

# Web-платформа для создания интерактивных обучающих курсов по вычислительным методам<sup>1</sup>

**Аннотация.** В статье описывается электронная образовательная система, созданная в Институте вычислительной математики (ИВМ) РАН в 2012-2013 гг. Рассматриваются вопросы актуальности сетевых образовательных проектов, проводится сравнение с существующими образовательными платформами. Раскрываются основные принципы реализации, и описывается пробный курс вычислительной математики, реализованный в рамках созданной системы.

**Ключевые слова:** образование, электронные курсы, Python, Django.

## Введение

С широким распространением Интернета и мобильных коммуникационных устройств все большие аспекты человеческой жизни переносятся во Всемирную паутину. Естественным этапом этого процесса стало появление онлайн-лекций и даже целых курсов с практическими заданиями и онлайн-аттестацией, проводимых авторитетными университетами (Принстонский, Стенфордский). Одной из ведущих платформ в проведении таких курсов является платформа Coursera [1].

Проекты интерактивного образования в сети Интернет стали популярны благодаря бесплатному доступу и высокому качеству курсов. Так, некоммерческий ресурс Khan Academy [2], предоставляющий множество микролекций по предметам школьной и университетской программ, уже достиг отметки в 300 миллионов просмотров своих уроков. Интерактивная составляющая этих курсов позволяет углубить понимание материала, упростив вместе с тем методику аттестации.

Популярным средством интерактивного обучения основам программирования, в частности, на языках Python, Ruby и JavaScript, яв-

ляется система Codecademy [3]. Курсы этой системы представляют собой набор кратких последовательных уроков, каждый из которых завершается упражнением, связанным с написанием кода на изучаемом языке и исполнением его в предоставляемой сайтом среде.

Программирование вычислительных приложений обладает характерной особенностью — необходимостью использования большого количества разных инструментов. Это: отдельные библиотеки и инструменты, которые могут использоваться для алгебраических операций (BLAS, LAPACK, SPARSKIT) и построения расчётных сеток (ani2D, ani3D), средства визуализации результатов (gnuplot, matplotlib, idl) и т.д. Таким образом, происходит усложнение курса и самой системы обучения вычислительным методам.

В преподавании численных методов, обычно, используют два методически разных подхода. Первый — интерактивная система с графическим интерфейсом и мощным вычислительным ядром, предоставляющая пользователю возможность задавать исходные данные: шаг расчётной сетки, методы дискретизации по пространству и времени и т.д. Подобный подход, с одной стороны, упрощает работу с системой, но с другой стороны студент хуже

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. (гранты № 8235, № 8344, № 8350).

запоминает сами схемы или значения физических параметров, характеризующих моделируемый процесс. Второй подход заключается в предоставлении студенту времени на освоение всего набора умений и инструментов, необходимых для решения даже простейших задач. При этом студент глубоко погружается в технические подробности написания вычислительных приложений, организации вычислений и взаимодействия со средствами графического отображения результатов. Такой подход требует времени и в значительной мере отвлекает внимание от идейной составляющей применяемых методов и курса в целом.

В статье рассматривается web-ориентированная образовательная система для проведения практических занятий по вычислительным методам, разработанная в ИВМ (РАН). Система реализует промежуточный этап между двумя приведенными подходами. Web-платформа предназначена для автоматизации и упрощения процесса создания интерактивных обучающих курсов в области вычислительной математики и численных методов. Реализованный функционал при этом призван обеспечить создание упражнений, постепенно переходящих от знакомства с идейными основами курса к техническим деталям реализации алгоритмов, сопровождаемой наглядной демонстрацией блочной структуры вычислительных программ.

## 1. Принципы построения web-платформы

Каждый курс в построенной системе представляет собой набор упражнений, выполнение каждого из которых требует создания некоторого подобия блок-схемы решения поставленной вычислительной задачи. Базовыми элементами рабочего пространства являются *вычислительные блоки*. Идея разбивать программу на отдельные блоки с некоторым вычислительным кодом встречалась и ранее. Здесь можно упомянуть IPython Notebook [7], который в последнее время используется для представления учебных материалов вместе с вычислительным кодом. Однако в IPython Notebook отсутствует возможность создавать обособленные блоки и задавать сложные связи. Такие системы используются инженерами для разработки прикладного ПО (Simulink MATLAB), однако целевая функция здесь дру-

гая - распределить работу между различными людьми.

Каждый вычислительный блок в системе имеет некоторый набор входов и выходов данных. Между блоками можно задавать связи; связанные блоки передают друг другу некоторые объекты в качестве результатов своей работы. Различные блоки выполняют различные функции. Например, блок с кодом позволяет проводить расчеты на определенном языке программирования (например, Python или Fortran), блок построения графиков — визуализировать результаты вычислений, полученные от другого блока, а блок с комментариями — давать пояснения к решению задачи.

