тогда, согласно правилу (1), объекты  $a_1,a_2$  и  $a_7$  также будут принадлежать к классу  $C_1$ , поскольку более характерны для этого класса, чем объект  $a_8$  (левая часть Рис. 2). Сделав заключение о принадлежности объекта  $a_8$  к классу  $C_1$ , эксперт неявно определил, что этот объект не относится к классу  $C_2$ . Следовательно, согласно правилу (2), объекты  $a_9,a_2,a_7,a_3$  и  $a_1$  также не относятся к классу  $C_2$ , поскольку менее характерны, чем объект  $a_8$  для этого класса (правая часть Рис. 2).

Заметим, что, поскольку в рассматриваемой задаче всего два класса, правила (1) и (2) позволили однозначно классифицировать объекты  $a_1, a_2$  и  $a_7$ , так как стало известно, что каждый

Кортежи значений признаков для объектов	Кортежи рангов характерности объектов		Кортежи значений признаков для объектов	Кортежи рангов характерности объектов	
	$C_1$	$C_2$		$C_1$	$C_2$
$a_1 = (k_{11}, k_{21}, k_{31}, k_{41})$	(1,1,1,1)	(2,2,2,3)	$a_{13} = (k_{12}, k_{21}, k_{31}, k_{41})$	(2,1,1,1)	(1,2,2,3)
$a_2 = (k_{11}, k_{21}, k_{31}, k_{42})$	(1,1,1,2)	(2,2,2,1)	$a_{14} = (k_{12}, k_{21}, k_{31}, k_{42})$	(2,1,1,2)	(1,2,2,1)
$a_3 = (k_{11}, k_{21}, k_{31}, k_{43})$	(1,1,1,3)	(2,2,2,2)	$a_{15} = (k_{12}, k_{21}, k_{31}, k_{43})$	(2,1,1,3)	(1,2,2,2)
$a_4 = (k_{11}, k_{21}, k_{32}, k_{41})$	(1,1,2,1)	(2,2,1,3)	$a_{16} = (k_{12}, k_{21}, k_{32}, k_{41})$	(2,1,2,1)	(1,2,1,3)
$a_5 = (k_{11}, k_{21}, k_{32}, k_{42})$	(1,1,2,2)	(2,2,1,1)	$a_{17} = (k_{12}, k_{21}, k_{32}, k_{42})$	(2,1,2,2)	(1,2,1,1)
$a_6 = (k_{11}, k_{21}, k_{32}, k_{43})$	(1,1,2,3)	(2,2,1,2)	$a_{18} = (k_{12}, k_{21}, k_{32}, k_{43})$	(2,1,2,3)	(1,2,1,2)
$a_7 = (k_{11}, k_{22}, k_{31}, k_{41})$	(1,2,1,1)	(2,1,2,3)	$a_{19} = (k_{12}, k_{22}, k_{31}, k_{41})$	(2,2,1,1)	(1,1,2,3)
$a_8 = (k_{11}, k_{22}, k_{31}, k_{42})$	(1,2,1,2)	(2,1,2,1)	$a_{20} = (k_{12}, k_{22}, k_{31}, k_{42})$	(2,2,1,2)	(1,1,2,1)
$a_9 = (k_{11}, k_{22}, k_{31}, k_{43})$	(1,2,1,3)	(2,1,2,2)	$a_{21} = (k_{12}, k_{22}, k_{31}, k_{43})$	(2,2,1,3)	(1,1,2,2)
$a_{10} = (k_{11}, k_{22}, k_{32}, k_{41})$	(1,2,2,1)	(2,1,1,3)	$a_{22} = (k_{12}, k_{22}, k_{32}, k_{41})$	(2,2,2,1)	(1,1,1,3)
$a_{11} = (k_{11}, k_{22}, k_{32}, k_{42})$	(1,2,2,2)	(2,1,1,1)	$a_{23} = (k_{12}, k_{22}, k_{32}, k_{42})$	(2,2,2,2)	(1,1,1,1)
$a_{12} = (k_{11}, k_{22}, k_{32}, k_{43})$	(1,2,2,3)	(2,1,1,2)	$a_{24} = (k_{12}, k_{22}, k_{32}, k_{43})$	(2,2,2,3)	(1,1,1,2)

Табл. 2. Многопризнаковые описания объектов и кортежи их рангов

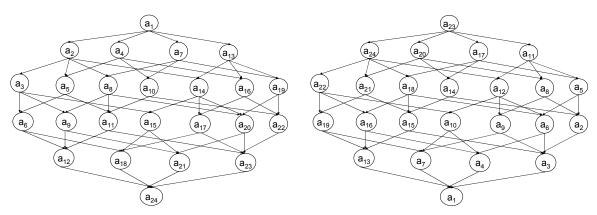


Рис. 1. Графы доминирования объектов по характерности для классов  $C_1$  (слева) и  $C_2$  (справа)

из них принадлежит к классу  $C_1$  и не принадлежит к классу  $C_2$ . Этого нельзя пока сказать про объекты  $a_9$  и  $a_3$  (их непринадлежность к классу  $C_2$  установлена, а принадлежность или непринадлежность к классу  $C_1$  нет). Классификация таких объектов либо потребует непосредственного обращения к эксперту, либо будет выведена из классификации других объектов.

