А.Г. Мадера

Метод определения вероятностей прогнозируемых событий при принятии решений

Аннотация. В статье разработан метод, позволяющий оценивать вероятности наступления прогнозируемых событий. Метод использует априорные данные о прогнозировании релевантных событий за прошлые периоды и данные о наблюдаемых в настоящий момент времени событиях. По обоим видам данных формируются две матрицы, одна из которых характеризует погрешности прогнозирования, известные из прошлых периодов, другая содержит уточненные оценки, полученные на основании новой информации, полученной в настоящий момент времени. Произведение указанных матриц формирует полную матрицу погрешностей прогнозирования, которая характеризует полные погрешности, присущие субъекту, или эксперту, при совершении прогнозов. В статье показано, что вектор вероятностей наступления прогнозируемых событий представляет собой собственный вектор полной матрицы погрешностей прогнозирования, который отвечает единичному собственному значению этой матрицы. В то время как при байесовском подходе апостериорные вероятности прогнозируемых событий определяются через их априорные вероятности, которые, в принципе, априори не известны, в развиваемом в статье методе вероятности прогнозируемых событий однозначно определяются из полученной в статье системы уравнений. Рассмотрен конкретный пример применения разработанного метода для прогнозирования будущего спроса на новый продукт, с целью принятия научно-обоснованного решения о его производстве.

Ключевые слова: прогнозирование, принятие решений, вероятность события, погрешность прогнозирования, собственный вектор, собственное значение.

Введение

Принятие субъектом определенного решения в значительной мере обусловливается неопределенным характером будущих результатов и последствий, которые наступят после принятия субъектом данного решения и его реализации на практике. Несмотря на то, что при принятии решения субъект может конструировать множество возможных последствий и сценариев развития событий, каждое из которых, в принципе, может актуализироваться в будущем. Однако какое именно из событий наступит в реальности, по какому пути пойдет развитие событий, априори неизвестно. Неопределенность будущего, последствий и результатов принятых решений является главным препятствием на пути принятия субъектом наилучшего решения с точки зрения достижения поставленной цели. Действительно, принятое субъектом наилучшее (по его мнению) решение является таковым лишь для *сегодняшних* реалий, однако, в *завтрашней* действительности (через неделю, месяц, год, несколько лет) из-за необратимых и постоянных изменений как внешних, так и внутренних условий, оно может оказаться не только не наилучшим, но напротив, привести к неожиданным и прямо противоположным результатам и последствиям.

Любой прогноз наступления будущих событий носит субъективный характер, поскольку выполняется субъектом (лицо, принимающее решение, эксперт, как коллективный, так и индивидуальный), способности которого к прогнозированию будущих событий и оценке вероятностей их наступления, весьма ограничены [3-5, 7]. В этой связи особую актуальность приобретают методы поддержки принятия решений, развиваемые в направлении научного прогнозирования событий и вероятностей их наступления для различных временных горизонтов. Такие методы должны учитывать как актуальную информацию, поступающую в настоящий момент времени, так и данные, относящиеся к прогнозированию релевантных событий и их реализациям, имевшим место в прошлые периоды [7, 13].

Большинство существующих методов прогнозирования событий и вероятностей их наступления основываются на допущении, что прошлое и будущее не различимы между собой, так что тенденции, наблюдаемые в прошлом, сохранят свой характер и в будущем. При этом в качестве метода прогнозирования используется экстраполирование прошлых данных на будущие периоды. Таковы регрессии, временные ряды, различные усреднения за прошлые периоды, разнообразные виды скользящих средних, сглаживания и пр. [10, 14, 15, 18, 20]. Данная прогнозная концепция свидетельствует о том, что люди, как правило, недооценивают, а во многих случаях вообще пренебрегают степенью неопределенности будущего [7, 17]. Ряд методов прогнозирования финансовых и товарных рынков использует гипотезу о стохастическом характере финансовых инструментов – курсов акций, валют, цен на сырье, энергоносители, недвижимость и пр., несмотря на то, что данная гипотеза не находит подтверждения на практике. Более того, многочисленные факты показывают, что изменение цен невозможно предсказать по историческому временному ряду их изменения за прошлые периоды [9], причем отклонения предсказанных цен от наблюдаемых в реальности по всем видам сырья, курсам акций и валют могут составлять разы [10]. В тех случаях, когда данные по прогнозированию релевантных событий за прошлые периоды отсутствуют, либо их количество недостаточно для анализа, прибегают к экспертным оценкам, неизбежно носящим субъективный характер [14, 15, 19].

