

Многокритериальная порядковая классификация на основе метода STEPCLASS¹

Аннотация. Рассматривается задача многокритериальной порядковой классификации объектов на основе предпочтений лица, принимающего решения (ЛПР). Анализируются достоинства и недостатки методов решения такой задачи, использующих принципы вербального анализа решений. Показывается, как такие недостатки могут быть преодолены при применении к задаче порядковой классификации метода STEPCLASS, исходяно предназначенного для решения задач номинальной классификации

Ключевые слова: вербальный анализ решений, многокритериальная задача порядковой классификации, лицо, принимающее решения, предпочтения, метод STEPCLASS.

Введение

Порядковая классификация объектов, характеризующихся оценками по многим критериям, называемая в зарубежной литературе задачей многокритериальной сортировки, является одной из типичных задач принятия решений. Она заключается в разделении множества объектов на заданное число подмножеств (классов), упорядоченных ЛПР, например, по убыванию предпочтительности в том смысле, что любой объект из класса с меньшим номером более предпочтителен для ЛПР, чем любой объект из класса с большим номером. Как подчеркивается в [1], возможность использования информации о предпочтениях ЛПР как в отношении оценок классифицируемых объектов по критериям, так и в отношении их классов является именно той особенностью, которая отличает задачу порядковой классификации (ЗПК) от традиционных задач классификации, решаемых статистическими методами, методами распознавания образов и т.п. Для решения ЗПК известны такие подходы, как многокритериальная теория полезности (MAUT) [2-4], методы семейства ELECTRE, основанные

на относительном превосходстве (*outranking approach*) [5-7], теория приближенных множеств (*rough sets theory*) [8-11], теория нечетких множеств (*fuzzy sets*) [12], и вербальный анализ решений [13, 14].

Предпочтения ЛПР являются основным источником информации для решения задачи порядковой классификации. Однако во всех вышеуказанных подходах, кроме вербального анализа решений, основное внимание уделяется не организации эффективного диалога с ЛПР для выявления его предпочтений, а выводу классифицирующих правил на основе некоторой предварительной информации. Классы считаются заранее определенными посредством задания наверняка принадлежащих им объектов или даже так называемых «границ», т.е. наименее предпочтительных и/или наиболее предпочтительных объектов соответствующего класса. Использование количественной информации о предпочтениях ЛПР или преобразование качественной информации в количественную и математический аппарат, применяемый для вывода классифицирующих правил на основе такой информации, делает результаты решения задач

¹ Работа поддержана программами фундаментальных исследований президиума РАН «Информационные, управляющие и интеллектуальные технологии и системы», ОНИТ РАН «Интеллектуальные информационные технологии, системный анализ и автоматизация» и РФФИ (проекты 10-07-00242, 11-07-00230, 11-07-00398, 12-07-00034).

классификации труднообъяснимыми (если вообще объяснимыми) даже для самого ЛПП.

В методах вербального анализа решений используется информация, получаемая только от ЛПП и только на естественном языке. Такая информация обрабатывается без преобразования в количественную форму и только на основе разумных выводов, понятных и ЛПП, и пользователю.

Принципы вербального анализа решений легли в основу ряда методов (ORCLASS, CLARA, DIFCLASS, CYCLE), предназначенных для решения задачи порядковой классификации [15-21]. Все они используют общую идею так называемого «распространения по доминированию». На множестве объектов, подлежащих классификации, строится бинарное отношение доминирования, основанное на упорядочении значений критериев в соответствии с предпочтениями ЛПП: один объект доминирует над другим, если значение каждого критерия у первого объекта не менее предпочтительно для ЛПП, чем значение соответствующего критерия у второго объекта, и хотя бы по одному критерию более предпочтительно. Если ЛПП непосредственно относит какой-то объект к некоторому классу, для каждого объекта, находящегося с классифицированным объектом в отношении доминирования, автоматически определяется список классов, к которым он может принадлежать. Так, для каждого объекта, доминирующего над классифицированным объектом, этот список содержит классы с не большими номерами, чем класс, к которому ЛПП отнес предъявленный ему объект, а для каждого доминируемого им объекта – классы с не меньшими номерами. Если у какого-то объекта список допустимых классов содержит только один класс, такой объект считается косвенно классифицированным (относящимся именно к такому классу). Таким образом, на основе непосредственной классификации одних объектов осуществляется косвенная классификация других, и, тем самым, избегается необходимость полного перебора. Главное различие между перечисленными выше методами вербального анализа решений заключается в определении последовательности объектов для предъявления ЛПП в целях сокращения числа непосредственно классифицируемых объектов для построения полной (и согласованной в вышеуказанном смысле) классификации.

Всем этим методам вербального анализа решений, несмотря на их успешное применение для ряда прикладных задач [22, 23], присущи следующие общие недостатки:

1) несмотря на слабоструктурированный или даже неструктурированный характер задачи [24], параметры ее структуры (т.е. наименования классов, критериев и их оценок) считаются заданными (относятся к разделу «Дано» в постановке задачи), выявляются неформально и не допускают изменения в процессе решения;

2) для объекта, подлежащего непосредственной классификации, ЛПП одновременно предъявляются значения сразу всех критериев. Таким образом, ЛПП не предоставляется возможность выбора критериев, значений которых ему могло бы быть достаточно для классификации данного объекта, невзирая на значения других критериев (естественно, ЛПП может выбрать, в результате, все критерии, но это будет его выбор). Предъявление ЛПП возможно избыточной информации не только усложняет для него процедуру решения задачи (с когнитивной точки зрения), но и приводит к увеличению числа обращений к нему и, соответственно, времени, затрачиваемого на получение полной классификации;

3) кроме того, такая процедура диалога с ЛПП ограничивает возможности проверки согласованности его классифицирующих правил. Контролируется только, чтобы в любой паре объектов объект с не менее предпочтительными для ЛПП значениями всех критериев, чем другой, не был отнесен к менее предпочтительному классу, и наоборот. Заметим, что, если такое правило нарушается, делается предположение, что порядки на шкалах критериев верны, а ЛПП ошибся при классификации одного (или обоих) объектов. Однако ЛПП может допускать и ошибки иного характера, которые при таком подходе невозможно проверить.

В [25] показывается, как подобные недостатки метода номинально-порядковой классификации NORCLASS [16, 17], основанного на парадигме вербального анализа решений, можно устранить с применением метода STEPCLASS [26], основанного на той же парадигме и исходно предназначенного для решения задач номинальной классификации. В настоящей работе метод STEPCLASS расширяется для решения задачи порядковой классификации в целях преодоления вышеперечисленных недостатков.

