

# Статистические свойства гипотез, порождаемых нейронной сетью со связями по схеме голографии Фурье<sup>1</sup>

**Аннотация.** Применительно к выдвижению гипотез нейронной сетью со связями, формируемыми методом голографии Фурье, исследовано влияние фильтрации, обусловленной ограниченностью динамического диапазона регистрирующей среды, используемой для записи матрицы связей, на статистические характеристики паттерна внутренней репрезентации гипотезы.

**Ключевые слова:** нейронные сети, творческое мышление, выдвижение гипотез, голографическая парадигма в ИИ, голография Фурье.

## Введение

Одна из актуальных задач искусственного интеллекта – реализация механизмов творческого мышления. По мнению ряда исследователей, творческие способности зависят в значительной степени от двух факторов – развитости образного (правополушарного) мышления [1-8] и способности к «погружению в хаос», т.е. переходу к хаотической динамике нейронной активности [9-11].

Один из возможных подходов к реализации образного мышления основан на том, что мозг как нейронная сеть (НС), обрабатывает картины нейронной активности, формирующиеся в коре мозга при восприятии сенсорами информации из внешнего мира. Эти картины нейронной активности суть паттерны внутренней репрезентации воспринимаемой информации (ПВР). В рамках данного подхода процесс решения задач может рассматриваться как процедура обработки ПВР, а именно:

- условия встреченной задачи представляют нейронной сети в виде ПВР воспринимаемой информации – ПВР условий задачи,
- решение задачи – это ПВР ответа, формируемый в результате обработки сетью ПВР за-

дачи на основе имеющихся знаний, представленных матрицей межнейронных связей.

Согласно результатам, полученным в когнитивной психологии, жизнедеятельность организма направлена на восстановление целостности внутренней картины мира, нарушаемой поступающей извне информацией [10]. Соответственно, воспринимаемая информация является субъективно проблемной, т.е. ПВР такой информации рассматривается как ПВР задачи, которую надо решить, если он не соответствует имеющимся знаниям – воспринимается как искаженный или дефектный вариант «правильного» или эталонного образа. Тогда процесс решения задачи представляет собой достройку или восстановления субъективно целостного образа, а ответ задачи – исправленный ПВР.

В этих рамках творческая задача (ТЗ) отличается от задачи не творческой тем, что ПВР ответа не может быть сформирован НС посредством обработки ПВР условий задачи на основе имеющихся знаний, представленных в виде межнейронных связей, методами какого-либо из формальных выводов (дедуктивного, абдуктивного или индуктивного) [12]. Поэтому один из возможных методов решения ТЗ предполагает генерацию большого числа образов, незна-

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 09-01-00165-а и 09-02-00223-а).

чительно отличающихся друг от друга, но принадлежащих одной области фазового пространства [7,9]. Эти образы, не связанные с ПВР условий задачи и знаниями правилами формального вывода, суть творческие гипотезы - варианты ответов на встреченную задачу. «Погружение в хаос», т.е. переход к хаотической динамике нейронной активности, как раз и является методом генерации большого числа новых образов.

Основываясь на этих посылках, в работах [12-13] был предложен подход к реализации механизма решения ТЗ НС с двунаправленными связями, формируемыми методом голографии Фурье (Рис.1.).

Особенности этого подхода суть следующие:

1. ПВР воспринимаемой информации  $Im_{Per}(x,y)$  (условия задачи), формируется в слое репрезентаций R, знания или эталонный образ  $Im_R(x,y)$  реализуются в виде матрицы связей нейронных слоев Н (голограммы Фурье), а в слое корреляций Corr формируется функция взаимной корреляции условий задачи и имеющихся знаний.

2. Мерой «проблемности» воспринимаемой информации служит мера сходства ПВР  $Im_{Per}(x,y)$  с имеющимися знаниями  $Im_R(x,y)$ , в качестве которой используется скалярное произведение - амплитуда глобального максимума функции корреляции  $Im_{Per}(x,y) \otimes Im_R(x,y)$  (ГМ КФ).

2.1. Если амплитуда ГМ КФ превышает некоторый порог, то  $Im_{Per}(x,y)$  воспринимается как знакомый и субъективно целый  $Im_R(x,y)$  - проблемы, т.е. задачи, которую надо решить для того, чтобы восстановить целый ПВР, нет.

2.2. Если функция взаимной корреляции ПВР условий задачи и знаний имеет выраженный ГМ КФ, но его амплитуда меньше некоторого порога, то  $Im_{Per}(x,y)$  знаком, но субъективно неполон или искажен. Возникает задача - достроить или исправить  $Im_{Per}(x,y)$  до эталонного  $Im_R(x,y)$ . В этом случае условия задачи соответствуют имеющимся знаниям и она может быть решена на основе знаний либо вспоминанием известного ответа (авто-ассоциативная память - задача на вспоминание известного ответа), либо его построением методом регрессии условий задачи по знаниям, когда ответ не известен, но знаний достаточно для его вывода [14,15].

