М.Ю. Стернин, Г.И. Шепелев

Оценка риска в совокупности интервальных альтернатив[1]

Аннотация. В задаче сравнения интервальных альтернатив (альтернатив, чьи показатели качества описываются, из-за неопределенности, интервальными оценками) исследована зависимость риска и шансов предпочтительности анализируемой альтернативы от контекста, конкретной совокупности сравниваемых альтернатив. Предложены способы расчета упомянутых шансов и анализируются особенности принятия решений при выборе предпочтительной альтернативы с учетом риска.

Ключевые слова: интервальные альтернативы, риск, задачи принятия решений.

Введение

Многие практические задачи решаются в условиях неопределенности. В первую очередь это задачи, в которых приходиться предсказывать будущие значения анализируемых показателей, - задачи прогнозирования. Если эти показатели измеряются в количественных шкалах, то из-за неопределенности они имеют интервальное представление, достаточно часто отражающее знания экспертов. В задачах выбора в условиях неопределенности показатели качества альтернатив, в том числе рассчитываемые по моделям на основе их интервальных исходных параметров, также имеют интервальное представление. Назовем альтернативы с интервальными показателями качества интервальными альтернативами.

При принятии решений о выборе какой-либо альтернативы для поддержки лицу, принимающему решение (ЛПР), полезно получить от экспертов, использующих различные методы оценки, информацию о предпочтительности альтернатив в их совокупности и/или об ожидаемой перспективности отдельной анализируемой альтернативы. Для этого эксперту необходимо умение сравнивать по предпочтительности альтернативы с одноименными интервальными показателями качества или предпочтительность отдельной анализируемой альтернативы в сопоставлении с назначаемым ЛПР точечным значением показателя качества.

Следует иметь в виду, что задачи сравнения интервальных альтернатив по предпочтительности не могут быть исчерпывающе решены чисто математическими методами. В процессе их решения приходиться привлекать предпочтения ЛПР или экспертов. Действительно, при сопоставлении интервальных оценок показателей качества сравниваемых альтернатив, имеющих ненулевое пересечение (общую часть), в принципе нельзя с определенностью сделать вывод о предпочтительности какой-либо интервальной альтернативы, - любая из них может оказаться таковой в будущем, в момент «снятия» неопределенности, когда интервальная оценка замещается точным (точечным) значением показателя качества. Поэтому на момент сравнения можно судить лишь о шансах того, что оцениваемая альтернатива окажется предпочтительнее других. При этом всегда существует риск, что в дей-

[1] Работа поддержана программами фундаментальных исследований президиума РАН «Интеллектуальные информационные технологии и системы» и ОНИТ РАН «Интеллектуальные информационные технологии, системный анализ и автоматизация», Российским фондом фундаментальных исследований (проекты 15-07-02956, 15-07-04760, 14-07-00916, 14-29-05025), Российским гуманитарным научным фондом (проекты 15-03-12014, 15-02-00415).

ствительности в будущем какая-либо другая альтернатива окажется лучше, а также риск того, что отдельная альтернатива, оцениваемая как эффективная, в реальности не окажется таковой.

Для квантификации шансов предпочтительности сравниваемых интервальных альтернатив и сопутствующих рисков, наряду с другими возможностями, может быть выбран аппарат функций распределения, аналогичный используемому в теории вероятностей (не обязательно в рамках частотной концепции, что характерно для задач экспертного анализа). Этот аппарат в наибольшей степени знаком, по нашему мнению, экспертам, что существенно, поскольку экспертный анализ практических задач наиболее продуктивен, если он ведется на привычном для специалистов предметной области языке, с использованием понятной ему терминологии [1].

Некоторые исследователи полагают, что «поскольку речь идет о четких интервалах, никакое другое распределение, кроме равномерного, не будет иметь смысла» (принцип Гиббса - Джейнса) [2]. Мы не разделяем этой точки зрения, считая, что эксперт должен иметь более широкие возможности для выражения своих знаний об анализируемых альтернативах. Даже ограничивая себя равномерным распределением, эксперт может перейти к классу обобщенных интервальных оценок [3] и выразить свои знания с помощью обобщенного равномерного распределения вероятностей [4, 5], представляющего собой вероятностную смесь равномерных распределений. Отметим, что при ограничении спектра возможных распределений обычным равномерным распределением фактически закрываются возможности использования интервального анализа при исследовании математических моделей различной природы. Действительно, показатели качества часто возникают в таких моделях как результат расчета по моделям. Если исходные данные моделей представлены их интервальными оценками, то и результирующие показатели также интервальны. В работе [6] показано, что распределение разности (суммы) двух равномерных распределений является трапецеидальным (а никак не равномерным) распределением. Таким образом, уже применение к исходным интервалам с равномерными распределениями на них простейшей арифметической операции не позволило бы признать результата такой операции «истинным» интервалом, если принять требование обязательности равенства шансов всех величин в нем на реализацию, что не вполне продуктивно.

