С.В. Емельянов, Д.А. Макаров

Стабилизация угла тангажа вертолета на различных режимах полета с помощью координатно-операторной и операторной обратных связей[1]

Аннотация. В настоящей работе изучается возможность построения автопилота вертолета на основе теории координатно-операторных и операторных типов обратных связей, предназначенной для синтеза робастных нелинейных регуляторов. Сделаны выводы об устойчивости полученной системы в условиях параметрической неопределенности, приведены результаты численного моделирования нескольких режимов полета.

Ключевые слова: теория автоматического управления, управление вертолетом, нелинейные регуляторы, координатно-операторная обратная связь, операторная обратная связь, управление при неопределенности.

Введение

Вертолеты являются одним из удобных видов транспорта благодаря своим специфическим возможностям вертикального взлета и посадки, зависания и т.д. Большой объем выполняемых летчиком работ, постоянно возрастающие требования к устойчивости и управляемости вертолета и его эксплуатация в сложных погодных условиях ставят задачу автоматизации режимов полета, которая решается с использованием систем автоматического управления (САУ), что приводит к коренному улучшению пилотажных качеств вертолета [1]. Поэтому совершенствование САУ вертолетов является актуальной задачей.

Для выполнения многих задач пилотирования вертолетов необходима стабилизация углового положения [2], в частности, угла тангажа, характеризующего продольное движение. Известно, что даже у одновинтового вертолета, являющегося наиболее несимметричным, продольное движение слабо зависит от бокового [3]. В тоже время, боковое движение зависит от продольного в большей степени, и, при этом, неустойчивость продольного движения может явиться причиной неустойчивости бокового. Следовательно, целесообразно поставить задачу стабилизации угла тангажа вертолета, особенностями которой являются изменение параметров продольного движения в широком диапазоне в зависимости от режима полета, их априорная неизвестность и неизмеряемость, наличие «жестких» ограничений на амплитуду и скорость управляющего сигнала.

В настоящее время на подавляющем большинстве пилотируемых вертолетов задача стабилизации угла тангажа решается с помощью САУ, использующих пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД-) закон управления со статическими параметрами, значения которых являются «средними» для всех режимов полета [2-4]. Однако статичность настроек ПИД-регуляторов (автопилотов), значительное изменение летных характеристик вертолета в зависимости от его воздушной скорости и «жесткие» ограничения на управление приводят к сильному варьированию качества работы САУ. Таким образом, целесообразно разработать методы стабилизации угла тангажа вертолета, ослабляющие влияние параметрической неопределенности, отражающей изменение свойств вертолета в зависимости от режима полета.

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного контракта № 14.740.11.0401 и РФФИ (проект №11-07-00721-а).

Возможным способом повышения качества регулирования САУ при неопределенности является введение в них информации о производных высокого порядка от регулируемой координаты. Измерение угловой скорости угла тангажа с помощью датчиков решает вопрос о первой производной от угла тангажа. Однако получение производных более высокого порядка на практике связано с необходимостью дифференцирования сильно зашумленного сигнала, что вызывает большие сложности.

Эффективным средством подавления неопределенности является использование глубокой обратной связи, которая для линейного случая сводится к использованию в регуляторе больших коэффициентов усиления. Однако хорошо известны ограничения её практического применения:

- необходимость исследования влияния амплитудных ограничений переменных системы на свойства замкнутого контура [5];
- негрубость по отношению к сингулярным возмущениям, меняющим порядок объекта [5];
- возможность возникновения автоколебаний и сильных ударов по ограничителям хода привода органа управления.

Проблема параметрической неопределенности может быть решена с помощью систем адаптивного управления (здесь под адаптивными системами понимаются самонастраивающиеся беспоисковые системы с идентификацией [6]). Главное ограничение таких систем заключается в необходимости привлечения гипотезы квазистационарности [7], которая строится на предположении о медленном изменении параметров, влияющих на поведение объекта, относительно скорости работы алгоритма адаптации, «отслеживающего» дрейф неизвестных параметров. Подтверждение справедливости этой гипотезы связано с большим объемом работ по изучению свойств вертолета. Другой трудностью практического применения систем адаптивного управления является наличие внешнего неисчезающего возмущения (например, ветра) и шумов в сигналах с датчиков, что может привести к существенным погрешностям в идентификации параметров объекта [5] и, следовательно, к значительному ухудшению качества регулирования или даже к потере устойчивости замкнутой системы.

Свободными от приведенных выше недостатков являются САУ, построенные с помощью теории систем с переменной структурой (СПС), основная идея которых состоит в скачкообразном изменении связей между функциональными элементами регулятора в зависимости от фазового состояния замкнутой системы. В СПС системах возможно возникновение особого режима движения, называемого скользящим. Режим скольжения характеризуется инвариантностью к параметрическим и внешним возмущениям [8-9]. Однако, как подчеркивается в [5], СПС обладает следующими недостатками: во-первых, для организации скользящего режима при управлении объектом с высоким относительным порядком нужна информация о производных высокого порядка; во-вторых, высокочастотные колебания, возникающие в скользящем режиме, нарушают ограничения на скорость управляющего сигнала, что негативно сказывается на работе механических приводов. Поэтому СПС имеет весомые ограничения применения и необходимо использовать другие подходы.

Улучшение качества управления может быть достигнуто с помощью новых типов нелинейных регуляторов [5,10-12]. Основная идея предлагаемого подхода заключается в построении вспомогательных нелинейных контуров управления, называемых координатно-операторной, операторной и операторно-координатной обратными связями, осуществляющих изменение оператора основного контура стабилизирующей обратной связи. Такой прием позволяет компенсировать действие неизмеряемого параметрического возмущения с помощью специального «параметрического» управления.

В настоящей работе исследуется свойства САУ углом тангажа вертолета на основе новых типов обратных связей [5,10-12] в условиях параметрической неопределенности. Осуществляется следующая последовательность этапов решения задачи: определяются уравнения продольного движения вертолета, производится формальная постановка задачи, осуществляется синтез координатно-операторной и операторной обратных связей, проводятся теоретические исследования устойчивости САУ и проверка качества регулирования путем численного моделирования.

1. Математическая модель продольного движения вертолета

Динамика полета вертолета описывается, в общем виде, системой нелинейных, обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Наиболее приемлемой для уравнений движения вертолетов является связанная прямоугольная система координат OXYZ (Рис. 1.1). Начало координат O помещено в центре масс вертолета, ось OY направлена вверх параллельно оси вала винта, ось OX направлена вперед, ось OZ направлена вправо.