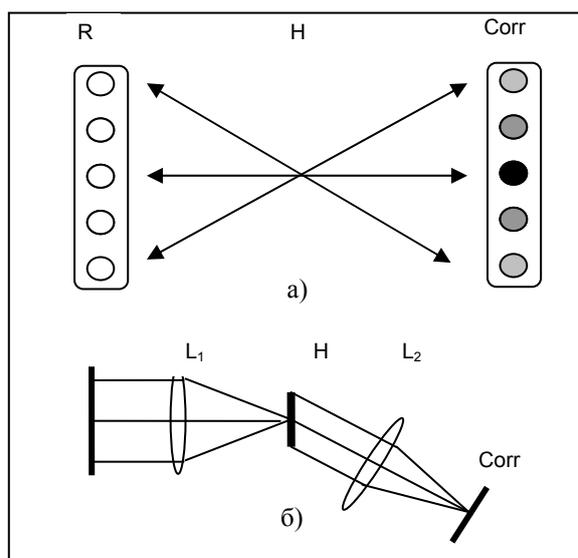


Рис. 1. Схема двухслойной нейронной сети с матрицей двунаправленных связей (а) и ее реализация методом голографии Фурье (б)

R – слой репрезентаций,  
 Corr – слой корреляций,  
 $L_1$  и  $L_2$  – Фурье-преобразующие линзы,  
 H – матрица связей нейронных слоев (голограмма Фурье)

2.3. Если ПВР условий задачи не соответствует имеющимся знаниям, то ГМ АКФ либо отсутствует, либо его амплитуда не превосходит амплитуды боковых максимумов. Ни вспомнить правильный ПВР, ни вывести его не удастся. ПВР ответа можно только придумать (увидеть во сне, например) – это задача творческая. Для того, чтобы «придумать» ПВР ответа, НС переходит в режим хаотической активности, в котором в слое R на каждой итерации  $R \rightarrow Corr \rightarrow R$  генерируется новый образ – творческая гипотеза. Все множество генерируемых ПВР гипотез принадлежит одному странному аттрактору, определяемому как характеристиками НС, так и имеющимися знаниями. Зависимость характеристик странного аттрактора и от характеристик НС и от знаний может рассматриваться как механизм страхования от порождения химер, т.е. образов, противоречащих фундаментальным законам мироздания.

3. Следующий, заключительный, этап – верификация порожденных гипотез по критерию адекватности реальности для выбора только одной (или ни одной) гипотезы - решения задачи.

Можно выделить два аспекта проблемы адекватности:

- адекватность ПВР условий задачи реальности, которая определяется свойствами сенсоров и сенсорных трактов, преобразующих воспринимаемую из внешнего мира информацию в ПВР;

- адекватность ПВР гипотезы ПВР условий задачи, обусловленная свойствами самой НС.

В данной статье рассмотрен второй аспект проблемы адекватности в части изменений статистических свойств ПВР, обусловленных ограниченностью динамического диапазона сред, используемых для формирования связей. Поскольку интересы большинства читателей далеки от оптики, детальное изложение вопросов реализации матрицы связей как голограммы опустим, ограничившись приведением минимально необходимых для связности изложения формул.

## 1. Механизм формирования гипотез и факторы, влияющие на адекватность гипотезы условиям задачи

Свойства ПВР гипотез, порождаемых в режиме хаотической динамики, определяются тем, что в НС Рис.1 матрица связей нейронных слоев R и Согг формируется как голограмма Фурье

$$H_{R \rightarrow C}(v_x, v_y) = F^*(Im_R(x, y)), \quad (1)$$

где  $(v_x, v_y)$  – пространственные частоты, астериск \* обозначает комплексное сопряжение,  $F$  – символ преобразования Фурье. При предъявлении в слое репрезентаций R ПВР условий задачи  $Im_{Per}(x, y)$ , в слое Согг формируется функция взаимной корреляции  $Im_{Per}(x, y)$  и знаний  $Im_R(x, y)$

$$C(\xi, \eta) = Im_{Per}(x, y) \otimes Im_R(x, y) = F(F(Im_{Per}(x, y))F^*(Im_R(x, y))),$$

где  $\xi, \eta$  – координаты в слое Согг. Для того чтобы не потерять разрешение, на этапе обратного прохождения возбуждения Согг  $\rightarrow$  Н  $\rightarrow$  R должна использоваться инверсная голограмма, позволяющая реализовать метод десвертки,

$$H^{-1}(v_x, v_y) = \frac{1}{F^*(Im_R(x, y))}, \quad (2)$$

Тогда, в предположении линейности активационных функций С-нейронов, ореол в слое R

вокруг ПВР  $Im_R(x, y)$ , восстановленного в итерации  $R \rightarrow$  Н  $\rightarrow$  Согг  $\rightarrow$  Н<sup>-1</sup>  $\rightarrow$  R, описывается выражением

$$Im(x_k, y_l) = F \frac{F(C(x_k + \xi, y_l + \eta))}{F^*(Im_R(x, y))}, \quad (3)$$

где  $(x_k, y_l)$  – координаты в плоскости R вне области определения  $Im_R(x, y)$  (ореол). В [14,15] показано, что выражение (3) посредством двойного применения преобразования Фурье и теоремы Бореля о свертке может быть получено из известной в теории случайных процессов модели линейного предсказателя [16-18], представленной в виде

$$Im(x_k, y_l) = \int_{x_{Min} y_{Min}}^{x_0 y_0} Im(x_0 - x, y_0 - y)a(x, y) dx dy,$$

где весовая функция  $a(x, y)$  находится из решения уравнения

$$\int_{x_{Min} y_{Min}}^{x_0 y_0} a(x, y)C(|x - \xi|, |y - \eta|) dx dy = C(x_k + \xi, y_l + \eta).$$

Если изображение  $Im(x, y)$  описывается как реализация однородного случайного поля, то (3) дает наилучшую по критерию минимума среднего квадрата ошибки оценку.

Для перехода к режиму хаотической динамики по сценарию Фейгенбаума, активационные функции нейронов в слое Согг (С-нейронов) должны иметь соответствующую нелинейность  $Nl$  [19], тогда для итерации номер  $N$  выражение (3) примет вид

$$Im_N(x_k, y_l) = F \frac{F(Nl(C_{N-1}(x_k + \xi, y_l + \eta)))}{F^*(Im_R(x, y))}. \quad (4)$$

Известно, что динамический диапазон регистрирующих сред для записи матрицы межнейронных связей (1) и (2), всегда ограничен, а спектры Фурье реальных изображений имеют перепад амплитуд, существенно превышающий динамический диапазон регистрирующих сред [20]. В результате, матрица связей записывается только в ограниченном интервале частот. Соответственно, и гипотезы (3) и (4) строятся не для исходного  $Im_{Per}(x, y)$ , но для ПВР, профильтрованного голограммами.

