

Визуализация границы Парето при разработке правил управления ГЭС¹

Аннотация. Рассматривается проблема построения правил управления водохранилищем гидроэлектростанции. Предлагается многокритериальная методика поддержки принятия решений, в которой учитываются несколько критериев качества управления, описывающих интересы различных водопользователей и водопотребителей. Используется модель системы, позволяющая проводить расчеты для различных возможных вариантов правил, но не допускающая аналитическое исследование. Методика основана на аппроксимации оболочки Эджворта-Парето для рассматриваемой многокритериальной задачи и на последующей интерактивной визуализации границы Парето.

Ключевые слова: управление водохранилищами, многокритериальная оптимизация, граница Парето, аппроксимация, визуализация, параллельные вычисления.

Введение

Построение диспетчерских графиков управления водохранилищем с гидроэлектростанцией является многокритериальной задачей, поскольку водный режим (расходы и уровни) водохранилища должен удовлетворять разнообразным, часто противоречивым требованиям водопользователей. В частности, требуется обеспечивать гарантированный энергетический попуск, поддерживать уровни в верхнем и нижнем бьефах водохранилищ в пределах допустимых значений, не допускать сбросы воды, приводящие к затоплению освоенных пойменных земель, обеспечивать в заданных объемах требования водопользователей (коммунальное хозяйство, транспорт, сельское и рыбное хозяйство и т.д.), обеспечивать водопользователей водой с согласованной надежностью [1-5]. При этом требования различных водопользователей (например, энергетики, коммунального хозяйства и сельского хозяйства) конфликтуют между собой. Поэтому для анализа проблемы управления водохранилищем с ГЭС естественно использовать методы поддержки принятия

решений при нескольких критериях. В данной работе мы показываем, что при решении этой задачи могут быть эффективно использованы методы многокритериальной оптимизации, основанные на аппроксимации и визуализации границы Парето.

Аппроксимация границы Парето является классической проблемой многокритериальной оптимизации (МКО) [6-11] и имеет большое прикладное значение, поскольку на ней основаны так называемые апостериорные методы поддержки принятия решений, в которых лицо, принимающее решение (ЛПР) сначала изучает границу Парето, и только затем высказывает свои предпочтения – выбирает предпочтительную точку границы Парето. В частности, аппроксимация многомерной границы Парето является центральным этапом метода достижимых целей [9, 11], который используется в данной работе. В отличие от других апостериорных методов, в методе достижимых целей граница Парето визуализируется на основе предварительной аппроксимации оболочки Эджворта-Парето (ОЭП) – максимального множества, имеющего ту же границу Парето,

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 11-01-12136-офи-м и 13-01-00235), ПФИ Президиума РАН П-15 и П-18, ПФИ ОМН № 3.

что и изучаемая задача. Далее ЛПР указывает наиболее предпочтительное сочетание критериев (достижимую цель) прямо на границе Парето, изображенной на экране компьютера. По достижимой цели компьютер находит управление, реализующее эту цель.

Решения о величине ппуска воды через плотину ГЭС в единицу времени приходится выбирать с учетом неопределенности будущего притока воды в водохранилище. Поэтому при управлении водохранилищами принято не планировать ппуск заранее, а строить так называемые диспетчерские графики, в графическом виде описывающие правило выбора величины ппуска в зависимости от уровня водохранилища и, может быть, прогноза некоторых величин (скажем, объема притока воды в водохранилище в ближайшее время). Наиболее распространенным подходом к решению этой задачи является назначение ппуска на основе требований водопользователей [12]. Применение такого подхода, однако, встречает затруднения в случае конфликта требований различных водопользователей. В том случае, когда удается построить единую функцию, которая позволяет интегрировать потери всех водопользователей в единственный критерий выбора решения, можно использовать оптимизационный подход к поиску оптимальной в смысле данного критерия зависимости ппуска от уровня водохранилища [13]. Используя терминологию теории оптимального управления, в этом случае решается задача синтеза управления. Если же потери различных водопользователей невозможно свести к единственному критерию (скажем, когда каждый водопользователь отстаивает свои собственные интересы, сформулированные в виде его собственного критерия), для выбора правила управления приходится рассматривать задачу многокритериальной оптимизации. В соответствии с нашей информацией, впервые попытка свести многокритериальную задачу управления водохранилищем к переговорам на некоторой совокупности конечного числа точек границы Парето была предпринята в работе [14] при анализе межстрановой проблемы построения правила управления озером Вербано (Маджоре) на границе Италии и Швейцарии. В данной работе задача многокритериального синтеза управления водохранилищем решается на основе достаточно точной аппроксимации и визуализации границы Парето.

Выработка правил управления водохранилищем основывается на информации о приточности, обычно имеющейся в форме многолетних гидрологических рядов. Эта информация используется либо непосредственно (причем допускаются различные операции с исходным рядом, например в [15]), либо предварительно на основе такой информация строится случайный процесс, который можно использовать для генерирования искусственных гидрологических рядов любой продолжительности [16]. В данной работе мы не останавливаемся на этой проблеме и считаем, что имеется многолетний гидрологический ряд достаточной продолжительности (исторический или искусственный), на основе которого можно делать выводы о результатах применения того или иного правила управления водохранилищем.

В работе рассмотрена динамическая многошаговая модель водохранилища, адаптированная к случаю Иркутской ГЭС. Выбор такого объекта исследования обусловлен, с одной стороны, тем, что в случае этой ГЭС многокритериальность проблемы проявляется особенно ярко, так как одновременно приходится учитывать экологические проблемы озера Байкал и потребности различных водопользователей и водопотребителей, включая гидроэлектроэнергетику. В то же время, имеются достаточно долгие ряды наблюдений (более 100 лет) за притоком воды в озеро. Синтез управления водохранилищем Иркутской ГЭС осуществляется в виде некоторой параметрической зависимости ппуска воды через плотину от уровня водохранилища. Задав параметры этой зависимости, по гидрологическому ряду можно рассчитать значения критериев, характеризующих отклонения от приемлемых значений для экономических, экологических и других показателей за весь период наблюдения. Таким путем задача сводится к выбору наиболее предпочтительных значений этих параметров на основе решения задачи многокритериальной оптимизации при полной информации о приточности, заданной в виде ряда.

В апостериорных методах основные вычислительные усилия, особенно в случае нелинейных математических моделей и при значительном числе критериев, затрачиваются на аппроксимацию границы Парето. Поэтому в данной работе уделяется большое внимание алгоритмам аппроксимации границы Парето, использующим параллельные вычисления.

В целом статья имеет следующую структуру. В разделе 1 рассматривается математическая модель водохранилища, в разделе 2 - метод достижимых целей для нелинейных моделей, используемый в работе для решения задачи многокритериальной оптимизации. В разделе 3 описаны используемые методы аппроксимации ОЭП, а в разделе 4 обсуждается многопроцессорный алгоритм двухфазного метода аппроксимации ОЭП, являющегося основным методом аппроксимации. В разделе 5 описываются критерии выбора решения и процесс анализа границы Парето в рассматриваемой задаче построения правил управления водохранилищем.