При оценке предпочтительности интервальных альтернатив и сопутствующих рисков используются два подхода. В первом сравниваемые альтернативы рассматриваются как изолированные, не связанные друг с другом. Для каждой такой альтернативы рассчитываются индикатор предпочтительности и затем, независимо от первого, индикатор риска. При сравнении альтернатив и выборе предпочтительной они оцениваются по этим двум критериям. Несмотря на то, что очень многие задачи выбора принадлежат к классу задач уникального выбора, в качестве индикатора предпочтительности в этом подходе часто используются средние соответствующих распределений шансов (математические ожидания), адекватные скорее задачам повторяющегося выбора. В качестве индикаторов риска в этом подходе используются такие показатели, как дисперсия, левая и правая «полу» дисперсии, среднее полуотклонение и другие [7].

Во втором подходе сравниваемые альтернативы рассматриваются как взаимосвязанная совокупность, риск выбора какой-либо альтернативы в качестве предпочтительной в которой зависит от взаимного расположения сравниваемых интервалов (конфигурации сопоставляемых интервальных альтернатив) и их количества в совокупности. Критерием сравнения здесь служат (безразмерные) шансы истинности проверяемой экспертом гипотезы о предпочтительности одной из альтернатив в их совокупности, а дополняющие указанные шансы до единицы шансы истинности противоположной гипотезы служат мерой риска.

Первым шагом при реализации этого подхода является попарное сравнение альтернатив [6, 8-10], при котором не принимается во внимание число сравниваемых объектов и его влияние на риск. На этом пути введен критерий сравнения интервальных альтернатив *Kas* с произвольными распределениями шансов на них, названный «коэффициентом уверенности» [8, 9]. Он показывает, насколько шансы истинности гипотезы о предпочтительности одной из альтернатив в их совокупности превосходят шансы истинности противоположной гипотезы. В статье предложены численный (для произвольных распределений шансов) и аналитический (для равномерных и треугольных распределений) методы расчета коэффициента уверенности, а также процедура принятия решений на основе вычисленных значений этого критерия для конкретных конфигураций сравниваемых альтернатив в их паре. Коэффициент уверенности и шансы предпочтительности эквиваленты как критерии сравнения. Первый из них в ряде случаев удобнее. С его помощью, например, удалось установить связь между разностью средних для пары сравниваемых альтернатив и коэффициентом уверенности для некоторых простейших распределений шансов [8, 9].

В рамках этого подхода остаются нерешенными следующие вопросы. Можно ли считать, что, выбирая наилучшую альтернативу путем расчета коэффициента уверенности для всех пар альтернатив в их предъявленной совокупности, мы тем самым выбираем альтернативу, которая предпочтительнее сразу всех прочих? Зависит ли ответ на этот вопрос от числа сравниваемых альтернатив? Эта тема была затронута в работе [2], здесь мы рассмотрим ее более подробно.

1. Зависимость риска от числа сравниваемых альтернатив

Пусть имеются K альтернатив I_i, $i = 1, 2,\ldots, K$ с одноименными интервальными показателями качества, и $C(I_i \succ (I_1, I_2,.., I_{i-1}, I_{i+1},\ldots, I_Q))$, $Q \le K$, шансы того, что альтернатива I_i предпочтительнее одновременно всех альтернатив $(I_1, I_2,..., I_{i-1}, I_{i+1},\ldots, I_Q)$ из исходно заданного их множества. Ясно, что

$$0 \le C(I_i \succ (I_1, I_2,\ldots, I_{i-1}, I_{i+1},\ldots, I_Q)) \le 1.$$

Можно видеть, что $C(I_i \succ (I_1, I_2,.., I_{i-1}, I_{i+1},.., I_Q))$ - монотонно невозрастающая функция Q, т.е. шансы того, что некоторая альтернатива из совокупности сравниваемых окажется предпочтительней всех остальных, убывают с увеличением их числа. Действительно, для двух альтернатив имеем: $C(I_1 \succ I_2) + C(I_2 \succ I_1) = 1$. Для шансов предпочтительности одной из трех альтернатив по сравнению с двумя прочими:

$$C(I_1 \succ (I_2, I_3)) + C((I_2, I_3) \succ I_1) = C(I_1 \succ (I_2, I_3)) + C(I_2 \succ (I_1, I_3)) + C(I_3 \succ (I_1, I_2)) = 1.$$