Кроме того, физические методы воплощения инверсного фильтра предполагают не непосредственную реализацию выражения (2), а запись согласованного фильтра (1) и добавление к нему амплитудного фильтра, т.е. инверсная голограмма описывается выражением

$$H^{inv}(v_x, v_y) = \frac{1}{(F(Im_R(x, y))F^*(Im_R(x, y)))} F^*(Im_R(x, y)), (5)$$

в котором члены  $F^*(Im_R(x, y))$  не могут быть сокращены физически. Такая реализация инверсной голограммы также имеет следствием сужение полосы частот (физические детали опустим).

Эта неизбежная фильтрация влияет и на статистические характеристики порождаемых ПВР гипотез. В частности, реальная информация как правило не стационарна, т.е. ПВР задачи должен быть неоднороден. Следовательно, изменение однородности поля порождаемой ПВР гипотезы относительно ПВР задачи означает снижение адекватности гипотезы условиям задачи. Поэтому представляет интерес оценка влияния частотной фильтрации на статистические характеристики ПВР применительно к свойствам реальных сред, используемых для реализации межнейронных связей. В статье для упрощения выкладок примем допущение о разделимости переменных в функции, описывающей ПВР и, соответственно, используем термины процесс вместо поля и стационарность вместо однородности. Рассмотрим по отдельности влияние фильтрации на стационарность по двум первым моментам.

## 2. Анализ влияния фильтрации на оценки стационарности

### 2.1. По математическому ожиданию

Известно, что математическое ожидание  $m_x$  случайного процесса  $p(x)$  выражается в спектральной плоскости через амплитуду его спектра  $F(v)$  на нулевой частоте :

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \cdot \exp(-j \cdot w_0 \cdot x) dx = F(0),$$

где  $v$  – частота,  $w$  – круговая частота  $w=2\pi v$ ,  $j$  – мнимая единица.

Эта формула верна только для бесконечного процесса, тогда как в реальности мы имеем дело с ограниченными реализациями, для которых оценка стационарности по матожиданию определяется не только нулевой частотой, но некоторым интервалом низких частот. Пусть реализация процесса  $Im(x)$  длиной  $L$  с экспо-

ненциальным спектром представлена суммой  $n$  гармоник  $X_i$ :

$$Im(x) = \sum_{i=0}^n X_i(x) = \sum_{i=0}^n \exp(-\frac{i}{A}) \sin(w_i \cdot x + \varphi_i), (6)$$

где  $A$  – параметр определяющий спад экспоненциального спектра,  $w_i$  – круговая частота соответствующей гармоники,  $\varphi_i$  – случайная фаза.

Математическое ожидание реализации равно:

$$\begin{aligned} m(Im(x)) &= \int_0^L (Im(x)) dx = \\ &= \sum_{i=0}^n \exp(-\frac{i}{A}) \int_0^L \sin(w_i \cdot x + \varphi_i) dx = \\ &= \sum_{i=0}^n \exp(-\frac{i}{A}) \cdot \frac{1}{Lw_i} (\cos(\varphi_i) - \cos(w_i \cdot L + \varphi_i)) \end{aligned}$$

Введем оценку нестационарности реализации как модуль разности математических ожиданий левой  $Im_l(x)$  и правой  $Im_r(x)$  частей реализации.

$$\begin{aligned} Vn_m &= \left| (m(Im_l(x)) - m(Im_r(x))) \right| = \\ &= \left| \sum_{i=0}^n \exp(-\frac{i}{A}) \frac{2}{L} \left( \int_0^{\frac{L}{2}} \sin(w_i \cdot x + \varphi_i) dx - \int_{\frac{L}{2}}^L \sin(w_i \cdot x + \varphi_i) dx \right) \right| = \\ &= \left| \sum_{i=0}^n \exp(-\frac{i}{A}) \frac{2}{Lw_i} (-2 \cos(w_i \cdot \frac{L}{2} + \varphi_i) \cdot (1 - \cos(w_i \cdot \frac{L}{2})) \right| \end{aligned} (7)$$

Рассмотрим условие равенства этой оценки нулю для случая гармонического сигнала.

$$\begin{aligned} Vn_m &= \left| \sum_{i=0}^n \exp(-\frac{i}{A}) \frac{2}{Lw_i} (-2 \cos(w_i \cdot \frac{L}{2} + \varphi_i) \cdot (1 - \cos(w_i \cdot \frac{L}{2})) \right| = 0 \\ \cos(w_i \cdot \frac{L}{2}) &= \cos\left(\frac{2\pi}{T_i} \cdot \frac{L}{2}\right) = 1, \\ \frac{L}{2T_i} &= 1 + k, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$\mathbb{Z}$  – множество натуральных чисел.

Таким образом, при кратности периода половине длины реализации оценка равна нулю – гармоническая реализация стационарна по матожиданию. Отсюда следует зависимость оценки (7) от нижней частоты среза  $v_{min}$  при фильтрации. Поскольку в силу внутренней коррелированности как атрибута реальной информации удельный вес низких частот больше, чем высоких, то нестационарность реализации по матожиданию обусловлена преимущественно низкочастотными компонентами, период которых  $T_v$  сравним с длиной реализации. Условие кратности актуально при малом отношении длины реализации к периоду самой низкой частоты в спектре  $T_{min}$ . В

этом случае резонно предположить немонотонность оценки (7) в зависимости от нижней частоты среза  $\nu_{min}$  – при удалении из спектра частоты с периодом, кратным длине реализации, самая низкая из неудаленных частот определит возрастание нестационарности. При  $L/T_{min} \gg 1$  условие кратности уже не играет большой роли, зависимость оценки от частоты становится монотонной.