Вероятности наступления прогнозируемых событий оцениваются, как правило, согласно байесовской концепции. А именно, рассматриваются несовместные события $A_1, A_2, \ldots, A_n$, образующие полную группу, вероятности наступления $p(A_j)$ которых считаются известными *априори*. Затем производится некий опыт, в результате которого наступает другое событие *B*, появляющееся с одним из событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$. При этом условные вероятности $p(A_i \mid B)$ трактуются как *апостериорные* вероятности, уточняющие априорные вероятности $p(A_j)$ и вычисляются по формуле Байса

$$p(A_i \mid B) = p(A_i) p(B \mid A_i) \Big/ \sum_{j=1}^{n} p(A_j)\, p(B \mid A_j),$$

где условные вероятности $p(B \mid A_j)$ также считаются известными *априори*.

Если рассматриваются события, модели которых могут быть отнесены к типу «урны с шарами» [11], то априорные $p(A_j)$ и апостериорные $p(A_i \mid B)$ вероятности являются классическими и легко вычисляются. Что же касается событий, появляющихся в результате принятия решений, человеческой деятельности (в экономике, менеджменте, финансах и пр.), то вероятности наступления будущих событий $p(A_j)$ не известны *априори*. То же относится и к условным вероятностям $p(B \mid A_j)$, которые также априори неизвестны, однако, могут быть получены на основании статистических данных (при их наличии) по прогнозированию релевантных событий в прошлые периоды. В этом случае условные вероятности $p(B \mid A_j)$ могут трактоваться как погрешности прогнозирования.

Сложность прогнозирования неопределенного будущего (к какой бы сфере человеческой деятельности оно не относилось) обусловливается множеством неопределенных факторов, необратимой изменчивостью окружающей среды, субъекта, процесса взаимодействия субъекта со средой и социумом и пр. [4-7]. В силу этого комплекс условий, при котором происходит то или иное событие, является невоспроизводимым, что делает любые события, которые могут произойти в будущем, уникальными и единичными. Иными словами, прогнозируемые события не могут рассматриваться как случайные объекты, к которым применимы понятия классической, статистической вероятностей, поскольку не удовлетворяют условиям массовости, однородности, неограниченной воспроизводимости и устойчивости частот [5, 7]. Поэтому при оценивании вероятностей возможного наступления будущих событий необходимо рассматривать их как *субъективные вероятности*, значения которых определяются субъектом, исходящим из собственного понимания ситуации, развития событий и наблюдаемых тенденций. При этом всегда следует принимать во внимание, что способности субъекта к прогнозированию будущих последствий и вероятностей их наступления весьма ограничены [3, 5, 8, 16].

В данной статье предлагается метод оценивания вероятностей $P(A)=(p(A_1), p(A_2), \dots, p(A_n))$ наступления прогнозируемых событий $A_1, A_2, \dots, A_n$, существенно уменьшающий степень субъективизма прогнозирования. Метод основан на статистических данных по прогнозированию релевантных событий за прошлые периоды, и новой информации о наблюдаемых в настоящий момент времени тенденциях. Данные за прошлые периоды характеризуют погрешности, присущие субъекту при прогнозировании событий и оценивании их вероятностей, данные, получаемые из информации относительно развития событий и тенденциях, наблюдаемых в настоящем, позволяют провести их коррекцию. По указанным двум видам данных формируются две матрицы, одна из которых представляет собой матрицу погрешностей прогнозирования субъекта (L), а другая – матрицу уточненных прогнозов (M), сделанных субъектом на основании информации на настоящий момент времени. В статье показано, что вектор $P(A)$ вероятностей наступления прогнозируемых событий представляет собой *собственный вектор* полной матрицы погрешностей прогнозирования ($K = M \cdot L$), который отвечает ее единичному собственному значению, т.е. $P(A) = K \cdot P(A)$.

