

Гибридный алгоритм разбиения на основе природных механизмов принятия решений

Аннотация. Предлагаются новые технологии решения задачи разбиения, использующие математические методы, в которых заложены принципы природных механизмов принятия решений. Задача разбиения представляется в виде адаптивной системы, на основе интеграции эволюционного и муравьиного подходов к поиску решения. Описывается структура процедур поиска решений, способы отложения и испарения феромона. По сравнению с существующими алгоритмами достигнуто улучшение результатов.

Ключевые слова: муравьиная колония; коллективная адаптация, самоорганизация разбиение, оптимизация.

1. Проблемная формулировка, термины и обозначения

Одной из широко востребованных задач целочисленного программирования является задача разбиения. Она относится к классическим задачам теории графов. Современная СБИС может содержать десятки миллионов транзисторов, поэтому в связи с ограниченными возможностями вычислительных средств (память, скорость) не может быть спроектирована топология всей схемы в целом. Нормальным является разбиение схемы группированием компонентов в блоки. В результате разбиения формируется множества блоков и межсоединений между блоками. В очень больших схемах используется иерархическая структура разбиения. Для сокращения времени решения используются различные эвристические способы ограничения перебора, основанные на неких математических закономерностях, позволяющих сократить временную и пространственную сложность алгоритма.

Существующие алгоритмы разбиения делятся на два класса: конструктивные и итеративные [1]. Первый класс характеризуется относительным быстродействием, но в тоже время низким качеством решения. Второй класс является более трудоемким, однако позволяет получать более качественные решения [1].

Среди итеративных алгоритмов можно выделить детерминированные и вероятностные. В детерминированных алгоритмах изменение разбиения (решения) реализуется на основе четкой, детерминированной зависимости от изменяемого решения. Недостатком является частое попадание в локальный оптимум («локальную яму»).

В вероятностных алгоритмах переход к новому решению осуществляется случайным образом. Недостатком алгоритмов, реализующих чисто случайный поиск, является значительная трудоемкость [1]. В связи с большой размерностью решаемых задач был разработан новый класс алгоритмов разбиения гиперграфа [2-5], которые основаны на многоуровневой парадигме. В этих алгоритмах создан упорядоченный набор последовательно уменьшающихся гиперграфов. Находится разбиение самого маленького гиперграфа, затем это разбиение последовательно проектируется на следующий уровень, и на каждом уровне используется итерационный алгоритм для улучшения качества решения. Эксперименты, представленные в [2-4] показывают, что многоуровневые алгоритмы разбиения могут находить хорошие решения за приемлемое время.

В последние годы интенсивно разрабатывается научное направление с названием «Природные вычисления» (Natural Computing), объ-

единяющее математические методы, в которых заложены принципы природных механизмов принятия решений [6-8]. К таким методам можно отнести, прежде всего, методы моделирования отжига [9], метод эволюционного моделирования [10], генетические алгоритмы [11-13], эволюционной адаптации [14], алгоритмы роевого интеллекта [15, 16] и муравьиные алгоритмы (Ant Colony Optimization - ACO) [17].

Идея муравьиного алгоритма - моделирование поведения муравьев, связанного с их способностью быстро находить кратчайший путь от муравейника к источнику пищи. Основу поведения муравьиной колонии составляет самоорганизация, обеспечивающая достижения общих целей колонии на основе низкоуровневого взаимодействия, благодаря которому, в целом, колония представляет собой разумную много-агентную систему. Особенности являются наличие непрямого обмена, который и используется в муравьиных алгоритмах. Непрямой обмен – стигмергии (stigmergy), представляет собой разнесенное во времени взаимодействие, при котором одна особь изменяет некоторую область окружающей среды, а другие используют эту информацию позже, когда в нее попадают. Такое отложенное взаимодействие происходит через специальное химическое вещество – феромон (pheromone). Концентрация феромона на пути определяет предпочтительность движения по нему. При своем движении муравей метит путь феромоном, и эта информация используется другими муравьями для выбора пути. Концентрация феромонов определяет желание особи выбрать тот или иной путь. Однако при таком подходе неизбежно попадание в локальный оптимум. Эта проблема решается благодаря испарению феромонов, которое является отрицательной обратной связью.

Рассмотрим базовую идею метода муравьиных колоний. Колония муравьев начинает движение один за другим от гнезда к пище. Достигнув пункта с пищей, муравьи возвращаются назад. Существует две альтернативы маршрута (Рис.1). Первый, более короткий, проходит через точки D , 1 , 3 , R , второй, более длинный, – через точки D , 2 , 4 , R . Точки 1 и 2 (Рис.1) находятся в непосредственной близости от точки D , а точки 3 и 4 – в непосредственной близости от точки R . Изначально в точках 1 , 2 , 3 , 4 отложено одинаковое количество феромона. Проходя точки 1 , 2 , 3 , 4 муравьи откладывают в них фе-

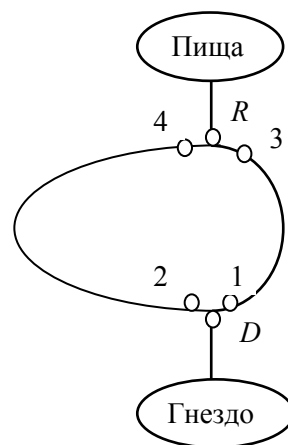


Рис.1. Формирование маршрута

ромон. Таким образом, по мере прохождения муравьев через точки 1 , 2 , 3 , 4 количество феромона в них возрастает. Через промежуток времени t_1 муравьи достигают точки D . Вероятность выбора муравьем точки 1 или 2 пропорциональна количеству отложенного на них феромона. Так как изначально в точках 1 , 2 отложено одинаковое количество феромона, поток муравьев разобьется на две примерно равные части. При этом количество феромона, накапливающегося в точках 1 и 2 , будет примерно одинаковым. Через промежуток времени t_2 муравьи достигают точки 3 , а через промежуток времени t_3 муравьи – точки 4 . Чем больше разница между t_3 и t_2 , тем больше разница в количестве феромона, накопленного в точках 3 и 4 . Большее количество будет отложено в точке 3 . При движении муравьев от пункта с пищей в момент времени t_4 сначала они попадают в точку R , а затем – в точки 3 или 4 . Поскольку большее количество феромона будет отложено в точке 3 , через нее будет проходить большее количество муравьев. А это приводит к увеличению разницы в количестве феромона, содержащегося в точках 3 и 4 . Что приводит к динамическому увеличению потока муравьев через точку 3 .

В момент времени t_5 муравьи, возвращающиеся по маршруту R , 3 , 1 , D , достигнут точки 1 . В точке 2 обратный поток муравьев появится позже. Это приводит к увеличению разницы в количестве феромона, содержащегося в точках 1 и 2 . Что приводит к динамическому увеличению прямого потока муравьев через точку 1 . Поскольку муравьи непрерывно распределяют феромон во время своего перемещения, через некоторое время основная масса муравьев будет перемещаться по короткому маршруту

$D, 1, 3, R, 3, I, D$. Отметим, что феромон, используемый муравьями, медленно испаряется. Это приводит к тому, что через некоторое время длинный путь практически не будет содержать никаких следов феромона.