Для K альтернатив $C(I_1 \succ (I_2, I_3,\ldots, I_K)) + C((I_2, I_3,\ldots, I_K) \succ I_1) = 1$,

$$C((I_2, I_3,\ldots, I_K) \succ I_1) = C(I_2 \succ (I_1, I_3,\ldots, I_K)) + C(I_3 \succ (I_1, I_2,\ldots, I_K)) +...+ C(I_K \succ (I_1, I_2,\ldots, I_{K-1}))$$

Так как с ростом количества сравниваемых альтернатив число неотрицательных слагаемых в равной единице сумме соответствующих шансов увеличивается, то

$$C(I_i \succ (I_1, I_2,\ldots, I_{i-1}, I_{i+1},\ldots, I_Q)) \le C(I_i \succ (I_1, I_2,\ldots, I_{i-1}, I_{i+1},\ldots, I_{Q-1})). \qquad (1)$$

Это соотношение имеет место для фигурирующих в правой части (1) шансов всех возможных изъятий одной интервальной оценки из совокупности $(I_1, I_2,\ldots, I_{i-1}, I_{i+1},\ldots, I_Q)$. Поэтому шансы $C(I_i \succ (I_1, I_2,\ldots, I_{i-1}, I_{i+1},\ldots, I_Q))$ не более чем минимальные шансы, возникающие в правой части (1).

Шансы предпочтительности какой-либо альтернативы для произвольных распределений на сравниваемых интервалах могут быть рассчитаны методом статистических испытаний. Пусть, для определенности, рассматриваются ситуации сравнения, в которых большее значение показателя качества отвечает более предпочтительному состоянию, и проверяется гипотеза о том, что первый интервал из их совокупности, насчитывающей Q представителей, предпочтительней прочих. Пусть i_{lr} точечная реализация интервала I_l в r-м испытании Монте-Карло ($l = 1, 2,.., Q$; $r = 1,2,\ldots, S$). Если сделано S независимых испытаний для каждого из сравниваемых интервалов и S_f – число испытаний, для которых $i_{1r} > \mathrm{MAX}(i_{2r},\ldots, i_{Qr})$, то S_f/S служит оценкой для $C(I_1 \succ (I_1, I_2,\ldots, I_Q))$. Этот численный метод применим для любых распределений на сравниваемых интервалах, когда аналитические методы не могут быть использованы, а также в случае простых распределений, но при большом количестве сравниваемых альтернатив, когда получаемые, в принципе, аналитические формулы становятся труднообозримыми.

Из числа часто применяемых на практике простых распределений надо отметить равномерное, треугольное и трапецеидальное распределения. Случайные числа N_x для этих распределений с плотностью $f_x(z)$, используемые в методе статистических испытаний, могут быть получены методом обратной функции из стандартных случайных чисел N_u для равномерного распределения, заданного на интервале [0, 1]. В соответствии с этим методом

$$N_u = \int_L^{N_x} f_x(z)dz\ .$$

Для перечисленных простых распределений этот интеграл можно взять. Для равномерного распределения на интервале $[L, R]$ имеем:

$$f_E(z), = 1/(R-L),\ N_E = (1-N_u)L + N_uR.$$

Для треугольного распределения

$$f_t(z) = \frac{2}{R-L}\begin{cases} \dfrac{z-L}{M-L}, & L \le z \le M, \\ \dfrac{R-z}{R-M}, & M < z \le R, \end{cases}$$

где M– мода распределения;

$$N_t = \begin{cases} L + \left[N_u(R-L)(M-L)\right]^{1/2}, & N_u \le (M-L)/(R-L), \\ R - \left[(1-N_u)(R-M)(R-L)\right]^{1/2}, & N_u > (M-L)/(R-L). \end{cases}$$

Для трапецеидального распределения

$$f_T(z) = \frac{2}{S}\begin{cases} \dfrac{z-L}{M_1-L}, & L \le z \le M_1, \\ 1, & M_1 < z < M_2, \\ \dfrac{R-z}{R-M_2}, & M_2 \le z \le R, \end{cases}$$

где $S = R + M_2 - M_1 - L$ и M_1 и M_2 левая и правая вершины распределения соответственно, тогда

$$N_T = \begin{cases} L + \left[N_u S(M_1-L)\right]^{1/2}, & N_u \le (M_1-L)/S, \\ (N_u S + M_1 + L)/2, & (M_1-L)/S < N_u < (2M_2 - M_1 - L)/S, \\ R - \left[(1-N_u)(R-M_2)S\right]^{1/2}, & N_u > (2M_2 - M_1 - L)/S. \end{cases}$$

Рассмотрим теперь некоторые примеры, иллюстрирующие сформулированные выше утверждения. Будем считать далее для простоты, что распределения на интервалах равномерные. Пусть рассматриваются несколько совпадающих интервальных альтернатив. В случае двух альтернатив имеют место равенства:

$$C(I_1 \succ I_2) + C(I_2 \succ I_1) = 1,\ C(I_1 \succ I_2) = C(I_2 \succ I_1),$$

поэтому $C(I_1 \succ I_2) = 0.5$, и альтернативы эквиваленты по предпочтению. При росте количества сравниваемых альтернатив этого типа, когда их число достигает K экземпляров, $C(I_1 \succ (I_2, I_3,\ldots, I_K)) = 1/K$, а шансы истинности противоположной гипотезы $(I_2, I_3,\ldots, I_K) \succ I_1$, т.е. риск, связанный с принятием первоначальной гипотезы, составляет $1 - 1/K$.

