

О классе ДСМ-рассуждений, использующих изоморфизм правил индуктивного вывода¹

Аннотация. В работе определяется класс ДСМ-рассуждений, стратегии, которых используют изоморфизм прямых произведений решеток, представляющих правила индуктивных выводов. Показано, что ДСМ-рассуждения, образованные правилами индуктивного вывода, правилами вывода по аналогии и процедурами абдуктивного принятия гипотез, являются релеяционно-корректными.

Ключевые слова: ДСМ-рассуждения, индукция, аналогия, абдукция, решетки, R-корректность, изоморфизм правил индуктивного вывода.

1. Множество «механизмов» каузального вынуждения эффектов

ДСМ-метод автоматизированной поддержки научных исследований (ДСМ-метод АПНИ) [1, 2] имеет два исходных предиката $X \Rightarrow_1 Y$ и $V \Rightarrow_2 W$ – «объект X обладает множеством свойств Y » и «подобъект V есть причина множества свойств W », соответственно.

Одним из основных принципов ДСМ-метода АПНИ является принцип схождения: схождение фактов влечет наличие (отсутствие) прогнозируемого эффекта и его повторяемость. ДСМ-метод АПНИ осуществляет предсказание изучаемых эффектов посредством правил вывода по аналогии (п.п.в.-2), которые расширяют $X \Rightarrow_1 Y$, используя результаты применения индуктивных правил вывода (п.п.в.-1). Последние порождают предикат $V \Rightarrow_2 W$, представляющий схождение фактов для эффекта W с причиной V [1].

Принцип схождения ДСМ-метода АПНИ формализуется посредством позитивного и негативного предикатов схождения $M_{a,n}^+(V, W)$ и $M_{a,n}^-(V, W)$ (M^σ -предикаты) и соответствующих правил правдоподобного вывода – индукции (п.п.в.-1) и аналогии (п.п.в.-2) [1, Часть I].

$M_{a,n}^+(V, W)$ определяется посредством экзистенциальных условий ($\exists^+s$), схождения (Sim), эмпирической зависимости (ED^+) с условием исчерпываемости (Ex) и нижней границы для числа сходных примеров $k (k \geq 2)$: $M_{a,n}^+(V, W) \Leftarrow \exists k((\exists^+s) \& (Sim) \& (ED^+) \& (k \geq 2))$ [1, Часть I]. Аналогично определяется $M_{a,n}^-(V, W)$ для отрицательных примеров.

M^σ -предикаты схождения ($\sigma \in \{+, -\}$) могут быть усилены дополнительными условиями, соответствующими «механизмам каузального вынуждения (детерминации) изучаемого эффекта W , порождаемого причиной V ». Дополнительными (усиливающими каузальное вынуждение эффекта) условиями являются запрет на контрпримеры, различие и схождение-различие. Их именами являются $b^\sigma, d_0^\sigma, d_2^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-07-00856а).

$(b^+): \forall X \forall Y (((V \subset X) \& (W \subseteq Y)) \rightarrow (J_{(1,n)}(V \Rightarrow_1 W) \vee J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_1 W)))$, где $(\tau, n) = \{\langle 1, n+1 \rangle, \langle -1, n+1 \rangle, \langle 0, n+1 \rangle\} \cup (\tau, n+1)$, v – типы истинностных значений (фактически истинно, ложно, противоречиво, неопределенно). Аналогично формулируются усиления для $(-)$ -примеров.

$(d_0)^+ \forall X \forall Y \forall Z \forall U ((J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 Y) \& (W \subseteq Y) \& (V \subset X) \& ((X - V) \subset Z) \& ((X - V) \neq \emptyset$

$\& \neg(V \subset Z)) \rightarrow (\neg J_{(1,n)}(Z \Rightarrow_1 U) \vee \neg(W \subseteq U)))$ – условие для различия, где $J_{(1,n)} \varphi = \bigvee_{i=0}^n J_{\langle 1,i \rangle} \varphi$; аналогично определяются $(b)^-$ и $(d_0)^-$.

Рассмотрим множество имен (представлений) M^σ -предикатов $I^\sigma = \{a^\sigma, (ab)^\sigma, (ad_0)^\sigma, (ad_0b)^\sigma, (ad_2)^\sigma, (ad_2b)^\sigma\}$, где $\sigma \in \{+, -\}$, $M_{x,n}^+(V, W)$ и $M_{y,n}^-(V, W)$ предикаты такие, что $x \in I^+$ и $y \in I^-$, $M_{ad_0b,n}^+(V, W) = M_{a,n}^+(V, W) \& d_0^+(V, W) \& b^+(V, W)$, $M_{ad_2,n}^+(V, W) = M_{a,n}^+(V, W) \& d_2^+(V, W)$ и т.д. Аналогичны определения M^- -предикатов. Заметим, что n выражает число применений п.п.в. (степень правдоподобия гипотез) [1].