В работе используется представление задачи разбиения в виде адаптивной муравьиной системы на основе сочетания принципов самообучения, самоорганизации и коллективной адаптации.

2. Механизмы муравьиной колонии для решения задачи разбиения

Пусть дан гиперграф $G(X, U)$, где X – множество вершин, $|X| = n$, U – множество ребер. Необходимо разбить множество X на два непустых и непересекающихся X_1 и X_2 , $X_1 \cup X_2 = X$, $X_1 \cap X_2 = \emptyset$, $X_i \neq \emptyset$. На формируемые узлы (блоки, компоненты) накладываются ограничения: $|X_1| = n_1$, $|X_2| = n_2$, $n_1 + n_2 = n$. Критерием оптимизации является число связей F между подмножествами разбиения X_1 и X_2 . Цель оптимизации – минимизация критерия F .

В первом подходе для поиска решения задачи разбиения используется полный граф решений $R(X, E)$, где E – множество всех ребер полного графа, связывающих множество вершин X . На множестве ребер E будем откладывать феромон. На начальном этапе на всех ребрах графа R откладывается одинаковое (небольшое) количество феромона ξ/m , где $m = |E|$. Каждый из агентов формирует множество X_{Ik} , где k – номер агента. Формирование множества X_{Ik} осуществляется последовательно (пошагово). На каждом шаге t у k -ого агента есть список вершин, уже включенных в формируемое множество $X_{Ik}(t)$ и список оставшихся (свободных) вершин $X_{2k}(t)$, $X_{Ik}(t) \cup X_{2k}(t) = X$. На первом шаге в каждое формируемое множество $X_{Ik}(t)$, где $t = 1$, включается вершина графа G , причем вершины графа G распределяются по узлам равномерно, т.е. в каждом узле своя вершина, $(\forall i, j)[X_{1i}(1) \cap X_{1j}(1) = \emptyset]$. Такое распределение необходимо, чтобы все вершины графа G имели одинаковые шансы быть отправной точкой при формировании узла X_I . На конечном шаге $t = n_1$ k -м агентом будет сформирован узел $X_{Ik}(n_1) = X_{Ik}$. $|X_I(n_1)| = n_1$.

Моделирование поведения муравьев в задаче разбиения связано с распределением феромона на ребрах графа R . При этом вероятность

включения вершины $x_j \in G$ в формируемое отдельным муравьем множество $X_{Ik}(t)$ пропорциональна суммарному количеству феромона на ребрах, связывающих вершину x_j с $X_{Ik}(t)$. Количество откладываемого феромона пропорционально числу связей между сформированными узлами. Чем меньше число связей между X_{Ik} и X_{2k} , тем больше феромона будет отложено на ребрах полного подграфа $R_{Ik} \subset R$, построенного на вершинах узла X_{Ik} . Чем больше феромона на ребре, связывающем вершины x_i и x_j , тем больше вероятность, что вершины x_i и x_j должны быть в одном узле.

Для избегания преждевременной сходимости используется отрицательная обратная связь в виде испарения феромона. Процесс поиска решений итерационный. Каждая итерация l включает три этапа. На первом этапе муравей находит решение, на втором – откладывает феромон, на третьем осуществляется испарение феромона. В работе используется циклический (ant-cycle) метод муравьиных систем. В этом случае феромон откладывается агентом на ребрах после полного формирования решения.

На первом этапе каждой итерации каждый k -ый муравей формирует свое собственное множество X_{Ik} . В отличие от канонической парадигмы муравьиного алгоритма агент на графе решений $R(X, E)$ совершает перемещение не от вершины к вершине, а от группы вершин к вершине, при этом строится не маршрут, а формируется подграф $R_{Ik} \subset R$. Локальной целью k -ого муравья при поиске решения является формирование множества X_{Ik} такого, чтобы на ребрах полного подграфа $R_{Ik} \subset R$, построенного на вершинах узла X_{Ik} , было отложено максимальное количество феромона. Это соответствует максимизации числа внутренних связей в узле X_{Ik} и минимизации числа внешних связей узла X_{Ik} с остальными узлами.

Первый этап осуществляется следующим образом. Агент просматривает все свободные на данном шаге вершины $X_{2k}(t)$. В работе используется комбинированная оценка, характеризующая преимущество выбора данной вершины. Для каждой вершины $x_i \in X_{2k}(t)$ рассчитываются два параметра:

$f_{ik}(t)$ – суммарный уровень феромона на ребрах графа R , связывающих x_i с вершинами узла $X_{Ik}(t)$;

$s_{ik}(t)$ – число связей на графе G между x_i и $X_{Ik}(t)$.

Определяется потенциальная стоимость $F_{ik}(t)$ связей x_i с $X_{Ik}(t)$:

$$F_{ik}(t) = (f_{ik}(t))^{\alpha} \cdot (s_{ik}(t) + l)^{\beta}, \quad (1)$$

$$F_{ik}(t) = (f_{ik}(t))^{\alpha} + (s_{ik}(t))^{\beta}, \quad (2)$$

где α, β - управляющие параметры, которые подбираются экспериментально.

По формуле (1) – при мультипликативной свертке, формуле (2) – при аддитивной свертке.

Вероятность $P_{ik}(t)$ включения вершины $x_i \in X_{2k}(t)$ в формируемый узел $X_{Ik}(t)$ определяется следующим соотношением:

$$P_{ik}(t) = F_{ik}(t) / \sum_i F_{ik}(t). \quad (3)$$

Агент с вероятностью $P_{ik}(t)$ выбирает одну из вершин, которая включается в множество $X_{Ik}(t)$ и исключается из множества $X_{2k}(t)$.

При $\alpha = 0$ наиболее вероятен выбор вершины x_i , максимально связанной с вершинами узла $X_{Ik}(t)$, т. е. алгоритм становится жадным.

При $\beta = 0$ выбор происходит только на основании анализа количества феромона, что приводит к субоптимальным решениям. Поэтому необходим компромисс между этими величинами, который находится экспериментально.

После формирования за n_l шагов муравьями узлов (каждый муравей - свой узел X_{Ik}), на втором этапе итерации, каждый муравей откладывает феромон на ребрах полного подграфа $R_{Ik} \subset R$, построенного на вершинах узла X_{Ik} .

Количество феромона $\Delta h_k(l)$, откладываемое k -ым муравьем на каждом ребре подграфа $R_{Ik} \subset R$, построенного на l -ой итерации, определяется следующим образом:

$$\Delta h_k(l) = \delta / D_k(l), \quad (4)$$

где l -номер итерации, δ – общее количество феромона, откладываемое k -м муравьем на ребрах подграфа $R_{Ik} \subset R$, $D_k(l)$ – число связей на графе G между множествами X_{Ik} и X_{2k} , сформированными k -ым муравьем на l -ой итерации (другими словами, целевая функция для данного решения).

Обозначим как $\varphi_{ij}(l)$ суммарное количество феромона, отложенного на дуге (i, j) всеми муравьями на l -й итерации.