Кроме конфигурации совпадающих оценок для двух сравниваемых альтернатив имеются, с точностью до перестановки альтернатив в их паре, еще две нетривиальные (с ненулевым пересечением) конфигурации. Это конфигурация правого сдвига, когда $L_2 < L_1 < R_2 < R_1$, и конфигурация вложенных интервалов, когда $L_1 < L_2 < R_2 < R_1$.

В случае конфигурации правого сдвига из полной системы событий проще выделить события, благоприятствующие истинности гипотезы $I_2 \succ I_1$. Это события, при которых точечные реализации лежат в области $(i_1 \in [L_1, R_2]) \cap (i_2 \in [L_1, R_2])$, $i_1 \in I_1$, $i_2 \in I_2$. Однако часть этих событий одновременно благоприятствует и истинности гипотезы $I_1 \succ I_2$. В случае равномерных распределений на сравниваемых интервалах ровно половина событий благоприятствует каждой из гипотез. Тогда, при равномерных распределениях на сравниваемых интервалах,

$$C(I_2 \succ I_1)=(R_2-L_1)^2/(2\Delta I_1\Delta I_2),\ \Delta I_i=R_i-L_i,\ \text{а}\ C(I_1 \succ I_2)=1-\frac{(R_2-L_1)^2}{2\Delta I_1\Delta I_2}.$$

В случае вложенных интервалов события, благоприятствующие истинности гипотезы $I_1 \succ I_2$, таковы:

$$\{(i_1 \in [R_2, R_1])\cap(i_2 \in [L_2, R_2])\} \cup \{(i_1 \in [L_2, R_2])\cap(i_2 \in [L_2, R_2])\}.$$

Отсюда следует, что для равномерных распределений

$$C(I_1 \succ I_2)=\frac{R_1-L_2}{\Delta I_1}-\frac{\Delta I_2}{2\Delta I_1},\ L_1 < L_2 < R_2 < R_1.$$

В следующем разделе понадобится формула

$$C(I_1 \succ I_2)=\frac{L_1-L_2}{\Delta I_2}+\frac{\Delta I_1}{2\Delta I_2}$$

для той же конфигурации при $L_2 < L_1 < R_1 < R_2$.

В случае трех сравниваемых интервалов множество возможных конфигураций существенно богаче. Мы рассмотрим лишь одну из них, для которой $L_2 < L_1 < L_3 < R_2 < R_3 < R_1$. Подмножество полной системы событий, благоприятствующее истинности гипотезы $I_1 \succ (I_2, I_3)$, таково:

$\{(i_1 \in [R_3, R_1])\cap(i_2 \in [L_2, R_2])\cap(i_3 \in [L_3, R_3])\} \cup \{(i_1 \in [R_2, R_3])\cap(i_2 \in [L_2, R_2])\cap(i_3 \in [R_2, R_3])\} \cup \{(i_1 \in [R_2, R_3])\cap(i_2 \in [L_2, R_2])\cap(i_3 \in [L_3, R_2])\} \cup \{(i_1 \in [L_3, R_2])\cap(i_2 \in [L_3, R_2])\cap(i_3 \in [L_3, R_2])\} \cup \{(i_1 \in [L_3, R_2])\cap(i_2 \in [L_2, L_3])\cap(i_3 \in [L_3, R_2])\}$.

При переходе к соответствующим шансам надо иметь в виду, что, для равномерных распределений, при пересечении двух подынтервалов в выражении для шансов появляется коэффициент ½, а при пересечении трех подынтервалов коэффициент 1/3. После некоторых преобразований получаем:

$$C(I_1 \succ (I_2, I_3))=\frac{R_1-R_3}{\Delta I_1}+\frac{R_3-R_2}{\Delta I_1\Delta I_3}\left(\frac{R_3-R_2}{2}+R_2-L_3\right)+\frac{(R_2-L_3)^2}{\Delta I_1\Delta I_2\Delta I_3}\left(\frac{L_3-L_2}{2}+\frac{R_2-L_3}{3}\right).$$

Действуя аналогичным образом, имеем:

$$C(I_2 \succ (I_1, I_3))=\frac{(R_2-L_3)^2}{\Delta I_1\Delta I_2\Delta I_3}\left(\frac{R_2-L_3}{3}+\frac{L_3-L_1}{2}\right),$$

$$C(I_3 \succ (I_1, I_2)) = 1 - C(I_1 \succ (I_2, I_3)) - C(I_2 \succ (I_1, I_3)).$$

Поскольку вышеуказанные выражения зависят только от разностей границ интервалов, то, в случае равномерных распределений, соотношения для шансов предпочтительности не меняются при изменении границ на одно и то же число (инвариантность относительно сдвига).