Посредством четырех возможных булевских комбинаций M^+ - и M^- -предикатов $M_{x,n}^+ \& \neg M_{y,n}^-(V, W)$, $\neg M_{x,n}^+ \& M_{y,n}^-(V, W)$, $M_{x,n}^+ \& M_{y,n}^-(V, W)$, $\neg M_{x,n}^+ \& \neg M_{y,n}^-(V, W)$ формулируются правила индуктивного вывода (п.п.в.-1), формализующие и усиливающие известные индуктивные каноны Д.С. Милля [3]. Из посылок правил индуктивного вывода, соответствующих четырем комбинациям M^σ -предикатов выводятся, соответственно, гипотезы вида $J_{\langle 1,n+1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)$, $J_{\langle -1,n+1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)$, $J_{\langle 0,n+1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)$, $J_{(\tau,n+1)}(V \Rightarrow_2 W)$ [1]. x, y такие, что $x \in I^+, y \in I^-$, обозначают механизмы каузального вынуждения эффекта W посредством причины V ($J_{\bar{v}}$ – йота-оператор [4], где $\bar{v} = \langle v, n+1 \rangle, v \in \{+, -, 0\}$ или $\bar{v} = (\tau, n+1)$).

В [2] было показано, что M_x^+, M_y^- – предикаты образуют дистрибутивные решетки, а порождаемые ими правила вывода представимы посредством прямых произведений этих решеток. В [2] были определены как решетки интенционалов M^σ – предикатов и их прямые произведения для $n.п.в. - 1^{(\sigma)}$, правил индуктивного вывода ($\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$), так и решетки экстенционалов. На Рис. 1-Рис. 3 представлены решетки интенционалов $Int L_1^\sigma$ и их подрешетки $Int L_1^\sigma$ и $Int L_2^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

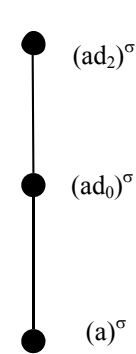


Рис. 1
 $Int L_1^\sigma$

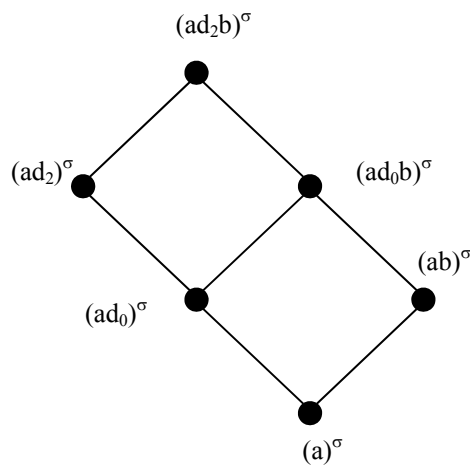


Рис. 2
 $Int L^\sigma$

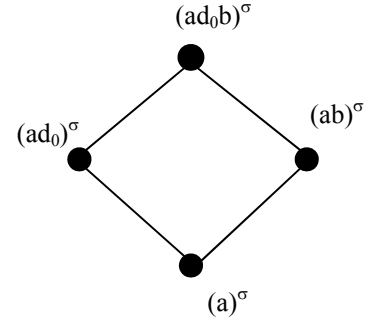


Рис. 3
 $Int L_2^\sigma$

Интенционалы M^σ – предикатов заданы их определениями, а экстенционалы – множеством пар, их выполняющих [2].

Для $\neg M_{x,n}^+(V,W)$ и $\neg M_{y,n}^-(V,W)$ определяются дуальные решетки с $\neg I^\sigma = \{ \neg a^\sigma, \neg(ab)^\sigma, \neg(ad_0)^\sigma, \neg(ad_0b)^\sigma, \neg(ad_2)^\sigma, \neg(ad_2b)^\sigma \}$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

В [2] были установлены логические зависимости и логические независимости M^σ – предикатов. $M_{ad_2,n}^\sigma(V,W)$ и $M_{ad_0,n}^\sigma(V,W)$ логически зависимы, так как $\forall V \forall W (M_{ad_2,n}^\sigma(V,W) \rightarrow M_{ad_0,n}^\sigma(V,W))$. Логически независимы: $M_{ad_2,n}^\sigma(V,W)$ и $M_{ad_0b,n}^\sigma(V,W)$, $M_{ad_0,n}^\sigma(V,W)$ и $M_{ab,n}^\sigma(V,W)$, $M_{ad_2,n}^\sigma(V,W)$ и $M_{ab,n}^\sigma(V,W)$. Логическую независимость $M_{z_1}^\sigma$ и $M_{z_2}^\sigma$ обозначим посредством $M_{z_1}^\sigma \parallel M_{z_2}^\sigma$. Доказательства логической зависимости M^σ – предикатов получены методом аналитических таблиц [5], а доказательства логической независимости – посредством построения контрпримеров [2].