Так может выглядеть типичная базовая задача по численным методам:

1. Сформировать матрицу разностного оператора с учетом граничных условий.
2. Решить полученную систему линейных уравнений с заданной правой частью с помощью одного из классических итерационных методов.
3. Построить график решения.

Соответственно, в терминах блоков и связей эта задача может звучать следующим образом:

1. Создать блок кода на Python и написать код, выдающий на выход матрицу разностного оператора в виде Python-объекта.
2. Создать блок -"солвер" и направить выход предыдущего блока на вход солвера.
3. Создать блок-график и направить выход солвера на вход графика.
4. Запустить расчет.

При решении поставленной задачи подобным образом студент абстрагируется от проблем, связанных с вызовом библиотечных подпрограмм, занимающихся решением систем, которые, как правило, принимают большое количество аргументов и обладают сложным механизмом работы, а также от проблем, связанных с сохранением результатов вычислений и передачей их программам, занимающимся визуализацией. Например, функции SPARSKIT и другие решатели, написанные на Fortran, традиционно возвращают управление вызывающей программе много раз в различных ситуациях. Это связано с тем, что ранний Fortran не поддерживал указатели на функции.

Система позволяет формулировать каждое упражнение как список подзадач, которые должен выполнить студент, чтобы оно было заче-

но. Например, список подзадач для описанного выше задания мог бы выглядеть так:

1. Получить на выходе одного из блоков заданную матрицу. Вид матрицы определяется при создании упражнения и скрыт от студента.

2. Получить на выходе одного из блоков заданный вектор. Это может быть заранее рассчитанный правильный вектор решения. При этом равенство векторов может быть не точным, а приближительным, например, удовлетворять соотношению  $\|x - y\| < \epsilon$ .

3. Получить на входе произвольного блока-графика заданный вектор.

По ходу выполнения задачи система сама проверяет выполнение подзадач и позволяет студенту отслеживать правильность решения и свой прогресс. Работа преподавателя в этом случае заключается в создании объектов-

подзадач, которые могут быть как фиксированными данными (производится проверка равенства результата правильному) или, в более сложных случаях, написании Python-функции проверки правильности решения задачи в целом. Система предоставляет для этого этапа специальный интерфейс.

Созданная система позволяет создавать отдельное рабочее пространство для решения каждой задачи. При этом конфигурация каждого рабочего пространства сохраняется на сервере, что позволяет преподавателю и проверяющим изучить не только результаты по решению задач студентами, но и проверить каждое решение в отдельности.

Пример реального рабочего пространства при решении одной из задач пробного курса показан на Рис. 1.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт вычислительной математики Российской академии наук

Интерактивная Образовательная Система

Курс | Задачи | Решения

Профиль

Saluev  
Последний вход: 18 Сен, 18:06  
Решено: 3, начато: 11  
Сменить пароль | Выйти

Comment

Python code block

Fortran code block

Plot

(б) Создайте матрицу с элементами вида  $A_{ij} = \frac{1}{i+j}$ ,  $i = \overline{1, 100}$ ,  $j = \overline{1, 100}$  и подайте её на выход какого-либо блока.

(а) Сгенерируйте матрицу Гильберта порядка 100.  
✓ Постройте график её сингулярных чисел.  
✗ Вычислите наилучшее приближение этой матрицы ранга 1.  
✗ Вычислите наилучшее приближение этой матрицы ранга 10.

Python code block

```
import numpy as np
a = np.array([[1.0 / (2.0 + i + j) for j in range(100)] for i in range(100)])
u, s, v = np.linalg.svd(a)
output = [u[:, :10], s, v.T[:, :10], a]
```

(г) Plot

Plot

Расчёт!

Расчёт!

Расчёт!

Рис. 1. Скриншот рабочего пространства при выполнении первого задания пробного курса

а) список подзадач для данного задания; б) всплывающая подсказка по выполнению подзадания; в) список доступных для использования в этом задании блоков; г) рабочая область с блоками и связями

## 2. Особенности технической реализации

Система разрабатывалась как браузерное web-приложение со стандартным разделением на клиентскую и серверную часть. Серверная часть созданной системы была реализована на основе платформы Django. Код сервера написан на языке программирования Python с использованием средств библиотеки Django. Основные объекты системы (курсы, упражнения, подзадачи, решения) хранятся в базе данных на сервере (на момент написания статьи используется БД MySQL). Платформа Django позволяет работать с объектами, хранящимися в таблицах БД, как с объектами Python, что позволило активно использовать объектно-ориентированные возможности этого языка при реализации серверной части.