1. Постановка многокритериальной задачи порядковой классификации

ЗПК относится к категории слабоструктурированных или даже неструктурированных задач [24], поскольку, помимо прочего, основным источником информации для ее решения является ЛПР. Это означает, что только ЛПР может определить такие параметры структуры, как наименования классов и критериев, а также шкалы значений критериев, не говоря уже об упорядочении таких значений и самих классов в соответствии с его предпочтениями. В общем случае, в такой задаче предварительно заданным можно считать только либо набор реальных объектов, подлежащих классификации (как, например, в задаче порядковой классификации, для решения которой предназначен метод CLARA [18]), либо проблемную область, все гипотетически возможные объекты которой подлежат разделению на упорядоченные классы в соответствии с предпочтениями ЛПР (далее рассматривается именно такой случай).

Это соображение учтено в методе STEPCLASS [27, 28]. Решение задачи классификации реализуется в нем в виде двух взаимосвязанных процедур: предварительная структуризация проблемной области и классификация (с возможностью расширения структуры).

Определим структуру многокритериальной задачи порядковой классификации следующим образом:

$$S = (C, Q, \{K_m\}(V_m), P^C, \{R_m\}),$$

где: $C = \{C_1, C_2, \dots, C_L\}$ – классы (подмножества), на которые следует распределить объекты (ЛПР должен определить наименования таких классов; исходно, такие классы пусты);

$Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_M\}$ – наименования критериев, по которым оцениваются объекты;

$K_m = \{k_{m1}, k_{m2}, \dots, k_{mn_m}\}$ – набор вербальных значений (шкала) критерия Q_m , $m = \overline{1, M}$;

$V_m \equiv [v_{mj}^l]$ – $L \times n_m$ – матрица допустимости значений критерия Q_m для классов: $v_{mj}^l = 1$, если значение $k_{mj} \in K_m$ допустимо для класса C_l , в противном случае $v_{mj}^l = 0$, ($m = \overline{1, M}$);

$$P^C = \{(C_i, C_j) \in C \times C \mid i < j; i, j = \overline{1, L}\} \quad -$$

отношение линейного порядка на множестве классов, отражающее предпочтения ЛПР;

$R_m = \{(k_{mi}, k_{mj}) \in K_m \times K_m\}$ – отношение квазипорядка на шкале критерия Q_m , $m = \overline{1, M}$, такое, что пара значений $(k_{mi}, k_{mj}) \in R_m$, если значение k_{mi} не менее предпочтительно для ЛПР, чем значение k_{mj} .

Вышеперечисленные элементы структуры ЗПК позволяют определить следующее:

$A = K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M$ – множество описаний всех гипотетически возможных объектов данной проблемной области в виде кортежей $a_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{iM})$, где $a_{im} \in K_m$, $m = \overline{1, M}$ (далее для удобства изложения будем иногда также называть множество A множеством объектов, подлежащих классификации, а каждый кортеж $a_i \in A$ – объектом);

$R = \{(a_i, a_j) \in A \times A \mid \forall m = \{1, \dots, M\} (a_{mi}, a_{mj}) \in R_m\}$ – отношение квазипорядка (доминирования) на множестве A .

Тогда, задача порядковой классификации может быть поставлена следующим образом:

Дано: Проблемная область, каждый объект которой может принадлежать только к одному из классов, допускающих упорядочение в соответствии с предпочтениями ЛПР.

Требуется:

1. Определить структуру данной проблемной области:

$$S = (C, Q, \{K_m\}(V_m), P^C, \{R_m\}).$$

2. Распределить все объекты $A = K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M$ по классам из C на основе предпочтений ЛПР так, чтобы выполнялось условие согласованности: $\forall a_i, a_j \in A: a_i \in C_x, a_j \in C_y, (a_i, a_j) \in R \Rightarrow x \leq y$.

Такой порядок подзадач означает только, что решение ЗПК должно начинаться с ее структуризации, хотя, как показывается в [27, 28], первая подзадача может возникать и в процессе решения второй подзадачи, т.е. на этапе классификации ЛПР может, по мере необходимости, изменять/расширять определенную на то время структуру проблемной области.

2. Структуризация многокритериальной задачи порядковой классификации

Определение параметров структуры многокритериальной задачи порядковой классификации – наименований классов, критериев, их значений и, особенно, вышеуказанных отношений – не свойственно профессиональной деятельности ЛПР. Для помощи ЛПР в структуризации задач классификации в методе STEPCLASS предусмотрены две процедуры – непосредственная структуризация и структуризация на примерах [27, 28], которые посредством специальных «наводящих» вопросов позволяют ему вспомнить и перечислить элементы структуры задачи. Для построения начальной структуры задачи ЛПР может выбрать любую из этих процедур, а для расширения структуры на этапе классификации – первую из них. Рассмотрим вкратце эти процедуры применительно к многокритериальной задаче порядковой классификации.

И та, и другая процедура начинается с простого перечисления наименований классов и их упорядочения в соответствии с предпочтениями ЛПР – строится отношение:

$$P^C = \{(C_i, C_j) \in C \times C \mid i < j; i, j = \overline{1, L}\}.$$

При непосредственной структуризации ЛПР перечисляет вопросы, которые следует задать для классификации объектов, и возможные ответы на *каждый* вопрос для *каждого* класса. Такие вопросы играют роль наименований критериев, а ответы на них – это значения соответствующих критериев, которые могут иметь конкретные объекты.

Структуризация на примерах заключается в следующем:

1) ЛПР приводит в качестве примера по одному объекту для каждого класса либо в виде продукции «Если (*набор оценок по критериям*), то (*соответствующий класс*)», либо в свободном формате с последующим преобразованием в продукцию вышеуказанного вида.

2) Затем ЛПР анализирует каждый пример, чтобы определить: критерии, значения которых присутствуют в каждом примере; прочие значения, которые каждый из этих критериев может иметь для данного класса; прочие классы, для которых допустимы перечисленные значе-

ния каждого критерия; прочие значения таких критериев, которые могут иметься у объектов, принадлежащих другим классам.