1. Математическая модель водохранилища

Специалисты по водному хозяйству традиционно разбивают год на конечное число интервалов, каждый из которых характеризуется постоянной величиной потоков. В многошаговой динамической математической модели водохранилища Иркутской ГЭС, изучаемой в данной статье, год разбит на N интервалов, в течение которых потоки считаются постоянными. Рассмотрим период времени, для которого задан многолетний ряд наблюдений. Обозначим через P число лет в используемом многолетнем ряду, через T – общее число интервалов времени в рассматриваемом периоде времени, т.е. $T=N*P$. Пусть t – номер интервала времени, $t=1, \dots, T$, и Δt – продолжительность интервала с номером t .

В модель водохранилища Иркутской ГЭС включено озеро Байкал, вода которого используется для генерации электроэнергии. Состоянием системы является объем воды в озере Байкал. На момент начала интервала t этот объем обозначен через W_{t-1} . Динамика величины объема описывается балансовым соотношением:

$$W_t = W_{t-1} + Q_t - R_t,$$

где R_t – суммарный попуск из Иркутского водохранилища за период времени Δt , являющийся в рассматриваемой задаче принимаемым решением; Q_t – боковая приточность к озеру Байкал и Иркутскому водохранилищу за пери-

од времени Δt с учетом испарения и льдообразования (величина, не определенная в будущем, но заданная в рассматриваемом периоде времени гидрологическим рядом).

Считается, что поток из озера Байкал в Иркутское водохранилище устанавливается равным попуску из водохранилища. Задано начальное состояние, т.е. объем воды W_0 в озере Байкал в начале первого периода.

На основе значений состояния и управления можно рассчитать уровни озера Байкал (H_t), верхнего бьефа Иркутского водохранилища (\bar{H}_t) и нижнего бьефа водохранилища (\underline{H}_t) за период времени Δt . Эти три величины рассчитываются на основе заданных табличных функций:

$$H_t = F_1(W_t), \quad \bar{H}_t = F_2(H_t, R_t), \quad \underline{H}_t = F_3(R_t).$$

На основе этих величин может быть рассчитана выработка электроэнергии в единицу времени за период времени Δt

$$N_t = F_4(\bar{H}_t, \underline{H}_t, R_t),$$

а также холостой сброс воды за период времени Δt

$$S_t = F_5(R_t),$$

где F_4 и F_5 – заданные табличные функции.

В рассматриваемой задаче построения правила управления зависимость попуска R_t от состояния W_t задавалась с помощью, так называемого, диспетчерского графика (Рис.1). По оси абсцисс отложены номера (или названия) интервалов, на которые разбит год, а по оси ординат – уровни воды в водохранилище (в нашем случае – в озере Байкал). Диспетчерский график представляет собой совокупность конечного числа графиков непрерывных кусочно-линейных функций времени (так называемых перебойных линий), разбивающих плоскость на конечное число зон. Как видно на Рис.1, изломы диспетчерского графика лежат на вертикальных линиях, соответствующих началу каждого из интервалов, на которые разбит год. Обозначив через L_{k-1} значения кусочно-линейных функций в начале интервала k , $k=1, \dots, N$, получаем, что диспетчерский график задается семейством $\{L_k\}_{k=0}^{N-1}$ векторов параметров $L_k = (L_k^{(0)}, \dots, L_k^{(M)})$, где $L_k^{(j-1)} \leq L_k^{(j)}$ для всех $j=1, \dots, M$. Здесь $M+1$ – число кусочно-

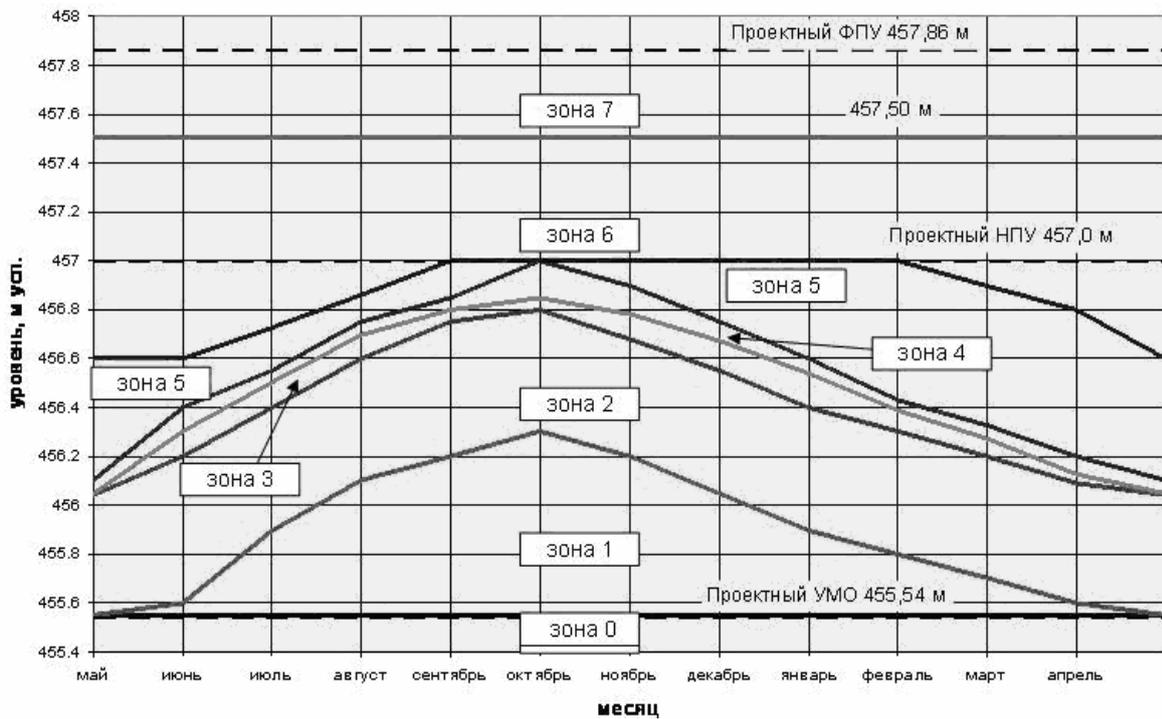


Рис. 1. Пример диспетчерского графика

линейных функций диспетчерского графика. Считается, что течение рассматриваемого периода времени используется один и тот же диспетчерский график.

Для определения величины ппуска в некоторый период времени требуется выяснить, к какой зоне относится уровень воды в водохранилище в начале данного периода времени. Пусть, например, для интервала, который является t -м интервалом рассматриваемого периода времени и k -м интервалом года, имеем $W_{t-1} \in [L_{k-1}^{(j)}, L_{k-1}^{(j+1)}]$. Тогда величина ппуска R_t рассчитывается по формуле:

$$R_t = R_{\min}^{(j)} + \frac{W_{t-1} - L_{k-1}^{(j)}}{L_{k-1}^{(j+1)} - L_{k-1}^{(j)}} \times (R_{\max}^{(j)} - R_{\min}^{(j)}),$$

где $R_{\min}^{(j)} \leq R_{\max}^{(j+1)}$ — числа, задающие диапазон допустимой величины ппуска при $W_{t-1} \in [L_{k-1}^{(j)}, L_{k-1}^{(j+1)}]$.