В [2] было показано, что множества M^σ – предикатов частично упорядочены: $M^\sigma = \{M_a^\sigma, M_{ab}^\sigma, M_{ad_0}^\sigma, M_{ad_0b}^\sigma, M_{ad_2}^\sigma, M_{ad_2b}^\sigma\}$. Рассмотрим отношение частичного порядка на M^σ : $z_1 \geq z_2 \Leftrightarrow \forall V \forall W (M_{z_1,n}^\sigma(V,W) \rightarrow M_{z_2,n}^\sigma(V,W))$. Далее будем рассматривать представления $M^\sigma : I^\sigma = \{a^\sigma, (ab)^\sigma, (ad_0)^\sigma, (ad_0b)^\sigma, (ad_2)^\sigma, (ad_2b)^\sigma\}$, где $\sigma \in \{+, -\}$. $R^\sigma = \langle I^\sigma, \geq \rangle$ – частично упорядоченное множество такое, что определимы $\inf$ и $\sup$:

$$\inf(x_1, x_2) = \begin{cases} x_2, \text{ если } x_1 \geq x_2 \\ v, \text{ если } x_1 \parallel x_2 \end{cases}, \quad \text{где для } v \text{ выполняется условие}$$

$$\langle x_1 \geq v \rangle \& \langle x_2 \geq v \rangle \& \forall z ((x_1 \geq z) \& (x_2 \geq z)) \rightarrow (v \geq z); \sup(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1, \text{ если } x_1 \geq x_2 \\ v, \text{ если } x_1 \parallel x_2 \end{cases}, \quad \text{где для } v$$

выполняется условие $(v \geq x_1) \& (v \geq x_2) \& \forall z ((z \geq x_1) \& (z \geq x_2)) \rightarrow (z \geq v)$.

Определим операции $\circ$ и $\wedge$ $x_1 \circ x_2 = \inf(x_1, x_2)$ и $x_1 \wedge x_2 = \sup(x_1, x_2)$, тогда $R^\sigma = \langle I^\sigma, \geq \rangle$ являются решетками $IntL^\sigma = \langle I^\sigma, \circ, \wedge \rangle$, а $IntL_i^\sigma$ – их подрешетками, где $i = 1, 2$ [6]. Аналогично определяются дуальные $Int(\neg L^\sigma)$ и $Int(\neg L_i^\sigma)$, где $i = 1, 2$.

Каждой из четырех булевских комбинаций предикатов $M_x^+, M_y^-, \neg M_x^+, \neg M_y^-$ соответствуют п.п.в.-1 $(I)_{x,y}^+$, где $x \in I^+, y \in I^-$, а $\neg x \in \neg I^+, \neg y \in \neg I^-$; аналогично, $x \in I_i^+, y \in I_i^-$, а $\neg x \in \neg I_i^+, \neg y \in \neg I_i^-$, где $i = 1, 2$.

$$(I)_{x,y}^+ \frac{J_{(1,n)}(V \Rightarrow_2 W), M_{x,n}^+(V,W) \& \neg M_{y,n}^-(V,W)}{J_{(1,n+1)}(V \Rightarrow_2 W)}, \text{ аналогично определяются } (I)_{x,y}^\sigma, \text{ где } \sigma \in \{+, -, 0, \tau\}.$$

$$\begin{aligned} \text{Если } x_1 \geq x_2 \text{ и } \neg y_1 \geq \neg y_2, \neg x_3 \geq \neg x_4 \text{ и } y_3 \geq y_4, \text{ то доказуемы (1-1)} \\ \forall V \forall W ((M_{x_1,n}^+(V,W) \& \neg M_{y_1,n}^-(V,W)) \rightarrow (M_{x_2,n}^+(V,W) \& \neg M_{y_2,n}^-(V,W))), (2-1) \\ \forall V \forall W ((\neg M_{x_3,n}^+(V,W) \& M_{y_3,n}^-(V,W)) \rightarrow (\neg M_{x_4,n}^+(V,W) \& M_{y_4,n}^-(V,W))). \end{aligned}$$

Аналогичные утверждения имеют место для $(I)_{x,y}^\sigma$ где $\sigma \in \{0, \tau\}$.

Замечание 1-1. Правила индуктивного вывода (*п.п.в.* $-1^{(\sigma)}$) $(I)_{x,y}^\sigma$, где $\sigma \in \{-, 0, \tau\}$ формулируются для всех возможных пар $\langle x, \neg y \rangle, \langle \neg x, y \rangle, \langle x, y \rangle, \langle \neg x, \neg y \rangle$ таких, что $x \in I^+, \neg x \in \neg I^+$ и

$y \in I^-$, $\neg y \in \neg I^-$. Эти пары являются элементами прямых произведений решеток, определяемых ниже. ДСМ-рассуждения с произвольным выбором x и y для п.п.в.-1 будем называть **номинальными**. Заметим, что все имеющиеся реализации ДСМ-рассуждений в компьютерных интеллектуальных системах являются номинальными.