В результате выполнения любой из этих процедур, автоматически формируются матрицы допустимости значений критериев для классов ($V_m \equiv [v_{mj}^l], m = \overline{1, M}$), а после ее завершения ЛПР предлагается упорядочить значения каждого критерия в соответствии со своими предпочтениями и построить, тем самым отношения:

$$R_m = \{(k_{mi}, k_{mj}) \in K_m \times K_m\}, m = \overline{1, M}.$$

Рассмотрим в качестве иллюстрации упрощенный вариант следующей задачи: некий банк хочет создать полную и согласованную базу правил для оценки кредитоспособности организаций, подающих заявки на получение кредита.

Фрагмент процедуры структуризации этой задачи на примерах показан на Рис. 1. Пусть ЛПР определил три класса кредитоспособности: C_1 – высокая; C_2 – средняя и C_3 – низкая. Очевидно, что банк будет предпочитать выдачу кредита организациям, принадлежащим классу C_1 , по сравнению с организациями, относимыми к классу C_2 , и, тем более, с организациями из класса C_3 .

Пусть в результате выполнения такой процедуры, ЛПР определил следующую структуру задачи (Табл. 1).

Цифры в столбце «Порядок на шкалах критериев» – это номера значений каждого критерия, упорядоченных по предпочтительности для ЛПР. Если критерий имеет два значения, то «1» соответствует более предпочтительному из них, а «2» – наименее предпочтительному. Если критерий имеет три значения, то «1» соответствует наиболее предпочтительному из них, «3» – наименее предпочтительному, а «2» – среднему по предпочтительности значению и т.п. Будем называть такие номера рангами предпочтительности или просто рангами и обозначать их как $r(a_{im})$, $a_{im} \in K_m, m = \overline{1, M}$. В последних трех столбцах «0» и «1» характеризуют допустимость значений критериев для соответствующих классов. Например, если организация имеет значение критерия «Коэффициент текущей ликвидности» КТЛ < 0.15 , такая организация не может считаться обладающей «Высокой кредитоспособностью», и соответствующее значение допустимости равно «0».

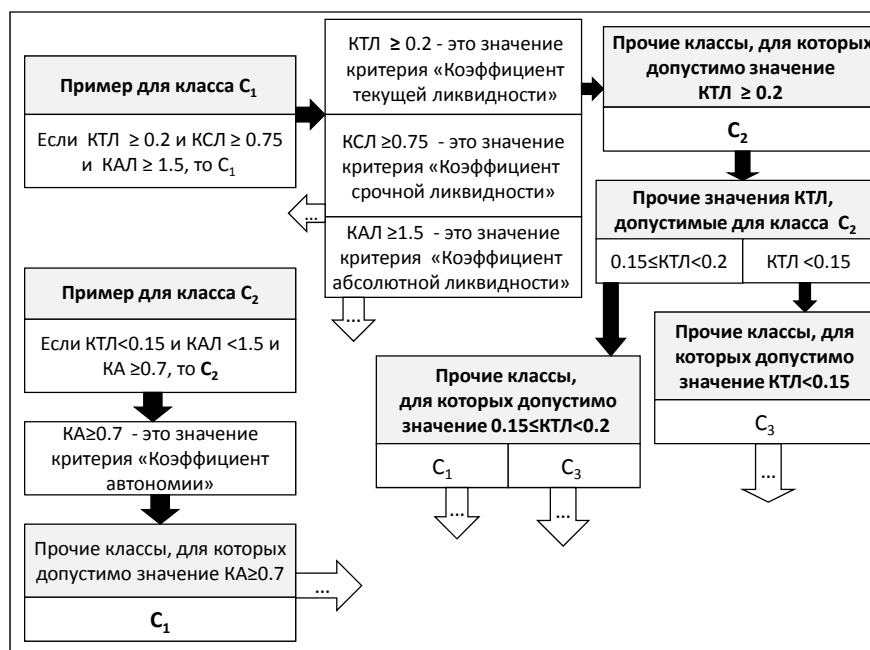


Рис. 1. Структуризация на примерах задачи оценки кредитоспособности

Табл. 1. Структура задачи «Оценка кредитоспособности организаций»

Коэффициенты	Значения (шкалы) критериев	Порядок на шкалах критериев	Классы кредитоспособности		
			C_1	C_2	C_3
Q_1 текущей ликвидности	$k_{11} : КТЛ \geq 0.2$	1	1	1	0
	$k_{12} : 0.15 \leq КТЛ \leq 0.2$	2	1	1	1
	$k_{13} : КТЛ < 0.15$	3	0	1	1
Q_2 срочной ликвидности	$k_{21} : КСЛ \geq 0.75$	1	1	1	1
	$k_{22} : КСЛ < 0.75$	2	1	1	1
Q_3 абсолютной ликвидности	$k_{31} : КАЛ \geq 1.5$	1	1	1	1
	$k_{32} : КАЛ < 1.5$	2	0	1	1
Q_4 автономии	$k_{41} : КА \geq 0.7$	1	1	1	1
	$k_{42} : 0.5 \leq КА < 0.7$	2	1	1	1
	$k_{43} : КА < 0.5$	3	1	1	1

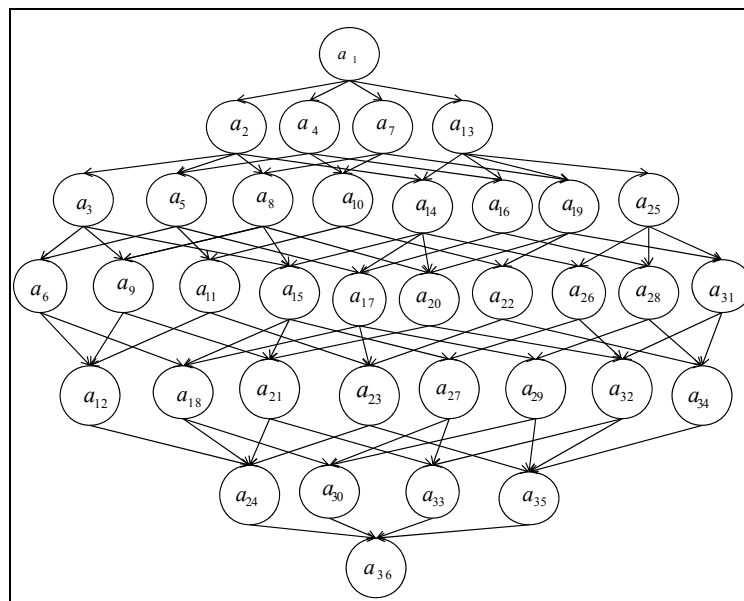
Общее число гипотетически возможных типов организаций (объектов, подлежащих классификации) в рассматриваемой задаче, равно 36 (произведение числа значений критериев: $3 \times 2 \times 2 \times 3 = 36$). Каждый такой объект может быть определен как в форме кортежа из вербальных значений по каждому из четырех критериев, так и в форме кортежа рангов предпочтительности таких объектов (Табл. 2).