Отметим, что величина ппуска R_t не является непрерывной функцией уровня.

На Рис.1, кроме упомянутых зон, диспетчерский график содержит понятные водохозяйственникам обозначения, которые мы здесь не разъясняем, поскольку они не имеют отношения к теме нашей статьи.

Варьирование диспетчерского графика в нашем исследовании состоит в таком изменении параметров графика, т.е. векторов $\{L_k\}_{k=0}^{N-1}$, которое сохраняет порядок кривых, заданный исходным диспетчерским графиком. Варьирование основывается на использовании вспомогательной переменной. Рассмотрим некоторый интервал $k, k=1, \dots, N$ и вспомогательную переменную $x_k^{(j)}, j=1, \dots, M-1$, такую что $x_k^{(i)} \in (-1, 1)$. Для самой верхней и самой нижней линий, которые не варьируются, кладем $\tilde{L}_k^{(0)} = L_k^{(0)}$ и $\tilde{L}_k^{(M)} = L_k^{(M)}$. Для остальных линий новый вектор \tilde{L}_k рассчитываем следующим образом: полагаем

$$\begin{aligned} \tilde{L}_k^{(i)} &= -x_k^{(i)} \tilde{L}_k^{(i-1)} + (1 + x_k^{(i)}) L_k^{(i)} \text{ при } x_k^{(i)} < 0, \\ \tilde{L}_k^{(i)} &= x_k^{(i)} L_k^{(i+1)} + (1 - x_k^{(i)}) L_k^{(i)} \text{ при } x_k^{(i)} \geq 0. \end{aligned}$$

Таким образом, новые значения параметров $\{\tilde{L}_k\}_{k=0}^{N-1}$, которые определяют правила расчета ппуска R_t на основе состояния W_t , находятся на основе значений переменных $x_k^{(i)}, i=1, \dots, M-1, k=1, \dots, N$. Наиболее предпочтительные значения этих переменных должны быть найдены при решении задачи построения правила управления водохранилищем.

В описываемом исследовании, которое сосредоточено на задаче разработки диспетчерского графика для водохранилища Иркутской ГЭС, были использованы данные о приточности, реконструированные на период времени в $P=103$ года. Каждый год был разбит на $N=22$ интервала, причем некоторые из интервалов имели протяженность в один месяц, другие же, соответствующие половодью – одну декаду. Итак, имелась гидрологическая информация для периода в $T=103 \times 22$ интервалов времени, которая и использовалась для анализа качества различных графиков. При этом $M=7$, т.е. варьировалось 6 кривых диспетчерского графика, причем в соответствии с числом периодов в году каждая кривая описывалась 22 точками. Поэтому задача выбора диспетчерского графика характеризовалась $22 \times 6 = 132$ переменными $x_k^{(i)}, i=1, \dots, 6, k=1, \dots, 22$, удовлетворяющими ограничениям $x_k^{(i)} \in (-1, 1)$.

В исследовании учитывалось влияние выбора диспетчерского графика на величины, характеризующие нарушение экономических, экологических и коммунальных требований, сформулированных экспертами. Эти требования включают:

- производство электроэнергии в единицу времени (отдаваемая мощность) должно быть достаточно велико;
- уровень Байкала должен находиться в определенном диапазоне;
- попуски ограничены снизу и сверху определенными величинами.

Эти требования не могут быть выполнены одновременно из-за недостаточного объема приточности. Поэтому в исследовании изучалась задача минимизации нескольких вспомогательных критериев, построенных на основе штрафов за нарушение требований, сформулированных выше. Всего было рассмотрено восемь критериев качества управления, которые приведены в разделе 5.

Поскольку значения критериев для диспетчерского графика могут быть рассчитаны на основе математической модели, описанной выше, с использованием данных относительно приточности Байкала, задаваемой историческим или искусственным гидрологическим рядом, то задача выбора правила управления водохранилищем сводится к нелинейной

многокритериальной задаче выбора решения $x_k^{(i)}, i=1, \dots, 6, k=1, \dots, 22$, в которой значения критериев для каждого решения могут быть рассчитаны на основе имитации модели. Таким образом, критерии выбора связаны с правилом некоторой нелинейной модели, заданной в виде вычислительного модуля, на вход которого можно подать конкретный вектор решений, а на выходе получить значения критериев. Аппроксимация границы Парето для многокритериальных задач такого типа описана в следующем разделе.

2. Метод достижимых целей для нелинейных моделей

Задача многокритериальной оптимизации (МКО) математически формулируется следующим образом. Считается, что возможные решения x являются n -мерными векторами, которые должны принадлежать множеству допустимых решений, обозначаемому X . Предполагается, что совокупность критериев оптимизации задается m -мерным вектором y , значения которого могут быть рассчитаны по формуле $y=f(x)$, заданной, может быть, с помощью некоторого вычислительного алгоритма. Это соотношение позволяет ввести понятия множества достижимых критериальных векторов $Y=f(X)$, т.е.

$$Y = \{y : y = f(x), x \in X\}.$$

Отметим, что это множество заранее не известно, но его можно использовать для того, чтобы дать определение паретовой границы. Для определенности будем рассматривать задачу многокритериальной минимизации, т.е. будем считать, что для ЛПП желательно уменьшение значения каждого их критериев в отдельности (при равных значениях остальных критериев). Тогда из того, что $y' \leq y$ и $y' \neq y$ следует, что критериальная точка y' более предпочтительна для ЛПП, чем точка y (y' доминирует y). Поэтому теоретическим решением задачи многокритериальной минимизации является паретова (недоминируемая, неуплощаемая) граница $P(Y)$ множества Y , определяемая как:

$$P(Y) = \{y \in Y : \{y' \in Y : y' \leq y, y' \neq y\} = \emptyset\}.$$

Решения $x \in X$, порождающие критериальные точки $P(Y)$, составляют множество эффективных решений $P(X)$.

В апостериорных методах строится аппроксимация множества $P(Y)$, которая используется для информирования ЛПР о границе Парето. Таким образом, ЛПР информируется о разумных (с точки зрения используемого понятия доминирования) достижимых критериальных векторах с целью выбора из них критериальной точки, наиболее предпочтительной для ЛПР. В апостериорных методах МКО применяются два основных подхода к информированию ЛПР о границе Парето – использование больших списков многокритериальных точек, полученных в результате аппроксимации границы Парето, и визуализация границы Парето. Как известно [17], выбор из большого числа многокритериальных точек является задачей, слишком сложной для человека. Визуализация границы Парето может решить эту проблему [18].