После того, как каждый агент сформировал решение и отложил феромон, на третьем этапе происходит общее испарение феромона на ребрах полного графа R в соответствии с формулой:

$$h_{ij}(t+1) = h_{ij}(t) \cdot (1 - \rho) + \varphi_{ij}(l), \quad (5)$$

где $h_{ij}(t)$ - уровень феромона на ребре (i, j) , ρ - коэффициент обновления.

После выполнения всех действий на итерации находится агент с лучшим решением, которое запоминается. Далее осуществляется переход на следующую итерацию. Временная сложность этого алгоритма зависит от времени жизни колонии l (число итераций), количества вершин графа n и числа муравьев m и определяется как $O(l * n^2 * m)$.

Алгоритм разбиения на основе метода муравьиной колонии формулируется следующим образом.

1. В соответствии с исходными данными определяется число агентов. Оно равно числу n вершин графа $G(X, U)$.

2. Формируется граф поиска решений $R(X, E)$, в каждую вершину которого помещается агент.

3. На всех ребрах графа $R(X, E)$ откладывается начальное количество феромона. Задаются значения параметров α, β . Выбирается формула определения потенциальной стоимости $F_{ik}(t)$ связей (1) или (2).

4. Задается число итераций N_l .

5. $l = 1$.

6. На первом этапе каждой итерации на графе поиска решений $R(X, E)$ каждым агентом a_k строится маршрут $M_k(l)$ и формируется решение $P^k(l)$.

7. Для каждого решения $P^k(l)$, находится значение целевой функции $D_k(l)$.

8. Каждый муравей откладывает феромон на ребрах полного подграфа $R_{Ik}(l) \subset R$, построенного на вершинах узла $X_{Ik}(l)$. Количество феромона, откладываемого k -ым агентом, обратно пропорционально числу связей $D_k(l)$ на графе G между множествами $X_{Ik}(l)$ и $X_{2k}(l)$, сформированными k -ым агентом на l -ой итерации.

9. Испарение феромона на ребрах (или вершинах) графа поиска решений $R(X, E)$.

10. Выбор лучшего решения, полученного на протяжении всех выполненных итераций.

11. Если все итерации выполнены, то конец работы алгоритма, в противном случае переход к пункту 6 для выполнения очередной итерации.

Временная сложность этого алгоритма на одной итерации определяется как $O(n^2)$, где n - количество вершин графа $G(X, U)$.

В общем случае время работы этого алгоритма зависит от времени жизни колонии l (число итераций), количества вершин графа n и числа муравьев m , помещаемых в каждую вершину графа поиска решений $R(X, E)$.

3. Модификации муравьиного алгоритма разбиения

Для уменьшения общей трудоемкости поисковой процедуры предлагается подход, основанный на декомпозиции структуры данных, используемой в процессах формирования множества вершин $X_{lk} \subset X$ и отложения феромона. В рассмотренном выше подходе построение маршрута и отложение феромона осуществляется на одном графе $R(X, E)$. При втором подходе отложение феромона осуществляется на графе $R(X, E)$, а построение маршрута будем осуществлять в ориентированном графе $B(X, V)$, где X – множество вершин, $|X| = n$, V – множество ориентированных ребер. Из каждой вершины $x_i \in X$ выходит $n-i$ ребер, которые входят в вершины с номерами от $i+1$ до n .

Расположим вершины графа $B(X, V)$ в линейку, так чтобы все ребра были направлены слева направо (Рис. 2). Введем стартовую вершину St , связанную со всеми вершинами графа $B(X, V)$. Вершина St используется для начального размещения муравьев и не входит в состав формируемого подмножества.

Сформировать подмножество X_l , содержащее n_l вершин, это значит построить в графе $B(X, V)$ ориентированный маршрут M_{lk} , содержащий n_l вершин. Каждый из агентов формирует свое решение путем перемещения от одной вершины к другой в графе поиска решений $B(X, V)$. На множестве ребер E графа $R(X, E)$, будем откладывать феромон. Количество феромона на ребре характеризует преимущество выбора данного ребра по сравнению с другими при перемещении.

Процесс построения ориентированного маршрута M_{lk} пошаговый, начиная от вершины St поэтому, вначале, все муравьи помещаются в вершину St . На каждом шаге агент применяет вероятностное правило выбора очередной вершины в графе $B(X, V)$ для включения ее формируемый маршрут M_{lk} . Выбор очередной вершины производится с учетом ограничения, накладываемого на список кандидатов, обеспечивающего возможность построения ориентированного маршрута, содержащего заданное число вершин. На первом шаге в маршрут могут быть включены вершины графа $B(X, V)$ с номерами от 1 до $n-(n_l-1)$. Последние (n_l-1) вершин в линейке (Рис. 3) резервируются для того, чтобы можно было построить ориентированный маршрут, содержащий n_l вершин.

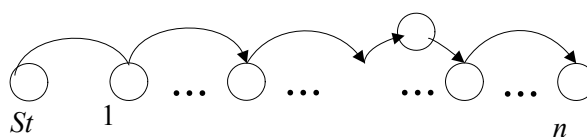


Рис. 2. Маршрут в графе $B(X, V)$

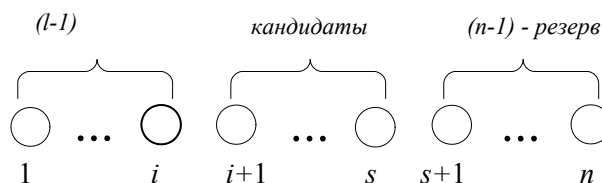


Рис. 3. Формирование маршрута

Пусть выполнено $(t-1)$ шагов, при этом последней вершиной маршрута, является вершина с номером i . Кандидатами на включение в маршрут являются вершины с номерами от $(i+1)$ до $n-(n_l-t)$. Ограничения, накладываемые на список кандидатов (ОСК), резервируют (n_l-t) последних в линейке вершин для того, чтобы обеспечить возможность построения ориентированного маршрута, содержащего n_l вершин.

После создания маршрута, все его вершины образуют множество X_1 , а все вершины не входящие в маршрут – X_2 .

При формировании подмножества X_l , в графе $R(X, E)$ на первом шаге рассматривается $(n-1)$ альтернатив, на втором шаге – $(n-2)$ и т.д. Всего при формировании подмножества, содержащего n_l вершин, всегда рассматривается $(n-1) + (n-2) + \dots + (n-(n_l-1)) = \{[(n-1) + (n-(n_l-1))]/2\} \cdot (n_l-1) = (n-n_l/2) \cdot (n_l-1)$ альтернатив.

При построении маршрута в ориентированном графе $B(X, V)$ на первом шаге всегда рассматривается $(n-(n_l-1))$ альтернатив. На втором и последующих шагах только в худшем случае может рассматриваться $(n-(n_l-1))$ альтернатив. Таким образом, в худшем случае может быть рассмотрено $(n-(n_l-1)) + (n-(n_l-1)) + \dots + (n-(n_l-1)) = (n-n_l+1) \cdot (n_l-1)$ альтернатив. Из сравнения формул видно, что при втором подходе, даже в худшем случае, трудоемкость поисковой процедуры значительно меньше.