Бинарное отношение доминирования R на множестве объектов A может быть представ-

лено в виде ориентированного ациклического графа, в котором узлы соответствуют объектам, а дуги направлены от более предпочтительного объекта к менее предпочтительному (Рис. 2).

Обозначим через G_i – множество номеров классов, к которым, в принципе, может принадлежать любой объект $a_i \in A$. В методах ORCLASS, CLARA, DIFCLASS, CYCLE, предназначенных для решения ЗПК [15-21], предполагается, что, исходно, $\forall a_i \in A \ G_i = \{l | l = \overline{1, L}\}$.

Кортежи значений критериев	Кортежи рангов	Кортежи значений критериев	Кортежи рангов
$a_1 = (k_{11}, k_{21}, k_{31}, k_{41})$	(1,1,1,1)	$a_{19} = (k_{12}, k_{22}, k_{31}, k_{41})$	(2,2,1,1)
$a_2 = (k_{11}, k_{21}, k_{31}, k_{42})$	(1,1,1,2)	$a_{20} = (k_{12}, k_{22}, k_{31}, k_{42})$	(2,2,1,2)
$a_3 = (k_{11}, k_{21}, k_{31}, k_{43})$	(1,1,1,3)	$a_{21} = (k_{12}, k_{22}, k_{31}, k_{43})$	(2,2,1,3)
$a_4 = (k_{11}, k_{21}, k_{32}, k_{41})$	(1,1,2,1)	$a_{22} = (k_{12}, k_{22}, k_{32}, k_{41})$	(2,2,2,1)
$a_5 = (k_{11}, k_{21}, k_{32}, k_{42})$	(1,1,2,2)	$a_{23} = (k_{12}, k_{22}, k_{32}, k_{42})$	(2,2,2,2)
$a_6 = (k_{11}, k_{21}, k_{32}, k_{43})$	(1,1,2,3)	$a_{24} = (k_{12}, k_{22}, k_{32}, k_{43})$	(2,2,2,3)
$a_7 = (k_{11}, k_{22}, k_{31}, k_{41})$	(1,2,1,1)	$a_{25} = (k_{13}, k_{21}, k_{31}, k_{41})$	(3,1,1,1)
$a_8 = (k_{11}, k_{22}, k_{31}, k_{42})$	(1,2,1,2)	$a_{26} = (k_{13}, k_{21}, k_{31}, k_{42})$	(3,1,1,2)
$a_9 = (k_{11}, k_{22}, k_{31}, k_{43})$	(1,2,1,3)	$a_{27} = (k_{13}, k_{21}, k_{31}, k_{43})$	(3,1,1,3)
$a_{10} = (k_{11}, k_{22}, k_{32}, k_{41})$	(1,2,2,1)	$a_{28} = (k_{13}, k_{21}, k_{32}, k_{41})$	(3,1,2,1)
$a_{11} = (k_{11}, k_{22}, k_{32}, k_{42})$	(1,2,2,2)	$a_{29} = (k_{13}, k_{21}, k_{32}, k_{42})$	(3,1,2,2)
$a_{12} = (k_{11}, k_{22}, k_{32}, k_{43})$	(1,2,2,3)	$a_{30} = (k_{13}, k_{21}, k_{32}, k_{43})$	(3,1,2,3)
$a_{13} = (k_{12}, k_{21}, k_{31}, k_{41})$	(2,1,1,1)	$a_{31} = (k_{13}, k_{22}, k_{31}, k_{41})$	(3,2,1,1)
$a_{14} = (k_{12}, k_{21}, k_{31}, k_{42})$	(2,1,1,2)	$a_{32} = (k_{13}, k_{22}, k_{31}, k_{42})$	(3,2,1,2)
$a_{15} = (k_{12}, k_{21}, k_{31}, k_{43})$	(2,1,1,3)	$a_{33} = (k_{13}, k_{22}, k_{31}, k_{43})$	(3,2,1,3)
$a_{16} = (k_{12}, k_{21}, k_{32}, k_{41})$	(2,1,2,1)	$a_{34} = (k_{13}, k_{22}, k_{32}, k_{41})$	(3,2,2,1)
$a_{17} = (k_{12}, k_{21}, k_{32}, k_{42})$	(2,1,2,2)	$a_{35} = (k_{13}, k_{22}, k_{32}, k_{42})$	(3,2,2,2)
$a_{18} = (k_{12}, k_{21}, k_{32}, k_{43})$	(2,1,2,3)	$a_{36} = (k_{13}, k_{22}, k_{32}, k_{43})$	(3,2,2,3)



Однако поскольку в результате применения любого из вышеуказанных способов структуризации может быть получена информация о допустимости значений критериев для классов в виде матриц допустимости, такая информация должна быть использована для формирования множеств G_i (и, соответственно, их сокращения, если применимо) а именно:

$$\forall a_i \in A \quad G_i = \left\{ l \mid l = \overline{1, L}, \prod_{m=1}^M v_{mi}^l = 1 \right\}.$$

На Рис. 3 показан граф доминирования на множестве объектов для рассматриваемой задачи оценки кредитоспособности, на котором для каждого объекта показано, к каким классам он может исходно принадлежать. Так, объекты $a_3, a_6, a_9, a_{12}, a_{25}, a_{28}, a_{31}$ и a_{34} могут принадлежать только к классу C_2 , и, следовательно, могут считаться классифицированными (если и пока в процессе выявления классифицирующих правил ЛПР информация о допустимости соответствующих значений критериев классам не изменится); объекты $a_1, a_2, a_4, a_5, a_7, a_8, a_{10}, a_{11}, a_{13}, a_{15}, a_{16}, a_{19}$ и a_{22} исходно допустимы для классов C_1 и C_2 ;

объекты $a_{18}, a_{21}, a_{24}, a_{26}, a_{29}, a_{30}, a_{33}$ и a_{36} могут принадлежать или к классу C_2 , или к классу C_3 ; наконец, объекты $a_{14}, a_{17}, a_{20}, a_{23}$ и a_{36} допустимы для всех трех классов.

Если какой-то объект $a_i \in A$ может принадлежать нескольким классам ($|G_i| > 1$), для него должно быть выявлено классифицирующее правило.