Правилам индуктивного вывода $(I)_{x,y}^\sigma$ соответствуют прямые произведения решеток M^σ - предикатов и их отрицаний $\neg M^\sigma$:

$IntL^+ \times Int(\neg L^-)$ (следствие $J_{\langle 1, n+1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)$),

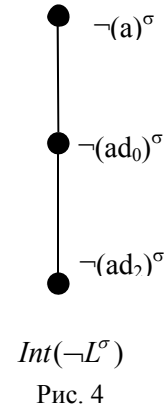
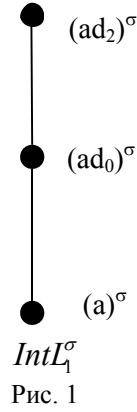
$Int(\neg L^+) \times IntL^-$ (следствие $J_{\langle -1, n+1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)$),

$IntL^+ \times IntL^-$ (следствие $J_{\langle 0, n+1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)$),

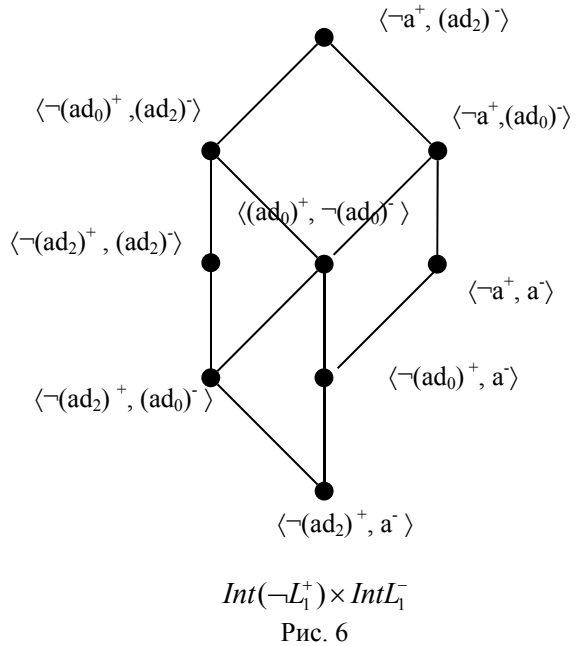
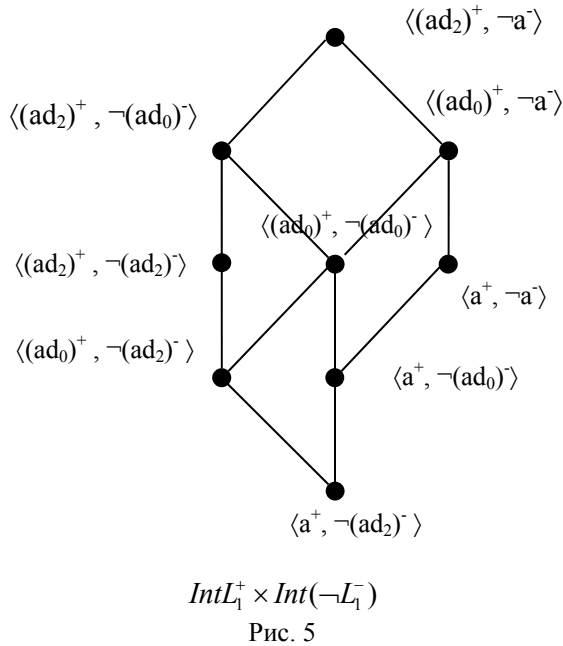
$Int(\neg L^+) \times Int(\neg L^-)$ (следствие $J_{\langle \tau, n+1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)$) [2].

Аналогично имеют место прямые произведения подрешеток для I_i^σ и $\neg I_i^\sigma$ где $i = 1, 2$.

Рассмотрим прямые произведения решеток $IntL_1^+ \times Int(\neg L_1^-)$ и $Int(\neg L_1^+) \times IntL_1^-$.



$\sigma \in \{+, -\}$.



В [2] рассмотрены прямые произведения решеток, соответствующие $n.n.в. - 1^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{-, 0, \tau\}$ для $IntL^\sigma, Int(-L^\sigma)$ и $IntL_i^\sigma, Int(-L_i^\sigma)$, где $i = 1, 2$.

Имеет место

Утверждение 1. Прямые произведения решеток, соответствующие правилам индуктивного вывода ($n.n.в. - 1^{(\sigma)}$), где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$, изоморфны.

Так как изоморфны $IntL^\sigma$ и $Int(-L^\sigma)$, то изоморфны и их прямые произведения.

Ниже рассмотрим φ – изоморфное отображение $IntL_1^+ \times Int(-L_1^-)$ на $Int(-L_1^+) \times IntL_1^- : \langle z_1^+, -z_2^- \rangle \varphi = \langle -z_2^+, z_1^- \rangle$.