Применение разработанного метода продемонстрировано на конкретном примере по прогнозированию спроса на новый продукт с целью принятия решения о его производстве.

1. Погрешности прогнозирования релевантных событий в прошлые периоды и в настоящий момент времени

Человек не обладает способностью однозначно и с абсолютной точностью предсказывать какое именно событие наступит в будущем и какова будет вероятность его наступления. Между тем субъект может попытаться построить множество событий, которые, по его мнению, произойдут в будущей реальности. Предположим, что субъект построил такое множество **A**, включающее n возможных событий A_1, $A_2, \dots, A_n \in \mathbf{A}$, которые могут реализоваться в будущей реальности (далее события $A_1, A_2, \dots, A_n \in \mathbf{A}$ будем назвать *реальными событиями*). Реальные события из множества **A** образуют полную группу и сумма вероятностей $p(A_1)$, $p(A_2), \dots, p(A_n)$ наступления событий A_1, $A_2, \dots, A_n \in \mathbf{A}$ равняется единице, т.е. $\sum_{j=1}^{n} p(A_j) = 1$. Вероятности $p(A_1)$, $p(A_2), \dots, p(A_n)$ априори неизвестны и подлежат определению.

При прогнозировании наступления реального события $A_j \in \mathbf{A}$, (j = 1,2,…,n) субъект руководствуется наблюдениями над событиями и тенденциями, происходящими в настоящий момент времени, а также опытом прогнозирования релевантных событий в прошлые периоды. Иначе говоря, субъект составляет свой прогноз о наступлении в будущем тех или иных реальных событий $A_1, A_2, \dots, A_n \in \mathbf{A}$ на основании наблюдений над другими событиями B_1, $B_2, \dots, B_n \in \mathbf{B}$, которые, по его мнению, позволяют осуществить наилучший прогноз. События $B_1, B_2, \dots, B_n \in \mathbf{B}$ образуют полную группу с вероятностями наступления $p(B_1)$, $p(B_2), \dots, p(B_n)$, удовлетворяющих равенству $\sum_{i=1}^{n} p(B_i) = 1$ (события $B_1, B_2, \dots, B_n \in \mathbf{B}$ будем назвать далее *прогнозирующими событиями*).

Поскольку никакое событие, наблюдаемое в прошлом или в настоящем, не может однозначно и абсолютно достоверно с вероятностью единица обусловливать наступление какого-либо реального события в будущем, то прогноз субъекта о наступлении того или иного реального события $A_j \in \mathbf{A}$ (j = 1,2,…,n), основанный на наблюдении событий $B_i \in \mathbf{B}$, (i = 1,2,…,n), не может быть достоверным в принципе. Поэтому событие $B_i \in \mathbf{B}$, (i = 1,2,…,n) прогнозирующее (по мнению субъекта) наступление реального события $A_j \in \mathbf{A}$, может появиться совместно с любым из событий $A_1, A_2, \ldots, A_n \in \mathbf{A}$, то есть $B_i = \bigcup_k B_i A_k$. Это означает, что прогноз наступления в будущем реального события $A_j \in \mathbf{A}$ (j = 1,2,…,n) по наблюдаемым событиям $B_i \in \mathbf{B}$, (i = 1,2,…,n) всегда осуществляется с некоторой погрешностью. Погрешность прогнозирования характеризуется двумя видами условных вероятностей $p(B_i \mid A_j)$ и $p(A_j \mid B_i)$, i, j = 1,2,…,n, имеющими следующий содержательный смысл:

