М.В. Хачумов

Задачи группового преследования цели в условиях возмущений[1]

Аннотация. Рассматриваются теоретико-игровые задачи группового преследования цели в условиях возмущений. В качестве объектов выступают беспилотные летательные аппараты (ЛА), математические модели которых задаются передаточными функциями, описывающими двухконтурную систему управления с автопилотом и параметрами настройки, обеспечивающими необходимую устойчивость полета. В соответствии с принципом разделения движения, без потери общности, решения рассматриваются в плоскости тангажа. В экспериментальной части работы моделируются ситуации, характерные для решения указанных задач.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, интеллектуальное управление, правила управления, групповое взаимодействие, преследование цели, дифференциальные игры, моделирование.

Введение

Решение задачи преследования динамической цели изучается в рамках теории дифференциальных игр [1-3]. В работах [4-8] рассматриваются игры преследования нескольких управляемых объектов группой управляемых объектов, в том числе задачи простого преследования жестко скоординированных убегающих, с фазовыми ограничениями. В работах [9, 10] исследовалась задача группового преследования нескольких убегающих при равных возможностях всех участников, получены достаточные, а в некоторых случаях и необходимые условия убегания в задаче простого преследования. Антагонистическая задача с несколькими преследователями и одним убегающим, в которой расстояние пройденное игроком является линейной функцией от времени, а вектор скорости может менять направление, была изучена в работе [11]. В ней показано, что если скорость преследователей меньше скорости убегающего, то решение о возможности положительного исхода для убегающего можно получить построением семейства окружностей Аполлония.

В данной работе задача преследования рассматривается с учетом следующих дополнительных особенностей:

1) объектами являются модели летательных аппаратов с заданными реальными характеристиками;

2) преследование осуществляется в условиях случайных воздушных возмущений;

3) управления вырабатываются на основе интеллектуальных стратегий, реализуемых правилами, имитирующими действия пилотов.

Ранее задача простого преследования решалась автором для случая одного преследователя и одной цели [12, 13]. Полученные результаты позволили перейти вплотную к разработке стратегий поведения ЛА и экспериментальному моделированию процессов решения задачи с несколькими преследователями и одним убегающим с учетом перечисленных особенностей.

[1] Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (№ 16-11-00048).

1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу преследования объекта c, обозначаемого дальше как «цель», группой ЛА $P = \{p_1,..., p_N\}$, причем $N \geq 2$. Индексами p и c будем помечать переменные преследователей и цели, соответственно. Объекты p_i и c осуществляют простое движение между соседними точками смены направления с постоянными скоростями $v_i^{(p)}$, $v^{(c)}$ и углами $\theta_i^{(p)}(t)$, $\theta^{(c)}(t)$, задающими ориентацию. Каждому преследователю p_i в момент времени t_i известно состояние цели: $x^{(c)}(t), y^{(c)}(t), v^{(c)}(t), \theta^{(c)}(t)$, где $x^{(c)}(t), y^{(c)}(t)$ – координаты цели. Аналогично, цель имеет полную информацию о преследователях. Рассмотрим несколько базовых задач, имеющих прикладное значение.

Задача 1 («Захват» цели). Пусть $\forall i, v_i^{(p)} = v^{(p)} < v^{(c)}$, $X_i(t)$ и $Y(t)$ – координаты ЛА p_i и цели c, а $d(X_i(t), Y(t))$ – расстояние между ними в момент времени t. Задача преследования заключается в построении для каждого p_i такого управления $U_i(t) = (\theta_i^{(p)}(t))$ на временном отрезке $[0, T]$ при наличии возмущений, что $\exists i, d(X_i(T), Y(T)) < \varepsilon$ и $T \to \min$, ε – минимальное целевое расстояние между ЛА и убегающим объектом. Игра преследования считается оконченной в момент времени T, когда произошла встреча (сближение координат) хотя бы одного преследователя p_i с целью, что считается «захватом» убегающего. Как будет показано и подтверждено экспериментально, положительное для преследователей решение задачи существует только в некоторых случаях, когда группе удается окружить цель.

Задача 2 (Следование за целью). Пусть $\forall i, v_i^{(p)} \geq v^{(c)}$, тогда задача преследователей – сначала сблизиться с целью, а затем, пройти путь движения цели с минимальным отклонением в течение заданного времени T. При этом скорость ЛА p_i устанавливается соответствующим рычагом управления в зависимости от ситуации. В дальнейшем ограничимся наличием у преследователей двух скоростей $v_i^{(p)} = (v^{(p1)}, v^{(p2)})$, причем $v^{(p1)} = v^{(c)}$, $v^{(p2)} > v^{(c)}$. Задача заключается в построении такого управления $U_i(t) = (v_i^{(p)}(t), \theta_i^{(p)}(t))$ для каждого p_i на временном отрезке $[0, T]$, что $\int_{t=0}^{T} d(X_i(t), Y(t))dt \to \min$ при ограничении: $\forall i, d(X_i(t), Y) \geq \varepsilon$, где ε – допустимое значение сближения летательных аппаратов с целью.