В наиболее общем виде движение вертолета, как и любого твердого тела [13], описывается с помощью уравнений поступательного движения центра масс

$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{X}{m},\quad \frac{dV_y}{dt} = \frac{Y}{m},\quad \frac{dV_z}{dt} = \frac{Z}{m}. \tag{1.1}$$

(здесь V_x , V_y , V_z – проекции вектора воздушной скорости полета на связанные оси OX, OY, OZ; m – масса вертолета; *X, Y, Z* – проекции вектора равнодействующей силы на связанные оси OX, OY, OZ) и уравнений вращательного движения относительно центра масс

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_x}{dt} &= \left(\frac{M_x}{I_x} + \frac{I_{xy}}{I_x}\frac{M_y}{I_y}\right)\frac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_xI_y}}, \\ \frac{d\omega_y}{dt} &= \left(\frac{M_y}{I_y} + \frac{I_{xy}}{I_y}\frac{M_x}{I_x}\right)\frac{1}{1-\dfrac{I_{xy}^2}{I_xI_y}}, \\ \frac{d\omega_z}{dt} &= \frac{M_z}{I_z}. \end{aligned} \tag{1.2}$$

где ω_x, ω_y, ω_z – проекции вектора угловой скорости на связанные оси OX, OY, OZ;
M_x, M_y, M_z – моменты сил по связанным осям OX, OY, OZ; I_x, I_y, I_z – моменты инерции вертолета по связанным осям OX, OY, OZ; I_{xy} – центробежный момент инерции вертолета.

Правые части уравнений движения (1.1)-(1.2) для вертолета с одним несущим винтом принимают вид

$$\begin{aligned} X &= X_{\text{в}} + X_{пл} + X_{\text{р.в.}}, \\ Y &= Y_{\text{в}} + Y_{пл} + Y_{\text{р.в.}}, \\ Z &= Z_{\text{в}} + Z_{пл} + Z_{\text{р.в.}}, \\ M_x &= M_{x\text{в}} + M_{x\text{пл}} + M_{xр.\text{в.}}, \\ M_y &= M_{yв} + M_{y\text{пл}} + M_{yр.\text{в.}}, \\ M_z &= M_{zв} + M_{z\text{пл}} + M_{zр.\text{в.}}. \end{aligned} \tag{1.3}$$

где $X_{\text{в}}$, $Y_{\text{в}}$, $Z_{\text{в}}$, $X_{\text{р.в.}}$, $Y_{\text{р.в.}}$, $Z_{\text{р.в.}}$ – проекции аэродинамической силы несущего и рулевого винта соответственно на связанные оси OX, OY, OZ; $X_{\text{пл}}$, $Y_{\text{пл}}$, $Z_{\text{пл}}$ – проекции аэродинамической силы планера на связанные оси OX, OY, OZ; $M_{x\text{в}}$, $M_{y\text{в}}$, $M_{z\text{в}}$, $M_{x\text{р.в.}}$, $M_{y\text{р.в.}}$, $M_{z\text{р.в.}}$ – аэродинамические моменты несущего и рулевого винта соответственно в связанной системе координат; $M_{x\text{пл}}$, $M_{y\text{пл}}$, $M_{z\text{пл}}$ – аэродинамические моменты планера в связанной системе координат.

Уравнения (1.1)-(1.3) являются нелинейными, различаются в зависимости от схемы компоновки и других конструктивных особенностей, содержат множество коэффициентов, идентификация значений которых требует большого объема натуральных испытаний и вычислений. Однако на практике зачастую возможно адекватное описание динамики вертолета линеаризованными моделями [1-4]. Это позволяет значительно экономить время счета и применять хорошо разработанные методы изучения линейных систем.

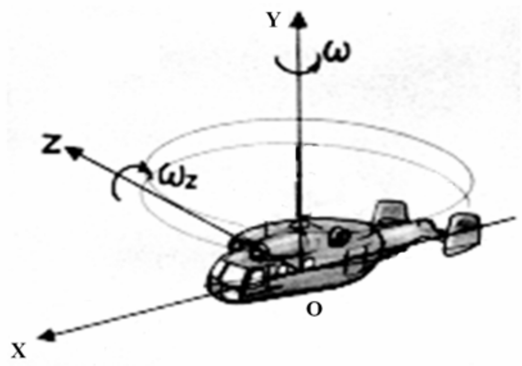

Рис. 1.1. Связанная прямоугольная система координат OXYZ

Методы линеаризации уравнений движений летательных аппаратов достаточно хорошо разработаны [3,14-17]. Параметры возмущенного движения вертолета задаются через их невозмущенные состояния (балансировочные значения параметров, т.е. значения в установившемся движении вертолета) и малые приращения. Например, новое значение силы X можно найти следующим образом: $X = X_0 + \Delta X$, где X_0 – балансировочное значение X, ΔX – приращение X. Сила X рассматривается как функция многих независимых переменных: линейных и угловых скоростей (V_x , V_y , V_z, ω_x, ω_y, ω_z), углов Эйлера (угла крена γ, угла тангажа ϑ, угла курса ψ), управляющей воздействий (продольного и поперечного циклических управлений $\delta_в$ и $\delta_к$, общего шага несущего винта $\varphi_{ош}$, и рулевого винта $\varphi_{рв}$). ΔX можно разложить в ряд Тейлора, отбрасывая члены порядка выше первого. Таким образом, нелинейная система (1.1)-(1.3) может быть приближенно представлена линейными уравнениями (1.4). Знаком Δ обозначаются приращения какой-либо величины.

$$
\begin{aligned}
&X = X_0(V_{x0}, V_{y0} \ldots \varphi_{ош}) + \frac{\partial X}{\partial V_x}\Delta V_x + \frac{\partial X}{\partial V_y}\Delta V_y + \ldots + \frac{\partial X}{\partial \varphi_{ош}}\Delta\varphi_{ош},\\
&Y = Y_0(V_{x0}, V_{y0} \ldots \varphi_{ош}) + \frac{\partial Y}{\partial V_x}\Delta V_x + \frac{\partial Y}{\partial V_y}\Delta V_y + \ldots + \frac{\partial Y}{\partial \varphi_{ош}}\Delta\varphi_{ош},\\
&Z = Z_0(V_{x0}, V_{y0} \ldots \varphi_{ош}) + \frac{\partial Z}{\partial V_x}\Delta V_x + \frac{\partial Z}{\partial V_y}\Delta V_y + \ldots + \frac{\partial Z}{\partial \varphi_{ош}}\Delta\varphi_{ош},\\
&\vdots\\
&M_z = M_{z0}(V_{x0}, V_{y0} \ldots \varphi_{ош}) + \frac{\partial M_z}{\partial V_x}\Delta V_x + \frac{\partial M_z}{\partial V_y}\Delta V_y + \ldots + \frac{\partial M_z}{\partial \varphi_{ош}}\Delta\varphi_{ош}.
\end{aligned}
\tag{1.4}
$$

где X_0, Y_0, Z_0, M_{z0} – балансировочные значения сил и моментов в связанной системе координат.