В силу ограниченности динамического диапазона регистрирующих сред чаще всего вместо высокочастотной имеет место полосовая фильтрация, то есть происходит ослабление и высоких частот. Поскольку для высоких частот  $L/T_{min} \gg 1$ , то их вклад в оценку (7) заведомо невелик. Однако при ослаблении высоких частот имеет место увеличение радиуса корреляции (уплощение вершины корреляционной функции), вследствие этого при вычислении оценки как функции не от частоты среза, а от обобщенной частоты  $L/\tau_{corr}$ , где  $\tau_{corr}$  – радиус корреляции, оценка стационарности при полосовой фильтрации и измерении радиуса корреляции у вершины (при больших уровнях среза) растет быстрее, чем при высокочастотной фильтрации.

## 2.2. По дисперсии

Дисперсия введенной (6) реализации  $Im(x)$  определяется как:

$$D(Im(x)) = D\left(\sum_{i=0}^n X_i(x)\right) = \sum_{i=0}^n D(X_i(x)) + 2\sum_{i<j} C_{i,j}(0),$$

где  $D$  – дисперсия,  $C$  – кросс-корреляционная функция  $i$ -ой и  $j$ -ой гармоник.

Рассмотрим поведение  $i$ -ой гармоники на ограниченном отрезке  $L$  и введем оценку нестационарности аналогичным образом:

$$\begin{aligned} Vn_D &= D(X_{ii}(x)) - D(X_{ir}(x)) = \\ &= \frac{1}{L} \int_0^L \left( \exp\left(-\frac{ix}{A}\right) \sin(\omega_i \cdot x + \varphi_i) \right)^2 dx - \\ &- \frac{1}{L} \int_0^L \left( \exp\left(-\frac{ix}{A}\right) \sin(\omega_i \cdot x + \varphi_i) \right)^2 dx = \\ &= \frac{1}{2\omega_i L} \cdot \exp\left(-\frac{2i}{A}\right) \left( \sin\left(2\omega_i \cdot \frac{L}{2} + 2\varphi_i\right) (1 - \cos(\omega_i \cdot L)) \right) \end{aligned} \quad (8)$$

При идеальной стационарности оценка (8) равно нулю. Для этого должно выполняться условие:

$$\begin{aligned} 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{T_1} \cdot L\right) &= 0, \\ \frac{L}{T_1} &= K \end{aligned}$$

где  $T_1$  – период анализируемой частоты,  $K$  – целое число.

Таким образом, получаем зависимость, аналогичную (7), – превалирующее влияние на оценку оказывают низкие частоты и при малых  $L/T_{min}$  оценка сложного сигнала с ограниченным снизу спектром определяется преимущественно кратностью нижней частоты среза длине реализации.

## 3. Численное исследование стационарности по математическому ожиданию

### 3.1. Условия моделирования

При численном моделировании использованы реализации случайных процессов с двумя видами спектров, характерных для широкого ряда реальных процессов и полей: экспоненциальным спектром

$$F(\nu) = \exp\left(-\frac{|\nu|}{3}\right),$$

и экспоненциальным спектром с локальным максимумом

$$F(\nu) = \exp\left(-\frac{|\nu-15|}{3}\right),$$

соответственно.

Моделировались три типа фильтров, описываемых следующими функциями:

1. сигмоидальной функцией;
2. функцией Гаусса;
3. суммой двух симметрично смещенных относительно нулевой частоты функций Гаусса

$$f(\nu) = \frac{\exp\left(-\frac{(\nu+\nu_0)^2}{\rho}\right) + \exp\left(-\frac{(\nu-\nu_0)^2}{\rho}\right)}{\exp\left(-\frac{(2\nu_0)^2}{\rho}\right) + 1},$$

где  $\rho$  – параметр,  $\nu_0$  – частота максимума пропускания.

Причины выбора таких функций следующие:

1. Сигмоидальная функция часто используется в теории искусственных нейронных сетей в качестве активационной функции искусственного нейрона. При моделировании параметры этого фильтра, исходя из наглядности результатов, были выбраны так, чтобы при их изменении уменьшение радиуса корреляции происходило не слишком быстро.

2. Функции Гаусса и сумма двух функций Гаусса адекватно аппроксимируют передаточные характеристики реальных голограмм Фурье [20].

Моделировались методы настройки фильтров, адекватные реализуемым при записи голограмм Фурье:

1. Сдвиг частоты максимума пропускания фильтров в высокочастотную область при сохранении формы фильтрующей функции – этот метод моделирует изменение отношения амплитуд опорного и сигнального пучков при записи голограммы Фурье;

2. Изменение формы фильтрующей функции при постоянной частоте максимума – метод моделирует влияние параметров и условий обработки регистрирующей среды.

Описание фильтров приведено в Табл. 1.

На Рис. 2 приведены сечения глобальных максимумов корреляционных функций (ГМ КФ) при разных фильтрациях. При фильтрации сигмоидальным фильтром происходит сужение ГМ КФ, заострение вершины. При фильтрациях, описываемых функцией Гаусса и суммой двух функций Гаусса, имеет место существенное изменение формы ГМ КФ – увеличение радиуса на больших уровнях среза (уплощение вершины) за счет уменьшения пропускания в высокочастотной области и уменьшение радиуса у основания как результат уменьшения про-

пускания в низкочастотной области. При фильтрации сигмоидальным фильтром радиус корреляции убывает быстрее, чем при фильтрации фильтром Гаусса. Причиной этого является уменьшение пропускания в области высоких частот у фильтра Гаусса (что влечет за собой увеличение радиуса корреляции).