В [16, 17] предлагается процедура выбора объектов для предъявления эксперту в целях непосредственной классификации, направленная на сокращение числа таких обращений к

нему. В результате, классификация всех объектов из множества A обеспечивается без их полного перебора. Кроме того, там же показывается, как выявлять противоречия в решениях эксперта о принадлежности и непринадлежности классам (под противоречиями там понимается нарушение правил (1) и/или (2)). Например, если в рассматриваемом примере эксперт непосредственно отнесет объект  $a_9$  к классу  $C_2$ , это будет означать, что он ошибся либо при классификации объекта  $a_8$  (отнеся его только к классу  $C_1$ , откуда был сделан вывод о

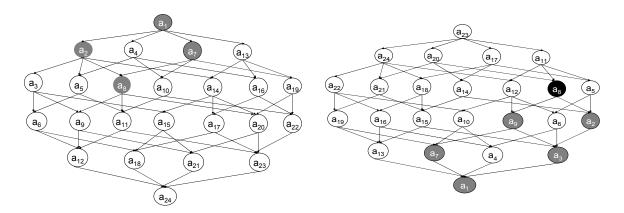


Рис. 2. Объекты, принадлежность которых к классу  $C_1$  (слева) и непринадлежность к классу  $C_2$  (справа) выводится из классификации объекта  $a_8$  в соответствии с правилами (1) и (2)

непринадлежности объекта  $a_9$  к классу  $C_2$ ), либо при отнесении объекта  $a_9$  к классу  $C_2$ . В таком случае, эксперту предлагается исправить один или оба своих ответа (в том числе, если необходимо, исправить ранги характерности значений на шкалах одного или нескольких признаков для одного или нескольких классов).

Таким образом, метод NORCLASS позволяет построить полную и непротиворечивую классификацию множества многопризнаковых объектов без их полного перебора.

#### 1.3. Недостатки метода NORCLASS

Несмотря на эффективность метода NORCLASS, доказанную на практике в результате его применения к различным задачам медицинской диагностики [25-27], он имеет существенные недостатки.

Во-первых, не предлагаются никакие подходы к структуризации задачи классификации, которая, по своей природе является слабоструктурированной или даже неструктурированной [28]. Классы, признаки и их значения предполагаются предварительно и окончательно заданными экспертом, хотя, как показывается в [18, 19], определение структуры проблемной области является самостоятельной и сложной задачей, не свойственной профессиональной деятельности эксперта.

Тот факт, что классы, признаки и их значения не подлежат изменению и/или дополнению в процессе классификации, также является существенным недостатком. Например, эксперт, определяя, что некоторый объект не принадлежит ни к одному из заданных им классов, вынужден отнести его в «безымянный» класс, да-

же если знает конкретный класс, который следует добавить к набору исходных классов. Если эксперту не хватает информации для классификации объекта, он не имеет возможности ввести новые признаки. В результате, декларируемая полнота классификации является весьма условной и относится только к жестко заданной исходной структуре.

В-третьих, эксперту для классификации предъявляется полное описание объекта — т.е. ему сразу же показываются значения всех признаков для данного объекта. Однако нередко эксперту достаточно знать значения только части признаков, чтобы принять решение о принадлежности к тому или иному классу при любых значениях по остальным признакам. Такое полнопризнаковое описание не только увеличивает когнитивную нагрузку на эксперта при анализе объекта и его классификации, но и приводит к увеличению числа обращений к нему.

Особого внимания требует сама гипотеза о характерности, и, в частности, применительно к согласованности решений эксперта. Нарушение правил (1) и/или (2) может свидетельствовать не об ошибке эксперта, как предполагается в методе NORCLASS, а о несправедливости гипотезы. Поэтому необходимы дополнительные способы проверки непротиворечивости решений эксперта.

#### 2. Meтод STEPCLASS

Метод STEPCLASS [24] был разработан для задач МПКЗ, в которых гипотеза о характерности не выполняется (т.е. для задач номинальной МПКЗ).

#### 2.1. Постановка задачи

Основная особенность метода STEPCLASS заключается в том, что решение задачи реализуется в виде двух взаимосвязанных процедур: базовая структуризация проблемной области и классификация (с возможностью расширения структуры).