- (1) $\langle (ad_2)^+, -a^- \rangle \varphi_{1,-1}^{(1)} = \langle -a^+, (ad_2)^- \rangle$
- (2) $\langle (ad_0)^+, -a \rangle \varphi_{1,-1}^{(1)} = \langle -a^+, (ad_0)^- \rangle$
- (3) $\langle a^+, -a^- \rangle \varphi_{1,-1}^{(1)} = \langle -a^+, a^- \rangle$
- (4) $\langle a^+, -(ad_0)^- \rangle \varphi_{1,-1}^{(1)} = \langle -(ad_0)^+, a^- \rangle$
- (5) $\langle a^+, -(ad_2)^- \rangle \varphi_{1,-1}^{(1)} = \langle -(ad_2)^+, a^- \rangle$
- (6) $\langle (ad_0)^+, -(ad_2)^- \rangle \varphi_{1,-1}^{(1)} = \langle -(ad_2)^+, (ad_0)^- \rangle$
- (7) $\langle (ad_2)^+, -(ad_2)^- \rangle \varphi_{1,-1}^{(1)} = \langle -(ad_2)^+, (ad_2)^- \rangle$
- (8) $\langle (ad_2)^+, -(ad_0)^- \rangle \varphi_{1,-1}^{(1)} = \langle -(ad_0)^+, (ad_2)^- \rangle$
- (9) $\langle (ad_0)^+, -(ad_0)^- \rangle \varphi_{1,-1}^{(1)} = \langle -(ad_0)^+, (ad_0)^- \rangle$.

Определяются аналогично изоморфные отображения $\varphi_{-1,0}^{(1)} Int(-L_1^+) \times IntL_1^-$ на $IntL_1^+ \times IntL_1^-, \varphi_{0,\tau}^{(1)} IntL_1^+ \times IntL_1^-$ на $Int(-L_1^+) \times Int(-L_1^-)$.

Замечание 2-1. Согласно Замечанию 1-1 $n.n.в. - 1^{(\sigma)}$ для всех $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$ формулируются для всех возможных комбинаций $\langle \lambda_1 x, \lambda_2 y \rangle$, где $\lambda_i = \neg$ или его отсутствие ($i = 1, 2$), где $\langle \lambda_1 x, \lambda_2 y \rangle$ есть элементы прямых произведений решеток, соответствующих $n.n.в. - 1^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$. Таким образом, пара $\langle x, y \rangle$ определяет вариант ДСМ-рассуждений, содержащий $n.n.в. - 1_{x,y}^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$, которые соответствуют $\langle x, -y \rangle, \langle -x, y \rangle, \langle x, y \rangle, \langle -x, -y \rangle$.

Df.1: ДСМ-рассуждения, использующие $n.n.в. - 1^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$, с произвольным выбором $\langle x, y \rangle$ будем называть **номинальными** ДСМ-рассуждениями.

Класс номинальных ДСМ-рассуждений, соответствующий прямым произведениям решеток $Int(\lambda_1 L^+) \times Int(\lambda_2 L^-)$, где λ_1, λ_2 есть $\neg$ или его отсутствие, будем обозначать посредством RD, а его подклассы для $Int(\lambda_1 L_i^+) \times Int(\lambda_2 L_i^-)$, где $i = 1, 2$, будем обозначать посредством $RD^{(i)}$.

Примером подкласса RD является $RD^{(1)}$. На Рис. 5 и Рис. 6 изображены $IntL_i^+ \times Int(-L_1^-)$ и $Int(-L_1^+) \times IntL_1^-$, представляющие $n.n.в. - 1^{(+)}$ и $n.n.в. - 1^{(-)}$ ($n.n.в. - 1^{(0)}$ и $n.n.в. - 1^{(\tau)}$ представлены в [2]).

Рассмотрим теперь пример организации применения правил индуктивного вывода, отличный от номинальных рассуждений (Df.1). Будем рассматривать $n.n.в. - 1^{(\sigma)}$, образованные M^σ -предикатами и их отрицаниями, используя изоморфизм прямых произведений решеток, соответствующих этим $n.n.в. - 1^{(\sigma)}$ (Утверждение 1).

Тогда получим следующее множество $n.n.в. - 1_\varphi^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$.

$$\begin{aligned}
 (I)_{\langle x, -y \rangle}^+ & \frac{J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow {}_2W), M_{x, n}^+(V, W) \& \neg M_{y, n}^-(V, W)}{J_{\langle 1, n+1 \rangle}(V \Rightarrow {}_2W)}, \\
 (I)_{\langle x, -y \rangle}^- \varphi_{1, -1}^{(1)} & \frac{J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow {}_2W), \neg M_{x\varphi_{1, -1}^{(1)}, n}^+(V, W) \& M_{y\varphi_{1, -1}^{(1)}, n}^-(V, W)}{J_{\langle -1, n+1 \rangle}(V \Rightarrow {}_2W)}, \\
 (I)_{\langle -x, y \rangle}^0 \varphi_{-1, 0}^{(1)} & \frac{J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow {}_2W), M_{x\varphi_{-1, 0}^{(1)}, n}^+(V, W) \& M_{y\varphi_{-1, 0}^{(1)}, n}^-(V, W)}{J_{\langle 0, n+1 \rangle}(V \Rightarrow {}_2W)}, \\
 (I)_{\langle x, y \rangle}^\tau \varphi_{0, \tau}^{(1)} & \frac{J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow {}_2W), \neg M_{x\varphi_{0, \tau}^{(1)}, n}^+(V, W) \& \neg M_{y\varphi_{0, \tau}^{(1)}, n}^-(V, W)}{J_{(\tau, n+1)}(V \Rightarrow {}_2W)}.
 \end{aligned}$$

Таким образом, $n.n.v. - 1_\varphi^{(\sigma)}$ образованы изоморфными элементами соответствующих прямых произведений решеток.