Задача 3 (Следование по заданному маршруту). Пусть траектория каждого летательного аппарата p_i задана движением эталонной цели $c_i \in \{c_1,..., c_N\}$ и представлена последовательностью опорных точек $(x_{ij}^{(c)}, y_{ij}^{(c)})$, $j = 1,..., M$. Известно желаемое время прохождения опорных точек $t_{ij}^{(c)}$, $i = 1,..., N$, $j = 1,..., M$ и всего маршрута в целом $T_i^{(c)}$.

В результате ветровой нагрузки возможно отклонение каждого ЛА от своего маршрута, причем существенное, а также отклонение реального времени $T_i^{(p)}$ полета от заданного $T_i^{(c)}$. Как и в Задаче 2 ограничимся наличием у ЛА двух скоростей $v^{(p1)} = v^{(c)}$, и $v^{(p2)} > v^{(c)}$.

Пусть $X_i(t)$ и $Y_i(t)$ – координаты p_i и соответствующей эталонной c_i, а $d(X_i(t), Y_i(t))$ – расстояние между ними в момент времени t. Задача заключается в построении такого управления для каждого ЛА в группе $U_i(t) = (v_i^{(p)}(t), \theta_i^{(p)}(t))$ на временном отрезке $[0, T_i^{(p)}]$, что $\int_{t=0}^{T_i^{(p)}} d(X_i(t), Y_i(t))dt \to \min$.

Предлагается решение поставленных задач, основанное на действиях, имитирующих поведение пилота (человека-оператора) и заключающееся в выборе правил управления в условиях установленных ограничений на управление и действующих возмущений.

2. Решение задачи преследования цели

В случае, когда $\forall i, v_i^{(p)} > v^{(c)}$, решение задачи определения места встречи может быть

получено геометрически с использованием окружностей Аполлония [11].

Рассмотрим случай когда $v_i^{(p)} = v^{(p)} < v^{(c)}$. Требуется построить геометрическое место точек, в которых преследователь p_i встретится с целью при условии, что они не изменят своего направления. Пусть известны начальные координаты $x^{(c)}(0) = 0$, $y^{(c)}(0) = 0$, $x_i^{(p)}(0) = a$, $y_i^{(p)}(0) = b$ и скорости движения $v^{(c)}, v^{(p)}$ цели и преследователя соответственно. Уравнение окружности, являющейся местом встречи преследователя и цели, имеет вид:

$$\left(x - \frac{a(v^{(p)})^2}{(v^{(c)})^2 - (v^{(p)})^2} \right)^2 + \left(y - \frac{b(v^{(p)})^2}{(v^{(c)})^2 - (v^{(p)})^2} \right)^2 = \left(\frac{v^{(p)} v^{(c)} \sqrt{a^2 + b^2}}{(v^{(c)})^2 - (v^{(p)})^2} \right)^2,$$

где $d_x = \frac{a(v^{(p)})^2}{(v^{(c)})^2 - (v^{(p)})^2}$ – смещение центра окружности по оси абсцисс, а $d_y = \frac{b(v^{(p)})^2}{(v^{(c)})^2 - (v^{(p)})^2}$ – по оси ординат, $R = \frac{v^{(p)} v^{(c)} \sqrt{a^2 + b^2}}{(v^{(c)})^2 - (v^{(p)})^2}$ – радиус окружности.

Пусть d_i – расстояние между преследователем p_i и целью на плоскости. Определим сумму векторов $\overline{F}_{res} = \sum_{i=1}^{N} \overline{F}_i$, исходящих из точки расположения цели и совпадающих с направлениями от p_i к c как показано на Рис. 1.

$\left| \overline{F}_i \right| = \frac{1}{d_i}$ (чем дальше ЛА, тем меньше он влияет на движение цели), r_i – радиусы окружностей Аполлония для соответствующих преследователей p_i.

Определим следующие стратегии поведения объектов задачи, описываемые правилами:

- стратегия цели: двигаться по направлению, определяемому вектором $\overline{F}_{res}$, который пересчитывается для каждого момента времени $t = t_i$;

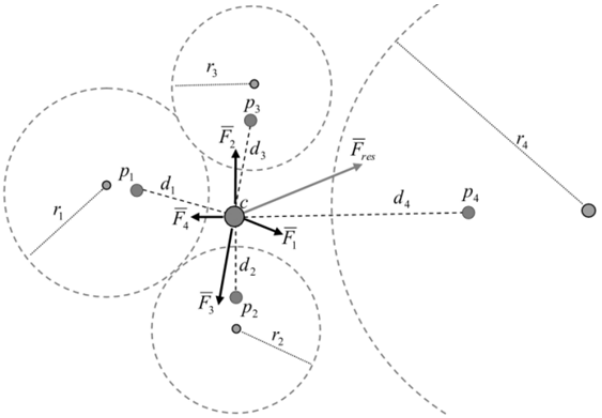


Рис.1. Преследование цели группой ЛА

- стратегия преследователей (действует одновременно для всех p_i).