Рассмотрим числовой пример для этой конфигурации, ее параметры и результаты расчетов по вышеприведенным аналитическим формулам представлены в Табл. 1.

Из Табл.1 следует, что $C(I_1 \succ (I_2, I_3)) + C(I_2 \succ (I_1, I_3)) + C(I_3 \succ (I_1, I_2)) = 1$, шансы предпочтительности одной из интервальных альтернатив перед двумя остальными меньше минимальных шансов ее предпочтительности при попарном сравнении, например, 0.602 < MIN(0.833, 0.625). При увеличении правой (левой) границы второго интервала шансы его предпочтительности возрастают, а шансы остальных двух альтернатив снижаются.

Табл.1. Шансы предпочтительности для трех сравниваемых интервалов

L_1	10	10	10
R_1	18	18	18
L_2	8	8	9
R_2	14	15	14
L_3	11	11	11
R_3	15	15	15
$C(I_1 \succ (I_2, I_3))$	0.602	0.577	0.597
$C(I_1 \succ I_2)$	0.833	0.777	0.800
$C(I_1 \succ I_3)$	0.625	0.625	0.625
$C(I_2 \succ (I_1, I_3))$	0.070	0.131	0.084
$C(I_2 \succ I_1)$	0.167	0.223	0.200
$C(I_2 \succ I_3)$	0.188	0.286	0.225
$C(I_3 \succ (I_1, I_2))$	0.328	0.292	0.319
$C(I_3 \succ I_1)$	0.375	0.375	0.375
$C(I_3 \succ I_2)$	0.813	0.714	0.775

Ранее мы видели, что в случае близости границ интервальных альтернатив при значительном их количестве, шансы предпочтительности становятся малыми. Шансы весьма чувствительны также к изменениям границ худшей альтернативы. Например, если мы имеем три альтернативы $I_1 = [10, 18]$, $I_2 = [9, 16]$, $I_3 = [11, 17]$, то $C(I_1 \succ (I_2, I_3)) = 0.438$, $C(I_2 \succ (I_1, I_3)) = 0.161$, $C(I_3 \succ (I_1, I_2)) = 0.401$. При этом $C(I_1 \succ I_2) = 0.679$, $C(I_1 \succ I_3) = 0.490$, $C(I_3 \succ I_2) = 0.702$. Малый прирост правой границы второй альтернативы существенно меняет величины шансов предпочтительности: если первая и третья альтернативы неизменны, а $I_2 = [9, 16.5]$, то $C(I_1 \succ (I_2, I_3)) = 0.423$, $C(I_2 \succ (I_1, I_3)) = 0.196$, $C(I_3 \succ (I_1, I_2)) = 0.381$. При этом $C(I_1 \succ I_2) = 0.648$, $C(I_1 \succ I_3) = 0.490$, $C(I_3 \succ I_2) = 0.664$. Видно, что изменение параметров хотя бы одной альтернативы меняет величины всех шансов при коллективной оценке, в отличие от попарного сравнения.

Что произойдет с оценками предпочтительности при добавлении в совокупность трех оценок четвертой? Пусть, для определенности, $I_1 = [10, 18]$, $I_2 = [8, 14]$, $I_3 = [11, 15]$, $I_4 = [10.5, 16]$. Расчеты, проведенные методом статистических испытаний по четырем оценкам и по вышеприведенным соотношениям для трех и двух интервалов, дают следующие результаты: $C(I_1 \succ (I_2, I_3, I_4)) = 0.498$; $C(I_2 \succ (I_1, I_3, I_4)) = 0.034$; $C(I_3 \succ (I_1, I_2, I_4)) = 0.187$; $C(I_4 \succ (I_1, I_2, I_3)) = 0.281$; $C(I_1 \succ (I_2, I_3)) = 0.602$; $C(I_1 \succ (I_2, I_4)) = 0.567$; $C(I_1 \succ (I_3, I_4)) = 0.507$; $C(I_1 \succ I_2) = 0.833$; $C(I_1 \succ I_3) = 0.625$; $C(I_1 \succ I_4) = 0.594$. (При сопоставлении оценок шансов предпочтительности для коллективного и попарного сравнения мы ограничились результатами для гипотезы о предпочтительности первой альтернативы). Вновь

$$C(I_1 \succ (I_2, I_3, I_4)) + C(I_2 \succ (I_1, I_3, I_4)) + C(I_3 \succ (I_1, I_2, I_4)) + C(I_4 \succ (I_1, I_2, I_3)) = 1,$$
$$0.498 < \mathrm{MIN}(0.602, 0.567, 0.507).$$