Для упрощения записи частные производные обозначаются следующим образом: $\frac{\partial X}{\partial V_x} \equiv X^{V_x}$, $\frac{\partial M_x}{\partial \varphi_{ош}} \equiv M_x^{\varphi_{ош}}$ и т.д. Значения производных сил, отнесенные к массе вертолета m, и производных моментов, отнесенных к соответствующему моменту инерции вертолета, обозначаются через верхнее подчеркивание: $\frac{1}{m}\frac{\partial X}{\partial V_x} \equiv \overline{X}^{V_x}$, $\frac{1}{I_z}\frac{\partial M_z}{\partial V_x} \equiv \overline{M}_z^{V_x}$ и т.д.

Известно, что для упрощения исследований собственное движение самолета делят на продольное и боковое [14], что возможно благодаря существованию плоскости симметрии XOY самолета. Однако, из всех типов вертолетов продольную плоскость симметрии имеют только двухвинтовые поперечной схемы, винтокрылы, а также, не нашедшие распространения, четырехвинтовые вертолеты [3]. Их движение достаточно строго можно разделить на продольное и боковое. У всех остальных типов вертолетов не равны нулю производные, составляющие связи между продольным и боковым движением. Однако, для одновинтового и соосного вертолета разделение движений на продольное и боковое все же возможно, так как несущие винты расположены вблизи центра масс вертолета и не дают сильной перекрестной связи [1,3]. Это разделение более обосновано при наличии САУ, обеспечивающей устойчивость вертолета.

Известно, что динамику продольного движения вертолета без учета боковой динамики можно представить в виде следующей линейной системы [1]:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\Delta V_x\\ \Delta V_y\\ \Delta\omega_z\\ \Delta\vartheta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\overline{X}^{V_x} & \overline{X}^{V_y} & \overline{X}^{\omega_z}+V_{y_0} & \overline{X}^{\vartheta}\\ \overline{Y}^{V_x} & \overline{Y}^{V_y} & \overline{Y}^{\omega_z}-V_{x_0} & \overline{Y}^{\vartheta}\\ \overline{M}_z^{V_x} & \overline{M}_z^{V_y} & \overline{M}_z^{\omega_z} & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta V_x\\ \Delta V_y\\ \Delta\omega_z\\ \Delta\vartheta\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\overline{X}^{\varphi_{ош}} & \overline{X}^{\delta_в}\\ \overline{Y}^{\varphi_{ош}} & \overline{Y}^{\delta_в}\\ \overline{M}_z^{\varphi_{ош}} & \overline{M}_z^{\delta_в}\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\varphi_{ош}\\ \Delta\delta_в\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\overline{X}^{V_x} & \overline{X}^{V_y}\\ \overline{Y}^{V_x} & \overline{Y}^{V_y}\\ \overline{M}_z^{V_x} & \overline{M}_z^{V_y}\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta W_x\\ \Delta W_y\end{bmatrix} \tag{1.5}$$

где W_x и W_y – проекции скорости ветра на оси OX, OY; V_{x0} и V_{y0} – балансировочные значения скоростей V_x и V_y.

Очевидно, что параметры модели (1.5) меняются в зависимости от режима полета.

2. Постановка задачи стабилизации угла тангажа вертолета

Возможным упрощением системы (1.5) является абстрагирование от «медленных» продольных движений. Известно [18], что в первые моменты времени после отклонения угла тангажа из-за воздействия внешнего возмущения продольная и вертикальная скорости практически не меняются и это позволяет исключить из (1.5) первые два уравнения, а в третьем проигнорировать члены при приращении скоростей ΔV_x и ΔV_y. Следовательно, при $\Delta\varphi_{ош}\equiv 0$ получаем систему второго порядка

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\Delta\omega_z\\ \Delta\vartheta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\overline{M}_z^{\omega_z} & 0\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\omega_z\\ \Delta\vartheta\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\overline{M}_z^{\delta_в}\\ 0\end{bmatrix}\left[\Delta\delta_в\right]+\begin{bmatrix}\overline{M}_z^{V_x} & \overline{M}_z^{V_y}\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta W_x\\ \Delta W_y\end{bmatrix} \tag{2.1}$$

Таким образом, система (2.1) описывает «быструю» продольную динамику вертолета без учета боковой.

Рассмотрим стабилизацию в нуле следующего объекта, соответствующего линейным уравнениям (2.1) при $\Delta W_x\equiv 0, \Delta W_y\equiv 0$:

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}_1&=x_2,\\ \dot{x}_2&=ax_2+bu,\\ y&=[x_1,x_2]\end{aligned}\right\}, \tag{2.2}$$

где $x_1\overset{def}{=}\vartheta$ – отклонение угла тангажа от заданного балансировочного значения (регулируемая координата);

$x_2=d\vartheta/dt=\omega_z$ – угловая скорость угла тангажа;

y – выход объекта управления;

a – коэффициент $\overline{M}_z^{\omega_z}$, $a\in A\overset{def}{=}\{a=const\,|\,a^-\le a\le a^+\}$;

b – коэффициент $\overline{M}_z^{\delta_в}$, $b\in B\overset{def}{=}\{b=const\,|\,b^-\le b\le b^+\}, b\ne 0$;

u – продольное управление $\delta_в$, $u\in U\overset{def}{=}\{u\,|\,|u|\le u_m, |\dot{u}|\le\dot{u}_m\}$.

Задача стабилизации угла тангажа в нуле: необходимо синтезировать систему автоматической стабилизации, обеспечивающей с помощью непрерывного управления $u = u(x_1, x_2)$, выполнение $\lim\limits_{t\to\infty} x_1(t) \to 0$ и $\lim\limits_{t\to\infty} x_2(t) \to 0$ при $a \in A$, $b \in B, b \neq 0$, $u \in U$.

Рассмотрим задачу на примере вертолета Puma SA330 [4], для которого $a^- = -0.97\ c^{-1}$, $a^+ = -0.45\ c^{-1}, b^- = -6.75\ c^{-2}, b^+ = -6.52\ c^{-2}$. Ограничения на управление определим по аналогии с другими вертолетами [2]: $U \overset{def}{=} \{u \mid |u| \le 0.02\ рад, |\dot{u}| \le 0.02\ рад/c\}$.