Метод достижимых целей (МДЦ) – один из апостериорных методов, в котором отличается тем, что информирование ЛПР о границе Парето основано на ее визуализации. Как показывает практика [9, 11], визуализация границы Парето более удобна для ЛПР, чем изучение больших списков многомерных точек. Для осуществления такой визуализации предварительно требуется решить сложную задачу аппроксимации границы Парето. Кроме того, требуется выбрать способ визуализации границы Парето, удобный для ЛПР. Главная идея методов визуализации границы Парето, разрабатываемых в рамках МДЦ, состоит в том, что такая визуализация осуществляется на основе предварительной аппроксимации оболочки Эджворта-Парето (ОЭП) множества достижимых критериальных векторов Y , определяемой как:

$$Y^* = Y + R_+^m,$$

где R_+^m – неотрицательный конус пространства R^m

Другими словами, Y^* содержит не только вектора (точки) множества Y , но и все доминируемые ими вектора. При этом ОЭП имеет ту же границу Парето, что и множество Y . Благодаря этому, визуализация ОЭП позволяет ЛПР получить информацию о множестве $P(Y)$. Преимущество аппроксимации ОЭП вместо непосредственной аппроксимации границы Парето состоит в том, что ОЭП (как и множество Y) обычно устойчива к возмущениям. Преимущество аппроксимации ОЭП вместо аппроксимации множества Y состоит в том, что структура

границы ОЭП проще, чем структура границы самого множества Y : доминируемые границы множества Y , мешающие визуализации при $m > 2$, исчезают при переходе к множеству Y^* . Благодаря этому сечения ОЭП по двум критериям зависят монотонно от значений каждого из остальных критериев – они не расширяются (обычно становятся уже) при улучшении значений других критериев. Также важно, что построение аппроксимации Y^* является более простой задачей, чем аппроксимация Y .

Наличие аппроксимации ОЭП позволяет быстро рассчитывать и изображать на дисплее всевозможные наборы двумерных сечений ОЭП по требованию ЛПР. При этом наложение таких сечений при изменении некоторого третьего критерия дает представление о границе Парето для трех критериев, а возможность анимации трехкритериальной картины, которую принято называть картой решений, позволяет оценить влияние и других критериев. Благодаря монотонной зависимости сечений от других критериев ЛПР легко получает представление о потенциальных возможностях выбора и о связи величин критериев на границе Парето (о так называемых критериальных или эффективных замещениях).

Визуализация границы Парето на основе аппроксимации множества Y^* была с успехом использована для линейных моделей, для которых множества Y и Y^* выпуклы. Были разработаны мощные адаптивные алгоритмы аппроксимации этих множеств, благодаря чему МДЦ был применен в ряде прикладных систем поддержки принятия решений, в том числе в водном хозяйстве [9, 11, 19-21]. В невыпуклом случае вопросы аппроксимации и визуализации ОЭП значительно усложняются.

Аппроксимация ОЭП в невыпуклом случае может быть получена на основе конечной совокупности T точек множества Y , которая называется базой аппроксимации. Множество

$$T^* = \{ y + R_+^m : y \in T \}$$

задает внутреннюю аппроксимацию множества Y^* . В случае большого числа точек базы достаточно близких к границе Парето множество T^* удобно для визуализации ОЭП. Для построения такой аппроксимации ОЭП можно использовать любые методы точечной аппроксимации границы Парето. При решении этой задачи могут быть использованы гибридные методы,

предложенные в [22, 23]. Они могут применяться в многокритериальных задачах, в которых нелинейная математическая модель может быть задана в достаточно сложной форме, например, в виде вычислительного модуля (черного ящика). При этом не делается предположение о знании характеристик (скажем, постоянных Липшица) зависимостей, используемых в изучаемых моделях. Таким образом, разработанные методы отличаются областью применения от других работ, в частности, работы [24].

3. Алгоритмы аппроксимации ОЭП

Методы аппроксимации ОЭП, предложенные в [22, 23], основаны на синтезе методов глобального случайного поиска, локальной оптимизации, сжатия области поиска и био-инспирированных (эволюционных) методов оптимизации. Среди них особое место занимают двухфазный метод аппроксимации ОЭП, основанный на комбинации случайного поиска и локальной оптимизации, и био-инспирированный метод уточнения ОЭП, получивший название метода оштукатуривания. Эти методы являются в настоящее время основным средством решения прикладных задач [25].

3.1. Двухфазный метод аппроксимации ОЭП

Итеративный двухфазный метод аппроксимации ОЭП, предложенный в [22, 23], основан на последовательном улучшении текущей аппроксимации. Он базируется на генерировании случайных точек x^0 множества допустимых решений X и на дальнейшем «улучшении» этих точек таким образом, чтобы получить точки x , критериальные векторы $y=f(x)$ которых расположены ближе к границе Парето, чем $f(x^0)$. Такое «улучшение» точек реализуется на основе решения задач локальной скалярной оптимизации для некоторой свертки (скалярной функции) критериев. В частности, в [23] предлагается использовать свертки Чебышева или Гермейера, параметры которых зависят от точки x^0 . Возможны и другие свертки, невозрастающие или неубывающие по бинарному отношению Парето. Решение задач локальной оптимизации в [22, 23] осуществляется с помощью применения методов, основанных на расчете градиента свертки, в частности, мето-

дов сопряженного градиента, реализация которых описана в [26].

Рассмотрим алгоритм двухфазного метода аппроксимации ОЭП в простейшем виде, применяемом при автоматической аппроксимации ОЭП. До начала работы алгоритма должна быть задана величина ε_0 , характеризующая требуемую точность. Рассмотрим k -ю итерацию алгоритма. На предыдущей итерации должна быть построена аппроксимация ОЭП, базу которой обозначим T_{k-1} . Тогда аппроксимация – это множество $(T_{k-1})^*$.

3.2. Итерация двухфазного алгоритма

Генерируется выборка H_N , включающая N случайных точек, равномерно распределенных на множестве X .

Осуществляется локальная оптимизация точек выборки; совокупность полученных точек обозначим через $\Phi(H_N)$.

Рассчитывается величина ε^k – максимальное отклонение критериальных точек $f(\Phi(H_N))$, полученных на k -й итерации, от аппроксимации $(T_{k-1})^*$.

Рассматривается условие остановки алгоритма, имеющее вид $\varepsilon^k < \varepsilon_0$.

В том случае, когда остановка алгоритма не происходит, новая база аппроксимации строится на основе соотношения:

$$T_k = P(T_{k-1} \cup f(\Phi(H_N))).$$

Можно сформулировать большое число различных двухфазных методов, отличающихся свертками и методами локальной оптимизации. Отметим, что теоретические свойства двухфазного метода изучены в работе [27]. Недостатком двухфазных методов, основанных на градиентных методах, является необходимость вычисления значений критериальных векторов для большого числа точек для того, чтобы получить значения градиентов свертки критериальных функций. В том случае, когда модель задана в явном виде и можно построить формулы расчета градиента, острота описанной проблемы уменьшается, но в целом она остается и для своего решения требует использования параллельных вычислений. В рассматриваемом нами случае задачи управления водохранилищем модель включает логические соотношения и табличные функции, поэтому задачу нахождения градиента удастся решить только на

основе вариантного расчета значений критериев в близких точках. Это обуславливает большой объем вычислений, необходимых для аппроксимации ОЭП.