Если прогнозируемая траектория движения цели (прогноз делается при условии, что c не изменит своего направления, т.е. $\theta^{(c)}(t_{i+1}) = \theta^{(c)}(t_i)$) пересекается с соответствующей окружностью Аполлония для p_i, то преследователь должен двигаться в точку встречи.

Если пересечение с окружностью Аполлония для p_i отсутствует, то строится прогноз движения цели на некоторое число шагов k вперед, и p_i двигается с опережением в прогнозируемую точку $(x^{(c)}(t_{i+k}), y^{(c)}(t_{i+k}))$.

Рассмотрим типовые случаи преследования, связанные с особенностями расположения окружностей Аполлония. Положительное решение задачи для преследователей однозначно существует, когда группе ЛА удается окружить цель, как это показано, например, на Рис.2.

Убегающий оценивает сцену, строя семейство окружностей Аполлония, что позволяет определить границу, образуемую пересекающимися окружностями.

Предлагается следующий алгоритм поиска границы:

1. Построение окружностей Аполлония для каждой пары: убегающий-преследователь.

2. Проверка наличия пересечения окружностей для каждой пары преследователей (p_i, p_j). Окружности Аполлония пересекаются (или соприкасаются), если $r_i + r_j \le d_{ij}$, где d_{ij} – расстояние между центрами окружностей i и j.

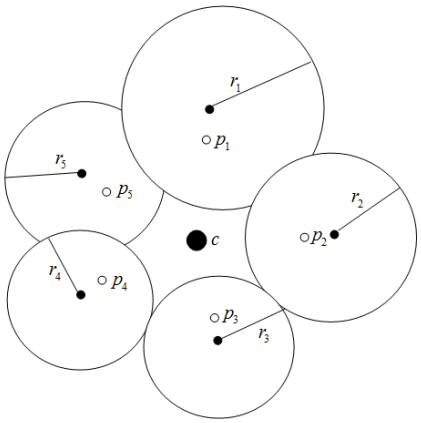


Рис.2. Преследователям удается поймать цель

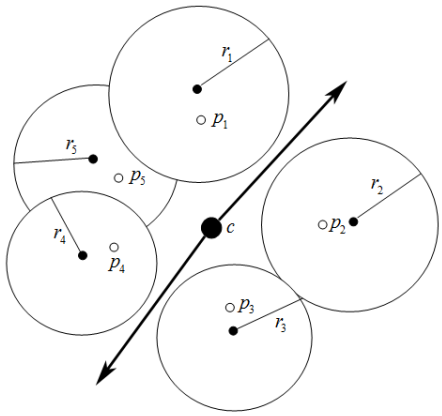


Рис.3. Цель убегает от преследователей

3. Построение матрицы смежности $S^{(P)} = \left| s_{ij} \right|$, $i, j = 1,..., N$ причем $s_{ij} = 1$, если окружности i, j пересекаются или соприкасаются, $s_{ij} = 0$ в противном случае.

4. Нахождение циклов $s_{ij},...,s_{ki}$ в матрице смежности, т.е. последовательностей имеющих смежные пересекающиеся окружности Аполлония, начинающиеся и заканчивающиеся одинаковым номером ЛА. Каждый цикл есть замкнутый многоугольник, образующий границу, препятствующую движению цели. Количество элементов цикла должно быть больше двух, а многоугольников - больше одного.

5. Для каждого найденного цикла осуществить проверку принадлежности координат цели замкнутой области (многоугольнику).

Таким образом, если убегающий расположен внутри замкнутой области, то он не спасается; если граница, состоящая из звеньев отрезков прямых линий разомкнутая (цикл отсутствует), то необходимы дополнительные проверки, связанные с продолжением игры до положительного решения одной их противодействующих сторон.

На Рис. 3 показан пример сцены, когда, при отсутствии циклов, цели удается уйти от преследователей.

В случае ветровых возмущений, если граница, замкнутая в момент времени $t = t_k$, то в последующий момент $t = t_{k+1}$ она может оказаться разомкнутой или, напротив, непересекающиеся окружности могут сомкнуться.

Ответ на вопрос об исходе игры получим в каждом конкретном случае путем моделирования процесса преследования-убегания, для чего необходимо учесть реальные характеристики модели ЛА и возмущающие воздействия.

3. Описание системы управления ЛА на основе продукционных правил

Приведем набор правил управления для преследователя. В правилах, представленных ниже, запись вида $(A, B, C...)$ обозначает «известно значение A», «известно значение B» и «известно значение C»…. Спискам добавляемых и удаляемых фактов предшествует служебное слово «ТО», а следующее далее выражение вида $x := a$ означает «в текущем состоянии базы данных присвоить переменной x значение a». Индекс t при переменной означает привязку к текущему времени.