3. Построение координатно-операторной обратной связи

Выходы системы (2.2) x_1 и x_2 экспоненциально стремятся к нулю (что и означает решение задачи стабилизации), если при некотором c=const > 0 обеспечено выполнение условия

$$cx_1 + \dot{x}_1 = 0. \tag{3.1}$$

Поэтому величину $\sigma = cx_1 + \dot{x}_1 = cx_1 + x_2$ назовем эталоном поведения ошибки. Таким образом, указанными преобразованиями исходная проблема сводится к стабилизации скалярного объекта вида $\dot{\sigma} = (c+a)\sigma - (c+a)cx_1 + bu$.

Геометрически изложенный прием означает, что с помощью управления мы должны выйти в окрестность аттрактора $\sigma = cx_1 + x_2 = 0$ (Рис. 3.1).

Для анализа движения и синтеза управления будем использовать нелинейную замену координат $\xi = \sigma/x_1$. Геометрический смысл указанной замены поясняет Рис. 3.2, откуда следует, что ξ определяет наклон прямой $\sigma = \xi x_1$, поэтому ξ можно считать параметром или операторной переменной (области фазового пространства, в которых ξ принимает положительные и отрицательные значения, обозначены знаками $\oplus$ и $\ominus$ соответственно). Следовательно, пространство (x_1, ξ) можно назвать фазовым пространством *координата-оператор*, или *КО-пространством*. Если $\xi = 0$, то $\sigma = 0$. Найдем уравнение изменения новой переменной $\xi = \sigma/x_1$. Имеем последовательно

$$\begin{gathered}\dot{\xi} = \frac{\dot{\sigma}}{x_1} - \frac{\sigma}{x_1}\frac{x_2}{x_1} = \frac{(c+a)\sigma - (c+a)cx_1 + bu}{x_1} - \xi\frac{\sigma - cx_1}{x_1} = \\ (c+a)\xi - (c+a)c + b\frac{u}{x_1} - \xi(\xi - c).\end{gathered} \tag{3.2}$$

Если теперь ввести обозначение $\mu = u/x_1$ и назвать μ новым управлением, то проблема стабилизации свободного движения объекта $\dot{\sigma} = (c+a)\sigma - (c+a)cx_1 + bu$ сводится к проблеме стабилизации нового объекта $\dot{\xi} = (c+a)\xi + b\mu - \xi(\xi - c) - (c+a)c$.

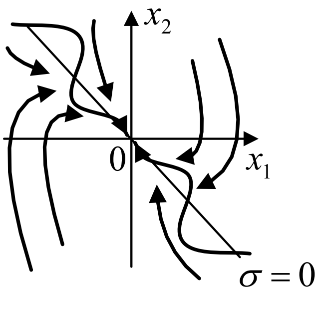

Рис. 3.1. Фазовые портреты систем с аттрактором σ

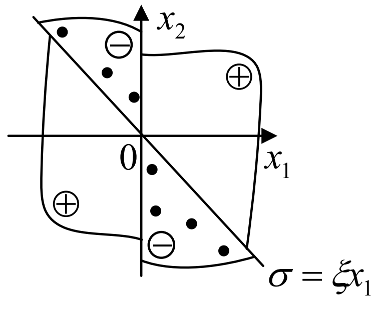

Рис. 3.2. Геометрическая интерпретация переменной ξ

4. Построение операторной обратной связи

Теперь рассмотрим случай, когда эталон поведения ошибки, заданный функцией (3.1), «подстраивается» с помощью операторного сигнала ρ: $\sigma_p = c_p x_1 + x_2$, где $c_p = c_p(\rho)$. Тогда можно определить новую операторную (О-) переменную $\xi_p = \sigma_p/x_1$. Дифференцируя выражение $\xi_p = \sigma_p/x_1$ и используя равенства $x_2 = \sigma_p - c_p x_1, \dot{x}_2 = ax_2 + bu$, имеем последовательно

$$\dot{\xi}_\rho = \frac{\dot{\sigma}_p}{x_1} - \frac{\sigma_p}{x_1}\frac{x_2}{x_1} = \frac{\dot{c}_p x_1 + c_p x_2 + \dot{x}_2}{x_1} - \xi_\rho \frac{\sigma_p - c_p x_1}{x_1} =$$
$$\frac{\dot{c}_p x_1 + c_p(\sigma_p - c_p x_1) + a(\sigma_p - c_p x_1) + bu}{x_1} - \xi_\rho(\xi_\rho - c_p) = \tag{4.1}$$
$$(2c_p + a)\xi_\rho + b\mu + \dot{c}_p - (c_p{}^2 + ac_p) - \xi_\rho{}^2.$$

Полученное уравнение отличается от уравнения (3.2) зависимостью параметра c_p от операторной переменной ρ и наличием производной $\dot{c}_p \neq 0$ в правой части (4.1), так как теперь $c_p = c_p(t)$. Поскольку О-закон (т.е. функцию ρ) можно формировать независимо от КО-закона (т.е. функции μ), то член $\dot{c}_p$ можно интерпретировать как дополнительное управление для стабилизации О-переменной ξ_p в нуле (далее для простоты будем опускать индекс ρ при ξ_p).

Зададим зависимость для c_p в виде $c_p = c + \rho$. Тогда имеем

$$\dot{\xi} = (2(c+\rho) + a)\xi + b\mu + \dot{c}_p - ((c+\rho)^2 + a(c+\rho)) - \xi^2. \tag{4.2}$$

Воспользуемся отрицательной статической О-связью, заданной оператором R_p=-q, $\rho = R_\rho \mu = -q\mu$ и статической КО-связью $\mu = k\xi$, где $q > 0$ и $k > 0$ – коэффициенты усиления О-связи и КО-связи. Тогда имеем следующее нелинейное уравнение движения:

$$\dot{\xi} = \frac{2qk - (qk)^2 - 1}{1 - qk}\xi^2 + \frac{(2c + a - (2c+a)qk - bk)}{1 - qk}\xi + \frac{\widetilde{a}}{1 - qk}, \tag{4.3}$$

где $\widetilde{a} = -(c+a)c$. Очевидно, что при $qk \to 1$ уравнение (4.3) становится независимым от параметров неопределенности a, b. Для содержательной интерпретации последнего вывода получим выражение для закона управления через исходные переменные x_1, x_2, делая обратную замену $u = \mu x_1 = -k\xi x_1 = -kc_\rho = -k[x_2 + (c+\rho)x_1] = -k[x_2 + (c - q\mu)x_1] = -k(x_2 + cx_1) + qk\mu x_1 = -k\sigma + qku.$

Разрешая последнее равенство относительно управления u, находим, что

$$u = \frac{k}{1 - qk}\sigma, \quad \sigma = \dot{x}_1 + cx_1. \tag{4.4}$$

Иными словами, построенная нелинейная система управления эквивалентна линейной с коэффициентом усиления $\frac{k}{1-qk}$ и при $qk \to 1$ наступает эффект большого коэффициента усиления, хотя во всех контурах системы управления применяются конечные коэффициенты усиления. Глубокая обратная связь является эффективным средством подавления неопределенности. Однако, как уже было отмечено, практическое применение полученной схемы с большим коэффициентом усиления затруднено ограничениями на амплитуду управляющего сигнала (что может привести к биениям по ограничителям хода привода органа управления), возможностью возникновения автоколебаний. Поэтому целесообразно модифицировать полученный алгоритм с целью достижения повышенного коэффициента усиления в некоторой области фазового пространства с помощью нелинейной операторной связи.