Структура задачи номинальной МПКЗ определяется следующим образом:

$$S = (C, Q, \{K_m\} \{V_m\}),$$

где:  $C = \{C_1, C_2, ... C_L\}, \quad Q = \{Q_1, Q_2, ... Q_M\}$  и  $K_m = \{k_{m1}, k_{m2}, ..., k_{mn_m}\}$  – множества классов, признаков и их значений, соответственно;

 $V_m \equiv \lfloor v_{mj}^l \rfloor - L \times n_m$  — матрица допустимости значений признака  $Q_m$  для классов:  $v_{mj}^l = 1$ , если значение  $k_{mj} \in K_m$  допустимо для класса  $C_l$ , в противном случае  $v_{mj}^l = 0$ ,  $(m = \overline{1, M})$ ;

И, соответственно, задача номинальной МПКЗ ставится следующим образом:

Лано:

Проблемная область, объекты которой могут принадлежать к одному или нескольким классам. Требуется:

1. Определить структуру данной проблемной области:

$$S = (C, Q, \{K_m\}(\{V_m\}))$$

2. Распределить объекты из множества  $A = K_1 \times K_2 \times ... \times K_M$  по классам из C на основе знаний эксперта так, чтобы результирующая классификация была полна (с точностью до знаний эксперта) и согласована.

Такой порядок подзадач означает только, что решение задачи должно начинаться с ее структуризации, хотя, как показывается в [18, 19], первая подзадача может возникать и в процессе решения второй подзадачи, т.е. на этапе классификации эксперт может, по мере необходимости, расширять определенную на то время структуру проблемной области.

#### 2.2. Структуризация задачи

Базовая структура задачи определяется одним из двух способов: непосредственная структуризация или структуризация на примерах [18, 19].

И в том, и в другом подходе работа с экспертом начинается с задания классов. Такая задача относительно проста для эксперта. Тем не менее, поскольку необходимо построить полную (с точностью до знаний эксперта) базу знаний СПДР, т.е. определить правила, позволяющие классифицировать все гипотетически возможные объекты данной ПО, на этом этапе невозможно требовать от эксперта задания исчерпывающего перечня классов. Для начала достаточно, чтобы эксперт задал хотя бы один класс  $C_1$ , а остальные возможные классы могут быть указаны впоследствии как на этапе структуризации с использованием любого из вышеуказанных подходов, так и на этапе выявления классифицирующих правил.

При непосредственной структуризации эксперт перечисляет вопросы, которые следует задать для классификации объектов, и возможные ответы на каждый вопрос для каждого класса. Такие вопросы играют роль наименований признаков, а ответы на них — это значения соответствующих признаков, которые могут присутствовать у конкретных объектов.

Структуризация на примерах заключается в следующем:

- 1. Эксперт приводит в качестве примера по одному объекту для каждого класса либо в виде продукции «Если (набор значений признаков), то (соответствующий класс)», либо в свободном формате с последующим преобразованием в продукцию вышеуказанного вида.
- 2. Затем эксперт анализирует каждый пример, чтобы определить:
  - признаки, значения которых присутствуют в каждом примере;
  - прочие значения, которые каждый из этих признаков может иметь для данного класса;
  - прочие классы, для которых допустимы перечисленные значения каждого признака;
  - прочие значения таких признаков, которые могут иметься у объектов, принадлежащих другим классам.

Каждый из этих подходов посредством специальных «наводящих» вопросов помогает эксперту вспомнить и перечислить элементы структуры задачи. Однако из-за сложности задачи структуризации для эксперта при реализации любого из этих подходов нельзя гарантировать полноту сформированного перечня признаков и их возможных значений. Они позволяют определить лишь некоторую базовую структуру, которая либо может оказаться окончательной (достаточной для классификации), либо потребует расширения и корректировки на этапе классификации.

#### 2.3. Структурные правила

Помимо наименований классов, признаков и их возможных значений, любой из вышеуказанных способов структуризации позволяет построить матрицы допустимости значений признаков для каждого класса, на основе которых для каждого объекта  $a_i \in A$  формируется L-мерный вектор допустимых/недопустимых классов:

$$V_{i} = \left(\prod_{m=1}^{M} v_{mi}^{1}, \prod_{m=1}^{M} v_{mi}^{2}, ..., \prod_{m=1}^{M} v_{mi}^{L}\right)$$

и определяются следующие «структурные» правила:

если 
$$\forall l = \overline{1,L} \prod_{m=1}^{M} v_{mi}^{l} = 0,$$

то  $a_{i} \notin C_{l}, l = \overline{1,L}$ 

если 
$$\exists w \middle| w = \overline{1,L}$$
 такое, что  $\prod_{m=1}^{M} v_{mi}^{w} = 1$ , (4)   
и  $\forall l = \overline{1,L}, l \neq w$   $\prod_{m=1}^{M} v_{mi}^{l} = 0$ , то  $a_{i} \in C_{w}$ 

Правило (3) означает, что если все компоненты вектора  $V_i$  равны нулю, объект  $a_i$  не принадлежит ни к одному из заданных классов, а правило (4) относит объект  $a_i$  к классу с тем же номером, что и единственный ненулевой (равный 1) компонент вектора  $V_i$ .