Используются следующие обозначения для p_i:

$F_1(d_i, x_i^{(p)}, y_i^{(p)}, x^{(c)}, y^{(c)}, \theta^{(c)}, v_i^{(p)}, v^{(c)})$ – функция, вычисляющая угол сближения $\theta_i'^{(p)}(t)$ для встречи с целью, используя прогнозируемую точку окружности Аполлония [13]; $F_2(x_i^{(p)}, y_i^{(p)}, x^{(c)}, y^{(c)}, \theta^{(c)}, v^{(c)})$ – функция, вычисляющая угол сближения $\theta_i''^{(p)}(t)$, на основе прогноза движения цели на k шагов;

$F_3(\theta^{(c)}, \theta_i^{(w)}, v_i^{(p)}, v_i^{(w)})$ – функция, вычисляющая угол следования за целью $\theta_i'''^{(p)}(t)$ с учетом ветровой нагрузки [13].

Здесь d_i – расстояние между p_i и целью, $\theta_i^{(w)}$ – направление ветра, $v_i^{(w)}$ – скорость ветра. Положим Δt – продолжительность одного

такта (шага) моделирования; ε – минимальное расстояние, означающее, что задача сближения с целью *c* достигнута.

Рассмотрим пример правил управления p_i.

Правила замыкания

Правила осуществляют вычисление и подготовку необходимых для последующих расчетов данных, доопределяющих текущее состояние объекта управления.

ЕСЛИ $(x_i^{(p)}(t), y_i^{(p)}(t), x^{(c)}(t), y^{(c)}(t))$ ТО

$d_i(t) = \sqrt{(x_i^{(p)}(t) - x^{(c)}(t))^2 + (y_i^{(p)}(t) - y^{(c)}(t))^2}$;

ЕСЛИ

$(d_i(t), x_i^{(p)}(t), y_i^{(p)}(t), x^{(c)}(t), y^{(c)}(t), \theta^{(c)}(t),$

$v_i^{(p)}(t), v^{(c)}(t))$

ТО $\theta_i'^{(p)}(t) := F_1(d_i(t), x_i^{(p)}(t), y_i^{(p)}(t), x^{(c)}(t), y^{(c)}(t),$

$\theta^{(c)}(t), v_i^{(p)}(t), v^{(c)}(t))$;

ЕСЛИ

$(x_i^{(p)}(t), y_i^{(p)}(t), x^{(c)}(t), y^{(c)}(t), \theta^{(c)}(t), v^{(c)}(t))$

ТО $\theta_i''^{(p)}(t) :=$

$F_2(x_i^{(p)}(t), y_i^{(p)}(t), x^{(c)}(t), y^{(c)}(t), \theta^{(c)}(t), v^{(c)}(t))$;

ЕСЛИ $(\theta^{(c)}(t), \theta_i^{(w)}(t), v_i^{(p)}(t), v_i^{(w)}(t))$

ТО $\theta_i'''^{(p)}(t) := F_3(\theta^{(c)}(t), \theta_i^{(w)}(t), v_i^{(p)}(t), v_i^{(w)}(t))$.

Правила переходов

Правила определяют переход системы в новое состояние в результате импульса управления с шагом Δt. Координаты очередной текущей точки:

ЕСЛИ $(x_i^{(p)}(t), v_i^{(w)}(t), \theta_i^{(p)}(t), \theta_i^{(w)}(t))$

ТО $x_i^{(p)}(t + \Delta t) = x_i^{(p)}(t) + v_i^{(p)}(t)\cos(\theta_i^{(p)}(t)) +$

$v_i^{(w)}(t)\cos(\theta_i^{(w)}(t))$;

ЕСЛИ $(y_i^{(p)}(t), v_i^{(w)}(t), \theta_i^{(p)}(t), \theta_i^{(w)}(t))$

ТО $y_i^{(p)}(t + \Delta t) = y_i^{(p)}(t) + v_i^{(p)}(t)\sin(\theta_i^{(p)}(t)) +$

$v_i^{(w)}(t)\sin(\theta_i^{(w)}(t))$;

Правила выбора цели (для Задачи 1)

ЕСЛИ $(d_i(t) > \varepsilon)$ ТО задача «сближение» = «активна»;

ЕСЛИ $(d_i(t) \le \varepsilon)$ ТО задача «сближение» = «достигнута».

Правила выбора цели (для Задач 2,3)

ЕСЛИ $(d_i(t) > \varepsilon)$ ТО задача «сближение» = «активна», «следование» = «неактивна»;

ЕСЛИ $(d_i(t) \le \varepsilon)$ ТО задача «сближение» = «неактивна», «следование» = «активна».