5. Построение и исследование регулятора с нелинейным законом управления в операторном контуре

Пусть теперь R_ρ – нелинейный оператор. Управление u можно выразить с помощью R_ρ следующим образом: $u = \mu x_1 = k\xi x_1 = k\sigma_\rho = k[x_2 + dx_1] + kx_1 R_\rho \mu$.

Положим $R_\rho = qN/k$, где N – нелинейная функция, тогда получим:

$$u = k[x_2 + dx_1] + kx_1 \frac{qN}{k}\mu = k[x_2 + dx_1] + x_1 qN\mu = k[x_2 + dx_1] + x_1 qN\frac{u}{x_1}. \tag{5.1}$$

Из (5.1) выражаем управление u:

$$u = k\frac{1}{1 - qN}(dx_1 + x_2). \tag{5.2}$$

Теперь с помощью нелинейной функции N можно задать область в фазовом пространстве, где значение коэффициента усиления будет большим. Например, если $N = \exp^{-(n\cdot x_1 + m\cdot x_2)}$, где n, m = const > 0, то имеем область усиления в виде «колокола», высота которого определяется параметром q, а скорость затухания по осям x_1 и x_2 – параметрами n и m.

Функцию N можно модифицировать следующим образом: добавить угол поворота полученной поверхности относительно оси, проходящей через точку (0, 0) и ортогональной к плоскости $x_1 0 x_2$:

$$N(x_1, x_2, \alpha) = \frac{1}{1 - q\exp^{-n(x_1\cos(\alpha)) + x_2\sin(\alpha))^2 - m(-x_1\sin(\alpha) + x_2\cos(\alpha))^2}} \tag{5.3}$$

где α – угол поворота против часовой стрелки в радианах.

Операция поворота полученной поверхности имеет смысл при $n \neq m$. В этом случае «колокол» становится «сплюснутым». Для того, чтобы не нарушать ограничения на амплитуду управляющего сигнала целесообразно выбрать угол α равным углу поворота прямой σ=0 в пространстве (x_1, x_2) (Рис.3.1), если только $n > m$. Тогда угол α можно выразить через параметр c: α=arctg(1/c). Такой выбор угла α продиктован тем соображением, что в окрестности σ=0 управляющий сигнал мал по амплитуде в соответствии с (4.4). Тогда малый по амплитуде управляющий сигнал будет усиливаться, а большой оставаться без изменения, т.к. N экспоненциально стремится к 0 с удалением от прямой σ=0.

Полученное управление u представлено графически на Рис. 5.1 в виде поверхности под цифрой I. Заметим, что «стандартное» управление, используемое на вертолетах (ПД-регулятор, т.е. ПИД-регулятор с нулевым коэффициентом при интегральной части) в координатах (x_1, x_2) имеет вид плоскости, которая на Рис. 5.1 выродилась в прямую II.

Желательно, чтобы разрабатываемый регулятор в тех областях фазового пространства, в которых управление близко к максимально возможному (в нашем случае это ± 0.02 рад), имел управление близкое к «стандартному», чтобы возможные удары по ограничителям хода существенно не превосходили существующие. Предложенный нелинейный регулятор отвечает этим соображениям.

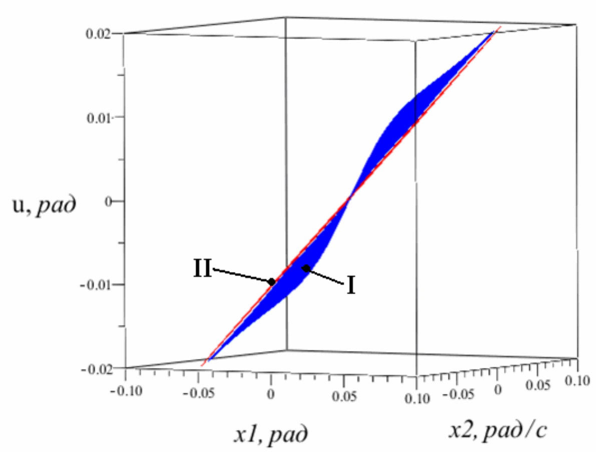

Рис. 5.1. Полученное управление и «стандартное» управление

После замыкания объекта управления (2.2) обратной связью

$u = \dfrac{k(cx_1 + x_2)}{1 - q\exp^{-n(x_1\cos(\alpha)+x_2\sin(\alpha))^2 - m(-x_1\sin(\alpha)+x_2\cos(\alpha))^2}}$ имеем следующее уравнение

$$\frac{d^2}{dt^2}x_1 = \left(a + \frac{bk}{1 - q\exp^{-\varphi(x_1,x_2)}}\right)\frac{d}{dt}x_1 + \frac{bkc}{1 - q\exp^{-\varphi(x_1,x_2)}}x_1, \tag{5.4}$$

где $\varphi(x_1, x_1) = n(x_1\cos(\alpha) + x_2\sin(\alpha))^2 + m(-x_1\sin(\alpha) + x_2\cos(\alpha))^2$.

Линеаризуя (5.4) в окрестности нулевого положения равновесия (0, 0), получаем

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}x_1 = x_2, \\ &\frac{d}{dt}x_2 = f(x_1,x_2) + \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1,x_2) + \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_1,x_2), \end{aligned} \tag{5.5}$$

где $f(x_1,x_2) = \left(a + \dfrac{bk}{1 - q\exp^{-\varphi(x_1,x_2)}}\right)x_2 + \dfrac{bkc}{1 - q\exp^{-\varphi(x_1,x_2)}}x_1$.