Если к объекту применимо правило (3) или (4), для его классификации, естественно, не потребуется никакой дополнительной информации от эксперта (если только структура задачи не изменится на последующих этапах, или не выяснится, что эксперт неправильно указал допустимость/недопустимость значений одного или нескольких признаков для одного или нескольких классов).

Однако может оказаться (довольно частый случай в реальных задачах), что для классификации некоторых, а может быть и всех объектов, только структурных правил недостаточно, в связи с чем возникает необходимость выявления специальных явных правил.

#### 2.4. Явные правила

Явное правило для объекта выявляется посредством имитации процесса принятия решения экспертом. Хотя вся информация об очеклассифицируемом редном объекте (его описание значениями признаков в рамках выявленной на данный момент структуры) известна, она сообщается эксперту только по его запросу. Сначала эксперту предъявляется значение одного из признаков, выбранного случайным образом. Скорее всего, этой информации эксперту будет недостаточно для принятия классифицирующего решения, и он назовет признак, значение которого хочет узнать. Ему сообщается конкретное значение такого признака у данного объекта, и так до тех пор, пока эксперт не сможет принять решение по выясненной им комбинации значений признаков. На Рис. 3 показывается пример диалога с экспертом для выявления очередного явного правила.

В этом примере эксперту потребовалось выяснить значения только трех признаков ( $Q_1,Q_3$  и  $Q_M$ ), чтобы указать класс ( $C_I$ ), к которому относится объект  $a_i$ . Тем самым, эксперт определил классифицирующее правило не только для данного объекта, но и для всех остальных объектов с такими же значениями по этим трем признакам (и любыми значениями по остальным признакам).

Для записи явного правила в общем виде обозначим через  $M_i^+$  — подмножество номеров признаков из Q, значения которых эксперт запросил при анализе очередного объекта  $a_i \in A$ .

Тогда для любого объекта  $a_j \in A$  будет выполняться следующее правило:

если 
$$\forall m \in M_i^+ a_{im} = a_{im}$$
, то  $a_i \in C_l$  (5)

Может оказаться, что при анализе какого-то объекта эксперту потребуется значение признака, не названного им на этапе предварительной структуризации. В этом случае эксперт должен назвать такой признак, перечислить его значения, определить их допустимость для классов и тем

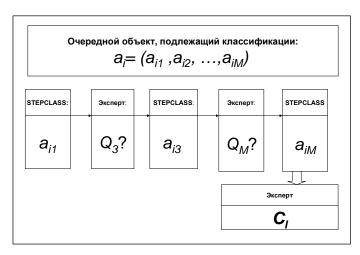


Рис. 3. Пример процедуры выявления явного правила

самым расширить структуру проблемной области. К описанию анализируемого объекта добавляется первое из значений нового признака, и именно оно сообщается эксперту в дополнение к уже известной ему информации об объекте. Эта процедура будет продолжаться до тех пор, пока эксперт не сделает одно из следующего:

- а) поставит диагноз (отнесет комбинацию значений признаков к классу из C или к новому классу, который будет включен в C);
- б) обнаружит, что в предъявленной ему информации имеются взаимоисключающие значения признаков;
- в) заявит, что не может классифицировать ланный объект.

Заметим, что, если объект относится к новому классу, перед тем, как эксперту будет предъявлен очередной объект, выясняется допустимость всех значений всех признаков для этого нового класса.

Для каждого еще неклассифицированного объекта сначала проверяется выполнимость структурных правил. Если структурные правила не позволяют классифицировать объект, для него проверяется выполнимость уже выявленных явных правил в форме (5) (если такие есть). И только, если для данного объекта не существует ни одного классифицирующего его правила (структурного или явного), система будет выявлять для него явное правило описанным выше образом.

На этом этапе обеспечивается полнота и согласованность классифицирующих (структурных и явных) правил эксперта. Под полнотой понимается следующее: для каждого объекта из

текущего множества A (соответствующего выявленной на данный момент структуре) должно быть определено хотя бы одно классифицирующее его правило (структурное или явное). Заметим, что полнота требуется с точностью до знаний эксперта, т.е., если эксперт не знает, к какому классу отнести некоторый объект, этот объект считается классифицированным (относящимся к классу «Неизвестный класс»), поскольку был проанализирован экспертом. Для каждого объекта на этапе классификации может существовать любое число правил, однако все эти правила должны относить его к одному и тому же классу. Последнее условие и означает согласованность правил.

#### 2.5. Проверка согласованности правил

Как только новое явное правило будет сформировано, оно проверяется на согласованность с информацией о допустимости значений признаков классам и ранее выявленными явными правилами.

Во-первых, эксперт может отнести анализируемый объект к классу, для которого значение(-я) спрошенного(-ых) им признаков было названо им на этапе структуризации недопустимым(-и) для такого класса. Информация, получаемая на этапе классификации, более надежна, чем на этапе предварительной структуризации, поскольку она получена при анализе конкретного объекта. В этом случае решение о недопустимости таких значений для данного класса отменяется.