Правила управления (для Задачи 1)

ЕСЛИ (задача «сближение» = «активна») ТО (ЕСЛИ $F_1(d_i(t), x_i^{(p)}(t), y_i^{(p)}(t), x^{(c)}(t), y^{(c)}(t), \theta^{(c)}(t),$ $v_i^{(p)}(t), v^{(c)}(t))$ ТО $\theta_i^{(p)}(t) = \theta_i'^{(p)}(t)$ ИНАЧЕ $\theta_i^{(p)}(t) = \theta_i''^{(p)}(t)$).

Правила управления (для Задач 2,3)

ЕСЛИ (задача «сближение» = «активна») ТО $v_i^{(p)}(t) = v^{(p2)}(t)$, $\theta_i^{(p)}(t) = \theta_i'^{(p)}(t)$;

ЕСЛИ (задача «следование» = «активна») ТО $v_i^{(p)}(t) = v^{(p1)}(t)$, $\theta_i^{(p)}(t) = \theta_i'''^{(p)}(t)$.

В случае Задачи 1 правила выполняются до конца сближения с целью. В случае Задач 2 и 3 правила выполняются до тех пор, пока не будет исчерпано время T или $T_i^{(p)}$.

4. Система моделирования полета ЛА с учетом ветровой нагрузки

Общая схема моделирования процесса преследования цели ЛА в системе MATLAB Simulink с учетом ветровых нагрузок приведена на Рис. 4. Система моделирования является условно дискретной.

Рассмотрим основные блоки структурной схемы.

Блок «стабилизации угла тангажа». На вход блока подается угол, который должен отработать ЛА с учетом возмущений. На выходе блок выдает текущий угол тангажа $\theta_i^{(p)}(t)$ ЛА. Структурная схема стабилизации угла тангажа, была рассмотрена в работе [13].

Блок «вычисления координат ЛА». В принятой модели положение ЛА в текущий момент времени t вычисляются на основе координат в предыдущий момент времени $t-1$ и известных параметров: заданной скорости $v_i^{(p)}(t)$ и угла тангажа ЛА $\theta_i^{(p)}(t)$, а также скорости $v_i^{(w)}(t)$ и направления ветра $\theta_i^{(w)}(t)$. На выходе блок выдает скорость и текущие значения координат $(x_i^{(p)}(t_i), y_i^{(p)}(t_i))$.

Блок «ветровая нагрузка». Продольные и нормальные ветровые воздействия моделируются с помощью корреляционных функций [12].

Блок «вычисления координат ЦЕЛИ» выдает текущие $(x^{(c)}(t_i), y^{(c)}(t_i))$ и прогнозные коорди-

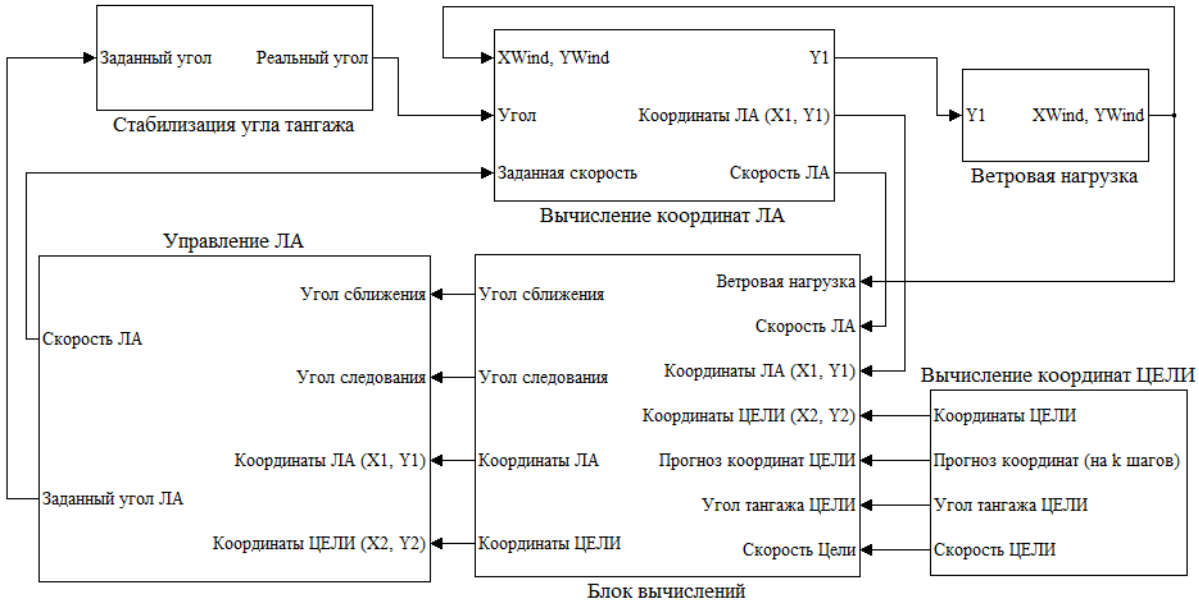


Рис.4. Структурная схема моделирования преследования цели ЛА

наты $(x^{(c)}(t_{i+k}), y^{(c)}(t_{i+k}))$, угол тангажа $\theta^{(c)}(t)$ и скорость $v^{(c)}(t)$ цели.