- $p(B_i \mid A_j)$ – погрешность прогнозирования события из множества **A** на основании наступления прогнозирующего события B_i, в то время как на самом деле реализовалось событие A_j. Погрешность $p(B_i \mid A_j)$ может быть определена на основании доступных статистических данных, относящихся к прогнозированию релевантных событий в прошлые периоды, как относительное количество оправдавшихся и не оправдавшихся прогнозов. Условная вероятность $p(B_i \mid A_j)$ характеризует погрешность прогнозирования, допускаемую субъектом (экспертами);
- $p(A_j \mid B_i)$ – погрешность прогноза относительно наступления реального события A_j, который дается субъектом на основании возможного наступления прогнозирующего события B_i в настоящий момент времени. Величина погрешности прогнозирования $p(A_j \mid B_i)$, совершаемой субъектом в настоящий момент времени, отражает его субъективную убежденность в достоверности своего прогноза, когда предсказывает наступление реального события A_j на основании своего мнения о прогнозирующих качествах события B_i. Насколько этот прогноз окажется состоятельным покажет только будущее, которое выявит также и величину погрешности прогнозирования, допущенную субъектом.

Условные вероятности $p(B_i \mid A_j)$ и $p(A_j \mid B_i)$, i, j = 1,2,…,n, представляют собой, таким образом, количественные меры погрешностей, присущих данному субъекту при прогнозировании, как в прошлом, так и в настоящий момент времени

Располагая значениями погрешностей прогнозирования $p(B_i \mid A_j)$, i, j = 1,2,…,n, известных из прошлого опыта, получим по формуле полной вероятности систему n равенств, определяющих полные вероятности $p(B_i)$ наступления прогнозирующих событий B_i (i = 1,2,…,n):

$$p(B_i) = \sum_{j=1}^{n} p(A_j)\, p(B_i \mid A_j), \quad i = 1,2,\ldots,n. \quad (1)$$

После введения n-вектор-столбца полных вероятностей прогнозирующих событий $P(B) = (p(B_1), p(B_2), \ldots, p(B_n))^T$, ($(\cdot)^T$ – операция транспонирования), n-вектор-столбца неизвестных (пока) вероятностей прогнозируемых реальных событий $P(A) = (p(A_1), p(A_2), \ldots, p(A_n))^T$, а также $n \times n$-матрицы погрешностей прогнозирования $L = \| p(B_i \mid A_j) \|$ релевантных событий в прошлые периоды:

$$L = \begin{pmatrix} p(B_1 \mid A_1) & p(B_1 \mid A_2) & \cdots & p(B_1 \mid A_n) \\ p(B_2 \mid A_1) & p(B_2 \mid A_2) & \cdots & p(B_2 \mid A_n) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p(B_n \mid A_1) & p(B_n \mid A_2) & \cdots & p(B_n \mid A_n) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Равенство (1) может быть записано в матричном виде:

$$P(B) = L \cdot P(A). \quad (3)$$

Элементы матрицы L и векторов $P(A)$ и $P(B)$ являются неотрицательными и в силу полноты группы событий $B_1, B_2, \ldots, B_n$ удовлетворяют равенствам:

$$\sum_{i=1}^{n} p(B_i \mid A_j) = 1, j = 1, 2, \ldots n, \qquad (4)$$
$$\sum_{i=1}^{n} p(B_i) = 1, i = 1, 2, \ldots n$$

Матрица $L = \| p(B_i \mid A_j) \|$, обладающая указанными свойствами, называется, как известно, стохастической или марковской, а векторы $P(A)$ и $P(B)$ – вероятностными векторами. В [1, 2, 12] доказывается, что стохастические матрицы и вероятностные векторы обладают следующими свойствами: (*a*) произведение стохастической матрицы на вероятностный вектор дает вероятностный вектор, (*b*) произведение двух стохастических матриц является стохастической матрицей, (*c*) максимальное собственное значение стохастической матрицы равно 1.