При втором подходе отложение феромона на ребрах графа $R(X, E)$ осуществляется дважды. Вначале, также как и при первом подходе, каждый муравей откладывает феромон на ребрах полного подграфа $R_{lk} \subset R$, построенного на вершинах множества X_{lk} , а затем откладывается дополнительное количество феромона на всех

ребрах построенного муравьем ориентированного маршрута, включающего вершины множества X_{ik} . Количество добавляемого феромона рассчитывается в соответствии с оценкой маршрута. Таким образом, используется двойное отложение феромона.

Рассмотрим задачу разбиения множества X на λ непустых и непересекающихся подмножеств X_i . $X = \cup X_i$ ($\forall i, j$) [$X_i \cap X_j = \emptyset$], $X_i \neq \emptyset$. На формируемые узлы (блоки, компоненты) накладываются ограничения: $|X_i| \leq n_i$, $i=1, 2, \dots, \lambda$, $\sum n_i = n$. Критерий оптимизации - число связей F между X_i . Цель оптимизации - минимизация критерия F .

Предлагаются два способа разбиения множества X на λ непустых и непересекающихся подмножеств X_i , использующие рассмотренные выше механизмы.

Рассмотрим первый способ. Сформировать подмножество X_i , содержащее n_i вершин, - это значит построить в графе $B(X, V)$ ориентированный маршрут M_{ik} , содержащий n_i вершин. Сформировать λ непустых и непересекающихся подмножеств X_i , - это значит построить в графе $B(X, V)$ λ непустых и непересекающихся маршрутов M_{ik} , т.е. ($\forall i, j$) $i=1, 2, \dots, \lambda$; $j=1, 2, \dots, \lambda$; $i \neq j$) [$M_{ik} \cap M_{jk} = \emptyset$]. Первый способ заключается в циклическом построении ($\lambda-1$), ориентированных маршрутов на графе $B(X, V)$ (Рис.4).

В начале каждого i -го цикла все муравьи помещаются в стартовую вершину St . Каждый i -й маршрут, построенный на i -цикле, образует множество X_i , а все вершины, не входящие в маршруты $X_1 - X_{\lambda-1}$, образуют множество X_λ . При построении на i -цикле маршрута M_{ik} , каждый муравей a_k использует свой список $C_k(i)$ запретных для посещения вершин, изменяющийся после построения очередного i -го маршрута, и учитывает ограничения, накладываемые на список кандидатов, обеспечивающие возможность построения ориентированного маршрута, содержащего заданное число вершин. Но все муравьи используют для отложения феромона и анализа альтернатив один общий граф $R(X, E)$; ($\forall k$) [$C_k(1) = \emptyset$].

На первом цикле с учетом рассмотренных выше ограничений на список кандидатов ОСК каждым муравьем a_k на графе $B(X, V)$ строится маршрут M_{1k} и формируется множество X_{1k} . На втором цикле модифицируется список $C_k(1)$ путем включения в него всех вершин построенного маршрута M_{1k} . Образуется список $C_k(2)$.

С учетом этого списка и ограничений ОСК муравей строит маршрут M_{2k} . На цикле $i+1$ формируется список $C_k(i+1)$ путем включения в него всех вершин, входящих в сформированные множества $X_{1j} - X_{ij}$. После формирования каждым муравьем λ множеств $X_{1j} - X_{\lambda j}$ рассчитываются оценки решений, в соответствии с которыми на графе $R(X, E)$ откладывается феромон.

Второй способ заключается в том, что каждый муравей a_k использует свой граф $B_k(X, V)(t) = B_k(t)$, изменяющийся после построения очередного маршрута, но все муравьи используют для отложения феромона и анализа альтернатив один общий граф $R(X, E)$. На первом шаге каждым муравьем a_k на своем графе $B_k(1) = B_k(X, V)$ строится маршрут M_{1k} и формируется множество X_{1k} . На втором шаге предварительно модифицируется граф $B_k(1)$ путем удаления из него всех вершин, входящих в множество X_{1k} , а также всех ребер, смежных этим вершинам. Образуется граф $B_k(2)$, на котором муравей строит маршрут M_{2k} .

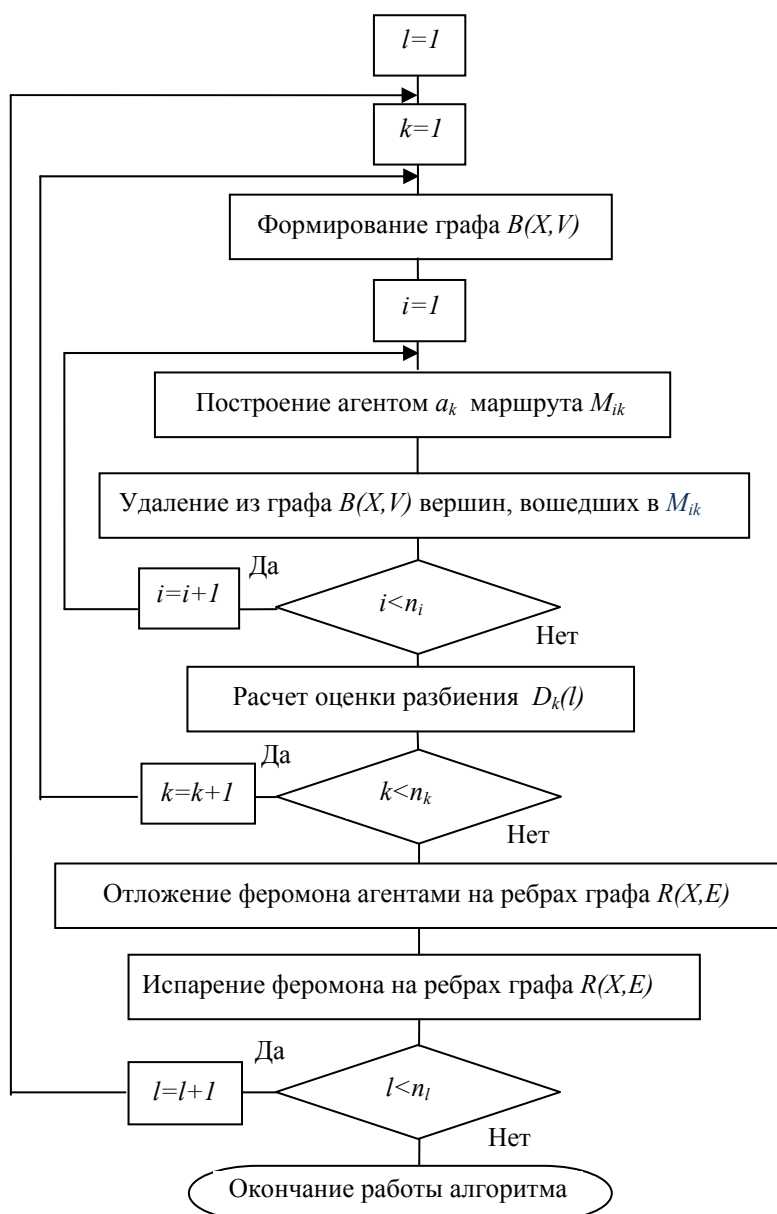
На шаге $i+1$ формируется граф $B_k(i+1)$ путем удаления из $B_k(i)$ всех вершин, входящих в сформированные множества $X_{1k} - X_{ik}$, а также всех ребер, смежных этим вершинам, на котором муравей строит маршрут $M_{i+1,k}$.