Df.2. ДСМ-рассуждение, образованное $n.n.v. - 1_\varphi^{(\sigma)}$ с $(I)_{\langle x, -y \rangle}^+, (I)_{\langle x, -y \rangle}^- \varphi_{1, -1}^{(1)}, (I)_{\langle -x, y \rangle}^0 \varphi_{-1, 0}^{(1)}, (I)_{\langle x, y \rangle}^\tau \varphi_{0, \tau}^{(1)}$, будем называть **нормальным** ДСМ-рассуждением.

Условиями применимости ДСМ-метода АПНИ являются наличие позитивных и негативных фактов ($(\pm)$ – фактов) в базах фактов (БФ), (+)- и (-)-причин, вынуждающих наличие (отсутствие) исследуемых эффектов, а также формализуемость сходства ($(\pm)$ - примеров, (+) - и (-)-причины, извлекаемые посредством обнаружения сходства (+)- и (-)-примеров².

Условия порождения гипотез о ($(\pm)$ -причинах, распознаваемые M^σ -предикатами сходства $\sigma \in \{+, -\}$ могут иметь различную структуру, которую будем называть «механизмом» каузального вынуждения эффекта W причиной V , что выразимо посредством предиката $V \Rightarrow {}_2W$. Следовательно, ДСМ-метод АПНИ предполагает **разнообразие** механизмов каузального вынуждения изучаемых эффектов. Формализация этих механизмов использует их вид, сравнительную силу каузального вынуждения, объяснительную силу ($(\pm)$ -причин, плодотворность ($(\pm)$ -причин и тип каузальности (бинарный или тернарный, учитывающий препятствия [7]).

Вид каузального вынуждения характеризуется посредством элементов решеток $IntL^+$ и $IntL^-$, которые представляют формализации индуктивных методов Д.С. Милля [3] и условия запрета на контрпримеры.

Сравнительная сила каузального вынуждения эффекта W причиной V отображается в ДСМ-рассуждениях класса RD_φ , которые выражают **равносильность** действия (+)- и (-)- причин. Это явление формализуется посредством выбора в $n.n.v. - 1_\varphi^{(\sigma)}$ изоморфных пар M^σ -предикатов и их отрицаний в соответствующих прямых произведений решеток $Int(\lambda_1 L^+)$ и $Int(\lambda_2 L^-)$, где λ_1, λ_2 есть $\neg$ или его отсутствие. Заметим, что ДСМ-рассуждение из класса DR не предполагают равносильности действия (+)- и (-)-причин, в силу чего выбор M^+ и M^- предикатов в $n.n.v. - 1_\varphi^{(\sigma)}$ является **произвольным** ($\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$).

Объяснительная сила ($(\pm)$ -причин отображает истинность аксиом каузальной полноты $AKP^{(\sigma)}$ или их экзистенциальных ослаблений [1]. Объяснительная сила каузального вынуждения формализуется посредством процедуры абдукции [1].

Плодотворность каузального вынуждения ($(\pm)$ -причинами V эффекта W означает, что эти гипотезы используются для представления эмпирических закономерностей. Это означает, что такие гипотезы сохраняют типы истинностных значений v при всех рассмотренных расширениях баз фактов $B\Phi_0 \subset \dots \subset B\Phi_s$, где $v \in \{1, -1\}$.

² Пример есть факт или гипотеза, порожденная ДСМ-рассуждением из высказываний $J_{(\tau, 0)}(C \Rightarrow {}_1 Q)$, C, Q – константы.

Характеризация механизмов каузального вынуждения эффектов существенным образом может быть использована при оценке качества порождаемых гипотез [1] и самих ДСМ-рассуждений, что реализуется посредством соответствующих шкал. Несингулярность оценки гипотез посредством шкал является особенностью **интеллектуального анализа данных**, осуществляемого такими процедурами, что они имеют когнитивное содержание и используют амплиативные правила вывода для knowledge discovery³. Широкое понимание анализа данных (data mining) не требует **когнитивной** спецификации для принятия результатов анализа (аналогичное имеет место и для процедур машинного обучения).