Вместе с тем, при прогнозировании событий и вероятностей их наступления субъект ориентируется не только на данные о прогнозах релевантных событий, совершенных в прошлые периоды, но также и на новую информацию, следующую из наблюдений за событиями и тенденциями в настоящий момент времени. На основании полученной новой информации субъект строит прогноз о наступлении будущих реальных событий, основываясь на предположениях о возможном наступлении того или иного прогнозируемого реального события $A_j \in \mathbf{A}$ (j = 1,2,…,n), при условии реализации прогнозирующих событий $B_i \in \mathbf{B}$ (i = 1,2,…,n). С этой целью субъект оценивает условные вероятности $p(A_j \mid B_i)$ наступления реальных событий $A_j \in \mathbf{A}$ (j = 1,2,…,n), при условии возможного наступления прогнозирующих событий $B_i \in \mathbf{B}$ (i = 1,2,…,n) в настоящий момент времени. Величина условной вероятности $p(A_j \mid B_i)$, отражает, с одной стороны, степень убежденности субъекта в наступлении реальных событий $A_j \in \mathbf{A}$ (j = 1,2,…,n) в случае, если наступит прогнозирующее событие $B_i \in \mathbf{B}$ а, с другой – погрешность прогноза, которая в полной мере выявится лишь после реализации событий в будущем.

Получим по формуле полной вероятности систему n равенств определяющих вероятности $p(A_j)$ наступления реальных событий A_j (j = 1,2,…,n):

$$p(A_j) = \sum_{i=1}^{n} p(B_i)\, p(A_j \mid B_i), j = 1,2,\ldots,n. \qquad (5)$$

Введя $n \times n$-матрицу $M = \| p(A_j \mid B_i) \|$ условных вероятностей $p(A_j | B_i)$, i, j = 1,2,…,n,

$$M = \begin{pmatrix} p(A_1|B_1) & p(A_1|B_2) & \cdots & p(A_1|B_n) \\ p(A_2|B_1) & p(A_2|B_2) & \cdots & p(A_2|B_n) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p(A_n|B_1) & p(A_n|B_2) & \cdots & p(A_n|B_n) \end{pmatrix}. \qquad (6)$$

система уравнений (5) может быть записана в матричном виде:

$$P(A) = M \cdot P(B). \qquad (7)$$

Матрица M, подобно матрица L, является стохастической и удовлетворяет условиям (*a*), (*b*) и (*c*), приведенных выше.

2. Оценивание вероятностей прогнозируемых событий

В соответствии с полученными выше результатами вероятности прогнозирующих событий $P(B) = (p(B_1), p(B_2), \ldots, p(B_n))^T$ и вероятности прогнозируемых реальных событий $P(A) = (p(A_1), p(A_2), \ldots, p(A_n))^T$, которые актуализируются в будущем, связаны между собой матричными равенствами (3) и (7). Подставляя в правую часть (7) вместо вектора $P(B)$ его выражение из равенства (3) получим уравнение для определения искомого вектора вероятностей прогнозируемых реальных событий $P(A)$:

$$P(A) = K \cdot P(A), \qquad (8)$$

где $K = M \cdot L = \| k_{ij} \|$ – $n \times n$-матрица, являющаяся стохастической как произведение двух стохастических матриц L и M (свойство (*b*)).

Из уравнения (8) следует, что вектор вероятностей $P(A)=(p(A_1), p(A_2),..., p(A_n))^T$ наступления реальных событий $A_i \in \mathbf{A}$, i = 1,2,…,n, представляет собой собственный вектор стохастической матрицы K, соответствующий ее единичному собственному значению.

Поскольку матрица L несет в себе информацию о погрешностях прогнозирования за прошлые периоды, а матрица M – о погрешностях прогнозирования, совершаемых субъектом в настоящий момент времени, то матрица $K = M \cdot L$ является полной матрицей погрешностей прогнозирования, исчерпывающим образом характеризующей погрешности субъекта (эксперта), при составлении прогнозов.