После формирования каждым муравьем λ множеств $X_{1j} - X_{\lambda j}$ рассчитываются оценки решений, в соответствии с которыми на графе $R(X, E)$ откладывается феромон.

Третий подход заключается в параллельном формировании группой муравьев λ подмножеств $X_i - X_\lambda$. Каждое подмножество X_i формируется агентом i -го типа. Рассмотрим основные положения этого подхода.

Одно j -е решение строится группой муравьев $A_j = \{a_{ij} | i=1, 2, \dots, \lambda, j\}$. Число муравьев в группе равно числу формируемых подмножеств. Каждое i -е подмножество вершин формируется одним муравьем группы. Другими словами, число решений, формируемых муравьями на каждой итерации, равно числу групп муравьев. Введем обозначения: X_{ij} - подмножество, формируемое муравьем i -го типа j -й группы. Полное решение формируется группой муравьев A_j . ($\forall j$) [$\cup X_{ij} = X$]. Решение, найденное группой муравьев A_j , формируется на одном ориентированном графе $B(X, V)$.

Муравей i -го типа откладывает феромон на графе $R_i(X, E)$, т.е. группа муравьев откладывает феромон на λ графах $R_i(X, E)$.

Рис.4. Алгоритм разбиения множества X на λ непустых и непересекающихся подмножеств

Состояние муравья a_{ij} в процессе формирования решения в составе j -й группы описывается следующими параметрами:

$X_{ij}(t)$ – множество вершин, включенных муравьем a_{ij} в формируемое им множество вершин X_{ij} , за t шагов;

$X_{ij}^*(t+1)$ – множество вершин – кандидатов для включения муравьем a_{ij} на шаге $(t+1)$ в множество $X_{ij}(t)$;

$X_{ij}^*(t+1)$ строится следующим образом. Сначала, из множества X графа $B(X,V)$ удаляются все, сформированные муравьями j -й группы, множества $X_{ij}(t)$. А затем с учетом рассмотрен-

ных выше ограничений на список кандидатов – ОСК дополнительно удаляются $(n_i - t) + (\lambda - 1)$ еще никуда не назначенных и последних в линейке вершин графа $B(X,V)$ для того, чтобы обеспечить возможность построения муравьем a_{ij} ориентированного маршрута, содержащего n_i вершин.

Структурная схема работы алгоритма представлена на Рис.5. На каждом шаге t муравьи одной группы один за другим в случайной последовательности выбирают вершины (каждый муравей свою вершину) для включения их в формируемые подмножества $X_{ij}(t)$. Выбор вершин осуществляется в соответствии с

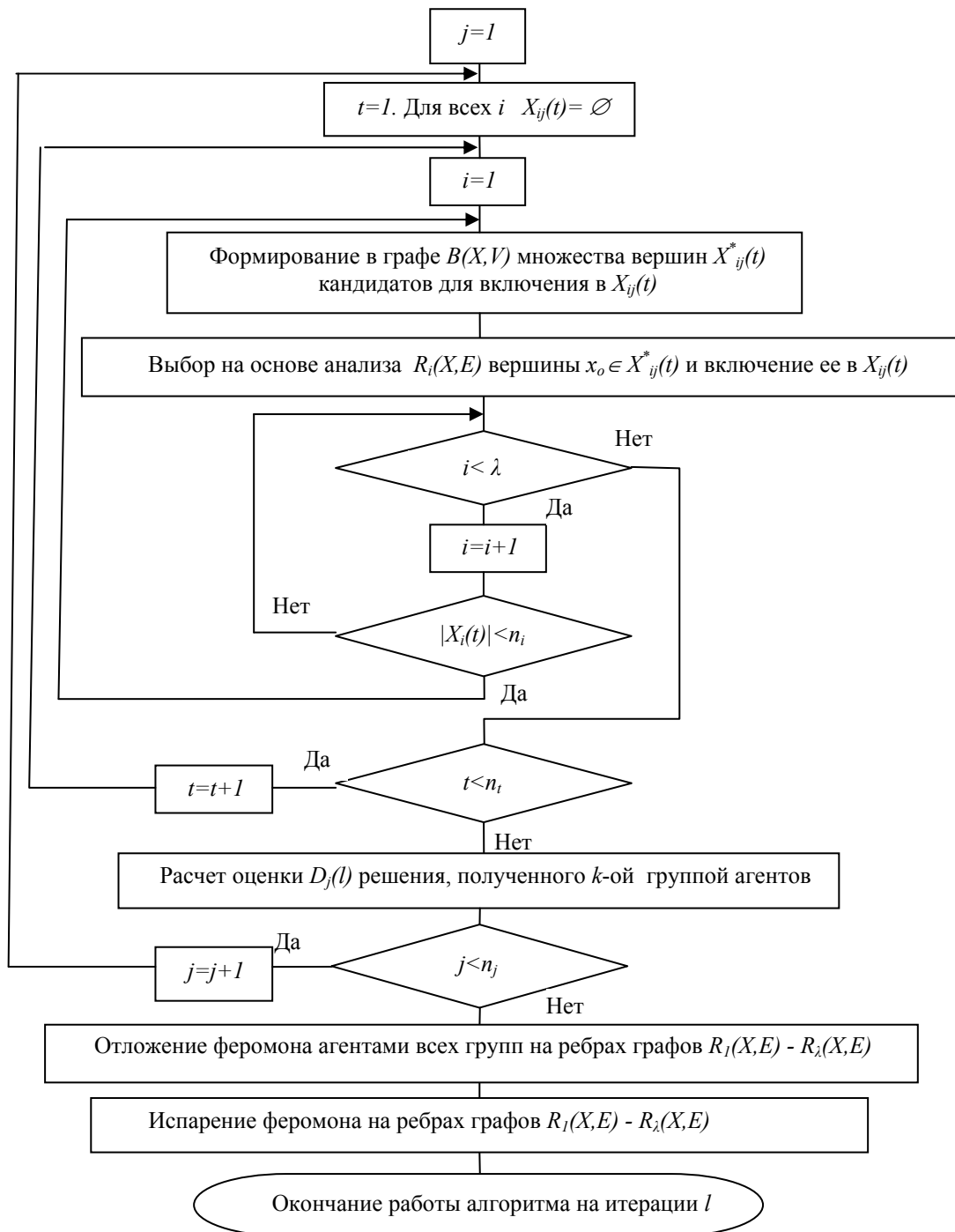


Рис.5. Структурная схема работы алгоритма на одной итерации

формулами (1)-(3), однако каждый муравей группы, использует свой граф $R_i(X, E)$. Поскольку муравьи в группе формируют подмножества с разным числом вершин, то они завершают работу в разные моменты времени. Максимальное число шагов t равно максимально допустимому числу вершин n_i в формируемых узлах $X_{ij}(t)$.