### 3.2. Влияние ослабления низких частот

При численном моделировании оценки стационарности (а не нестационарности, как в разделе 2) вычислялись как функции обобщенной частоты по формуле:

$$V_M \left( \frac{L}{\tau_{corr}} \right) = 1 - \left( \frac{m(I_{m_i}) - m(I_{m_r})}{D} \right)^2$$

Так как взята длина реализации – 256 пикселей, то рассмотрение проводилось до значения обобщенной частоты  $L/\tau_{corr}=120$ , поскольку в этих пределах еще сохраняется внутренняя коррелированность процесса. На Рис. 3 приведены зависимости оценок стационарности от изменения функции фильтра (сужения фильтрующей функции – кривые 1-3) и от сдвига максимума функции фильтра (кривые 4-6) для двух видов спектров.

Различия в начальных оценках (до фильтрации) для реализаций с разными типами спектров обусловлены разными радиусами кор-

Табл. 1. Соответствие корреляционных функций на Рис.2 параметрам, определяющим сдвиг фильтрующей функции и изменение ее формы

Описание фильтра и метода настройки	Значения параметров фильтров			
	Фильтра нет	$\rho=0, v_0=0$	$\rho=3, v_0=3$	$\rho=6, v_0=6$
Сигмоидальный, сдвиг (параметр $v_0$ ) $f(v) = 1 + \exp\left(-\frac{v-70}{93}\right)^{-1} + 0.2 \cdot \left(1 - \frac{v_0}{3.5}\right)$	Рис.3 (а) кривая 1	Рис.3 (а) кривая 2	Рис.3 (а) кривая 3	Рис.3 (а) кривая 4
Гаусс, сдвиг максимума (параметр $v_0$ ) $f(v) = \exp\left(-\frac{(v-1.1v_0-25)^2}{620}\right)$	Рис.3 (а) кривая 1	Рис.3 (а) кривая 5	Рис.3 (а) кривая 6	Рис.3 (а) кривая 7
Сигмоидальный, изменение полуширины ( $\rho$ ) $f(v) = \left(1 + \exp\left(-\frac{v-70}{93-6\rho}\right)\right)^{-1} + 0.2$	Рис.3 (б) кривая 1	Рис.3 (б) кривая 2	Рис.3 (б) кривая 3	Рис.3 (б) кривая 4
Гаусс, изменение полуширины (параметр $\rho$ ) $f(v) = \exp\left(-\frac{(v-25)^2}{620-42\rho}\right)$	Рис.3 (б) кривая 1	Рис.3 (б) кривая 5	Рис.3 (б) кривая 6	Рис.3 (б) кривая 7

реляции. Оценки при сужении функции фильтра возрастают быстрее, чем при сдвиге максимума функции фильтра. Это различие обусловлено тем, что при сужении фильтрующей функции уменьшается удельный вес не только низких, но и высоких частот, соответственно, радиус корреляции уменьшается медленнее, чем при сдвиге фильтра в область высоких частот. Для спектра с локальным максимумом наибольшая оценка стационарности у реализации после фильтра Гаусса, поскольку из трех фильтров именно у него самое низкое пропускание в области низких частот. Наименьшая оценка – при фильтрации суммой двух функций Гаусса, так как этот фильтр имеет самое высокое пропускание в области низких частот. При фильтрации фильтром Гаусса и фильтром - суммой двух функций Гаусса сужение фильтрующей функции ведет к большему росту оценки, чем сдвиг в высокочастотную область. Наибольшую оценку стационарности для реализации с экспоненциальным спектром дает фильтрация сигмоидальным фильтром, поскольку он почти не ослабляет высокие частоты. Зависимости на Рис.3 подтверждают предположение о преобладающем влиянии на стационарность по матожиданию именно низких частот.

### 3.3. Влияние режекции низких частот

Для проверки предположения о возрастании оценки стационарности при кратности периода самой низкой частоты длине реализации моделировалась фильтрация вышеописанными фильтрами с дополнительной режекцией низких частот. Зависимости оценок стационарности для такой фильтрации, приведенные на Рис. 4, имеют участок осцилляций, которые появились в результате последовательного удаления низких частот из спектра. Когда период самой низкой частоты кратен длине реализации (вели-

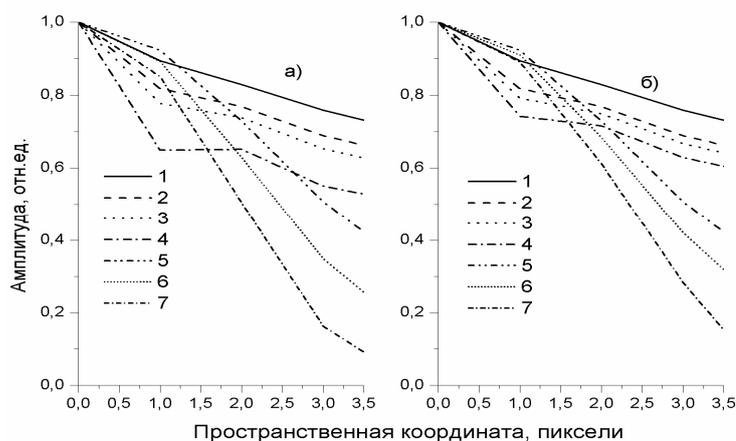


Рис. 2. Сечения корреляционных функций  
а) при сдвиге максимума функции фильтра в область высоких частот  
б) при сужении функции фильтра

1 – до фильтрации; 2, 3, 4 – после фильтрации сигмоидальным фильтром; 5, 6, 7 – после фильтрации гауссообразным фильтром