Клиентская часть разрабатывалась на традиционной связке HTML+CSS+JavaScript, с использованием возможностей HTML5. Для более эффективного управления стилями использовался компилируемый в CSS-код язык стилей LESS [4, 5]. Интерактивная часть реализовывалась на JavaScript с использованием открытых библиотек jQuery, jQuery UI, jsPlumb [6] и Require.js. Использовалась технология AJAX для навигации

по системе без перезагрузки страниц и с экономией трафика; при этом был сохранен механизм генерации статических страниц (не требующих запуска скриптов для отображения корректной информации), что оставляет возможность успешного индексирования содержимого системы поисковыми машинами.

## 3. Пример образовательного курса

В качестве примера рассмотрим задания по образовательному курсу "Практикум на ЭВМ", который читался для студентов в 2012-2013 гг. на кафедре вычислительных технологий и моделирования факультета ВМК МГУ. Задания посвящены освоению базовых процедур работы с плотными и разреженными матрицами, а также изучению простейших фактов матричного анализа. Курс состоит из трех упражнений. В качестве языка программирования использовался Python.

Первое упражнение.

1. Создать матрицу Гильберта заданного порядка.
2. Посчитать ее сингулярное разложение, построить график сингулярных чисел.
3. Построить наилучшую аппроксимацию ранга  $r$  для различных  $r$  ( $r = 1, r = 10$ ).

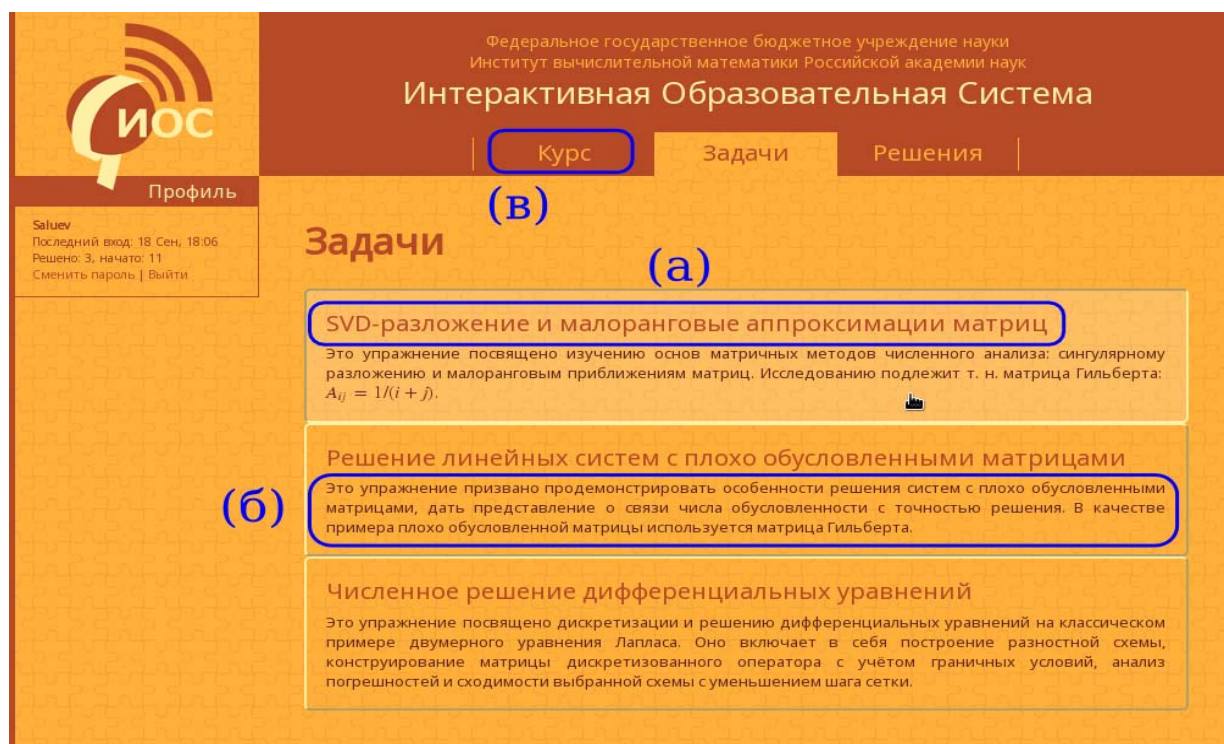


Рис. 2. Скриншот меню выбора упражнения

а) название упражнения; б) краткое описание; в) ссылка на страницу курса

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт вычислительной математики Российской академии наук

Интерактивная Образовательная Система

Курс    Задачи    Решения

Профиль

Saluev  
Последний вход: 18 Сен, 18:06  
Решено: 3, начато: 11  
Сменить пароль | Выйти

## SVD-разложение и малоранговые аппроксимации матриц

Решать!