Если работает несколько групп муравьев, то они также работают последовательно, но независимо друг от друга.

Для решения, найденного j -й группой муравьев, находится оценка $D_j(l)$. Каждый муравей a_{ij} j -й группы откладывает феромон на ребрах полного подграфа $R_{ij} \subset R_i$, построенного на вершинах сформированного узла X_{ij} . Затем

откладывается дополнительное количество феромона на всех ребрах построенного муравьем ориентированного маршрута, включающего вершины множества X_{ij} . Количество феромона, откладываемого на ребрах, определяется по формуле (4).

После того, как агенты всех групп сформировали решения и отложили феромон, на третьем этапе происходит общее испарение феромона на ребрах всех графов R_i , в соответствии с формулой (5).

После выполнения всех действий на итерации находится группа агентов с лучшим решением, которое запоминается. Далее осуществляется переход на следующую итерацию.

4. Механизмы коллективной адаптации при разбиении

Пусть имеется, полученное методом муравьиной колонии, разбиение множества X на два непустых и непересекающихся подмножества X_1 и X_2 . При повышенных требованиях к качеству это решение используется улучшающими процедурами в качестве начального решения.

В работе предлагается гибридная итерационная структура процесса разбиения графа, которая в рамках общего подхода к снижению размерности, основана на парадигме многошагового разбиения динамически изменяющегося подмножества вершин. Динамическое изменение подмножества вершин, подвергающихся разбиению методом муравьиной колонии, осуществляется с помощью механизмов коллективной адаптации.

Общая схема многошагового процесса перераспределения вершин между узлами заключается в следующем. На каждом шаге в узлах X_1 и X_2 выделяется для перераспределения подмножества вершин $X_1^* \subset X_1$ и $X_2^* \subset X_2$. Остаточное множество вершин объединяется в одну вершину $x_1^0 = X_1 \setminus X_1^*$, $x_2^0 = X_2 \setminus X_2^*$. В новой постановке исходная задача разбиения множества X рассматривается как задача распределения множества $X^* = X_1^* \cup X_2^*$ между узлами X_1 и X_2 , причем изначально в узел X_1 включена вершина x_1^0 , а в узел X_2 вершина x_2^0 . Задача в новой постановке решается с помощью рассмотренного выше муравьиного алгоритма разбиения. Поскольку X^* , как правило, значительно меньше X , то использование муравьиного алгоритма для

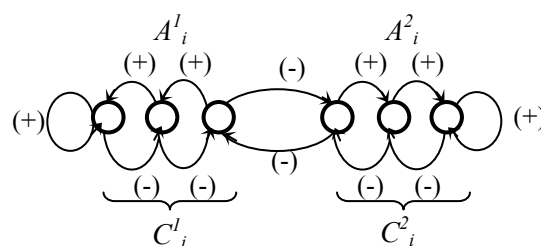


Рис.6. Граф – схема переходов АА

формирования узла X_1 будет гораздо дешевле. Выделение на каждом шаге в узлах X_1 и X_2 для перераспределения подмножества вершин X_1^* и X_2^* осуществляется с помощью адаптивной системы, основанной на идеях коллективного поведения объектов адаптации. В качестве элементарного объекта адаптации рассматривается вершина $x_i \in X$. Коллектив объектов адаптации (их совокупность) соответствует объекту оптимизации.

Пусть ρ_i^+ – число ребер, связывающих $x_i \in X_v$ с вершинами $x_j \in X_v$, $x_i \neq x_j$, а ρ_i^- – число ребер, связывающих $x_i \in X_v$ с вершинами $x_j \notin X_v$. $\rho_i = \rho_i^+ + \rho_i^-$, где ρ_i – локальная степень вершины x_i .

Локальная цель объекта адаптации x_i – достижение такого состояния (т.е. такого распределения x_i), при котором его оценка $\rho_i^- = 0$. Глобальная цель коллектива объектов адаптации заключается в достижении такого состояния S (т.е. такого распределения вершин по узлам), при котором $F(S) \rightarrow \min$.

Для реализации механизма адаптации каждому объекту $x_i \in X$ сопоставляется автомат адаптации a_i , моделирующий поведение объекта адаптации в среде [10]. Автомат адаптации (АА) имеет две группы состояний: $C_1 = \{c_{1i} \mid i=1, 2, \dots, g\}$ и $C_2 = \{c_{2i} \mid i=1, 2, \dots, g\}$, соответствующие двум альтернативам A_1 и A_2 поведения объекта адаптации в среде. Альтернатива A_1 – остаться в том же узле и войти в состав соответствующей объединенной вершины x_v^0 , A_2 – войти в состав подмножества X_v^* для перераспределения. Таким образом, выходной алфавит автомата $A = \{A_1, A_2\}$. Входной алфавит $Q = \{+, -\}$ включает возможные отклики среды – «поощрение» (+) и «наказание» (-). Граф-схема переходов АА представлена на Рис.6.

Отклик среды для АА a_i в соответствии с состоянием среды и объекта адаптации формируется следующим образом.

Если $\rho_i^- > \rho_i^+$, то всегда вырабатывается сигнал “наказание” (-). Если $\rho_i^- \leq \rho_i^+$, то с вероятностью $P_n = \rho_i^- / (\rho_i^+ + \rho_i^-)$ вырабатывается сигнал “наказание” (-), а с вероятностью $P_n = 1 - P_n$ - сигнал “поощрение” (+).

Работа адаптивной системы, под управлением которой осуществляется динамическое изменение подмножества подвергающихся разбиению вершин $X^0 = \cup X^0$, на каждом шаге осуществляется за четыре такта (Рис. 7).

На первом такте для каждого x_i рассчитываются параметры ρ_i^- и ρ_i^+ . На втором для каждого автомата адаптации $a_i = \Gamma(x_i)$ вырабатывается

отклик среды q_i : «поощрение» или «наказание». На третьем в каждом автомате адаптации a_i под действием подаваемого на его вход отклика q_i осуществляется переход в новое состояние. На четвертом такте для каждого объекта адаптации x_i реализуется альтернатива в соответствии с выходами АА. Другими словами, в соответствии с выходом АА вершина x_i , либо входит в состав соответствующей объединенной вершины x_v^0 , либо - в состав подмножества X_v^* .