2. О реляционной корректности ДСМ-рассуждений

ДСМ-рассуждение образовано тремя познавательными процедурами – правилами индуктивного вывода (п.п.в.-1), правилами вывода по аналогии (п.п.в.-2) и принятием порожденных гипотез посредством абдукции [1]. Последовательное применение п.п.в.-1 и п.п.в.-2 образует ДСМ-оператор $\bar{O}_{x,y}(\Omega)$, применение же $\bar{O}_{x,y}(\Omega)$ и функций степени абдуктивного объяснения $\rho^+(\Omega), \rho^-(\Omega)$ являются этапом ДСМ-рассуждения для исходной базы фактов (БФ), описанием которой является множество элементарных высказываний вида $J_{\bar{v}}(C \Rightarrow_1 Q)$, где $\bar{v} = \langle v, 0 \rangle$ или $\bar{v} = \langle \tau, 0 \rangle$ а $v \in \{1, -1, 0\}$ [9]. Это множество есть значение Ω . В случае абдуктивной сходимости ДСМ-рассуждения [1,9] (*) $\bar{O}_{x,y}(\Omega_0) \rho^+(\Omega_0), \rho^-(\Omega_0), \dots, \bar{O}_{x,y}(\Omega_s), \rho^+(\Omega_s), \rho^-(\Omega_s)$ для заключительной $B\Phi_s$ имеет место $\rho^+(\Omega_s) \geq \bar{\rho}^+$ и $\rho^-(\Omega_s) \geq \bar{\rho}^-$, где $\bar{\rho}^+$ и $\bar{\rho}^-$ – выбранные пороги (обычно $0,8 \leq \bar{\rho}^\sigma \leq 1$).

Заметим, что ДСМ-рассуждение (*) реализует вид каузального вынуждения, именем которого является пара $\langle x, y \rangle$, соответствующая четырем правилам индуктивного вывода $(I)^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$, которым соответствуют прямые произведения решеток M^σ предикатов и их отрицаний.

В п. 1 были охарактеризованы два класса - ДСМ-рассуждений – RD (номинальные) и RD_φ (нормальные) и их подклассы RD⁽ⁱ⁾ и RD⁽ⁱ⁾_φ где $i = 1, 2$.

Семейства ДСМ-рассуждений RD и RD_φ и их подсемейства могут быть использованы для обнаружения эмпирических закономерностей (ЭКЗ) – эмпирических законов (ЭКЗ) или эмпирических тенденций [9, 10].

ЭКЗ есть регулярность **сохранения типов истинностных значений** v , где $v \in \{1, -1\}$, гипотез о причинах и гипотез-предсказаний, представимых элементарными высказываниями вида $J_{\langle v, n \rangle}(C' \Rightarrow_2 Q)$ и $J_{\langle v, n \rangle}(C \Rightarrow_1 Q)$.

Для последовательности расширений баз фактов $B\Phi_0 \subset B\Phi_1 \subset \dots \subset B\Phi_s$ такой, что $\rho^\sigma(\Omega_s) \geq \bar{\rho}^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$, определим предикаты сохранения типов истинностных значений v , где $v \in \{1, -1\}$, $L_2^\sigma(V, W)$ (для $J_{\langle v, n \rangle}(V \Rightarrow_2 W)$) и $L_1^\sigma(Z, W)$ (для $J_{\langle v, n \rangle}(V \Rightarrow_1 W)$), где $\bar{v} = \langle v, n \rangle$ – истинностное значение, n – число применений правил правдоподобного вывода, выражающее степень правдоподобия v [9].

Определим основные предикаты, представляющие семейства эмпирических законов (ЭКЗ): $L_{1,2}^\sigma(V, Z, W) = L_1^\sigma(Z, W) \& L_2^\sigma(V, W) \& (V \subset Z)$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

³ ДСМ-метод как и бирешетки имеет дополнительные характеристики высказываний кроме истинностных значений [8].

Аналогично определяются семейства эмпирических тенденций (ЭТ). Под ЭТ понимается малое (допустимое) отклонение от ЭЗ. $L_3^\sigma(Z, W)$ и $L_4^\sigma(V, W)$ – аналоги $L_1^\sigma(Z, W)$ и $L_2^\sigma(V, W)$ [9], тогда семейство ЭТ определяется посредством $L_{3,4}^\sigma(V, Z, W) = L_3^\sigma(Z, W) \& L_4^\sigma(V, W) \& (V \subset Z)$.

$L_{1,2}^\sigma(V, Z, W)$ и $L_{3,4}^\sigma(V, Z, W)$ являются тернарными предикатами, выражающими, что V есть причина эффекта W , которым обладает его носитель Z , содержащий V – причину W . Эта зависимость W от V сохраняется во всех $B\Phi_i$ для ЭЗ или в значительном большинстве $B\Phi_i$ для ЭТ.

Таким образом, целью ДСМ-метода является **обнаружение эмпирических закономерностей для $B\Phi_0 \subset \dots \subset B\Phi_s$** , а не получение множества гипотез. Следовательно, ДСМ-метод АПНИ состоит из **ДСМ-рассуждений и ДСМ-исследований последовательности расширений баз фактов**. ДСМ-исследования требуют **расширения и уточнения** условий применимости ДСМ-метода АПНИ. К условиям применимости автоматического порождения гипотез (формализуемость сходства примеров, существование (+)- и (-)-примеров в БФ, существование (+) и (-)-причин в БФ) добавляются допущения Д1, Д2, Д3 и Д4, формулируемые ниже.