Блок «вычислений» выдает один из углов сближения $\theta_i^{(p)}(t)$, $\theta_i^{\prime\prime(p)}(t)$ и угол следования $\theta_i^{\prime\prime\prime(p)}(t)$.

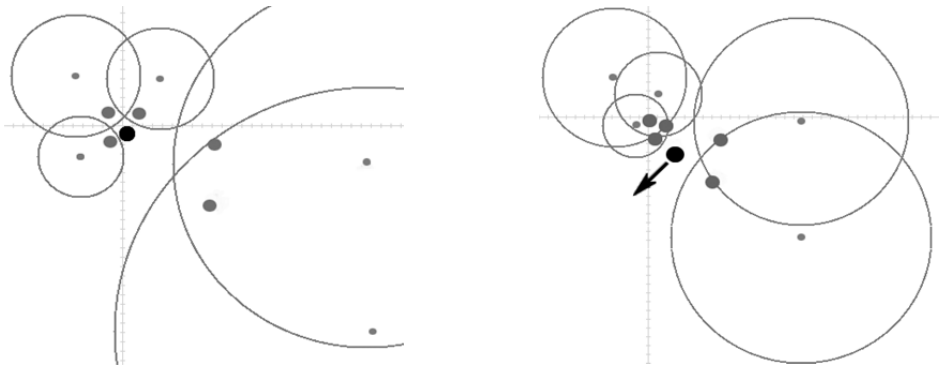
Блок «управления ЛА» вырабатывает конкретные управления $v_i^{(p)}$, $\theta_i^{(p)}$ в соответствии с текущим состоянием системы.

5. Экспериментальные исследования

В работе выполнены экспериментальные исследования описанных задач с использованием модели ЛА [12, 13] в условиях возмущенной воздушной среды.

На Рис. 5 представлены результаты моделирования игры преследования-убегания для *Задачи 1* («захват» цели), показано расположение участников сцены на начальном а) и конечном б) участках моделирования, вычисленные окружности Аполлония.

На Рис. 6 для наглядности представлены траектории движения цели (прерывистая кривая) и группы ЛА (светлая кривая) для этого примера. Визуально траектории движения объектов пересекаются, но это происходит в несовпадающие моменты времени. Из рисунка видно, что участники сцены осуществляют логичные действия по сближению-убеганию. Как показывает моделирование, после нескольких итераций (Рис. 5, б) цель в данном конкретном случае убегает, применив описанную эвристическую стратегию.



а) б)

Рис.5. Моделирование преследования цели группой ЛА

а) начало преследования; б) завершающая стадия (цель убегает)