Значения вероятностей $p(A_i)$ наступления реальных событий $A_i \in \mathbf{A}$, i = 1,2,…,n, будучи элементами собственного вектора $P(A)=(p(A_1), p(A_2),..., p(A_n))^T$ матрицы K, зависят только от конкретных значений элементов k_{ij} матрицы, т.е. от погрешностей прогнозирования $p(B_i \mid A_j)$ и $p(A_j \mid B_i)$, i, j = 1,2,…,n известных из данных по прогнозам за прошлые периоды (матрица L), и в настоящий момент времени (матрица M).

Матричное уравнение (8) запишем в виде системы n линейных алгебраических уравнений. И для того чтобы система уравнений однозначно определяла собственный вектор матрицы K, необходимо дополнить получившуюся систему уравнений нормировочным равенством $\sum_{j=1}^{n} p(A_j)=1$, справедливым для полной группы событий $A_i \in \mathbf{A}$, i = 1,2,…,n. В результате система уравнений, однозначно определяющая n искомых вероятностей $p(A_i)$, i = 1,2,…,n, реальных событий $A_i \in \mathbf{A}$, i = 1,2,…,n, будет иметь вид:

$$p(A_i) = \sum_{j=1}^{n} k_{ij} \cdot p(A_i), \; i = 1,2,\ldots,n-1, \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^{n} p(A_j) = 1. \quad (10)$$

3. Применение метода

Рассмотрим следующую ситуацию: компания планирует к выпуску новый продукт и для принятия окончательного решения руководство составляет прогноз его будущего спроса (D), который может иметь три уровня – высокий (D_h), средний (D_m) и низкий (D_l). Предположим, что из имеющихся у компании данных за прошлые периоды относительно ранее выпускавшихся аналогичных продуктов можно извлечь следующую информацию.

Когда маркетинговые исследования предсказывали высокий уровень спроса ($D_{h,pr}$) на новый продукт, то в 62% случаев прогноз оправдывался, и уровень спроса действительно наблюдался высокий (D_h), т.е. $p(D_{h,pr} \mid D_h)$=0,62. Вместе с тем, в 22 и 17% случаев, когда маркетинговые исследования предсказывали высокий уровень спроса, реальный спрос оказывался на самом деле средним (D_m) или даже низким (D_l), поэтому $p(D_{h,pr} \mid D_m)$=0,22 и $p(D_{h,pr} \mid D_l)$=0,17. Аналогичные данные за прошедшие периоды по прогнозированию среднего ($D_{m,pr}$) и низкого ($D_{l,pr}$) уровней спроса на новые продукты, а также данные о реализовавшихся на практике уровнях спроса, позволяют определить процент как оправдавшихся, так и не оправдавшихся прогнозов, и вычислить погрешности прогнозирования за прошлые периоды. Результаты вычислений приведены в матрице погрешностей L:

$$L = \begin{pmatrix} p(D_{h,pr} \mid D_h) & p(D_{h,pr} \mid D_m) & p(D_{h,pr} \mid D_l) \\ p(D_{m,pr} \mid D_h) & p(D_{m,pr} \mid D_m) & p(D_{m,pr} \mid D_l) \\ p(D_{l,pr} \mid D_h) & p(D_{l,pr} \mid D_m) & p(D_{l,pr} \mid D_l) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,62 & 0,22 & 0,17 \\ 0,15 & 0,74 & 0,25 \\ 0,23 & 0,04 & 0,58 \end{pmatrix}.$$