При принятии решения о выборе предпочтительной альтернативы или упорядочении альтернатив по предпочтительности полезно провести предварительный анализ исходной их совокупности. Во-первых, выбрав альтернативу, предпочтительность которой проверяется, следует исключить из совокупности альтернатив те, которые не имеют пересечения с анализируемой. Если левая граница таких интервалов не меньше, чем правая граница тестируемого интервала, то последний заведомо хуже. Если правая граница таких интервалов не больше, чем левая граница тестируемого интервала, то их можно исключить, ибо они заведомо хуже последнего. Уменьшение количества интервалов в их исходной совокупности увеличивает расчетные шансы предпочтительности анализируемой альтернативы.

Во-вторых, после проведения расчета шансов предпочтительности проверяемой альтернативы при попарных сравнениях целесообразно исключить те из них, шансы, предпочтительности которых относительно тестируемой альтернативы менее 0.5.

Если выполнить эти процедуры для всех альтернатив в рассматриваемой совокупности, то лучшей окажется альтернатива с наибольшими шансами при попарных сравнениях с остальными, а оценку риска принятия неверного решения получаем при сравнении этой альтернативы сразу со всеми прочими в совокупности, «в целом».

2. Пример сравнения трех интервальных альтернатив

Рассмотрим гипотетический пример принятия решения с учетом «коллективного» эффекта для трех интервальных альтернатив, описанных в работе [11]. В ней проанализированы три возможных проекта использования ресурсов Ковыктинского газоконденсатного месторождения. В качестве критерия сравнения в указанной работе используется внутренняя норма доходности проекта (ВНД)[1]. Для возможных в каждом проекте значений ВНД получены интервальные оценки, а упорядочение проектов по предпочтительности и выбор лучшего осуществляется методом Гурвица. При этом для разных проектов выбраны разные значения коэффициентов «пессимизма – оптимизма» λ. Данные упомянутой работы [11] представлены в Табл. 2.

Напомним, что согласно методу Гурвица интервальная оценка $[L, R]$ заменяется точечной $T(\lambda)$ по формуле $T(\lambda) = (1 - \lambda)L + \lambda R$, где $0 < \lambda < 1$ – коэффициент «пессимизма – оптимизма». Отметим, что выбор различных значений λ для разных альтернатив не является общепринятым, а конкретный выбор указанных значений трудно обосновать. Вместе с тем такой выбор – единственная возможность примирить в некоторых случаях знания/предвидение эксперта с результатами метода Гурвица для конфигурации правого сдвига сравниваемых интервалов, когда $L_2 < L_1 < R_2 < R_1$. Для таких конфигураций при одинаковых значениях коэффициента «пессимизма – оптимизма» первый интервал предпочтительней второго при любых λ из отрезка [0, 1]. Различающиеся значения λ приводят к различным результатам, что может согласоваться с ожиданиями эксперта.

При использовании значений λ из Табл.2 упорядочение альтернатив в результате применения метода Гурвица таково: Альт$_1 \succ$ Альт$_2 \succ$ Альт$_3$. Действительно, $T_1(0.75) = 18.55$; $T_2(0.5) = 17.65$; $T_3(0.25) = 14.95$. Однако при одинаковых значениях коэффициента «пессимизма – оптимизма» порядок во множестве сравниваемых альтернатив сильно зависит от выбора значений λ. Именно, для рассматриваемых в Табл.2 альтернатив при $\lambda < 0.196$ Альт$_1 \succ$ Альт$_2 \succ$ Альт$_3$, при $0.196 < \lambda < 0.34$ Альт$_1 \succ$ Альт$_3 \succ$ Альт$_2$, при $0.34 < \lambda < 0.45$ Альт$_3 \succ$ Альт$_1 \succ$ Альт$_2$, наконец, при $\lambda > 0.45$ Альт$_3 \succ$ Альт$_2 \succ$ Альт$_1$. Обратим внимание на тот факт, что в данном случае значения $\lambda = 1/3$, рекомендуемые в работе [12], лежат как раз на границе двух выделенных выше полос значений λ. Поэтому различие между первой и третьей альтернативами по предпочтительности, определяемой методом Гурвица, становится несущественным.