Во-вторых, если эксперт классифицировал объект на основании неполной информации, а у не спрошенных признаков есть значения, недопустимые для соответствующего класса, выясняется, будет ли это правило справедливо при таких недопустимых значениях. Если эксперт отрицательно ответит на этот вопрос, решение о недопустимости таких значений для данного класса отменяется.

Если эксперт ответит, что явное правило вида (5) будет справедливо для данного класса только при любых допустимых значениях всех или некоторых не спрошенных признаков, это уточнение будет внесено в такое правило посредством ограничения входящих в него «любых» значений таких признаков только допустимыми для этого класса значениями.

Обозначим через  $M_i^{-l}$  — подмножество номеров признаков из Q, которые эксперт проигнорировал при анализе очередного объекта  $a_i \in A$ . Если шкалы некоторых или всех признаков с номерами из  $M_i^{-l}$  содержат значения, подтвержденные экспертом как недопустимые для класса  $C_l$ , правило (5) будет преобразовано следующим образом:

если 
$$\forall m \in M_i^+ a_{jm} = a_{im}$$
,  
и  $\forall m \in M_i^{-l} v_{mj}^l = 1$ , то  $a_j \in C_l$ 

Если эксперт изменяет информацию о допустимости значений признаков для классов, это может привести к невыполнимости некоторых структурных правил, и для объектов, считавшихся классифицированными по структурным правилам, потребуются явные правила. Поэтому, как только происходит такое изменение, осуществляется проверка выполнимости структурных правил, содержавших соответствующие значения признаков, для выявления объектов, для которых теперь требуются явные правила.

В-третьих, очередное явное правило может противоречить другим явным правилам, ранее сформулированным экспертом.

Рассмотрим два правила:

если 
$$\forall m \in M_i^+ a_{jm} = a_{im}$$
, то  $a_j \in C_l$  если  $\forall m \in M_l^+ a_{im} = a_{lm}$ , то  $a_j \in C_w$ ,  $l \neq w$ .

Эти правила будут взаимно противоречивы, если либо (а) признаки, значения которых присутствуют в левой части одного правила, и признаки, значения которых присутствуют в левой части второго правила, различны, т.е.  $M_i^+ \cap M_t^+ = \emptyset$ , либо (b) по одним и тем же признакам в левых частях обоих правил присутствуют одинаковые соответствующие значения, т.е.  $M_i^+ \cap M_t^+ \neq \emptyset$  и  $\forall m \in M_i^+ \cap M_t^+$   $a_{im} = a_{tm}$ .

Рассмотрим случай (а). Расширим левую часть первого правила, добавив в нее значения признаков с номерами из  $M_t^+$ , положив  $\forall m \in M_t^+ a_{im} = a_{tm}$ . Мы можем это сделать, поскольку по признакам, значения которых не присутствуют в первом правиле, предполагаются «любые» значения. Аналогично, расширим левую часть второго правила, добавив в

нее значения признаков с номерами из  $M_t^+$ , положив  $\forall m \in M_i^+ a_{tm} = a_{im}$ . В результате, получим следующие правила:

если 
$$\forall m \in M_i^+ a_{jm} = a_{im}$$
 и  $\forall m \in M_t^+ a_{jm} = a_{tm}$  ,   
 то  $a_j \in C_l$ 

если 
$$\forall m \in M_{t}^{+}a_{jm} = a_{tm}$$
 и  $\forall m \in M_{t}^{+}a_{jm} = a_{tm}$ , то  $a_{i} \in C_{w}, l \neq w$ 

Эти правила имеют одинаковые левые части, но разные правые части, и, соответственно, противоречат друг другу.

Рассмотрим теперь случай (b). Расширим левую часть первого правила, добавив в нее значения признаков с номерами из  $M_t^+ \setminus \left(M_i^+ \cap M_t^+\right)$ , положив  $\forall m \in M_t^+ \setminus \left(M_i^+ \cap M_t^+\right) a_{im} = a_{im}$ . В результате, в левой части первого правила будут присутствовать значения признаков с номерами из  $\left(M_i^+ \cup M_t^+\right) \setminus \left(M_i^+ \cap M_t^+\right)$ . Аналогично, расширим левую часть второго правила, добавив в нее значения признаков из  $M_i^+ \setminus \left(M_i^+ \cap M_t^+\right)$ , положив  $\forall m \in M_i^+ \setminus \left(M_i^+ \cap M_t^+\right) a_{im} = a_{im}$ . В результате, в левой части второго правила будут присутствовать значения признаков с номерами из  $\left(M_t^+ \cup M_i^+\right) \setminus \left(M_i^+ \cap M_t^+\right)$ , значения по одним и тем же признакам будут равны, и правила будут иметь следующий вид:

если 
$$\forall m \in \left(M_i^+ \bigcup M_t^+\right) \backslash \left(M_i^+ \cap M_t^+\right) \ a_{jm} = a_{im},$$
 то  $a_j \in C_l$  если  $\forall m \in \left(M_t^+ \bigcup M_i^+\right) \backslash \left(M_i^+ \cap M_t^+\right) \ a_{jm} = a_{im},$  то  $a_i \in C_w, l \neq w$ 

Эти правила имеют одинаковые левые части, но разные правые части, и, соответственно, противоречат друг другу.