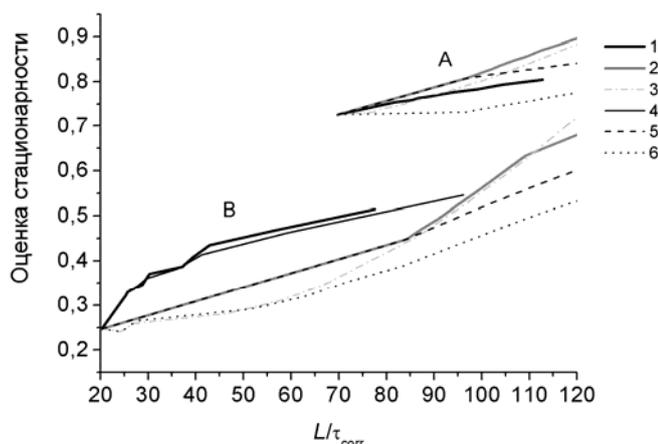


Рис. 3. Оценки стационарности для спектра с локальным максимумом (семейство кривых А) и для экспоненциального спектра (семейство кривых В)

а) при фильтрации путем сужения функции фильтра:  
1 – при фильтрации сигмоидальным фильтром,  
2 – при фильтрации гауссообразным фильтром,  
3 – при фильтрации фильтром – суммой двух функций Гаусса;  
б) при фильтрации путем смещения максимума функции фильтра:  
4 – при фильтрации сигмоидальным фильтром,  
5 – фильтрация фильтром Гаусса,  
6 – при фильтрации суммой двух функций Гаусса

чина  $L/T_{\min}$  целая), оценка растет, если же  $L/T_{\min}$  дробное, то оценка снижается (пока величина  $L/T_{\min}$  мала). По мере возрастания числа периодов в длине реализации осцилляции затухают.

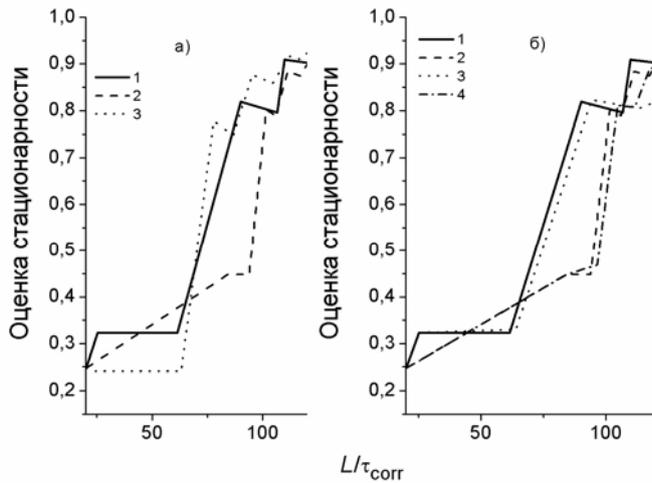


Рис. 4. Оценки стационарности для экспоненциального спектра при следующих видах фильтрации:  
а) при режекции

- 1 – при фильтрации сигмоидальным фильтром;
- 2 – при фильтрации гауссообразным фильтром;
- 3 – при фильтрации фильтром – суммой двух функций Гаусса;

б) при режекции и режекции с сужением фильтрующей функции

- 1, 3 – режекция при постоянных параметрах сигмоидального и гауссообразного фильтров, соответственно;
- 2, 4 – режекция с изменением формы сигмоидального и гауссообразного фильтров соответственно.

Оценки, приведенные на Рис. 4.а (при режекции), лежат несколько выше, чем для фильтрации без режекции (Рис.3). При фильтрации без режекции, несмотря на существенное ослабление низких частот, они все равно вносили свой вклад в матожидание реализации. Отношение длины реализации к периоду наименьшей частоты было постоянно, однако оценка стационарности постепенно увеличивалась, и кратность периода низкой частоты длине реализации в случае фильтра, только ослабляющего низкие частоты, не столь важна.

Поскольку увеличение стационарности дали как фильтрация с режекцией низких частот, так и путем сужения фильтрующей функции, то было исследовано совмещение этих двух способов – режекция низких частот и изменение формы фильтра. Оценки, полученные при такой фильтрации, также имеют осциллирующий характер, что является следствием режекции низких частот. Из Рис. 4.б видно, что оценка стационарности при режекции низких частот, несколько выше, чем оценка, при комбинации режекции с сужением функции фильтра.

При фильтрации сигмоидальным фильтром разница в оценках стационарности происходит лишь из-за различия величин пропусканий в области низких частот (при фильтрации путем совмещения режекции и изменения формы функции фильтра пропускание в низкочастотной области уменьшается быстрее, следовательно, быстрее уменьшается радиус корреляции). При фильтрации Гаусса и суммой двух функций Гаусса разница оценок обусловлена тем, что при совмещении двух типов фильтрации имеют место два разнонаправленных процесса: уменьшение радиуса корреляции при уменьшении пропускания низких частот и увеличение радиуса корреляции при ослаблении высоких частот. Уменьшение веса низких частот в спектре оказывает большее влияние на оценку стационарности, радиус корреляции уменьшается быстрее, кривые за счет этого как бы “растягиваются” вправо.

Таким образом, нестационарность по матожиданию обусловлена в большей степени низкочастотными спектральными компонентами.

## 4. Численное исследование стационарности по дисперсии

### 4.1. Условия моделирования

Моделировалась полосовая фильтрация реализации (6). Нестационарность вводилась следующим образом:

$$Im_n(x) = Im(x) \cdot \exp\left(-\frac{x}{200}\right).$$

Моделировались те же три типа фильтров и те же методы настройки фильтров, что и при исследовании стационарности по матожиданию, значения параметров фильтров подбирались исходя из наглядности результатов. Оценки стационарности вычислялись по формуле:

$$V_D \frac{L}{\tau_{corr}} = 1 - \frac{(D(Im_i) - D(Im_r))^2}{\max(D(Im_i), D(Im_r))^2}.$$

## 4.2. Влияние ослабления низких частот

При фильтрации путем сдвига частоты максимума фильтрующей функции качественный вид зависимостей остался прежним, оценки стационарности растут одинаково быстро. Здесь играют роль два разнонаправленных эффекта: при сдвиге частоты максимума пропускания в область высоких частот ослабление высоких частот менее выражено, чем при сужении формы фильтра, и, соответственно, уменьшение радиуса корреляции тоже невелико. Однако при данной фильтрации также происходит уменьшение пропускания в области низких частот, что и оказывает доминирующее воздействие на оценку стационарности.