Табл. 2. Интервальные оценки ВНД трех инвестиционных проектов

Альтернативы	Название проекта	ВНД (%)	λ
Альт$_1$	Подача газа в Единую систему газоснабжения России	14.8 – 19.8	0.75
Альт$_2$	Экспорт сжиженного газа в страны Азиатско-Тихоокеанского региона	11.7 – 23.6	0.5
Альт$_3$	Экспорт газа в Китайскую Народную Республику	10.7 – 27.7	0.25

Целесообразно теперь рассмотреть эту задачу с использованием предлагаемого здесь подхода. Оценим ту же проблемную ситуацию, сравнивая альтернативы «в целом». Для этого нам понадобятся соотношения для шансов предпочтительности для конфигурации $L_3 < L_2 < L_1 < R_1 < R_2 < R_3$ – конфигурации вложенных интервалов. Такова конфигурация интервальных оценок ВНД в рассматриваемом примере. Как и ранее распределения на сравниваемых интервалах равномерные:

$$C(I_1 \succ (I_2, I_3)) = \frac{(\Delta I_1)^2}{3\Delta I_2 \Delta I_3} + \frac{(L_1 - L_3)(R_1 - L_2) + (L_1 - L_2)(R_1 - L_3)}{2\Delta I_2 \Delta I_3},$$

[1] Мы оставляем в стороне вопрос о правомочности выводов о предпочтительности проектов на основе такого критерия, как внутренняя норма доходности (см. в этой связи [12]).

$$C(I_2 \succ (I_1, I_3)) = \frac{(\Delta I_1)^2}{3\Delta I_2 \Delta I_3} + \frac{(R_2 - R_1)(R_2 - 2L_3 + R_1) + \Delta I_1 (L_1 - L_3)}{2\Delta I_2 \Delta I_3}.$$

$$C(I_3 \succ (I_1, I_2)) = 1 - C(I_1 \succ (I_2, I_3)) - C(I_2 \succ (I_1, I_3)).$$

Результаты расчета шансов предпочтительности альтернатив показаны в Табл. 3.

Табл.3. Шансы предпочтительности альтернатив использования газа

Оцениваемая гипотеза	Величина шансов
$Альт_1 \succ (Альт_2, Альт_3)$	0.193
$Альт_1 \succ Альт_2$	0.471
$Альт_1 \succ Альт_3$	0.388
$Альт_2 \succ (Альт_1, Альт_3)$	0.298
$Альт_2 \succ Альт_1$	0.529
$Альт_2 \succ Альт_3$	0.409
$Альт_3 \succ (Альт_1, Альт_2)$	0.509
$Альт_3 \succ Альт_2$	0.591
$Альт_3 \succ Альт_1$	0.612

Видно, что как при попарном сравнении, так и при сравнении «в целом» третья альтернатива предпочтительнее прочих. Однако риск ошибки не многим меньше шансов предпочтительности третьей альтернативы. При удалении первой альтернативы из списка сравниваемых альтернатив, имеющей шансы предпочтительности при попарном сравнении меньшие половины, риск, связанный с выбором третьей альтернативы, снижается примерно до 0.4. Отметим, что к аналогичному выбору приводит сравнение по величине математического ожидания: $Av(Альт_1) = 17.3$; $Av(Альт_2) = 17.65$; $Av(Альт_3) = 19.2$ [9]. Однако, при использовании последнего подхода нельзя оценить риск, связанный с принятием решений. Кроме того, указанное совпадение результатов выбора по этим двум критериям имеет место только при равномерных распределениях на сравниваемых интервалах [8].

Заключение

Таким образом, эффект при сравнении интервальных альтернатив «в целом» проявляется, прежде всего, в снижении величины шансов предпочтительности каждой альтернативы относительно ее шансов при попарном сравнении. Это приводит к количественному росту риска выбора в качестве предпочтительной той альтернативы, которая в действительности может не оказаться таковой впоследствии. Природа этого эффекта заключается в том, что при наличии пересечения уже двух сравниваемых альтернатив имеется ненулевой риск принятия неверного решения. Этот риск усиливается с ростом количества сравниваемых альтернатив, особенно если шансы некоторых из них не слишком отличаются друг от друга.

Наличие большого числа альтернатив, ориентированных на достижение одной и той же цели, характерно для верхних иерархических уровней принятия решений. Возможно, именно поэтому для верхних уровней управления более вероятен риск принятия не вполне верного решения. Если по содержательным соображениям необходимо выбрать для поддержки несколько альтернатив, делегирование полномочий на нижние уровни с передачей прав оценки соответствующих альтернатив представляется с позиций рассматриваемого здесь подхода вполне обоснованным.