3.3. Био-инспирированный метод уточнения ОЭП (метод оштукатуривания)

Метод оштукатуривания, предложенный в [23], предназначен для улучшения аппроксимации ОЭП, полученной с помощью других методов (например, двухфазного метода). Он использует некоторые идеи генетических методов [10], основанных на эволюционных концепциях. Генетические методы включают генерирование потомства пар решений (родителей), в процессе которого потомство создается на основе того или иного метода комбинации координат пар решений. Далее используется случайная мутация полученных решений, т.е. случайное изменение их координат. Генетический метод завершается тем или иным отбором наиболее перспективных решений.

Метод оштукатуривания отличается от генетических методов тем, что предназначен не для построения границы Парето, а для улучшения уже построенной достаточно хорошей аппроксимации ОЭП. Отбор пар в методе оштукатуривания осуществляется на основе расстояния между образами решений в критериальном пространстве. Комбинация решений реализуется следующим образом: между точками каждой пары проводится отрезок и на нем случайным образом выбирается заранее заданное число новых точек множества допустимых решений («популяция наследников»).

Мутация решений в методе оштукатуривания не проводится в связи с тем, что в рамках этого метода используются заранее подготовленные достаточно хорошие решения. Отбор состоит в выделении эффективных решений. В случае необходимости такой отбор дополняется той или иной фильтрацией совокупности решений. Правило остановки метода основывается на тех же соображениях, что и на двухфазном методе.

Как и ожидалось, метод оштукатуривания позволяет значительно сгладить границу ОЭП (отсюда и название метода), что делает карты решений более выразительными и тем самым облегчает эксперту анализ многомерной границы Парето. Кроме того, как показали экспери-

менты, метод оштукатуривания часто позволяет значительно улучшить аппроксимацию ОЭП (например, в прикладной задаче, описанной в [32]). В задаче, изучавшейся в данном исследовании, метод оштукатуривания также позволил улучшить аппроксимацию ОЭП.

4. Многопроцессорный двухфазный алгоритм аппроксимации ОЭП

Методы, предложенные в [22, 23], с самого начала были сформулированы так, чтобы их было можно легко реализовать на параллельных компьютерах (кластерах или суперкомпьютерах) [28]. В наших исследованиях реализация методов аппроксимации ОЭП в рамках многопроцессорных систем основывается на использовании интерфейса передачи сообщений (Message Passing Interface, MPI), который является библиотекой процедур, предназначенной для работы с многопроцессорной системой [29]. Точнее говоря, с помощью вызовов процедур библиотеки MPI осуществляется взаимодействие и синхронизация процессов распределенной программы, предварительно закодированных на последовательном языке программирования.

Важно, что интерфейс программирования MPI-приложений является единой библиотекой, которую можно эффективно реализовать на различных многопроцессорных машинах. В настоящее время библиотека MPI стала стандартом и является развитой системой параллельного программирования с передачей сообщений, которая позволяет создавать эффективные, надежные и переносимые параллельные программы высокого уровня.

Использование многопроцессорной системы требует выделения операций алгоритма двухфазного метода аппроксимации, которые могут выполняться независимо на отдельных процессорах. В данном алгоритме на итерации на каждом отдельном процессоре осуществляются генерирование заданного числа точек выборки и их локальная скалярная оптимизация. После этого на одном выделенном процессоре осуществляется расчет максимального для данной итерации отклонения новых точек от предыдущей аппроксимации и строится новая база аппроксимации. Более подробное описание параллельного алгоритма приведено в [30].

Был осуществлен экспериментальный анализ эффективности использования суперкомпьютера при аппроксимации ОЭП в задаче построения диспетчерского графика для Иркутского водохранилища. Вычислительные эксперименты были направлены на изучение зависимости эффективности параллельной формы алгоритма двухфазного метода от числа процессоров. Для того чтобы исключить влияние случайности на полученные результаты, генерировалась одна и та же последовательность случайных точек. Чтобы исключить влияние стартового времени инициализации параллельной программы, была введена программная синхронизация всех процессов, участвующих в работе алгоритма. Объем выборки на одной итерации N составлял 1000 точек, а число итераций двухфазного алгоритма равнялось 10. Время расчета критериальной функции составило в среднем 0.003 секунды. Оказалось, что время, затрачиваемое на решение одной задачи локальной скалярной оптимизации, сильно зависит от исходной точки: оно варьировалось от 0,5 до 22 секунд.

В качестве критерия эффективности параллельного алгоритма часто используют его ускорение $S_p = t_1/t_p$, где t_1 – время расчета для одного процессора, t_p – время расчета при использовании p процессоров. Как известно [28], алгоритм и его программная реализация называются масштабируемыми, если ускорение зависит от числа используемых процессоров линейно, т.е. $S_p = O(p)$. Оказалось, что алгоритм хорошо масштабируется при числе используемых процессоров от 10 до 100. Главным критерием качества использования нескольких процессоров является величина эффективности, определяемая соотношением $E_p = S_p/p$.

Как видно на Рис. 2, при десяти процессорах эффективность алгоритма близка к единице, однако при росте числа процессоров от 10 до 100 эффективность алгоритма уменьшается до 0.67. Одним из объяснений этого падения эффективности может служить упомянутый выше факт большого разброса затрат времени на решение одной задачи оптимизации в зависимости от начальной точки. Это приводит к простоям процессоров в ожидании завершения работы одного процессора.

Итак, при числе процессоров в пределах сотни использование параллельных вычисле-

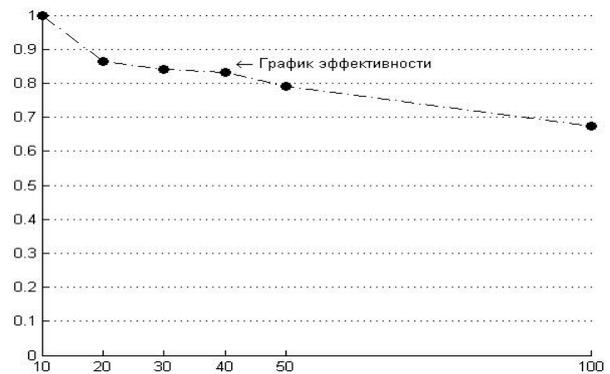


Рис. 2. График зависимости эффективности от числа процессоров

ний в задаче построения ОЭП для модели Иркутской ГЭС оказывается достаточно эффективным. Другие исследования эффективности параллельных форм двухфазного метода описаны в [31].

5. Задача разработки диспетчерского графика

Разработанные алгоритмы позволили решить рассматриваемую в данной статье задачу аппроксимации ОЭП и использовать визуализацию границы Парето при поиске удовлетворительных диспетчерских графиков управления водохранилищем Иркутской ГЭС. Рассмотрим критерии, использовавшиеся в исследовании. Как уже говорилось в разделе 1, критерии выбора решения базировались на величинах штрафов, связанных с нарушениями сформулированных экспертами требований к результатам функционирования водохранилища. В исследовании были рассмотрены следующие штрафы, средние по многолетнему ряду.