И в том, и в другом случае, оба эти правила предъявляются эксперту для анализа и исправления (согласования).

## 3. Модификация метода NORCLASS на основе принципов метода STEPCLASS

Подходы к структуризации проблемной области и опросу эксперта, реализованные в ме-

тоде STEPCLASS, могут быть применены и в случае выполнимости или частичной выполнимости гипотезы о характерности, что позволит устранить вышеперечисленные недостатки метода NORCLASS (в данной статье рассматривается только случай выполнения такой гипотезы). Модифицированный таким образом метод, который будем называть NORCLASS-M, включает следующие процедуры:

1. Предварительная структуризация проблемной области

Номинально-порядковая задача МПКЗ ставится в виде двух взаимосвязанных подзадач, как и в предыдущем разделе, за тем исключением, что структура проблемной области будет определяться следующим образом:

$$S = (C, Q, \{K_m\}(\{V_m\}\{R_m^l\}),$$

где:  $C = \{C_1, C_2, ... C_L\}$ ,  $Q = \{Q_1, Q_2, ... Q_M\}$ ,  $K_m = \{k_{m1}, k_{m2}, ..., k_{mn_m}\}$  и  $V_m \equiv \begin{bmatrix} v_{mj}^{l} \end{bmatrix}$  — множества классов, признаков, их значений и матрицы допустимости, соответственно;

$$R_m^l = \{(k_{mi}, k_{mj}) \in K_m \times K_m | v_{mi}^l = 1, v_{mj}^l = 1, r_{mi}^l < r_{mj}^l \}$$
 — бинарные отношения строгого порядка на парах допустимых значений каждого признака  $Q_m$ ,  $m = \overline{1, M}$ ,  $l = \overline{1, L}$ .

Для определения базовой структуры проблемной области будем применять явную структуризацию или структуризацию на примерах (по выбору эксперта). Любой из этих подходов позволит эксперту в удобном режиме определить не только наименования классов, признаков, их возможных значений и допустимость значений признаков для классов, но и упорядочить для каждого класса допустимые для него значения признаков по характерности и, тем самым, построить на шкале каждого признака L бинарных отношений  $R_m^I$ .

2. Проверка применимости структурных правил

Как и в методе STEPCLASS, для каждого объекта  $a_i \in A$  строятся вектора допустимости  $V_i$ , и проверяется выполнимость структурных правил (3) и (4).

#### 3. Выявление явных правил

Рассмотрим очередной неклассифицированный объект  $a_i$ , для которого не выполняются

ни структурные правила, ни одно из уже выявленных явных правил (если такие есть). Как и в STEPCLASS, информация о таком объекте (его описание в виде совокупности значений признаков) сообщается эксперту только по его запросу, пока он не сможет принять соответствующее решение.

Если эксперт запросит значения всех признаков, описывающих очередной классифицируемый объект  $a_i \in A$ , и отнесет его к одному из определенных на то время классов из множества C, для косвенной классификации других объектов будут применяться правила (1) и (2).

Если эксперт сможет классифицировать объект  $a_i \in A$ , отнеся его к классу  $C_l$  только по части признаков, подмножество номеров которых, как и в STEPCLASS, обозначим через  $M_i^+$ , он, тем самым, сформирует следующие правила:

если 
$$\forall m \in M_i^+(a_{jm}, a_{im}) \in R_m^l$$
, то  $a_j \in C_l$  (6)   
если  $\forall m \in M_i^+(a_{im}, a_{jm}) \in R_m^l$ ,   
то  $a_i \in C_w$ ,  $\forall w \neq l$  (7)

Правило (7) означает, что, поскольку эксперт отнес объект  $a_i \in A$  только к классу  $C_l$ , этот объект не относится ни к какому другому классу, что будет верно и для любых иных объектов, значения которых по признакам из  $M_i^+$ , менее характерны, чем соответствующие значения у объекта  $a_i \in A$ , для каждого такого другого класса. Правила (6) и (7) позволяют косвенно классифицировать больше объектов, чем правила (1) и (2), поскольку по не спрошенным признакам, допускаются любые значения, а не только более или менее характерные для указанного в нем класса, чем у объекта  $a_i$ .