Вносит ли «коллективный» эффект другие поправки в результаты попарного сравнения альтернатив? В особенности важен вопрос о том, зависит ли определяемый величинами шансов порядок расположения альтернатив по предпочтительности в их совокупности. Ответ на этот вопрос отрицателен: порядок, установленный при попарном сравнении, совпадает с порядком сравнения «в целом». В этой связи обратим внимание на следующее обстоятельство. Информация об анализируемых интервальных альтернативах достаточно часто предоставляется экспертами. Хотя используемые в предлагаемом подходе при сравнении/оценке альтернатив по предпочтительности методы являются количественными, при приближенно-экспертном задании информации вряд ли имеет смысл придавать особое значение тому, на сколько именно рассчитанный показатель эффективности одной альтернативы больше/меньше другой. Представляется, что здесь более уместны суждения, основанные на порядковых шкалах, т.е. на констатации того, что одна из альтернатив предпочтительней, без квантификации степени этой предпочтительности, так, как это имеет место в задачах не с количественными, а с качественными критериями [13].

Трудности в работе ЛПР в условиях интервальной неопределенности связаны со сложностью обоснования принимаемого решения. Естественно стремление человека преодолеть неопределенность заменой интервальной оценки точечной с использованием своего опыта, предпочтений и интуиции. Поскольку сделать это достаточно сложно, ЛПР нуждается в средствах аналитической поддержки. В частности, ЛПР или эксперту полезно иметь представление о величине риска, связанного с их выбором, который определяется не только конфигурациями попарных сравнений, но и конкретной совокупностью сравниваемых альтернатив.

В статье предлагаются некоторые методы, пользуясь которыми ЛПР может проверить насколько его, в значительной мере интуитивный, выбор согласуется с формальными результатами и скорректировать свои решения. Использование при сравнении альтернатив различных методов увеличивает объем и разнообразие полезной для ЛПР информации и может способствовать повышению обоснованности принимаемых решений.

Литература

1. Петровский А.Б. Компьютерная поддержка принятия решений: современное состояние и перспективы развития // Системные исследования. Методологические проблемы. 1996. М.: Эдиториал УРСС. 1996.
2. Дилигенский Н.В., Дымова Л.Г., Севастьянов П.В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология. М.: Машиностроение. 2004.
3. Стернин М.Ю., Чугунов Н.В., Шепелев Г.И. Учет неопределенности экспертных знаний: синтез интервального и вероятностного подходов // Информационные технологии и вычислительные системы. 2005. Т. 4, С. 36 – 46.
4. Стернин М.Ю., Шепелев Г.И., Шепелев Н.Г. Свойства обобщенного равномерного распределения вероятностей // Труды Второй международной конференции «Системный анализ и информационные технологии». 2007. Т. 1, С. 239 – 242.
5. Стернин М.Ю., Шепелев Г.И. Обобщенные интервальные экспертные оценки в принятии решений // Доклады РАН. 2010. Т. 432, № 1, С. 33 – 34.
6. Стернин М.Ю., Шепелев Г.И. Сравнение интервальных альтернатив. // Труды Института системного анализа Российской академии наук. 2011. Т. 61, вып. 2, С. 7 – 11.
7. Подиновский В.В. Числовые меры риска как критерии выбора при вероятностной неопределенности // Искусственный интеллект и принятие решений. 2015. №2, С. 60-74. .
8. Стернин М.Ю., Шепелев Г.И. Об адекватности точечных критериев задачам оценки и сравнения интервальных альтернатив //Искусственный интеллект и принятие решений. 2014. №2, С. 78 – 88.
9. Shepelev G., Sternin M. The adequacy of point criteria during the evaluation and comparison of interval alternatives problems // Scientific and technical information processing. 2014. V.41, № 6, pp. 404 – 412.
10. Шахнов И.Ф. Экспресс-анализ упорядоченности интервальных величин. // Автоматика и телемеханика. 2004. № 10, С. 67 – 84.
11. Кононов Ю.Д., Локтионов В.И., Ступин П.В. Учет фактора неопределенности при оценке вариантов использования ковыктинского газа // Proc. of the Int. Symposium on "Energy of Russia in XXI Century: Development Strategy – Eastern Vector". Irkutsk, Russia. 2010.
12. Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов. Теория и практика. М.: Дело. 2008.
13. Ларичев О.И. Вербальный анализ решений. М.: Наука. 2006.

Стернин Михаил Юрьевич. Старший научный сотрудник ИСА РАН. Окончил Московский государственный университет информационных технологий, радиотехники и электроники (МИРЭА) в 1970 году. Автор более 70 печатных работ. Область научных интересов: математическое моделирование, системы поддержки принятия решений, системы, основанные на знаниях. E-mail: mister@isa.ru

Шепелев Геннадий Иванович. Заведующий лабораторией ИСА РАН. В 1965 г. окончил МГУ им. М.В. Ломоносова. Кандидат физико-математических наук. Область научных интересов: системный анализ, теория принятия решений и ее приложения. E-mail: gis@isa.ru.