К обновленному множеству вершин X^* применяется муравьиный алгоритм. Объект оптимизации, после реализации альтернатив и рабо-

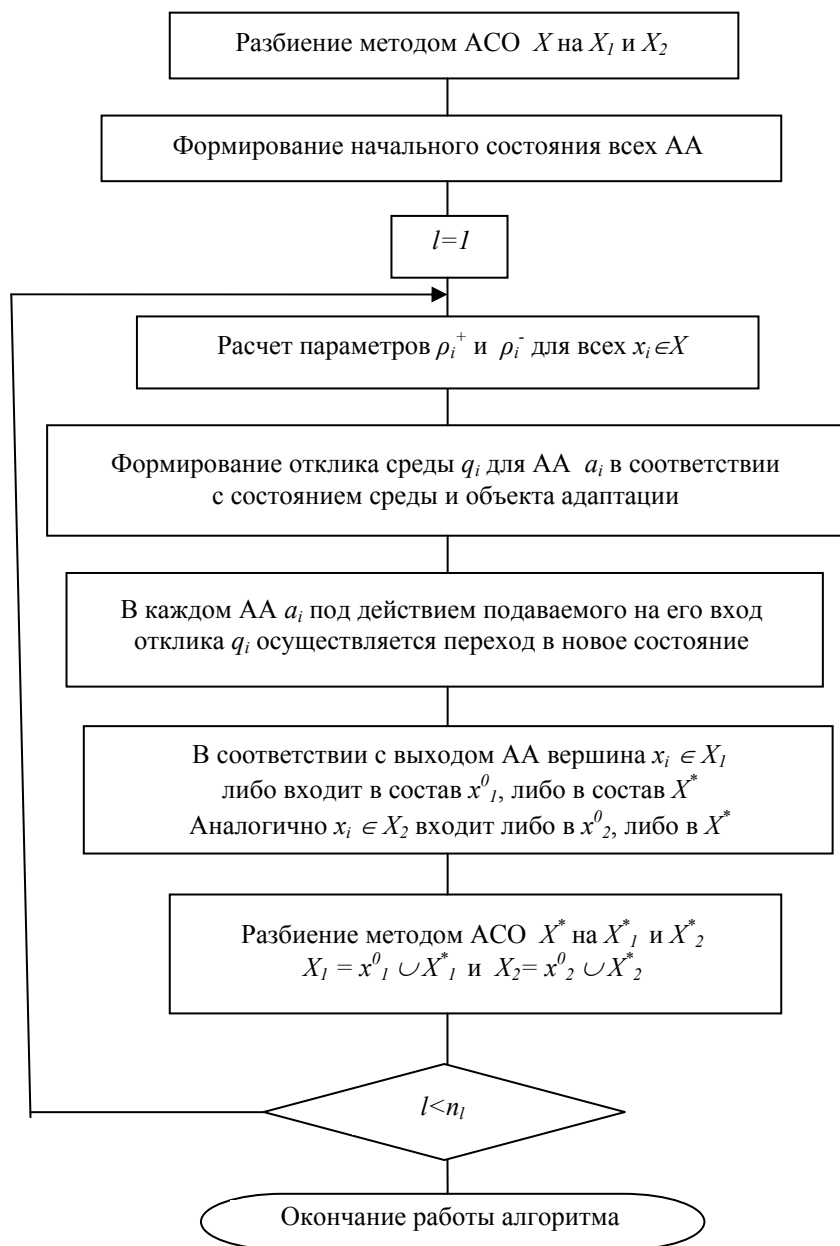


Рис. 7. Гибридный алгоритм разбиения графа

ты муравьиного алгоритма, переходит в новое состояние, для которого рассчитывается показатель $F(S)$. Состояние с лучшим значением $F(S)$ запоминается.

5. Размещение, основанное на разбиении схемы

Рассмотренный выше муравьиный алгоритм разбиения используется в качестве базовой процедуры в алгоритмах разбиения и размещения на основе многоуровневой парадигмы. Поскольку количество элементов, которые необходимо разместить, может быть слишком велико для алгоритма, выполняющего детальное размещение, применяется иерархический подход. При таком подходе сначала все множество элементов разби-вается на блоки, при разбиении минимизируется число внешних связей между блоками.

Размещение через разбиение – это важный класс алгоритмов размещения, основанных на последовательном делении заданной схемы на плотно связанные подсхемы, таким образом, чтобы минимизировать число цепей пересекаемых разрезом. Также, на каждом шаге разбиения схемы, имеющаяся область разделяется попеременно в горизонтальном или вертикальном направлении. Каждая подсхема присваивается одной части разбиения. Если продолжать этот процесс до тех пор, пока каждая подсхема не будет состоять из одного модуля, тогда каждый модуль будет размещен в уникальной позиции в схеме. Большинство алгоритмов размещения, основанных на разбиении, или Min-cut алгоритмы в той или иной степени основаны на рекурсивном разбиении схемы.

По мере выполнения рекурсии, подмножества ячеек уменьшаются, и распределение площади ячеек по размещаемой области становится более равномерным.

После того как подмножества элементов становятся достаточно маленькими, к ним применяются специальные завершающие алгоритмы детального размещения. В структуре многоуровневого разбиения (multiway partitioning), промежуточные результаты от разбиения каждого региона используются, чтобы повлиять на окончательное разбиение других. Явное использование многоуровневого разбиения на каждом этапе может в некоторых случаях привести к конфигурации более близкой к гло-

бальному оптимуму, чем та, которая получается при использовании одного лишь рекурсивного разбиения.

Многоуровневый алгоритм работает с различными уровнями иерархии. Алгоритмы размещения на основе многоуровневой парадигмы завоевали внимание совсем недавно. Эти методы основаны на укрупнении (coarsening), релаксации (relaxation) и интерполяции (interpolation), которые определяются следующим образом.

- *Укрупнение.* Иерархии строятся либо снизу вверх путем рекурсивной агрегации, либо сверху вниз путем рекурсивного разбиения.
- *Релаксация.* Локальные процедуры оптимизации выполняются на каждом уровне агрегации.

- *Интерполяция.* Промежуточные решения переносятся с каждого уровня агрегации на смежный следующий уровень.

Простейший и наиболее часто применяемый подход - это движение сверху вниз, от самого крупного к конечному уровню.

Сравнительный анализ с другими алгоритмами разбиения производился на стандартных тестовых примерах и схемах (бенчмарках). Данные примеры представляют собой стандартные промышленные цепи (блоки, схемы, ИС, БИС, СБИС). Примерно одинаковые по качеству решения можно получить, используя как аддитивную, так и мультипликативную свертку, варьируя управляющие параметры α и β . Сравнение производилось по параметру **Cut** – число цепей, попавших в разрез. Ниже в таблице приведены сравнительные оценки по результатам тестирования разработанного гибридного алгоритма разбиения GAP со стандартным многоуровневым алгоритмом hMetis (hM) [13], FM-алгоритмом, и алгоритмом, основанном на эвристике Kernighan-Lin (KL) [11].

В колонке **GAP cut** представлено полученное представленным алгоритмом **GAP** число цепей в разрезе. Результаты трех других алгоритмов описаны в процентах к разбиению, найденному с помощью представленного алгоритма. Как видно из таблицы, GAP значительно улучшил результаты FM. Ощутимо улучшение результатов Gap по сравнению к hMetis, который является очень сильным алгоритмом. Например, на схеме ibmO4 результаты hMetis на 4,8% больше, чем результаты GAP.