Важную роль в матричных вычислениях играют *малоранговые аппроксимации матриц*. *Скелетным разложением* матрицы  $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$  называется её представление в виде

$$A = \sum_{k=1}^r u_k v_k^* = UV^*,$$

где  $U$  и  $V$  — матрицы размера  $m \times k$  и  $n \times k$  соответственно. Если  $r$  мало по сравнению с  $r_{\max} = \min\{m, n\}$ , то это разложение называется малоранговым представлением матрицы  $A$ . Минимальное  $r$ , для которого существует такое разложение, в точности равно рангу матрицы  $A$ .

*Малоранговым приближением* ранга  $r$  с точностью  $\varepsilon > 0$  матрицы  $A$  называется нахождение таких  $U$  и  $V$  соответствующих размеров, что  $\|A - UV^*\| < \varepsilon$ . Можно ставить задачу о наилучшем приближении с заданным рангом или о приближении с наименьшим рангом при заданной погрешности.

Справедлива **теорема о сингулярном разложении**: для произвольной матрицы  $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$  существуют унитарные матрицы  $U \in \mathbb{C}^{m \times m}$ ,  $V \in \mathbb{C}^{n \times n}$  такие, что имеет место представление

$$A = U \Sigma V^*,$$

где  $\Sigma$  — диагональная прямоугольная матрица размера  $m \times n$  с неотрицательными

Рис. 3. Скриншот страницы с описанием упражнения, включающим краткие теоретические сведения по теме

Второе упражнение.

Решить систему с матрицами Гильберта разных порядков и единичной правой частью, посчитать невязки.

Третье упражнение.

1. Построить матрицу дискретизации двумерного уравнения Лапласа в CSR-формате.

2. Решить полученные линейные системы с помощью быстрого прямого метода.

3. Построить график решения и проанализировать сходимость с уменьшением шага сетки.

Данный курс был реализован в рамках созданной системы. На Рис. 2 отображен процесс решения одного из упражнений. Меню выбора упражнения показано на Рис. 3.

## Заключение

В статье описана реализованная в виде полнофункционального прототипа концепция

web-платформы для создания интерактивных образовательных курсов. Концепция системы впервые объединяет в себе различные подходы, используемые в других системах (разнородные вычислительные блоки со связями, автоматическая проверка заданий). Планируется развитие системы и ее использование в реальных курсах по вычислительным методам, а также выпуск исходного кода в открытый доступ.

## Литература

1. Web-сайт Coursera / [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://www.coursera.org/>. Проверено 2013-09-17.
2. Web-сайт Khan Academy / [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://www.khanacademy.org/>. Проверено 2013-09-17.
3. Web-сайт Codecademy / [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.codecademy.com/>. Проверено 2013-09-17.

4. LESS: The dynamic stylesheet language / [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://lesscss.org/>. Проверено 2013-09-17.
5. LESS: программируемый язык стилей. // Блог «Хабрахабр» – «CSS», 2012 / [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://habrahabr.ru/post/136525/>. Проверено 2013-09-17.
6. Библиотека jsPlumb / [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://jsplumbtoolkit.com>. Проверено 2013-09-17.
7. IPython Notebook / [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://ipython.org/notebook.html>. Проверено 2013-09-17.

**Салуев Тигран Григорьевич.** Аспирант кафедры вычислительных технологий и моделирования факультета ВМК МГУ. Окончил МГУ в 2013 году. Область научных интересов: вычислительная математика, тензорные методы, сетевые технологии. E-mail: [tigran.saluev@gmail.com](mailto:tigran.saluev@gmail.com)

**Оседец Иван Валерьевич.** Старший научный сотрудник Института вычислительной математики РАН. Окончил Московский физико-технический университет в 2006 году. Доктор физико-математических наук. Автор 40 научных работ. Область научных интересов: вычислительная математика, тензорные методы, параллельные методы. E-mail: [i.oseledets@skolkovotech.ru](mailto:i.oseledets@skolkovotech.ru)

**Фадеев Ростислав Юрьевич.** Научный сотрудник Института вычислительной математики РАН. Окончил Московский физико-технический университет в 2006 году. Кандидат физико-математических наук. Автор пяти научных работ. Область научных интересов: геофизическая гидродинамика, вычислительная математика, параллельные вычисления. E-mail: [lord.rrd@gmail.com](mailto:lord.rrd@gmail.com)