На Рис. 5 приведены зависимости оценок стационарности от сужения и сдвига функции фильтра при радиусах корреляции, взятых по разным уровням среза – 0.25, 0.5 и 0.75.

При увеличении уровня среза оценки сближаются, так как в области вершины ГМ КФ его форма определяется в первую очередь высокими частотами, которые при данных фильтрациях мало различаются. Напротив, при уменьшении уровня среза оценки отдаляются друг от друга – здесь играет роль разное пропускание в области низких частот и, соответственно, разный радиус корреляции.

Для зависимостей по уровню среза 0.75 при фильтрации суммой двух функций Гаусса виден участок, на котором рост оценки происходит при уменьшении обобщенной частоты. Этот эффект обусловлен большим ослаблением высоких частот при небольшом ослаблении низких, ведущем к увеличению радиуса корреляции на больших уровнях среза – уплощению вершины ГМ КФ. При фильтрации Гаусса этого не происходит вследствие малого пропускания в области низких частот.

Наибольший рост оценки дает сигмоидальный фильтр, поскольку он ослабляет низкие и средние частоты, почти не ослабляя высоких. Наименьшая оценка – при фильтрации суммой двух функций Гаусса, так как этот фильтр имеет самое высокое пропускание в области низких частот.

Таким образом, анализ данных зависимостей подтверждает доминирующую роль в оценке

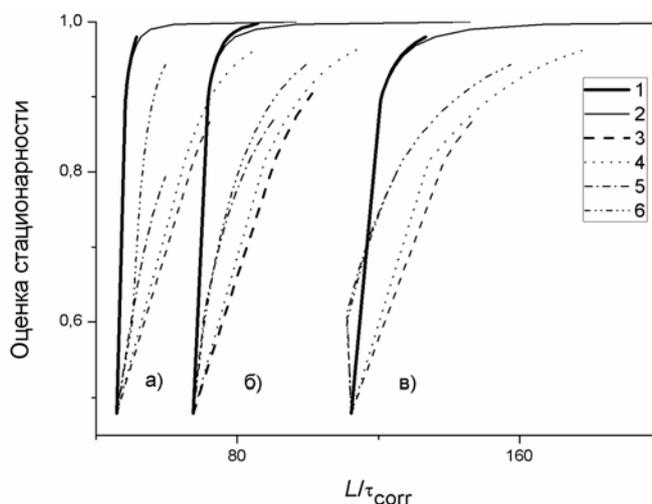


Рис. 5. Оценки стационарности по дисперсии а) по уровню 0.25; б) по уровню 0.5; в) по уровню 0.75;

для спектров реализаций при фильтрации путем сужения фильтрующей функции:

- 1 – при фильтрации сигмоидальным фильтром,
- 3 – при фильтрации гауссообразным фильтром,
- 5 – при фильтрации фильтром – суммой двух функций Гаусса;
- при фильтрации путем сдвига фильтрующей функции:
- 2 – при фильтрации сигмоидальным фильтром,
- 4 – при фильтрации гауссообразным фильтром,
- 6 – при фильтрации фильтром – суммой двух функций Гаусса

стационарности по дисперсии низких частот. Для подтверждения влияния на оценку стационарности именно низких частот дополнительно были промоделированы фильтрации отдельно левой (низкочастотной) и правой (высокочастотной) половинами фильтра. При уменьшении пропускания только в области низких частот (левая половина фильтра) оценки мало отличались от оценок при полосовой фильтрации, тогда как при низкочастотной фильтрации оценки росли очень медленно, что подтверждает доминирующую роль низких частот.

## 4.3. Влияние режекции низких частот

В дополнение к вышеописанным трем фильтрам вводился прямоугольный фильтр, отсекающий низкие частоты. При этом динамика оценки стационарности имеет другой характер – если из спектра удаляется частота, не кратная длине реализации, оценка возрастает, если удаляется кратная частота, оценка остается прежней или даже убывает – появляются осцилляции оценки, показанные на Рис. 6. По мере возрастания числа периодов самой низкой частоты в длине реализации эти осцилляции затухают.

Из сравнения фильтрации при сужении фильтрующей функции (Рис.4.б) и режекции низких частот (Рис.6.) видно, что при сужении функции фильтра оценка растет быстрее, что связано с более медленным уменьшением радиуса корреляции, чем при режекции низких частот – кривые на Рис.4.б сжаты по сравнению с кривыми на Рис.6.

## Заключение

Таким образом, ограниченность динамического диапазона регистрирующих сред, используемых для реализации связей нейронных слоев по схеме голографии Фурье, имеет следствием повышение стационарности порождаемых сетью ПВР гипотез по сравнению с ПВР условий задачи, т.е. снижение адекватности гипотезы условиям задачи. Эффективность стационаризации гипотезы по двум первым статистическим моментам определяется, в первую очередь, степенью ослабления низких частот, обеспечивающих внутреннюю связность и непротиворечивость паттерна. Вывод о важности низкочастотного диапазона с точки зрения адекватности гипотезы условиям задачи коррелирует с предложенным в работе [21] методом порождения данной моделью НС индуктивной гипотезы, заключающемся в расширении спектрального диапазона матрицы связей в область низких частот.

Авторы считают приятным долгом выразить благодарность профессору И.Б. Фоминых и профессору О.П. Кузнецову за ряд полезных обсуждений.