3. Процедура классификации

3.1. Выявление классифицирующих правил

Рассмотрим процедуру непосредственной классификации выбранного некоторым образом объекта $a_i \in A$, для которого $|G_i| > 1$.

В методах ORCLASS, CLARA, DIFCLASS, CYCLE [15-21] ЛПР предъявляется описание объекта, подлежащего классификации, значениями всех критериев, и после того как ЛПР отнесет такой объект к соответствующему классу, выполняется так называемое распространение по доминированию, т.е. применяются следующие правила:

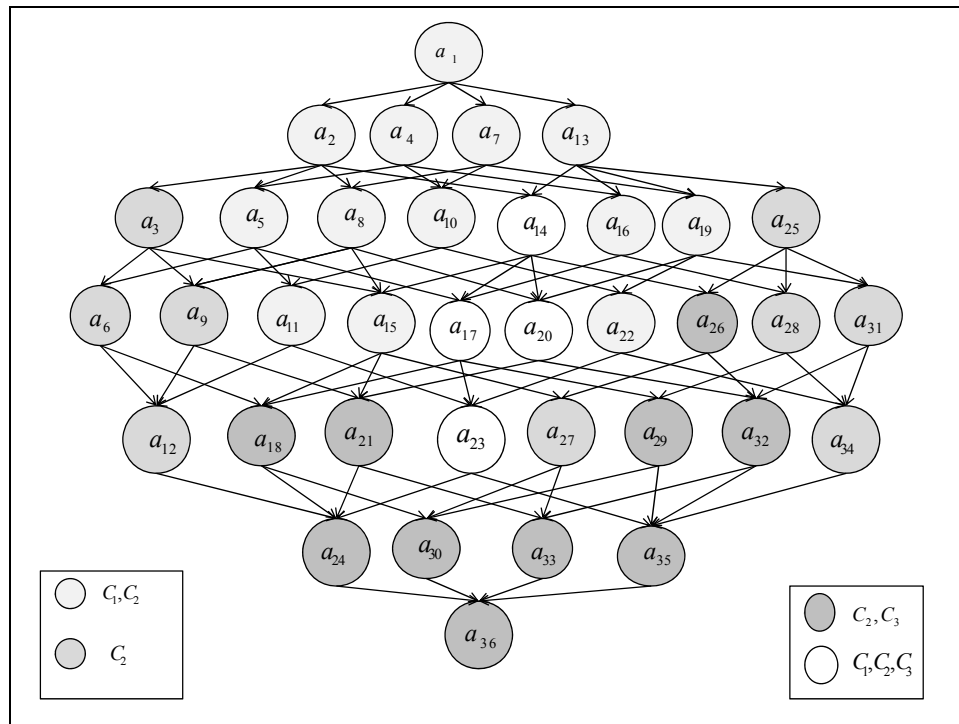


Рис. 3. Граф доминирования с исходно возможными классами для объектов

$$\begin{aligned} &\text{если } a_i \in {}^{LPP} C_x, x = \overline{1, L}, \text{ то} \\ &\forall a_j \in A, j \neq i, \text{ такого, что} \\ &(a_j, a_i) \in R, a_j \in C_y, y = \overline{1, L}, y \leq x \quad (1) \\ &\text{и} \\ &\forall a_j \in A, j \neq i, \text{ такого, что} \\ &(a_i, a_j) \in R, a_j \in C_z, z = \overline{1, L}, z \geq x, \quad (2) \end{aligned}$$

где значок $\in {}^{LPP}$ означает, что принадлежность к классу определена непосредственно ЛПР.

Из правила (1) следует, что, в результате классификации объекта a_i , множество возможных классов $\forall a_j \in A, j \neq i$, такого, что $(a_j, a_i) \in R$, изменяется следующим образом:

$$G_j = \{l | l = \overline{1, L}, l \leq x\}$$

а из правила (2) следует, что $\forall a_j \in A, j \neq i$, такого, что $(a_i, a_j) \in R$, множество допустимых классов изменяется следующим образом:

$$G_j = \{l | l = \overline{1, L}, l \geq x\}$$

Если для какого-то объекта $a_j \in A$ окажется, что $|G_j| = 1$, его можно считать косвенно классифицированным.

В методе STEPCLASS реализована более гибкая процедура выявления классифицирующих правил ЛПР. Хотя вся информация об объекте (совокупность описывающих его значений критериев) известна, она сообщается ЛПР только по его запросу. Сначала ЛПР предъявляется значение одного из критериев, выбранного случайным образом. Очевидно, этой информации будет недостаточно ЛПР для классификации объекта, и он запросит критерий, значение которого он хочет узнать.

Может оказаться, что ЛПР потребуется значение критерия, не названного им на этапе предварительной структуризации. В таком случае, ЛПР должен назвать такой критерий, перечислить все его возможные значения, определить их допустимость для всех классов и упорядочить такие значения в соответствии со своими предпочтениями (т.е. выполнить процедуру непосредственной структуризации для такого критерия), и тем самым расширить структуру проблемной области. К описанию

классифицированного объекта добавляется наиболее предпочтительное значение нового критерия и сообщается ЛПР в дополнение к уже известной ему информации об объекте. Эта процедура продолжается до тех пор, пока ЛПР не классифицирует данный объект, т. е.:

- 1) отнесет объект к классу из множества C ;
- 2) отнесет объект к новому классу, который будет включен во множество C ;
- 3) обнаружит, что в предъявленной ему информации имеются взаимоисключающие значения критериев.

Заметим, что если ЛПР относит объект к новому классу (вариант (2)), ему будет предложено определить допустимость всех значений всех критериев для такого нового класса.

Как только ЛПР установит взаимоисключающие значения (вариант (3)), к списку классов будет добавлен класс, в который будут относиться все выявленные в процессе классификации взаимоисключающие комбинации значений. Такой класс получит номер $L+1$, где L – число упорядоченных классов, заданных на то время. Очевидно, что класс C_{L+1} не подлежат упорядочению.