1) Средний годовой штраф за холостой сброс воды $C_1 = \frac{\sum S_t^2}{L}$.

2) Штрафы за нарушение требований к величине попуска:

2.1. $C_2 = \frac{\sum_{t: R_t < A_2} (R_t - A_2)^2}{L}$ – средний годовой штраф за нарушение требования $R_t \geq A_2$, где $A_2=1500$ м.куб./сек – минимально допустимый уровень попуска с мая по сентябрь;

$$2.2. C_3 = \frac{\sum_{t:R_t < A_3} (R_t - A_3)^2}{L} - \text{средний годовой}$$

штраф за нарушение требования $R_t \geq A_3$, где $A_3=1350$ м.куб./сек. – минимально допустимый уровень попуска с октября по апрель;

$$2.3. C_4 = \frac{\sum_{t:R_t > A_4} (R_t - A_4)^2}{L} - \text{средний годовой}$$

штраф за нарушение требования $R_t \leq A_4$, где $A_4=4000$ м.куб./сек. – максимально допустимый уровень попуска.

3) Штрафы за нарушение требований по производству электроэнергии:

$$3.1. C_5 = \frac{\sum_{t:N_t < A_5} (N_t - A_5)^2}{L} - \text{средний годовой}$$

штраф за нарушение требования по отдаваемой мощности $N_t \geq A_5$, где $A_5=372$ Мвт;

$$3.2. C_6 = \frac{\sum_{t:N_t < A_6} (N_t - A_6)^2}{L} - \text{средний годовой}$$

штраф за нарушение требования по отдаваемой мощности $N_t \geq A_6$, где $A_6=340$ Мвт.

4) Штраф за недостаточный попуск в условиях высокого уровня в озере Байкал:

$$C_7 = \frac{\sum_{t:R_t < A_7 \& H_t > B_7} (H_t - B_7)^2}{L} - \text{средний годовой}$$

штраф за недостаточный попуск (менее $A_7 = 3200$ м.куб./сек.) при уровне воды, превышающем $B_7 = 457$ м;

5) Штраф за нарушение государственных требований к уровню воды в озере Байкал:

$$C_8 = \frac{\sum f(H_t)}{L}, f(H_t) = \begin{cases} (H_t - A_8)^2, & H_t < A_8 \\ 0, & H_t \in [A_8, B_8] \\ (H_t - B_8)^2, & H_t > B_8 \end{cases} .$$

Это средний годовой штраф за нарушение требований к уровню воды в озере Байкал, который должен находиться между $A_8 = 456$ м и $B_8 = 457$ м.

Рассматриваемые в исследовании критерии $y_i, i=1, \dots, 8$, представляли собой отношение указанных штрафов к величинам штрафов, полученных при использовании для некоторого «исходного» диспетчерского графика, разработанного специалистами по водному хозяйству, т.е. $y_i = C_i / C_i^0$, где $C_i^0, i=1, \dots, 8$ – штрафы, соответствующие «исходному» графику.

Были изучены карты решений – наборы сечений ОЭП, характеризующие границу Парето. Так, на Рис. 3 показано сечение ОЭП в координатах критериев y_1 и y_2 . Юго-восточная граница сечения показывает границу Парето для критериев y_1 и y_2 при некоторых ограничениях, наложенных на критерии y_3, y_4 и y_5 . Эти ограничения установлены слайдерами прокруток. На Рис. 3 слайдеры указывают, что рассматривается полный диапазон множества Парето по критериям y_3, y_4 и y_5 , который устанавливается автоматически.