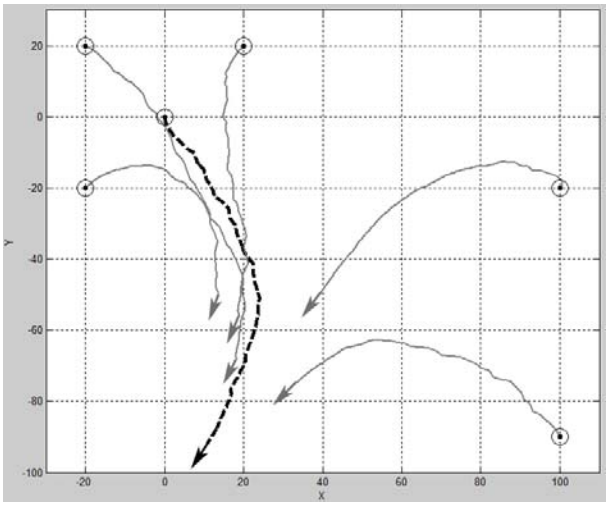


Рис.6. Траектории движения цели и ЛА для примера Задачи 1

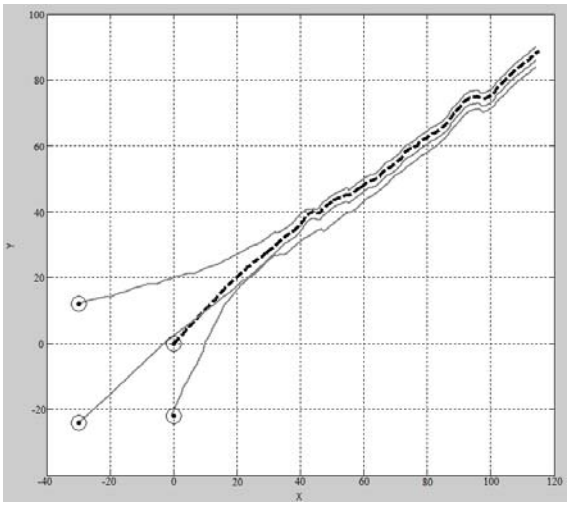


Рис.7. Траектории движения цели и ЛА для примера Задачи 2

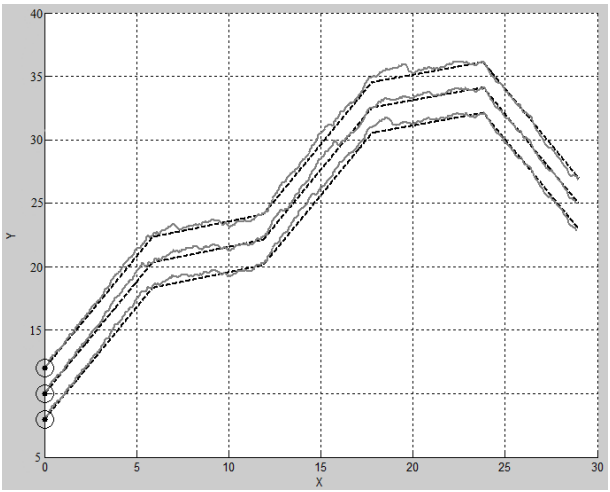


Рис. 8. Траектории движения цели и ЛА для примера Задачи 3

На Рис. 7 отмечены начальные расположения участников и представлены траектории их движения для задачи следования за целью (Задача 2). Видно, что ЛА (светлые кривые) сначала сближаются с целью (прерывистая кривая), а затем следуют за ней.

На Рис. 8 представлены траектории движения участников для случая следования по заданному маршруту (Задача 3). При этом каждый ЛА (светлые кривые) преследует свою эталонную цель (прерывистые кривые).

На Рис. 9 и Рис. 10 показаны примеры моделирования угла тангажа и скорости одного из преследователей с учетом ветровой нагрузки для задачи следования за целью (Задача 2). На Рис. 10 видны моменты переключения режимов сближения и следования.

Рис. 9 и Рис. 10 демонстрируют влияние ветровой нагрузки на значения тангажа и скорости ЛА. Однако заложенные в систему управления правила успешно справляются с поставленной задачей следования за целью.

Заключение

В статье рассмотрены задачи преследования цели группой летательных аппаратов и следования по заданному маршруту. Задачи решались для различных сцен в условиях возмущенной воздушной среды и при разных соотношениях скоростей. Участники моделируемых сцен были описаны математическими моделями на основе передаточных функций, что позволило провести моделирование в системе MATLAB Simulink.