Обозначим через M_i^+ – подмножество номеров критериев из Q , значения которых ЛПР запросил при анализе очередного объекта $a_i \in A$, а через $M_i^- = Q \setminus M_i^+$ – не запрошенные критерии. Пусть ЛПР отнес совокупность таких значений к классу $C_x \in C$ и, тем самым, сформировал следующее правило:

$$\text{если } \forall m \in M_i^+ a_{jm} = a_{im}, \text{ то } a_j \in C_x$$

которое может быть «распространено по доминированию» следующим образом:

$$\begin{aligned} &\text{если } \forall m \in M_i^+ (a_{jm}, a_{im}) \in R_m, \text{ то} \\ &a_j \in C_y, y = \overline{1, L}, y \leq x \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{если } \forall m \in M_i^+ (a_{im}, a_{jm}) \in R_m, \text{ то} \\ &a_j \in C_y, y = \overline{1, L}, y \geq x \quad (4) \end{aligned}$$

Отсюда следует, что, в результате классификации объекта a_i , множество допустимых классов $\forall a_j \in A, j \neq i$, такого, что $\forall m \in M_i^+ (a_{jm}, a_{im}) \in R_m$, изменяется следующим образом:

$$G_i = \left\{ l \mid l = \overline{1, L}, l \leq x, \prod_{m=1}^M v_{mi}^l = 1 \right\},$$

а $\forall a_j \in A, j \neq i$, такого, что $\forall m \in M_i^+(a_{im}, a_{jm}) \in R_m$, множество допустимых классов изменяется следующим образом:

$$G_i = \left\{ l \mid l = \overline{1, L}, l \geq x, \prod_{m=1}^M v_{mi}^l = 1 \right\}.$$

Если для какого-то объекта $a_j \in A$ окажется, что $|G_j| = 1$, его можно считать косвенно классифицированным.

Рассмотрим эту процедуру на примере задачи оценки кредитоспособности организаций (Рис. 4)

Выявленное в этом примере правило может быть распространено по доминированию следующим образом:

Если $(k_{1x}, 0.15 \leq \text{КТЛ} \leq 0.2) \in R_1$, и «любое значение Коэффициента срочной ликвидности», и «любое значение Коэффициента абсолютной ликвидности», и $(k_{4y}, \text{КА} \geq 0.7) \in R_4$, то «Высокая кредитоспособность» (заметим, что применение правила (4) здесь не имеет смысла, поскольку оно не сократит число возможных классов у остальных объектов).

Этому правилу отвечают объекты $a_1, a_4, a_7, a_{10}, a_{13}, a_{19}$ и a_{22} . Заметим, что если бы ЛПП было предъявлено сразу полное описа-

ние объекта a_{16} , как это делается в методах ORCLASS, CLARA, DIFCLASS, CYCLE, и ЛПП отнес бы его к классу «Высокая кредитоспособность», правило (1) позволило бы косвенно отнести к тому же классу только объекты a_1, a_4 и a_{13} .

В общем случае, такой подход к непосредственной классификации объектов позволяет предъявить ЛПП не большее число объектов, чем в методах ORCLASS, CLARA, DIFCLASS, CYCLE. Чтобы доказать это, обозначим через N_i^+ число объектов $a_j \in A$, таких, что $(a_j, a_i) \in R$, а через N_i^- число объектов $a_j \in A$, таких, что $(a_j, a_i) \in R$. Если шкала значений каждого критерия упорядочена по убыванию предпочтительности для ЛПП, т.е. значение с меньшим номером более предпочтительна для ЛПП, чем любое значение оценки с большим номером, и нумерация начинается с единицы, в случае методов ORCLASS, CLARA, DIFCLASS, CYCLE [15-21], получаем:

$$N_i^+ = \prod_{m=1}^M r(a_{im}) - 1, \quad N_i^- = \prod_{m=1}^M (n_m - r(a_{im}) + 1) - 1,$$

где n_m – число значений критерия Q_m , $r(a_{im})$ – номер (порядковый ранг) значения $a_{im} \in K_m, m = \overline{1, M}$, и, соответственно, число объектов, для которых в результате непосредственной классификации объекта $a_i \in A$ число

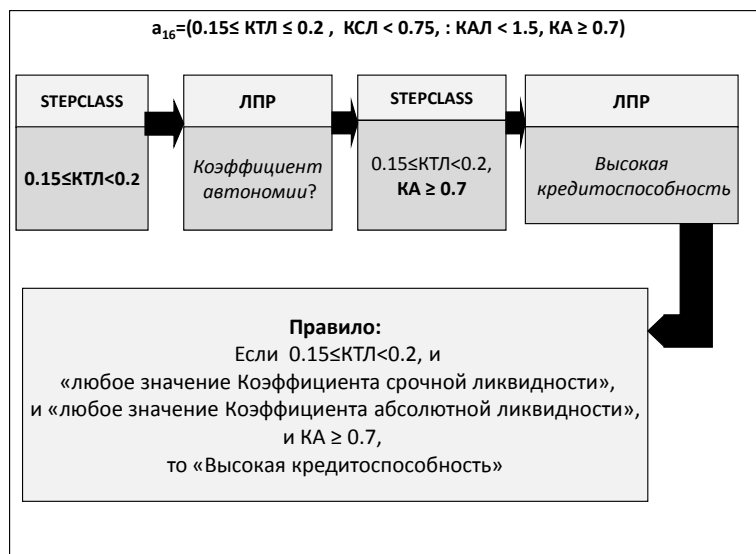


Рис. 4. Пример процедуры выявления правил ЛПП в задаче оценки кредитоспособности

допустимых классов сокращается, равно $\prod_{m=1}^M r(a_{im}) - 1 + \prod_{m=1}^M (n_m - r(a_{im}) + 1) - 1$. Обозначим это число через N^{Class} .

При применении метода STEPCLASS, если ЛПР запросил для классификации объекта $a_i \in A$ критерии из подмножества M^+ , число объектов, для которых в результате непосредственной классификации объекта $a_i \in A$ число допустимых классов сокращается, равно

$$N^{Step} = \left(\prod_{m \in M_i^+} r(a_{im}) \right) \times \left(\prod_{m \in M_i^-} n_m \right) - 1 + \left(\prod_{m \in M_i^+} (n_m - r(a_{im}) + 1) \right) \times \left(\prod_{m \in M_i^-} n_m \right) - 1,$$

поскольку по критериям из подмножества M_i^- объекты, доминирующие объект $a_i \in A$ или доминируемые им, могут иметь любые значения, а не только более или менее предпочтительные, соответственно, чем у объекта $a_i \in A$.