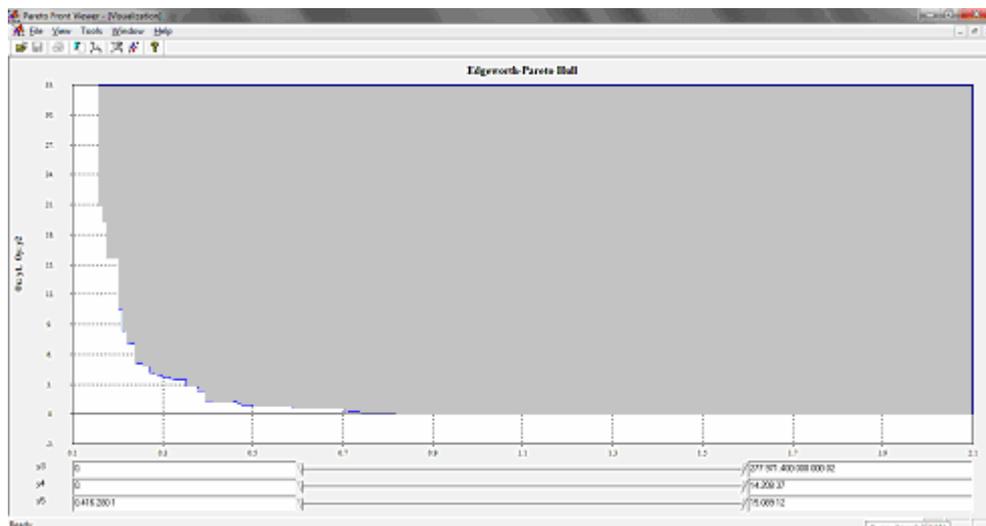


Рис 3. Сечение ОЭП

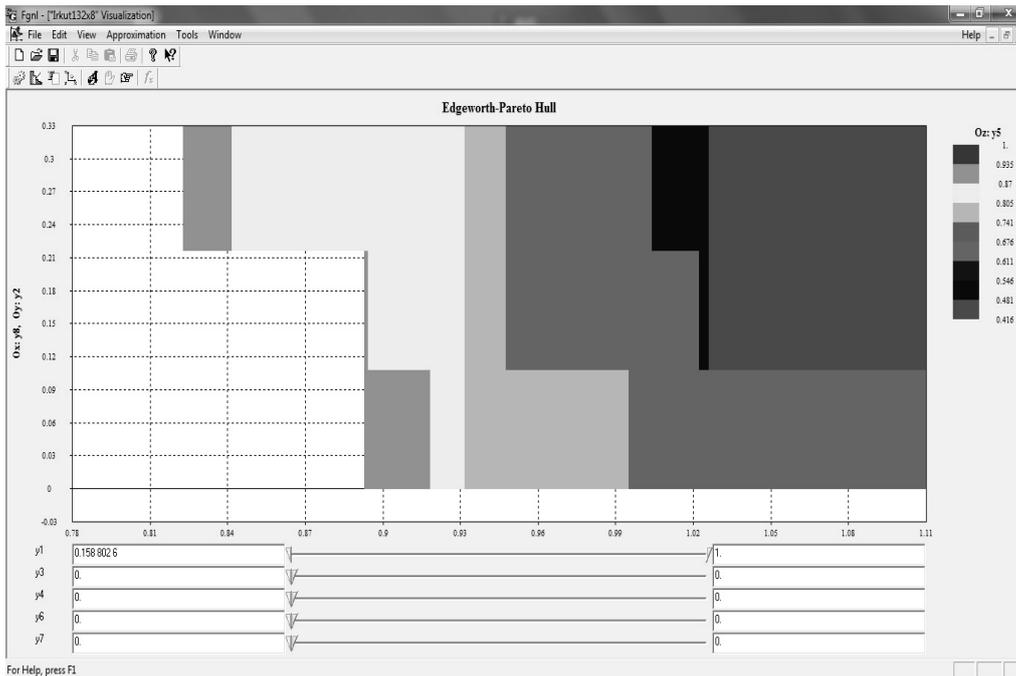


Рис. 4. Черно-белая копия цветной карты решений

Анализ различных сечений и карт решений при разных наборах критериев показал, что в этой задаче граница Парето имеет следующее важное свойство. Оказалось, что уменьшение значений третьего, четвертого, шестого и седьмого критериев до нуля, т.е. точное выполнение соответствующих требований, не приводит к существенному ограничению возможностей по уменьшению значений остальных критериев. Поэтому в дальнейшем для перечисленных критериев был установлен диапазон $[0, 0]$, а дальнейший поиск решений ограничивался выбором значений критериев y_1, y_2, y_5 и y_8 . Более того, было решено ограничиться такими значениями штрафов, которые не больше значений в «исходном» диспетчерском графике, т.е. потребовать $y_i \leq 1, i=1,2,5,8$. Далее были изучены различные карты решений, удовлетворяющие этим ограничениям.

На Рис. 4 показана черно-белая копия одной из таких карт решений, составленная из наложенных одно на другое сечений ОЭП, параллельных координатной плоскости (y_8, y_2) для различных сечений y_5 (значения y_8 указаны на горизонтальной оси, значения y_2 – на вертикальной оси). Диапазоны значений y_5 для каждого сечения указаны в палитре, расположен-

ной правее карты решений, цвет штриховки сечения (на экране компьютера – цвет сечения) соответствует цвету в палитре и позволяет определить соответствующий диапазон значений y_5 . Важно, что при ухудшении (в данном случае – увеличении) значения y_5 сечение может только расширяться, что помогает разобраться в том, какому диапазону соответствует какое сечение. Так, максимальному диапазону $[0.935, 1]$ соответствует максимальное темно-серое сечение, которое на данной карте решений не видно. Это означает, что оно загораживается следующим серым сечением, соответствующим следующему диапазону $[0.87, 0.935]$. Поскольку серое сечение полностью загораживает темно-серое сечение, нет смысла использовать диапазон $[0.935, 1]$ значений y_5 , так как он не приносит дополнительных возможностей улучшения значений критериев y_8 и y_2 . Наоборот, переход от диапазона $[0.87, 0.935]$ к диапазону $[0.805, 0.87]$ соответствует сжатию сечения: белое сечение не полностью покрывает серое сечение, куски которого видны из-под белого сечения: сочетания y_8 и y_2 серого сечения уже не доступны при значениях y_5 , принадлежащих диапазону $[0.805, 0.87]$. Конечно, анализ цветной карты решений более нагляден,

чем ее черно-белой копии. Подобный анализ рассмотренных и других сечений этой карты решений позволяет эксперту оценить, насколько улучшение значения критерия y_5 приводит к сужению возможностей по критериям y_8 и y_2 , и указать предпочтительные сочетания всех трех критериев.

На прокрутках, лежащих под картой решений, установлены диапазоны значений остальных критериев. Как уже говорилось, диапазоны значений критериев y_3 , y_4 , y_6 и y_7 совпадают с нулем. На карте решений для критерия y_1 выбран диапазон $[0, 1]$. При движении правого слайдера влево, т.е. при ужесточении требований по этому критерию, происходит сжатие карты решений, т.е. уменьшение возможностей выбора критериев y_2 , y_5 и y_8 . Сдвигая правый слайдер, эксперт может изучить влияние ужесточения требований к критерию y_1 на эти три критерия. Подчеркнем, что критерий y_1 можно перенести на карту решений, переместив на прокрутку какой-нибудь из критериев y_2 , y_5 и y_8 .

В результате проведенного анализа экспертами были отобраны пять критериальных точек, для которых $y_3 = y_4 = y_6 = y_7 = 0$. Содержательно это равенство означает, что выполняются следующие требования:

- с октября по апрель попуск не менее 1350 м. куб./с;
- попуск не превышает 4000 м. куб./с;
- отдаваемая мощность не менее 340 Мвт;
- при уровне воды в озере Байкал, превышающем 457 м, попуск не менее 3200 м. куб./с.

Значения остальных критериев в пяти отобранных точках даны в таблице.

№ точки	y_1	y_2	y_5	y_8
1.	0.77	0.22	0.85	0.84
2.	0.91	0.00	0.91	0.89
3.	0.86	0.00	0.77	0.93
4.	0.86	0.11	0.65	0.95
5.	0.83	0.11	0.42	1.02

Как видно, точки упорядочены в соответствии с ростом последнего критерия – штрафа за

нарушение требований к уровню воды в оз. Байкал. Все отобранные точки (кроме последней, пятой) по всем критериям превосходят результаты «исходного» диспетчерского графика. Последняя точка была также включена в список, поскольку, несмотря на небольшое увеличение штрафа за нарушение требований к уровню озера (y_8), в этой точке удалось значительно уменьшить штрафы за нарушение минимально допустимого уровня попуска с мая по сентябрь (y_2) и нарушение требования, чтобы отдаваемая мощность была не менее 372 Мвт (y_5). Кроме того, по сравнению с результатами «исходного» диспетчерского графика несколько уменьшены штрафы за холостой сброс воды (y_1).

Отметим, что все точки являются эффективными по Парето и предоставляют довольно широкие возможности выбора варианта решения в соответствии с предпочтениями ЛПР. Так, первая точка характеризуется относительно низким штрафом за холостой сброс воды и за нарушение требований к уровню озера, но более высокими штрафами за нарушение минимально допустимого уровня попуска с мая по сентябрь и по отдаваемой мощности. Вторая и третья точки отличаются полным выполнением требований по минимально допустимому уровню попуска с мая по сентябрь ($y_2=0$). Четвертая точка представляется наиболее сбалансированной.

Для каждой из точек были найдены приводящие к ней решения. По этим решениям были построены векторы $\{\tilde{L}_k\}_{k=0}^{N-1}$, задающие перебойные линии диспетчерского графика. Отобранные диспетчерские графики были изучены экспертами с рассмотрением дополнительных показателей, не использовавшихся при решении задачи оптимизации. В частности, были использованы показатели типа числа лет без нарушений ограничений и т.д. Все это дало экспертам полезную информацию, которая используется при разработке диспетчерских правил управления каскадом водохранилищ реки Ангара.