Чтобы проиллюстрировать это утверждение, вернемся к примеру, рассмотренному в разделе 1.2. На Рис. 1 показаны объекты, информация о принадлежности которых к классу  $C_1$  и непринадлежности к классу  $C_2$  выводится из классификации объекта  $a_8$  на основе правил (1) и (2) в результате отнесения экспертом объекта  $a_8$  к классу  $C_1$ . Предположим теперь, что эксперту было достаточно выяснить только значе-

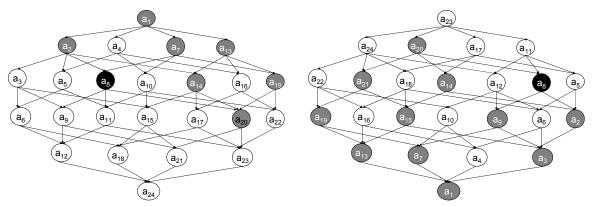


Рис. 4. Объекты, принадлежность которых к классу  $C_1$  (слева) и непринадлежность к классу  $C_2$  (справа) выводится из классификации объекта  $a_8$  в соответствии с правилами (6) и (7)

ния признаков  $Q_2,Q_3$  и  $Q_4$ , чтобы отнести этот объект к тому же классу. Это означает, что сформированные экспертом явные правила вида (6) и (7) будет применимы при любых (допустимых для класса  $C_1$ ) значениях признака  $Q_1$ . На Рис. 4 показаны объекты, информация о принадлежности которых к классу  $C_1$  и непринадлежности к классу  $C_2$  выводится из классификации объекта  $a_8$ .

Как и в методе STEPCLASS, если при анализе какого-то объекта эксперту потребуется значение признака, который не был назван им на этапе предварительной структуризации, он может назвать такой признак, перечислить его значения, определить их допустимость для классов, упорядочить его допустимые значения для каждого класса по их характерности для такого класса и, тем самым, расширить структуру проблемной области.

Если эксперт относит анализируемый объект к новому классу, такой класс добавляется в множество C, после чего, до предъявления эксперту очередного объекта необходимо выяснить допустимость значений всех признаков для этого нового класса, и упорядочить допустимые значения признаков для каждого класса по характерности для такого класса.

### 4. Проверка согласованности решений эксперта

Помимо обычного для метода NORCLASS способа проверки согласованности решений эксперта о принадлежности и непринадлежности объектов к соответствующим классам, основанной на не нарушении правил (1) и (2), в

методе NORCLASS-М выполняется проверка нарушения структурных и/или явных правил типа (6) и (7) на основе реализованных в методе STEPCLASS принципов (подраздел 2.5).

#### Заключение

Методы многопризнаковой классификации, основанной на знаниях, реализующие принципы вербального анализа решений, позволяют строить полные (с точностью до знаний эксперта) и согласованные базы знаний для систем поддержки диагностических решений. Используемая в методах порядковой и номинальнопорядковой классификации гипотеза о разной характерности значений признаков разным классам позволяет существенно сократить число объектов, непосредственно предъявляемых эксперту для классификации. Однако эти методы используют жесткую структуру задачи, не допускающую добавление новых классов и новых признаков. Кроме того, в них предусматривается, что эксперту предъявляется полное описание объекта, в то время как эксперту удобнее анализировать объект постепенно, запрашивая о нем информацию по мере необходимости. Метод NORCLASS-M, использующий реализованные в методе номинальной классификации STEPCLASS принципы структуризации проблемной области с возможностью добавления новых классов, признаков и их значений в процессе классификации, а также гибкого диалога с экспертом, позволяет в еще большей степени сократить число объектов, непосредственно предъявляемых эксперту для классификации.

Автор благодарит с.н.с. ИСА РАН к.т.н. А.В. Ашихмина за полезные консультации.