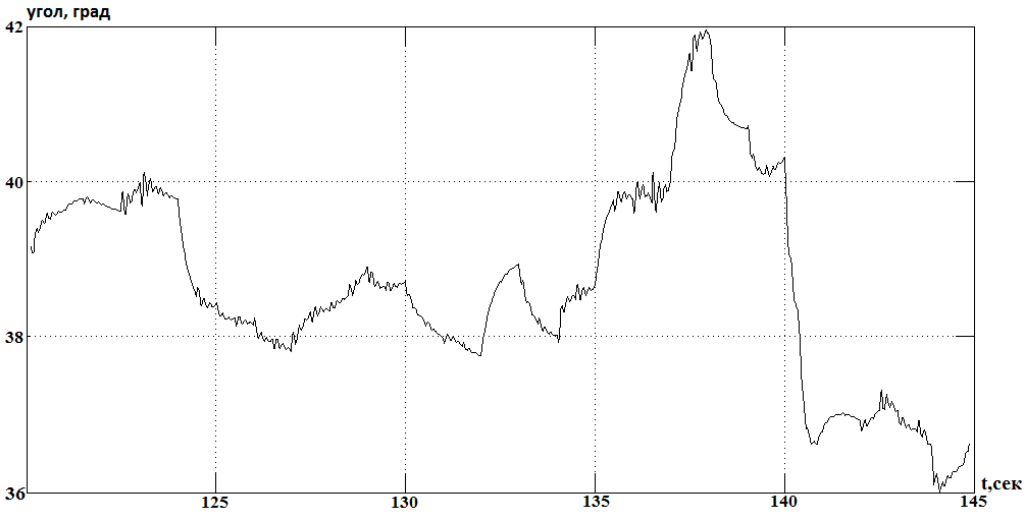


Рис. 9. График изменения угла тангажа ЛА $\theta_i^{(p)}(t)$

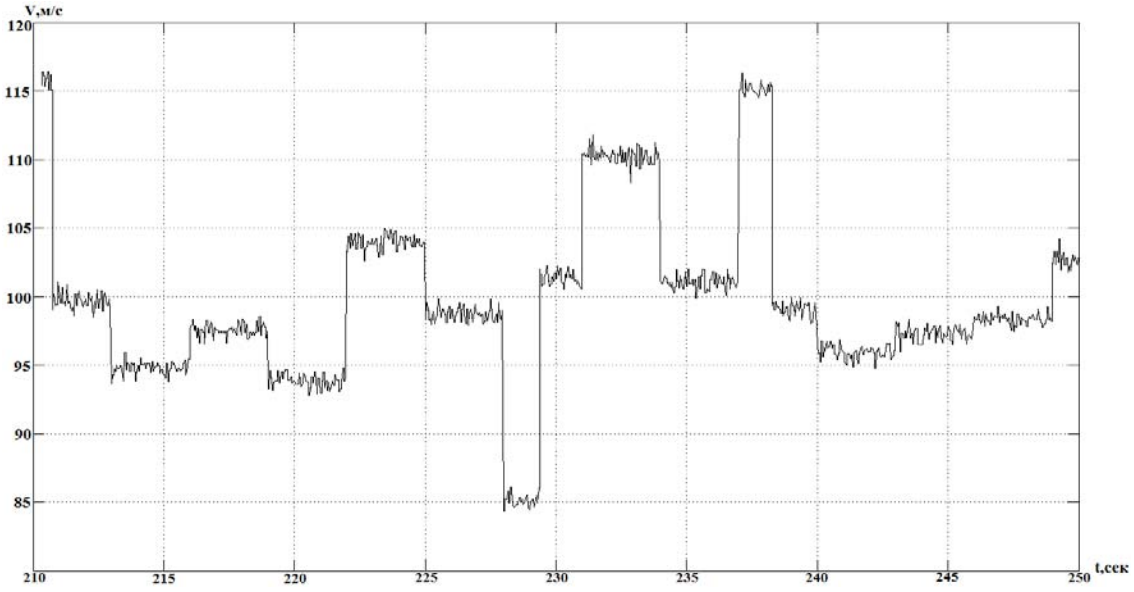


Рис.10. График изменения скорости ЛА с ветровой нагрузкой $v_i^{(p)}(t)$

Проведенные экспериментальные исследования показали, что предложенные стратегии и реализующие их правила задают естественное поведение объектов в условиях ветровых возмущений. Это определяет целесообразность их встраивания в системы управления малых летательных аппаратов, в том числе, автономных, для проведения натурных испытаний.

Литература

1. Friesz T.L. Dynamic optimization and differential Games. – International Series in Operations Research & Management Science, Springer Science + Business Media, LLC, 2010, 502 p.
2. Wei Lin. Differential games for multi-agent systems under distributed information. – A dissertation submitted for the degree of Doctor of Philosophy, University of Central Florida, 2013, 117 p.
3. Красовский Н.Н., Котельникова А.Н. Стохастическое управление в детерминированной дифференциальной игре сближения–уклонения//Автоматика и телемеханика, 2011, № 2, с. 93–110.
4. Ухоботов В.И., Зайцева О.В. Игровая задача импульсной встречи со смешанным ограничением на управление второго игрока// Вестник ЮУрГУ. Серия Математика, физика, химия, 2007, Вып. 9, № 19, с. 55-60.
5. Вагин Д.А. Преследование жестко скоординированных убегающих. Дис. канд. физ.-мат. наук: 01.01.02: Ижевск, 2003. – 102 с.
6. Dongxu Li. Multi-player pursuit-evasion differential games. – A dissertation submitted for the degree of Doctor of Philosophy, The Ohio State University, 2006, 151 p.

7. Wei M., Chen G., Cruz J. B., Haynes L., Pham K., Blasch E. Multi-pursuer multi-evader pursuit-evasion games with jamming confrontation. – Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication, 2007, vol. 4, no. 3, pp. 693–706.
8. Sidney N., Givigi Jr., Schwartz H. M. Decentralized strategy selection with learning automata for multiple pursuer–evader games. – Adaptive Behavior, 2014, vol. 22, pp. 221-234.
9. Петров Н.Н. Об одной задаче преследования со многими убегающими. – Вестник Удмур. ун-та, 2000, № 1, с. 131-136.
10. Петров Н.Н. Простое преследование жесткосоединенных убегающих//Автоматика и телемеханика, 1997, № 12, с. 89-95.
11. Петросян Л.А., Рихсиев Б.Б. Преследование на плоскости. М.: Наука, 1991. – 95 с.
12. Abramov N.S., Makarov D.A., Khachumov M.V. Controlling Flight Vehicle Spatial Motion Along a Given Route. – Automation and Remote Control, June 2015, Vol.76, No.6, pp.1070-1080.
13. Абрамов Н.С., Хачумов М.В. Моделирование проводки по маршруту беспилотного летательного аппарата как задачи преследования цели//Авиакосмическое приборостроение, № 9, 2013, с.9-22.

Хачумов Михаил Вячеславович. Научный сотрудник ИСА ФИЦ ИУ РАН. Окончил Российский университет дружбы народов в 2009 году. Кандидат физико-математических наук. Автор 25 печатных работ. Область научных интересов: искусственный интеллект, системы управления, кластеризация, слабоструктурированные данные.