Заключение

Проведенное исследование показывает, что методы визуализации границы Парето для нелинейных моделей могут быть эффективно использованы при построении правил управления

водохранилищами. В настоящее время данная методика переносится на задачу построения правил управления для каскада водохранилищ в условиях многих критериев выбора решения.

Литература

1. Резниковский А.Ш., Александровский А.Ю., Атурин В.В. и др. Гидрологические основы гидроэнергетики. М: Энергия, 1979.
2. Крицкий С.Н., Менкель М.Ф. Гидрологические основы управления водохозяйственными системами. М: Наука, 1982.
3. Пряжинская В.Г., Ярошевский Д.М., Левит-Гуревич Л.К. Компьютерное моделирование в управлении водными ресурсами. М.: Физматлит, 2002.
4. Хранович И.Л. Управление водными ресурсами. Поточные модели. М.: Научный мир, 2001.
5. Обоснование стратегий управления сводными ресурсами. Под ред. В.И. Данилова-Данильяна. М.: Научный мир, 2006.
6. Краснощекоев П.С., Морозов В.В., Федоров В.В. Декомпозиция в задачах проектирования // Известия АН. Серия Техн. Киб., 1979. № 2. С. 7-17.
7. Евтушенко Ю.Г. и Потапов М.А. Методы численного решения многокритериальных задач. // ДАН, 1986. Т. 291. С. 25-29.
8. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. М.: Радио и связь, 1992.
9. Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К., Черных О.Л. Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей. М.: Наука, 1997.
10. Deb K. Multi-objective optimization using evolutionary algorithms. Chichester, UK: Wiley, 2001.
11. Lotov A.V., Bushenkov V.A., Kamenev G.K. Interactive Decision Maps. Boston: Kluwer, 2004.
12. Loucks D.P., van Beek E. Water Resources Systems Planning and Management. An Introduction to Methods, Models and Applications. Paris: UNESCO and Delft, the Netherlands: Delft Hydraulics, 2005.
13. Castelletti A., Pianosi F., Soncini-Sessa R. Water reservoir control under economic, social and environmental constraints. *Automatica*, 44 (2008) 1595–1607.
14. Soncini-Sessa R., Cellina F., Pianosi F., Weber E. Integrated and Participatory Water Resources Management: Practice. Amsterdam: Elsevier, 2007.
15. Агасандян Г.А. Алгоритмы построения диспетчерских правил управления для каскадов водохранилищ // Водные ресурсы, 1985, № 5, с.34-46.
16. Болгов М.В., Сарманов И.О., Сарманов О.В. Марковские процессы в гидрологии. М. 2009. 211 с.
17. Ларичев О.И. Объективные модели и субъективные решения. М.: Наука, 1987.
18. Lotov, A.V., and Miettinen, K. Visualizing the Pareto Frontier // In: Branke J., Deb K., Miettinen K., Slowinski R. (eds.) Multiobjective Optimization. Interactive and Evolutionary Approaches, Lecture Notes in Computer Science, V. 5252, Berlin-Heidelberg: Springer, 2008, p. 213-244.
19. Лотов А.В., Бушенков В.А., Черных О.Л. Компьютерная система поддержки поиска водохозяйственных стратегий: структура и опыт использования // Научно-техническая информация. Серия 2. Информационные процессы и системы. 1998, №3, с.1-10.
20. Lotov, A.V., Bourmistrova, L.V., Efremov, R.V., Bushenkov, V.A., Buber, A.L., and Brainin, N.A. Experience of model integration and Pareto frontier visualization in the search for preferable water quality strategies // *Environmental modelling and software*, 20(2), 2005, p. 243-260.
21. Castelletti, A., Lotov, A., Soncini-Sessa, R. Visualization-based multi-criteria improvement of environmental decision-making using linearization of response surfaces. *Environmental Modelling and Software*, v.25, 2010, pp. 1552-1564.
22. Лотов А.В., Каменев Г.К., Березкин В.Е. Аппроксимация и визуализация паретовой границы для невыпуклых многокритериальных задач. // ДАН, 2002 Т. 386, № 6. С. 738-741.
23. Березкин В. Е., Каменев Г. К., Лотов А. В. Гибридные адаптивные методы аппроксимации невыпуклой многомерной паретовой границы // ЖВМиМФ. 2006. Т. 46, № 11. С. 2009-2023.
24. Евтушенко Ю.Г., Посыпкин М.А. Параллельные методы решения задач глобальной оптимизации. Труды 4-ой Межд. Конф. «Параллельные вычисления и задачи управления» (РАКО'2008). С. 18-39.
25. Lotov A., Berezkin V., Kamenev G., Miettinen K. Optimal Control of Cooling Process in Continuous Casting of Steel Using a Visualization-Based Multi-Criteria Approach // *Applied Mathematical Modelling*. 2005. V. 29(7), P. 653-672.
26. Евтушенко Ю.Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. М.: Наука, 1982.
27. Березкин В.Е., Каменев Г.К. Исследование сходимости двухфазных методов аппроксимации оболочки Эджворта-Парето в нелинейных задачах многокритериальной оптимизации // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2012, Т. 52, № 6, с. 990–998.
28. Воеводин В. В., Воеводин Вл. В. Параллельные вычисления. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2002.
29. Корнеев В. Д. Параллельное программирование в MPI. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.
30. Каменев Г.К., Лотов А.В., Рябиков А.И. Использование параллельных вычислений при аппроксимации многомерной границы Парето в задачах многокритериальной оптимизации, Тр. V Междунар. конф. "Параллельные вычисления и задачи управления" РАСО'2010 (Москва, 26-28 октября 2010 г.), ИПУ РАН, 2010, с.241-263.
31. Рябиков А.И. Анализ и реализация двухфазных методов нелинейной многокритериальной оптимизации на суперкомпьютерах. М.: Изд. ВЦ РАН, 2009.
32. A.Lotov, V. Berezkin, G. Kamenev, Miettinen K. Optimal Control of Cooling Process in Continuous Casting of Steel Using a Visualization-Based Multi-Criteria Approach // *Applied Mathematical Modelling*, 29(7), p.653-672.

Лотов Александр Владимирович. Главный научный сотрудник, профессор Вычислительного центра РАН. Окончил Московский физико-технический институт в 1969 году. Доктор физико-математических наук. Автор около 120 научных работ, в том числе четырех монографий. Область научных интересов: многокритериальная оптимизация, теория управления. E-mail: avlotov@yandex.ru

Рябиков Андрей Игоревич. Младший научный сотрудник Вычислительного центра РАН. Окончил МГУ им. М.В.Ломоносова в 2005 году. Автор 13 научных работ. Область научных интересов: многокритериальная оптимизация, вычислительная математика. E-mail: riabikov@rambler.ru

Бубер Александр Леонидович. Заведующий лабораторией ВНИИГиМ Россельхозакадемии. Окончил МГУ им. М.В.Ломоносова в 1972 году. Автор более 30 печатных работ. Область научных интересов: управление водными ресурсами, гидромелиорация. E-mail: buber49@rambler.ru