#### Литература

- Zopounidis C. and Doumpos M. (2002) Multicriteria Classification and Sorting Methods: A Literature Review. European Journal of Operational Research, 138(2): 229-246
- von Neumann J. and Morgenstern O. (1947) Theory of games and economic behavior, 2nd ed. Princeton University Press, Princeton
- 3. Keeney R, Raiffa H (1976) Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs. J. Wiley, New York.
- Jacquet-Lagrueze E, Siskos Y (1982) Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision making: The UTA method. European Journal of Operational Research, vol. 10: 151-164.
- Roy B. (1981) A multicriteria analysis for trichotomic segmentation problems in Multiple Criteria Analysis. In: P. Nijkamp and J. Spronk (eds) Operational Methods, Gower Press, Farnborough, pp. 245-257.
- Roy, B., Bouyssou, D. (1993). Aide multicritère à la décision: méthodes et cas. Paris: Economica.
- Figueira J, Mousseau V, Roy B (2005) Electre methods. In: Figueira J, Greco S, and Ehrgott M (eds) Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys. Springer-Verlag, Boston, pp. 133-162.
- Greco S., Matarazzo B., and Slowinski R.(1998) A new rough set approach to evaluation of bankruptcy risk: In Zopounidis C. (ed). Operational Tools in the Management of Financial Risks, Kluwer Academic Publishers, Dodrecht: 1998, pp. 121-136.
- Greco S, Matarazzo B, Slowinski R (2002) Rough sets methodology for sorting problems in presence of multiple attributes and criteria. European Journal of Operational Research, vol. 138: 247-259.
- Greco S, Matarazzo B, Slowinski R (2005) Decision rule approach, In: Figueira J, Greco S, and Ehrgott M (eds) Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys. Springer-Verlag, Boston, pp. 507-562.
- Greco S (2008) Dominance-based Rough Set Approach for Decision Analysis –a Tutorial. Lecture Notes in Computer Science, vol. 5009/2008: 23-24.
- 12. Zadeh L. (1965) Fuzzy sets. Information Control, vol. 8: 338-353
- О.И. Ларичев, Е.М. Мошкович (1996) Качественные методы принятия решений, Физматлит, Москва.
- 14. Ilya Ashikhmin, Eugenia Furems, Alexey Petrovsky, Michael Sternin (2008) Intelligent DSS Under Verbal Decision Analysis. Encyclopedia of Decision Making and Decision Support Technologies (2 Volumes), Information Science Reference, Hershey New York, Edited By: Frederic Adam, University College Cork, Ireland; Patrick Humphreys, London School of Economics, UK, Volume 2, pp. 514-527

- 15. Chen Ye.(2006) Multiple Criteria Decision Analysis: Classification Problems and Solutions. A thesis presented to the University of Waterloo in fulfillment of the thesis requirement for the degree of PhD in Systems Design Engineering, Waterloo, Ontario, Canada. Available via http://etd.uwaterloo.ca/etd/y3chen2006.pdf.
- О.И. Ларичев, А.И. Мечитов, Е.М. Мошкович, Е.М. Фуремс (1989) Выявление экспертных знаний, Наука, Москва, 1989.
- O.I. Larichev, H.M. Moshkovich, E.M. Furems, A.I. Mechitov, V.K. Morgoev (1991) Knowledge Acquisition for the Construction of the Full and Contradiction Free Knowledge Bases. Iec ProGAMMA, Groningen, The Netherlands.
- Фуремс, Е.М. (2007) Структуризация задач классификации, основанных на знаниях, Информационные технологии и вычислительные системы, № 3, стр. 7-17
- Eugenia M. Furems. Domain Structuring For Knowledge-Based Multiattribute Classification (A Verbal Decision Analysis Approach) (2010) TOP, Springer Berlin / Heidelberg, DOI 10.1007/s11750-009-0133-0
- Puppe Frank (1998) Knowledge Reuse among Diagnostic Problem-Solving Methods in the Shell-Kit D3. International Journal of Human-Computer Studies; 49: 627-649.
- Larichev O.I., Moshkovich E.M., Furems E.M. Decision Support System "Class" (1986) In: P. Lourenc and G. Svenson (eds) New Direction in Research on Decision Making, Amsterdam: North-Holland, p.305-315.
- А.А. Асанов, Д.В. Кочин (2002) Метод выявления решающих правил в задачах экспертной классификации, Искусственный Интеллект, №2.
- 23. O. Larichev, A. Asanov, Y. Naryzhny Effectiveness evaluation of expert classification methods (2002) European Journal of Operational Research, vol. 138/2.
- 24. Фуремс, Е.М., Гнеденко, Л.С. (1996) STEPCLASS система извлечения экспертных знаний и проведения экспертизы для решения диагностических задач. Научно-техническая информация, серия 2, ВИНИТИ, № 9, с. 16-20.
- 25. Ким В.Н., Малыгин В.П., Ларичев О.И., Мечитов А.И., Мошкович Е.М., Фуремс Е.М.(1987) "Автоматизированная система диагностики ишемических заболеваний на догоспитальном этапе". Военно-медицинский журнал, № 1.
- 26. Денисов Г.Ф., Ларичев О.И., Фуремс Е.М. и др. (1988) Диагностика заболеваний "острого живота" на основе бортовой компьютерной системы; Военномедицинский журнал, 1988, № 1.
- Денисов Г. Ф., Ларичев О. И., Фуремс Е. М. (1991)
  Когнитивное моделирование как средство построения
  больших баз экспертных знаний// Вестник Всесоюзного общества информатики и вычислительной техники;
  № 1, с. 26–34.
- 28. H. Simon (1960) The New Science of Management Decision. Harper and Row, New York.

Фуремс Евгения Марковна. Ведущий научный сотрудник Института системного анализа РАН. Окончила Московский инженерно-экономический институт им. С. Орджоникидзе в 1973 году и аспирантуру ВНИИСИ в 1981 году. Кандидат технических наук. Автор более 60 научных работ и соавтор трех монографий. Круг научных интересов: принятие решений по многим критериям, комбинаторная оптимизация, построение систем поддержки диагностических решений.