Test	GAP cut	FM, %	hM, %	KL, %
ibmO1	182	5,1	0,0	0,0
ibmO2	262	1,5	0,0	0,0
ibmO3	932	13,1	2,6	2,0
ibmO4	517	16,5	4,8	1,1
ibmO5	1641	14,1	4,6	2,1
ibmO6	877	10,9	1,3	1,0
ibmO7	816	17,3	3,9	1,2
ibmO8	1114	14,2	1,7	1,5
ibmO9	623	27,1	0,6	0,0
ibmI0	12451	20,3	1,6	1,1
ibmI1	943	23,7	1,6	1,2
ibmI2	1837	12,8	3,8	2,1
ibmI3	826	23,0	1,9	0,8
ibmI4	1761	37,3	4,5	2,1
ibmI5	2589	59,8	4,7	3,2
ibmI6	1681	21,0	4,4	2,8
ibmI7	2129	23,1	4,9	3,5
ibmI8	1493	14,2	3,3	2,0

Анализируя данные таблицы, можно сделать вывод, что разработанный алгоритм находит решения, не уступающие по качеству, а иногда и превосходящие своих аналогов в среднем на 3-5 %.

Определены теоретические оценки пространственной и временной сложности разработанного алгоритма. ПСА алгоритма составила $O(N^2)$, а ВСА алгоритма – $O(N^2)$.

Заключение

На основе сравнительного анализа существующих подходов и методов для решения задачи разбиения предложены мультиагентные методы интеллектуальной оптимизации, базирующиеся на моделировании адаптивного поведения муравьиной колонии.

Задача разбиения представлена в виде набора компонент муравьиного алгоритма. Предложен способ представления задачи разбиения. Определена методика формирования стартовых вершин для муравьев.

Использован комбинированный подход к формированию оценки, характеризующей выбор вершины для включения в формируемое подмножество вершин.

Для усиления сходимости выполняется двойное отложение феромона.

На основе декомпозиции решения предложена методика коллективного поиска решения группой связанных муравьев.

Предложены способы декомпозиции структуры данных, используемой в процессах построения маршрута (формирование подграфа) и отложения феромона:

- отложение феромона осуществляется на графе $R(X, E)$, построение маршрута - на ориентированном графе $B(X, V)$;

- каждый муравей a_k использует в процессах построения маршрута свой граф $B_k(X, V)$, изменяющийся после построения очередного маршрута, но все муравьи используют для отложения феромона и анализа альтернатив один общий граф $R(X, E)$;

- каждый муравей a_k использует для отложения феромона и анализа альтернатив свой граф $R_k(X, E)$, но все муравьи используют для построения маршрута один общий ориентированный граф $B(X, V)$.

В отличие от канонической парадигмы муравьиного алгоритма агент на графе решений $R(X, E)$ совершает перемещение не от вершины к вершине, а от группы вершин к вершине, при этом главная цель заключается в формировании подмножеств вершин (подграфа), а не построение маршрута. Это расширяет область применения и круг решаемых задач.

Разработаны эвристики поведения муравья при перемещениях в графе поиска решений. Локальной целью k -ого муравья при поиске решения является формирование множества вершин $X_{I_k} \subset X$ такого, чтобы на ребрах полного подграфа $R_{I_k} \subset R$, построенного на вершинах X_{I_k} , было отложено максимальное количество феромона.

Предложена методика гибридизации муравьиного алгоритма с методами альтернативной коллективной адаптацией. Динамическое изменение подмножества вершин, подвергающихся разбиению методом муравьиной колонии, осуществляется с помощью механизмов коллективной адаптации, что снижает общую трудоемкость и повышает качество решения.

Рассмотрена методика размещения, основанная на разбиении схемы.

Литература

1. Дендобренко Б.П., Малика А.С. Автоматизация проектирования радиоэлектронной аппаратуры. М.: Высш. шк., 2002.
2. Karypis G. Multilevel hypergraph partitioning. In J. Cong and J. Shinnerl, editors, Multilevel Optimization Methods

- for VLSI, chapter 6. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 2002.
3. Yongseok Cheon, Seokjin Lee, Martin D. F. Wong, "Stable Multiway Circuit Partitioning for ECO", 2003.
 4. Navaratnasothie Selvakkumaran and George Karypis, "Multi-Objective Hypergraph Partitioning Algorithms for Cut and Maximum Subdomain Degree Minimization", ICCAD, 2003.
 5. Cristinel Ababei, Navaratnasothie Selvakkumaran, Kia Bazargan, George Karypis, "Multi-objective Circuit Partitioning for Cutsizes and Path-Based Delay Minimization", ICCAD, 2002.
 6. Курейчик В.М., Кажаров А.А. Использование роевого интеллекта в решении NP-трудных задач. Известия ЮФУ. 2011, №7.С. 30-37.
 7. Engelbrecht A. P. Fundamentals of Computational Swarm Intelligence. John Wiley & Sons, Chichester, UK, 2005.
 8. МакКоннелл Дж. Основы современных алгоритмов. М.: Техносфера, 2004.
 9. Wong D.F., Leong H.W., Lin C.L. Simulated Annealing for VLSI Design. Boston, MA : Kluwer Academic, 1988.
 10. Емельянов В.В., Курейчик В.М., Курейчик В.В. Теория и практика эволюционного моделирования. -М.: Физматлит, 2003.
 11. Mazumder P., Rudnick E. Genetic Algorithm For VLSI Design, Layout & Test Automation. India, Pearson Education, 2003.
 12. Курейчик В. М., Курейчик В.В. Генетический алгоритм разбиения графа. //Известия Академии наук. Теория и системы управления. 1999, №4.
 13. Лебедев Б.К. Разбиение на основе эволюционной адаптации. Известия ТРТУ. Тематический выпуск «Интеллектуальные САПР». 1999, №3.
 14. Курейчик В.М., Лебедев Б.К., Лебедев О.Б. Поисковая адаптация: теория и практика. М.: Физматлит, 2006.
 15. Clerc M. Particle Swarm Optimization. ISTE, London, UK, 2006.
 16. Poli R. A nalysis of the publications on the applications of particle swarm optimisation. Journal of Artificial Evolution and Applications, Article ID 685175, 10 pages, 2008.
 17. Dorigo M., Stützle T. Ant Colony Optimization. MIT Press, Cambridge, MA, 2004.

Курейчик Виктор Михайлович. Заместитель руководителя по научной и инновационной деятельности Технологического института Южного федерального университета (ТТИ ЮФУ). Окончил Таганрогский радиотехнический институт в 1967 году. Доктор технических наук, профессор. Заслуженный деятель науки РФ. Автор свыше 500 печатных работ. Область научных интересов: искусственный интеллект, эволюционное моделирование, генетические алгоритмы, теория принятия решений, автоматизация проектирования СБИС.

Лебедев Борис Константинович. Профессор Технологического института Южного федерального университета (ТТИ ЮФУ). Окончил Таганрогский радиотехнический институт в 1967 году. Доктор технических наук. Автор 240 печатных работ. Область научных интересов: искусственный интеллект, эволюционное моделирование, генетические алгоритмы, теория принятия решений, автоматизация проектирования СБИС.

Лебедев Олег Борисович. Доцент Технологического института Южного федерального университета (ТТИ ЮФУ). Окончил Таганрогский радиотехнический университет в 1994 году. Кандидат технических наук. Автор свыше 100 печатных работ. Область научных интересов: искусственный интеллект, эволюционное моделирование, генетические алгоритмы, теория принятия решений, автоматизация проектирования СБИС.