Вместе с тем, складывающаяся к настоящему времени конъюнктура рынка не позволяет сделать однозначных выводов о будущем уровне спроса на новый продукт. Основываясь на новых данных руководство компании полагает, что если реализуется тенденция, ведущая к высокому уровню спроса ($D_{h,pr}$), то в 43% можно ожидать, что спрос действительности окажется высоким (D_h), т.е. $p(D_h | D_{h,pr})$ =0,43. Учитывая, однако, неоднозначность поступившей информации руководство полагает, что ситуация может поменяться и при тенденции высокого спроса в 24% случаев может реализоваться средний уровень спроса (D_m) и в 33% – низкий (D_l), поэтому $p(D_m | D_{h,pr})$ =0,24 и $p(D_l | D_{h,pr})$=0,33. Аналогичные заключения, сделанные на основании новых данных, приводят к следующей матрице погрешностей прогнозов M:

$$M = \begin{pmatrix} p(D_h | D_{h,pr}) & p(D_h | D_{m,pr}) & p(D_h | D_{l,pr}) \\ p(D_m | D_{h,pr}) & p(D_m | D_{m,pr}) & p(D_m | D_{l,pr}) \\ p(D_l | D_{h,pr}) & p(D_l | D_{m,pr}) & p(D_l | D_{l,pr}) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0,43 & 0,18 & 0,07 \\ 0,24 & 0,57 & 0,14 \\ 0,33 & 0,25 & 0,79 \end{pmatrix}.$$

Тогда матрица полной погрешности прогнозирования

$$K = M \cdot L = \begin{pmatrix} 0,309 & 0,231 & 0,158 \\ 0,267 & 0,480 & 0,265 \\ 0,424 & 0,289 & 0,577 \end{pmatrix}.$$

Вектор искомых вероятностей $p(D) = (p(D_h), p(D_m), p(D_l))$ уровней прогнозируемого спроса является собственным вектором матрицы K и определяется из матричного уравнения $P(D) = K \cdot P(D)$ с добавлением к нему нормировочного равенства. Поскольку одно из уравнений в системе трех уравнений, следующих из $P(D) = K \cdot P(D)$, является линейно зависимым от двух других, то одно из них следует удалить (вообще говоря, любое). Отбросив, например, третье уравнение получим следующую систему уравнений, решение которой однозначно определяет вероятности прогнозируемых уровней спроса $p(D_h)$, $p(D_m)$, $p(D_l)$:

$$0,309 \cdot p(D_h) + 0,231 \cdot p(D_m) +$$
$$+0,158 \cdot p(D_l) = p(D_h),$$
$$0,267 \cdot p(D_h) + 0,480 \cdot p(D_m) +$$
$$+0,265 \cdot p(D_l) = p(D_m),$$
$$p(D_h) + p(D_m) + p(D_l) = 1.$$

Решение данной системы уравнений равно $p(D_h)$=0,215; $p(D_m)$=0,338; $p(D_l)$=0,447. Полученные значения вероятностей позволяют рекомендовать руководству компании решение, соответствующее наибольшей вероятности реализации спроса на новый продукт в будущем. Поскольку вероятность реального наступления в будущем низкого уровня спроса (0,447) выше вероятностей высокого (0,215) или среднего (0,338) уровней спроса, новый продукт производить не следует.

Заключение

Разработанный в статье метод позволяет осуществлять прогнозирование будущих событий и оценивать вероятности их наступления. Оценки вероятностей прогнозируемых событий является согласованными с двумя массивами данных, получаемыми как из прошлых периодов при прогнозировании релевантных событий и известных долях оправдавшихся и не оправдавшихся прогнозов, так и из наблюдающихся в настоящее время тенденций. На основании двух видов данных формируются две матрицы, одна из которых представляет собой матрицу погрешностей прогнозирования за прошлые периоды (L), а другая – матрицу прогнозов (M), выполненных на основании новой информации. Произведение указанных матриц ($K = M \cdot L$) несет в себе полную информацию о погрешностях, присущих данному субъекту (эксперту), при составлении прогнозов. В статье показано, что вектор вероятностей наступления прогнозируемых событий представляет собой собственный вектор полной матрицы погрешностей прогнозирования $K = M \cdot L$, который отвечает ее единичному собственному значению. Поскольку априори неизвестные вероятности наступления прогнозируемых событий являются элементами собственного вектора матрицы K, определяемых из решения полученной в статье системы уравнений, то указанные вероятности не зависят от мнения прогнозирующего субъекта. Между тем, при байесовском подходе для определения апостериорных вероятностей наступления прогнозируемых событий необходимо знать априорные вероятности их наступления, которые, собственно говоря, неизвестны и подлежат определению. Поэтому в байесовском подходе априорные вероятности фактически произвольно задаются субъектом (экспертом). Разработанный в статье метод вычисления вероятностей прогнозируемых событий, позволяют повысить адекватность прогнозирования будущих событий и уменьшить его субъективную составляющую.