Преобразуем N^{Class} следующим образом:

$$N^{Class} = \left(\prod_{m \in M_i^+} r(a_{im}) \right) \times \left(\prod_{m \in M_i^-} r(a_{im}) \right) - 1 + \left(\prod_{m \in M_i^+} (n_m - r(a_{im}) + 1) \right) \times \left(\prod_{m \in M_i^-} (n_m - r(a_{im}) + 1) \right) - 1.$$

Очевидно, что $N^{Step} \geq N^{Class}$, т.е. число объектов, косвенно классифицированных на основе непосредственной классификации объекта с предъявлением ЛПР значений только тех критериев, которые он запросит, не меньше, чем при одновременном предъявлении значений всех критериев, и, соответственно, число объектов, требующих непосредственной классификации, не больше числа объектов, подлежащих предъявлению ЛПР в методах ORCLASS, CLARA, DIFCLASS, CYCLE.

Когда имеется хотя бы один непосредственно классифицированный объект, начинается последовательная проверка остальных объектов. Для очередного выбранного объекта $a_i \in A$ сначала проверяется, не содержатся ли в его описании взаимоисключающие оценки по критериям, отнесенные к классу C_{L+1} , если

класс C_{L+1} не пуст. Если содержатся, объект пропускается как невозможный. Если не содержатся, для него проверяется выполнимость правил (1) – (3) и формируется множество допустимых классов G_i . Если $|G_i| = 0$, объект $a_i \in A$ не принадлежит ни к одному из заданных классов. Если $|G_i| = 1$, и $G_i = \{x\}$, данный объект относится к классу $C_x \in C$ и, следовательно, никакая дополнительная информация от ЛПР не требуется. Если же $|G_i| > 1$, объект a_i следует предъявить ЛПР для непосредственной классификации в соответствии с описанной выше процедурой.

3.2. Проверка согласованности классифицирующих правил

В методах ORCLASS, CLARA, DIFCLASS, CYCLE [15-21] согласованность классифицирующих правил ЛПР обеспечивается проверкой выполнимости следующего условия: $\forall a_i, a_j \in A: a_i \in C_x, a_j \in C_y, (a_i, a_j) \in R \Rightarrow x \leq y$. Такое условие может быть нарушено ЛПР при непосредственной классификации очередного объекта, когда он называет для него класс, не содержащийся во множестве классов, допустимых для такого объекта. Например, ЛПР отнес некоторый объект $a_j \in A$ к классу C_x , но $C_x \notin G_j$. В таком случае, среди непосредственно классифицированных объектов ищется объект $a_i \in A$, $(a_i, a_j) \in R$ или $(a_j, a_i) \in R$, в результате классификации которого класс C_x был исключен из множества допустимых классов для объекта $a_j \in A$. Объекты a_i и a_j заново предъявляются ЛПР с объяснением, почему их классификации противоречат друг другу, и ЛПР должен исправить одну или обе таких классификации.

При применении метода STEPCLASS, в случае отсутствия класса, названного ЛПР при непосредственной классификации очередного объекта, в списке допустимых классов для такого объекта, выполняется еще несколько дополнительных проверок.

Во-первых, ЛПР может отнести анализируемый объект к классу, у которого значения за-

прошенных критериев он назвал на этапе структуризации недопустимыми для такого класса. Информация, получаемая на этапе классификации, более надежна, чем на этапе предварительной структуризации, поскольку она получена при анализе конкретного объекта. В этом случае решение о недопустимости таких значений для данного класса отменяется.

Во-вторых, если ЛПР классифицировал объект на основании неполной информации, а у не запрошенных критериев есть значения, недопустимые для соответствующего класса, выясняется, будет ли это правило справедливо при таких недопустимых оценках. Если ЛПР положительно ответит на этот вопрос, решение о недопустимости таких оценок для данного класса отменяется. Если ЛПР ответит, что правило вида (1) будет справедливо для данного класса только при любых допустимых значениях всех или некоторых не запрошенных критериев, это уточнение будет внесено в такое правило посредством включения в него таких допустимых значений.

Наконец, очередное правило может противоречить другим правилам, ранее сформулированным ЛПР.

Рассмотрим два правила:

если $\forall m \in M_i^+ a_{jm} = a_{im}$, то $a_j \in C_l$

если $\forall m \in M_t^+ a_{jm} = a_{tm}$, то $a_j \in C_w$, $l \neq w$.

Эти правила будут взаимно противоречивы, если либо критерии, значения которых присутствуют в левой части одного правила, и критерии, значения которых присутствуют в левой части второго правила, различны, т.е. $M_i^+ \cap M_t^+ = \emptyset$, либо по одним и тем же критериям в левых частях обоих правил присутствуют одинаковые соответствующие значения, т.е. $M_i^+ \cap M_t^+ \neq \emptyset$ и $\forall m \in M_i^+ \cap M_t^+ a_{im} = a_{tm}$.

Если такое противоречие обнаружится, оба правила предъявляются ЛПР для анализа и исправления. Рассмотрим такое противоречие на примере задачи оценки кредитоспособности. Пусть помимо правила, показанного на Рис. 4 (если $0.15 \leq \text{КТЛ} < 0.2$, и «любое значение Коэффициента срочной ликвидности», и «любое значение Коэффициента абсолютной ликвидности», и $\text{КА} \geq 0.7$, то «Высокая кредитоспособность»), ЛПР ввел правило: если $0.15 \leq \text{КТЛ} < 0.2$, и $\text{КСЛ} < 0.75$, и «любое значение» Коэффициента абсолютной ликвидности, и «любое

значение Коэффициента автономии», то «Средняя кредитоспособность».

Подставим в первое правило вместо «любое значения» Коэффициента срочной ликвидности значение этого критерия из второго правила. Получим: если $0.15 \leq \text{КТЛ} < 0.2$, и $\text{КСЛ} < 0.75$, и «любое значение Коэффициента абсолютной ликвидности», и $\text{КА} \geq 0.7$, то «Высокая кредитоспособность».

Подставим во второе правило вместо «любое значения» Коэффициента автономии значение этого критерия из первого правила. Получим: если $0.15 \leq \text{КТЛ} < 0.2$, и $\text{КСЛ} < 0.75$, и «любое значение» Коэффициента абсолютной ликвидности, и $\text{КА} \geq 0.7$, то «Средняя кредитоспособность».

Эти правила имеют одинаковые левые части, но относятся к разным классам, и, следовательно, одно из них или они оба должны быть проанализированы ЛПР и исправлены.