## Литература

1. Арбиб М., Метафорический мозг, М.Мир, 1976
2. Прибрам К., Языки мозга, М.Прогресс, 1975.
3. Кузнецов О.П., Неклассические парадигмы в ИИ // Известия АН, Сер. Теория и системы управления, 1995, №5, с.3-23
4. Голицын Г.А., Фоминых И.Б. Нейронные сети и экспертные системы: перспективы интеграции // Новости искусственного интеллекта. 1996. №4.
5. Семинар "Отражение образного мышления и интуиции специалиста в системах искусственного интеллекта" // Новости искусственного интеллекта, 1998, № 1, с. 22-136.

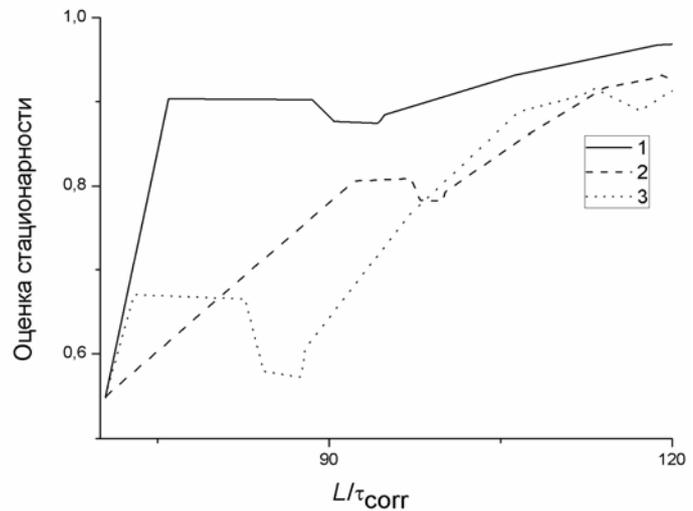


Рис 6. Оценка стационарности при фильтрации путем режекции низких частот

- 1 – при фильтрации сигмоидальным фильтром,
- 2 – при фильтрации функцией Гаусса,
- 3 – при фильтрации фильтром – суммой двух функций Гаусса

6. Дискуссионная трибуна. Научный семинар (продолжение) "Отражение образного мышления и интуиции специалиста в системах искусственного интеллекта" // Новости искусственного интеллекта, 1998, № 3. с.64-100.
7. Фоминых И.Б. О технологии решения творческих задач // В сб. трудов VIII Национальной конференции по искусственному интеллекту "КИИ-2002", Т.1, М.: Физматлит. 2002.
8. Леутин В.П., Николаева Е.И., Функциональная асимметрия мозга. Мифы и реальность. СПб. Речь. 2005, 368 с.
9. Фриман У.Дж., Динамика мозга в восприятии и сознании: творческая роль хаоса // В сб. «Синергетика и психология». Вып.3. Когнитивные процессы. Когито-Центр.2004. с.13-28.
10. Князева Е.Н., Методы нелинейной динамики в когнитивной науке // В сб. «Синергетика и психология». Вып.3. "Когнитивные процессы". Когито-Центр. 2004. с.29-48.
11. Комбс А., Сознание: Хаотическое и странно-аттракторное // В сб. «Синергетика и психология». Вып.3. "Когнитивные процессы", Издательство «Когито-Центр», 2004, с.49-60.
12. Павлов А.В., О применимости голографических технологий в задаче моделирования творческого мышления.// Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте: Сборник трудов IV Международной научно-практической конференции, (Коломна, 28-30 мая 2007) М.Физматлит, 2007. с.282-290
13. А.В. Павлов, О возможности моделирования творческого мышления методом голографии Фурье, Труды XI Национальной конференции по искусственному интеллекту, Т.1. с.384-392, М., URSS.

14. Павлов А.В., Возможности ассоциативной обработки информации, реализуемые методом Фурье-голографии. // Новости Искусственного Интеллекта, 2006, №2, с.41-56.
15. Павлов А.В., О применимости модели линейной регрессии к описанию Фурье-голографии// Оптика и спектроскопия, 2005, т.98, №6., с. 1033-1037
16. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А., Теория случайных процессов и инженерные приложения, М.Высшая школа, 2000.
17. Вентцель А.Д., Курс теории случайных процессов, М. Наука, 1975.
18. Grimmet G.R., Sterzaker D.R., "Probability and Random Processes", Oxford. Oxford Sc. Publ., Clarendon Press, 1992.
19. Кроновер Р.М., Фракталы и хаос в динамических системах. М. Постмаркет. 2000.
20. А.М.Алексеев, А.В.Павлов, Об аппроксимации передаточной функции  $4f$  схемы голографии Фурье при реализации нечетко-значимых логик. //Оптика и спектроскопия. 2009, т.107, № 6, с.1038-1043.
21. Павлов А.В. Реализация правдоподобных выводов на нейросетях со связями по схеме голографии Фурье. // Искусственный интеллект и принятие решений. 2010, №1, с.3-14.

**Бекашева Зоя Салаватовна.** Инженер центра информационных оптических технологий Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. Автор 6 печатных работ. Область научных интересов: искусственный интеллект, оптика, голография, оптические информационные технологии.

E-mail: [zoya.bekyasheva@phoi.ifmo.ru](mailto:zoya.bekyasheva@phoi.ifmo.ru).

**Павлов Александр Владимирович.** Доцент кафедры фотоники и оптоинформатики Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. Окончил Ленинградский институт точной механики и оптики в 1980 году. Кандидат технических наук, старший научный сотрудник. Автор 100 печатных работ. Область научных интересов: искусственный интеллект, оптика, голография, оптические информационные технологии.

E-mail: [Pavlov@phoi.ifmo.ru](mailto:Pavlov@phoi.ifmo.ru).