Литература

1. Беллман Р. Введение в теорию матриц. – М.: Наука, 1969.
2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. 3-е изд. – М.: Наука, 1967.
3. Канеман Д., Словик П., Тверски А. Принятие решений в неопределенности: Правила и предубеждения. – Харьков: «Гуманитарный центр», 2005.
4. Мадера А.Г. Метод прогнозирования вероятностей актуализации последствий принятых решений в условиях неопределенности // Менеджмент в России и за рубежом. – 2012. – № 6. – С. 21-29.
5. Мадера А.Г. Риски и шансы: принятие решений в условиях неопределенного будущего // Менеджмент в России и за рубежом. – 2014. – № 2. – С. 12-21.
6. Мадера А.Г. Моделирование и принятие решений в менеджменте. – М.: Издательство ЛКИ, 2010.
7. Мадера А.Г. Риски и шансы: неопределенность, прогнозирование и оценка. – М.: КРАСАНД, 2014.
8. Мадера А.Г. Интервально стохастическая неопределенность оценок в многокритериальных задачах принятия решений // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2014. – №. 3. – С. 105 – 115.
9. Мантенья Р.Н., Стенли Г.Ю. Введение в эконофизику: Корреляция и сложность в финансах. – М.: Либроком, 2009.
10. Международная практика прогнозирования мировых цен на финансовых рынках (сырье, акции, курсы валют) / Под ред. Я.М. Миркина. – М.: Магистр, 2014.
11. Феллер В. Введение в теорию вероятностей. Т. 1. – М.: Либроком, 2010.
12. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. – М.: Мир, 1989.
13. Clemen R. Combining Forecast // Int. J. Forecasting. – 1989. – n. 5. – P. 559 – 583.
14. Green W.H. Econometric Analysis. 7 ed. – Boston.: Pearson, 2012.
15. Hanke J.E., Reitsch A.G., Wichern D.W. Business Forecasting. – N.J.: Prentice Hall Inc., 2001.
16. Madera A.G. Interval Uncertainty of Estimates and Judgments of Subject in Decision Making in Multi-Criteria Problems // International Journal of the Analytic Hierarchy Process. – 2015. – Vol. 7. – N. 2. – P. 337 – 348.
17. Makridakis S. The art and science of forecasting // International Journal of Forecasting. – 1986. – 2. – P. 15 – 39.
18. McNees S.K. The role of judgment in macroeconomic forecasting accuracy // International Journal of Forecasting. – 1990. – Vol. 6. – N. 3. – P. 287 – 299.
19. Principles of Forecasting: A Handbook for Researchers and Practitioners (Ed. J. Scott Armstrong). Kluwer, 2001.
20. Rossi E. Univariate GARCH Models: A Survey // Quantile. – 2010. – N. 8. – P. 1 – 67.

Мадера Александр Георгиевич. Заведующий отделом математического моделирования процессов ФНЦ НИИСИ РАН. Окончил Московский институт электроники и математики в 1973 году. Доктор технических наук, профессор. Автор более 170 печатных работ и пяти монографий. Область научных интересов: моделирование процессов различной физической природы, принятие решений, прогнозирование, теория вероятностей, оценка рисков. E-mail: agmprof@mail.ru