Заключение

Методы ORCLASS, CLARA, DIFCLASS, CYCLE [15-21], основанные на принципах BAP, позволяют строить полные и согласованные совокупности классифицирующих правил ЛПР для многокритериальных задач порядковой классификации. Однако эти методы используют жесткую структуру задачи, выявляемую неформальным образом и не допускающую добавления новых классов и новых критериев. Кроме того, в них предусматривается, что ЛПР для непосредственной классификации одновременно предъявляются значения всех критериев, хотя ЛПР удобнее анализировать объект постепенно, запрашивая о нем информацию по мере необходимости. Метод STEPCLASS позволяет устранить эти недостатки благодаря реализованным в нем процедурам структуризации проблемной области с возможностью добавления новых классов, критериев и их значений в процессе классификации, а также гибкого диалога с ЛПР, позволяет в еще большей степени сократить число объектов, непосредственно предъявляемых ЛПР для классификации.

Литература

1. Zopounidis C., Doumpos M. Multicriteria Classification and Sorting Methods: A Literature Review. European Journal of Operational Research, 138(2).2002. p. 229-246.

2. von Neumann J., Morgenstern O. Theory of games and economic behavior, 2nd ed. Princeton University Press, Princeton.1947
3. Keeney R, Raiffa H. Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs. J. Wiley, New York.1976.
4. Jacquet-Lagrange E., Siskos Y. Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision making: The UTA method. European Journal of Operational Research, vol. 10.1982.p. 151-164.
5. Roy B. A multicriteria analysis for trichotomic segmentation problems in Multiple Criteria Analysis. In: P. Nijkamp and J. Spronk (eds) Operational Methods, Gower Press, Farnborough.1981. pp. 245-257.
6. Roy B., Bouyssou D. Aide multicritère à la décision: méthodes et cas. Paris: Economica.1993.
7. Figueira J., Mousseau V., Roy B. Electre methods. In: Figueira J, Greco S, and Ehrgott M (eds) Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys. Springer-Verlag, Boston.2005. pp. 133-162.
8. Greco S., Matarazzo B., Slowinski R. A new rough set approach to evaluation of bankruptcy risk: In Zopounidis C. (ed). Operational Tools in the Management of Financial Risks, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht: 1998, pp. 121-136.
9. Greco S., Matarazzo B., Slowinski R. Rough sets methodology for sorting problems in presence of multiple attributes and criteria. European Journal of Operational Research, vol. 138.2002. p. 247-259.
10. Greco S., Matarazzo B., Slowinski R. Decision rule approach, In: Figueira J, Greco S, and Ehrgott M (eds) Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys. Springer-Verlag, Boston, 2005.pp. 507-562.
11. Greco S. Dominance-based Rough Set Approach for Decision Analysis –a Tutorial. Lecture Notes in Computer Science, vol. 5009/2008.p 23-24.
12. Zadeh L. Fuzzy sets. Information Control, vol. 8.1965.p. 338-353.
13. Ларичев О.И., Мошкович Е.М. Качественные методы принятия решений.М.: Физматлит.1996.
14. Ashikhmin Ilya, Furems Eugenia, Petrovsky Alexey, Sternin Michael . Intelligent DSS Under Verbal Decision Analysis. Encyclopedia of Decision Making and Decision Support Technologies (2 Volumes), Information Science Reference, Hershey • New York, Edited By: Frederic Adam, University College Cork, Ireland; Patrick Humphreys, London School of Economics, UK, Volume 2,2008. pp. 514-527.
15. Larichev O.I., Moshkovich E.M., Furems E.M. Decision Support System 'Class' In: P. Lourenc and G. Svenson (eds) New Direction in Research on Decision Making, Amsterdam: North-Holland.1986.p. 305-315.
16. Ларичев О.И., Мечитов А.И., Мошкович Е.М., Фуремс Е.М. Выявление экспертных знаний. М.:Наука. 1989.
17. Larichev O.I., Moshkovich H.M., Furems E.M., Mechitov A.I., Morgoev V.K. Knowledge Acquisition for the Construction of the Full and Contradiction Free Knowledge Bases. Iec ProGAMMA, Groningen, The Netherland.1991.
18. Larichev O., Kochin D., Kortnev A. Decision Support System for Classification of a Finite Set of Multicriteria Alternatives. Decision Support Systems.2002.p.13-21.
19. Ларичев, О. И., Болотов А. А. Система ДИФКЛАСС: построение полных и непротиворечивых баз экспертных знаний в задачах дифференциальной диагностики. Научно-техническая информация, серия 2, ВИНТИ, 1096.с.9-15.
20. Асанов А.А., Кочин Д.Ю. Метод выявления решающих правил в задачах экспертной классификации, Научно-теоретический журнал «Искусственный интеллект» Института Проблем Искусственного Интеллекта Украинской Академии Наук.2002.с. 20-21.
21. Larichev O., Asanov A., Naryzhny Y. Effectiveness evaluation of expert classification methods. European Journal of Operational Research, 138/2.2002. p. 260-273.
22. Larichev Oleg, Asanov Artyom, Naryzhny Yevgeny, Sergey Strahov . ESTHER – expert system for the diagnostics of acute drug poisoning. "Applications and Innovations in Intelligent Systems IX. Proceedings of the 21 SGES International Conference on Knowledge Based Systems and Applied Artificial Intelligence", Macintosh, A. and Moulton, M. and Preece, A. (eds). Cambridge, UK, Springer-Verlag.2001. p. 159-168.
23. Кочин Д.Ю. Система неявного обучения диагностике острого инфаркта миокарда. Труды ИСА РАН. 126.2005.с. 26-42.
24. Simon H. The New Science of Management Decision. Harper and Row, New York.1960.
25. Фуремс Е.М. Модифицированный метод экспертной номинально-порядковой классификации. Искусственный интеллект и принятие решений, 4.2010.с. 81-93.
26. Фуремс Е.М., Гнеденко Л.С. STEPCLASS – система извлечения экспертных знаний и проведения экспертизы для решения диагностических задач. Научно-техническая информация, серия 2, ВИНТИ, 9.1996.с. 16-20.
27. Фуремс Е.М. Структуризация задач классификации, основанных на знаниях, Информационные технологии и вычислительные системы, 3.2007.с.7-17.
28. Furems Eugenia M. Domain Structuring For Knowledge-Based Multiattribute Classification (A Verbal Decision Analysis Approach) TOP, Springer Berlin / Heidelberg, 19.2007.p.402–420.

Фуремс Евгения Марковна. Ведущий научный сотрудник Института системного анализа РАН. Окончила Московский инженерно-экономический институт им. С. Орджоникидзе в 1973 году. Кандидат технических наук. Автор более 60 научных работ и соавтор трех монографий. Область научных интересов: принятие решений по многим критериям, комбинаторная оптимизация, построение систем поддержки диагностических решений.