Условием устойчивости линейной модели (5.5) при постоянных параметрах a и b является выполнение условия $\mathrm{Re}(\lambda_{1,2})<0$, где $\lambda_{1,2}$ – корни характеристического уравнения $-\lambda F2 + \lambda^2 - F1$, $F1 = \dfrac{\partial f}{dx_1}, F2 = \dfrac{\partial f}{dx_2}$. Корни уравнения имеют следующий вид: $\lambda_{1,2} = \dfrac{1}{2}F2 \pm \dfrac{1}{2}\sqrt{F2^2 + 4F1}$. В точке (0,0) фазового пространства F1 и F2 не зависят от угла поворота α: $F1(0,0) = \dfrac{bkc}{1-q}$, $F2(0,0) = a + \dfrac{bk}{1-q}$. Следовательно, $\lambda_{1,2} = \dfrac{1}{2}a + \dfrac{1}{2}\dfrac{bk}{1-q} \pm \dfrac{1}{2}\sqrt{\left(a + \dfrac{bk}{1-q}\right)^2 + \dfrac{4bkc}{1-q}}$.

На Рис. 5.2 представлены значения действительных частей корней $\lambda_{1,2}$ при k=0.1, c=2, q=0.6 для всего допустимого диапазона значений параметров a и b.

Очевидно, что линеаризованная система сохраняет свою устойчивость при $a \in A$ и $b \in B$. Следовательно, синтезированный регулятор решает поставленную задачу стабилизации объекта в нуле. Структурная схема системы с синтезированным регулятором с нелинейной операторной обратной связью представлена на Рис.5.3, где $N(e,\dot{e}) = \exp^{-n(-e\cos(\alpha)-\dot{e}\sin(\alpha))^2 - m(e\sin(\alpha)-\dot{e}\cos(\alpha))^2}$, $\alpha = arctg(1/c)$.

На Рис. 5.3 S – устройство, задающее требуемое значение угла тангажа (задатчик), s – параметр преобразования Лапласа, $x_1^s \equiv 0$ – требуемое постоянное значение угла тангажа (уставка), $x_1 = \vartheta$ – угол тангажа, $e = x_1^s - x_1$ – ошибка регулирования (рассогласование), обычными стрелками изображаются сигналы-координаты (т.е. сигналы подвергаемые преобразованию), а двойными – сигналы-операторы (т.е. сигналы задающие параметр преобразования). Очевидно, что деление сигналов на координатные и операторные носит семантический характер.

6. Численное моделирование

Проведем численное моделирование САУ, включающей поочередно:

1) модели продольного движения (2.1) и (1.5) с постоянными коэффициентами, для двух режимов полета: висения (с околонулевой воздушной скоростью) и прямолинейного полета с воздушной скоростью в 140 узлов ($\approx$250 км/ч);

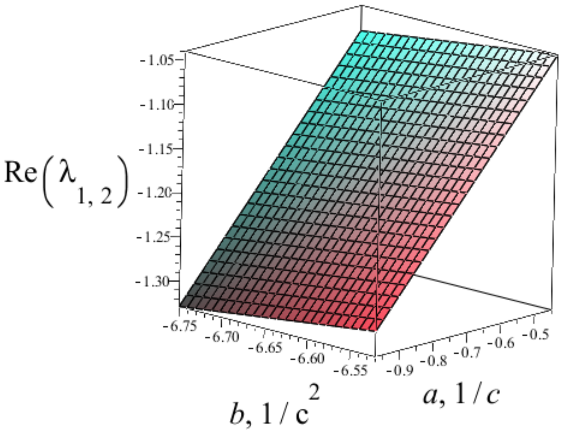

Рис. 5.2. Re ($\lambda_{1,2}$) при различных значениях параметров *a* и *b*

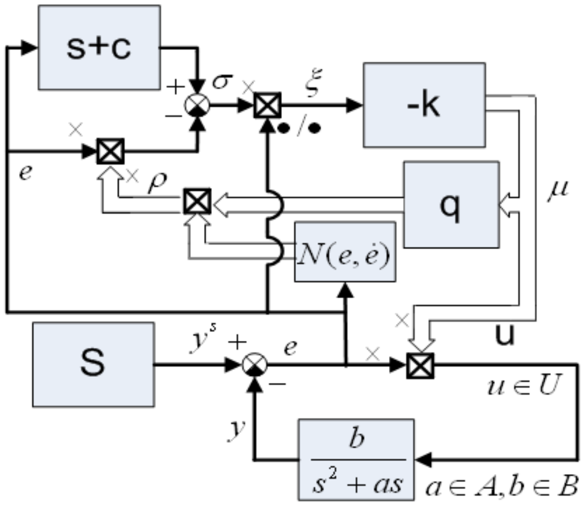

Рис. 5.3. Структурная схема системы с синтезированным регулятором

2) синтезированный авторами в рамках теории [5, 10-12] и стандартный ПД- регуляторы.

Предполагаем, что воздушная скорость вертолета меняется незначительно и поэтому можно применить метод «замороженных» коэффициентов [18]. Зададим начальные условия $x_1(0)=0.1$ рад и $x_2(0)=0$ рад/с. Отметим, что отклонение угла тангажа от заданного значения в 0.1 рад ($\approx 5.7°$) является существенным, т.к. в сбалансированном состоянии у вертолета Puma SA330 $x_1 \in [-7^o, 3^o]$ в зависимости от скорости полета [4].

Определим параметры (коэффициенты I_ϑ и I_{ω_z}) ПД-регулятора, работающего по алгоритму $u = I_\vartheta x_1 + I_{\omega_z} x_2$. Для этого существует несколько методов [3], но здесь ограничимся эвристическими рассуждениями. Значение I_ϑ выберем с учетом ограничения на максимальную величину управляющего сигнала при существенном отклонении от нуля регулируемой координаты. Поскольку $|u| \le 0.02$ рад и существенным отклонением является 0.1 рад, то положим, что в статическом состоянии все управление расходуется на компенсацию этого рассогласования, следовательно, $I_\vartheta = 0.2$. Значение коэффициента I_{ω_z} подбирается так, чтобы на режиме висения перерегулирование составляло примерно 20%, что необходимо для ускорения переходных процессов при полете с большой продольной скоростью.

Настроим параметры синтезированного регулятора. Коэффициенты *k* и *c* подбираются так, чтобы при разомкнутой операторной обратной связи (*q*=0) его выход совпал с выходом ПД-регулятора. Значения *q, n, m* определяются экспериментально с учетом ограничений на управление *u*.

На Рис. 6.1 приведены переходные процессы САУ на режиме висения с моделью (2.1), синтезированным (кривая I) и ПД- (кривая II) регуляторами для параметров: *a* = -0.45, *b* = -6.52, $I_\vartheta = 0.2$, $I_{\omega_z} = 0.1$, *k* = 0.1, *c* = 2, *n* = 400, *m* = 100. Как видно из рисунка, переходный процесс с синтезированным регулятором обладает уменьшенным примерно в два раза перерегулированием и сокращенным временем вхождения в пятипроцентный коридор ошибки (± 0.005 рад), чем переходный процесс с ПД-регулятором.

На Рис. 6.2 представлены графики управляющих сигналов *u* и скоростей *du/dt* для синтезированного (кривые I и III) и ПД- (кривые II и IV) регуляторов. Ограничения на управление $|u| \le 0.02\,рад$ и $|du/dt| \le 0.02\,рад/c$ не нарушаются.

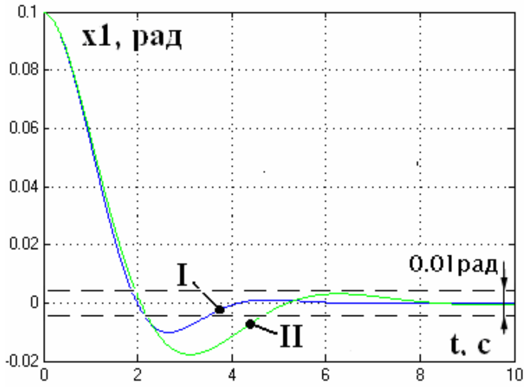

Рис. 6.1. Переходные процессы САУ с моделью (2.1) на режиме висения для синтезированного (кривая I) и ПД- (кривая II) регуляторов

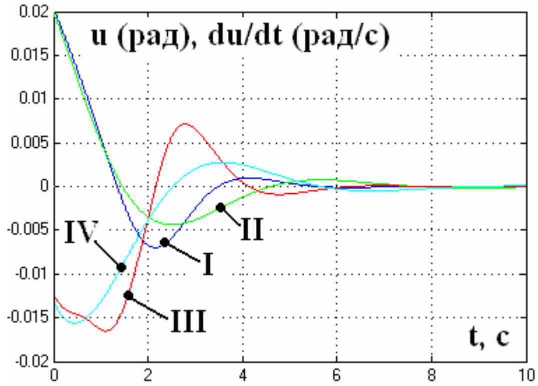

Рис. 6.2. Сигналы *u* и d*u*/dt для управления моделью (2.1) синтезированного (кривые I, III) и ПД- (кривые II, IV) регуляторов на режиме висения

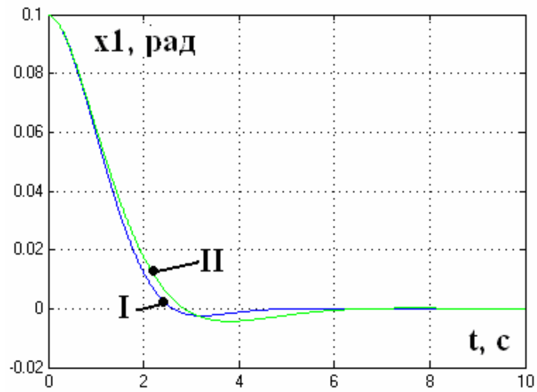

Рис. 6.3. Переходные процессы САУ с моделью (2.1) при полете с продольной скорость в 140 узлов для синтезированного (кривая I) и ПД- (кривая II) регуляторов

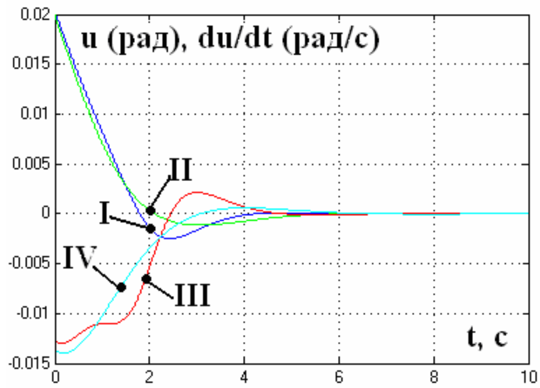

Рис. 6.4. Сигналы u и du/dt для управления моделью (2.1) синтезированного (кривые I, III) и ПД- (кривые II, IV) регуляторов при полете с продольной скорость в 140 узлов

Построим переходные процессы для САУ с моделью (2.1) и коэффициентами, соответствующими прямолинейному полету с продольной скоростью в 140 узлов (a = -0.97, b = -6.75), без перенастройки регуляторов (Рис. 6.3). Кривая I получена с использованием синтезированного регулятора в контуре управления, кривая II – с помощью ПД-регулятора. Как видно из Рис. 6.3 графики I и II существенно не отличаются друг от друга. Ограничения на управление не нарушаются (Рис. 6.4).

Сводный Рис. 6.5 показывает, что продольная динамика вертолета Puma SA330 с синтезированным регулятором в контуре управления (кривые Iа, Iб) менее подвержена влиянию параметрической неопределенности, чем при использовании стандартного автопилота (кривые IIа, IIб). Индексами «а» обозначено моделирование режима висения, индексами «б» – полета со скоростью в 140 узлов. Из Рис. 6.6 видно, что чем меньше начальное отклонение угла тангажа, тем больше выигрыш во времени регулирования для построенного регулятора по сравнению со стандартным автопилотом.

Сделанные выводы о влиянии параметрической неопределенности и начальных условий на качество регулирования сохраняют свою справедливость и для модели четвертого порядка (1.5) (Рис. 6.7 и 6.8). Как и ранее, ограничения на управление не нарушаются.

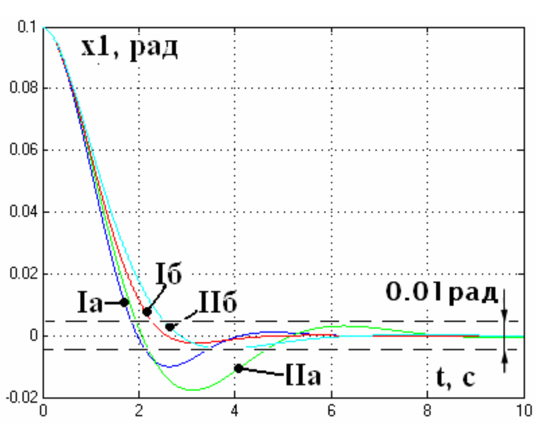

Рис. 6.5. Переходные процессы САУ с моделью (2.1) для синтезированного (кривые Iа, Iб) и ПД- (кривые IIа, IIб) регуляторов при $x_1(0)=0.1$ рад, $x_2(0)=0$

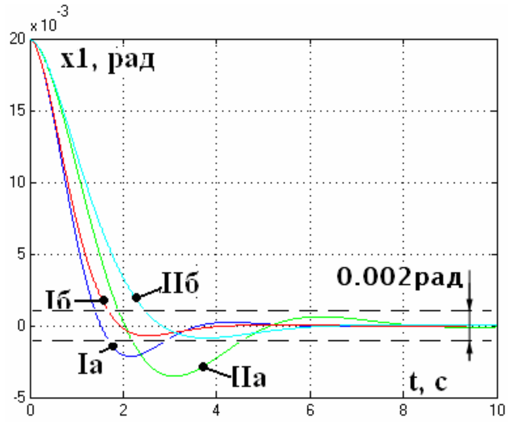

Рис. 6.6. Переходные процессы САУ с моделью (2.1) для синтезированного (кривые Iа, Iб) и ПД- (кривые IIа, IIб) регуляторов при $x_1(0)=0.02$ рад, $x_2(0)=0$

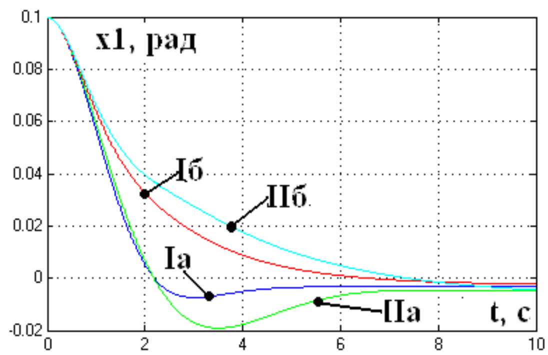

Рис. 6.7. Переходные процессы САУ с моделью (1.5) для синтезированного (кривые Iа, Iб) и ПД- (кривые IIа, IIб) регуляторов при $x_1(0)=0.1$ рад, $x_2(0)=0$

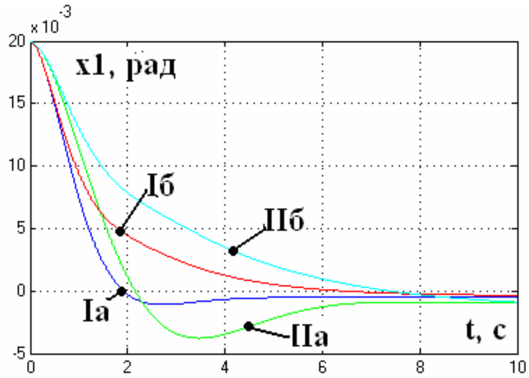

Рис. 6.8. Переходные процессы САУ с моделью (1.5) для синтезированного (кривые Iа, Iб) и ПД- (кривые IIа, IIб) регуляторов при $x_1(0)=0.02$ рад, $x_2(0)=0$

Заключение

В работе была исследована САУ углом тангажа вертолета, построенная на основе теории координатных, координатно-операторных и операторных обратных связей. Особенностью предложенной САУ является нелинейная операторная обратная связь, ослабляющая влияние параметрической неопределенности. Исследование качества переходных процессов для вертолета Puma SA330 показало, что в ряде случаев синтезированный регулятор обладает преимуществами в сравнении со стандартным по параметрам перерегулирования и скорости управления.

Литература

1. Есаулов С.Ю., Бахов О.П., Дмитриев И.С. Вертолет как объект управления. М., «Машиностроение», 1977. 192 с.
2. Петросян Э.А. Аэродинамика соосного вертолета. Полигон-пресс. 2004.
3. Кожевников В.А. Автоматическая стабилизация вертолета. М., «Машиностроение». 1977. 152 с.
4. Gareth D.Padfield. Helicopter Flight Dynamics: The Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modeling. AIAA Education Series J.S.Przemieniecki Series Editor-in-Chief Air Force Institute of Technology Wright-Patterson Air Force Base, Ohio.

5. Емельянов С.В., Коровин С.К. Новые типы обратной связи: управление при неопределенности. М.: Наука. Физматлит. 1997. 352с.
6. Воронов А.А., Рутковский В.Ю. Современное состояние и перспективы развития адаптивных систем // Вопросы кибернетики. Проблемы теории и практики адаптивного управления. – М.: Научный совет по кибернетике АН СССР. 1985. с. 5-48.
7. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления: Учебник / Под ред. Н.Д. Егупова; издание 2-ое, стереотипное. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2002. 744 с., ил.
8. Емельянов С.В. Системы автоматического управления с переменной структурой. – М.: Наука. 1967. 336 с.
9. Емельянов С.В., Уткин В.И., Таран В.А. и др. Теория систем с переменной структурой. М.: Наука. 1970.
10. Избранные труды С.В. Емельянова: В 2-х томах: Том 1/ Отв. ред. акад. С.К. Коровин. М.: Издательство Московского университета. 2009. 560 с.
11. Нелинейная динамика и управление. Вып. 1: Сборник статей / Под. ред. С.В. Емельянова, С.К. Коровина. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2001. 448 с.
12. Емельянов СВ., Коровин С.К. Теория нелинейной обратной связи при неопределенности // Университеты России. МГУ. Т.1. Математическое моделирование. 1993. С. 214-278.
13. Пейн П.Р. Динамика и аэродинамика вертолета. М.: Оборонгиз. 1963. 492 с.
14. Остославский, И. В. Аэродинамика самолета / И. В. Остославский. М. : Гос. изд-во оборон. пром-сти. 1957. 558 с
15. Берестов Л.М. Моделирование динамики вертолета в полете. М.: Машиностроение. 1978. 158 с
16. Остославский И.В., Стражева И.В. Динамика полета. Устойчивость и управляемость летательных аппаратов. М.: Машиностроение. 1965 г.
17. Шаталов А.С., Топчеев Ю.И., Кондратьев В.С. Летательные аппараты как объекты управления. М., «Машиностроение». 1972. 240 с.
18. Лебедев А.А., Чернобровкин Л. С. Динамика полета. М.: Оборонгиз. 1962.

Емельянов Станислав Васильевич. Действительный член РАН, научный руководитель ИСА РАН и Международного НИИ проблем управления. Окончил Московский авиационный институт в 1952. Лауреат Ленинской премии, Государственной премии СССР и Государственной премии РФ, премии Президиума РАН им. акад. А.А. Андронова, Ломоносовской премии МГУ по науке I степени. Автор более 250 публикаций. Область научных интересов: управление сложными динамическими системами, робастные методы устойчивости, стабилизируемости и обращения динамических систем, топологические и геометрические методы исследования нелинейных систем. E-mail: isa@isa.ru.

Макаров Дмитрий Александрович. Инженер-исследователь ИСА РАН. Окончил Рыбинскую государственную авиационную технологическую академию им. П.А. Соловьева в 2008 г. Автор 5 публикаций. Область научных интересов: управление сложными динамическими системами, робастные методы устойчивости и стабилизируемости, искусственный интеллект, экспертные системы. E-mail: makarov@isa.ru .