Д1. Равносильность действия (+)- и (-)-причин, реализуемая для ДСМ-рассуждений класса RD_Φ посредством применения изоморфизма п.п.в.-1. Это допущение можно считать онтологическим, характеризующим предметную область, которая представлена в БФ.

Д2. Эквивалентность неопределенностей. Пусть $\langle x_1, \neg y_1 \rangle$ и $\langle x_2, \neg y_2 \rangle$ ($\langle \neg x_1, y_1 \rangle$ и $\langle \neg x_2, y_2 \rangle$) – элементы прямых произведений решеток, которым соответствуют $J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow_2 W)$ и $J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow_1 W)$, тогда имеет место $\forall V \forall W (J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow_2 W) \leftrightarrow J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow_1 W))$, где « $\leftrightarrow$ » – логическая связка эквивалентности. Это допущение основано на том факте, что $n.l.v. - 1^{(\tau)}$ для $\neg M_x^+ \& \neg M_y^-$ не порождает сходства примеров, вынуждающего наличие ($\pm$)-причины. Д2 можно считать эпистемологическим допущением, ибо оно связано с одинаковостью оценок высказываний о неопределенности.

Д3. Это допущение о представимости причины эффекта W посредством **одного подобъекта V** , а не конъюнкции гипотез для $\Rightarrow_2$ с $V_1, \dots, V_k$. Это допущение связано с целью ДСМ-метода АПНИ, так как ею является обнаружение ЭЗК посредством $L_{1,2}^\sigma(V, Z, W)$ или $L_{3,4}^\sigma(V, Z, W)$ для причины V . Это допущение можно считать онтологическим.

Д4. Факторизация истинностных значений для аксиом каузальной полноты $AKIP^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{+, -\}$ [1].

$AKIP^{(+)}$: $\forall X \forall Y \exists V (J_{\langle 1, 0 \rangle}(X \Rightarrow_1 Y) \rightarrow \exists n (J_{\langle 1, n \rangle}(X \Rightarrow_2 Y) \& (V \subset X) \& \neg(V = \emptyset)))$. Аналогично формулируется $AKIP^{(-)}$. Для $AKIP^{(\sigma)}$ имеется их ослабление $(\exists^\sigma)$, где $(\exists^+)$ есть $\exists X \exists Y \exists V (J_{\langle 1, 0 \rangle}(X \Rightarrow_1 Y) \& \exists n (J_{\langle 1, n \rangle}(V \Rightarrow_2 Y) \& (V \subset X) \& \neg(V = \emptyset)))$ (аналогично формулируется $(\exists^-)$).

Так как для $AKIP^{(\sigma)}$ и $(\exists^\sigma)$ **существенна объясняемость** фактов из БФ, представимых посредством $J_{\langle 1, 0 \rangle}(X \Rightarrow_1 Y)$ и $J_{\langle -1, 0 \rangle}(X \Rightarrow_1 Y)$, то **несущественным** является число шагов n для порождения гипотез $J_{\langle 1, n \rangle}(X \Rightarrow_2 Y)$ (для $AKIP^{(+)}$) и $J_{\langle -1, n \rangle}(V \Rightarrow_2 Y)$ (для $AKIP^{(-)}$). Поэтому « $\langle 1, n \rangle$ » заменяется на «1», « $\langle -1, n \rangle$ » – на «-1», а « $\langle 1, 0 \rangle$ » – на «1», « $\langle -1, 0 \rangle$ » – на «-1».

Замечание 1-2. Условиями применимости ДСМ-метода АПНИ являются условия применимости автоматического порождения гипотез посредством ДСМ-рассуждений вместе с добавленными допущениями Д1-Д4 для обнаружения ЭЗК, так как **ДСМ-метод АПНИ есть ДСМ-рассуждения + ДСМ-исследование (обнаружение ЭЗК)**.

Df.3. Пусть $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$ – набор переменных, $P_1(\bar{x}), \dots, P_m(\bar{x})$ – множество предикатов $\mathbf{P}$. Пусть, далее, отношение $\geq$ определено на $\mathbf{P}$ следующим образом: $P_i(\bar{x}) \geq P_j(\bar{x})$, если доказуема

$\forall \bar{x}(P_i(\bar{x}) \rightarrow P_j(\bar{x}))$, где $P_i, P_j \in \mathbf{P}$. Будем говорить тогда, что отношение частичного порядка $\geq$ является реляционно корректным (R-корректным).

Очевидно, что отношение $\geq$ на множествах M^σ -предикатов и $\neg M^\sigma$ -предикатов R-корректно ([2], п. 1 данной статьи).

Рассмотрим реляционные системы $R_0^\sigma = \langle I^\sigma, \geq \rangle$ и ассоциированные с ними реляционные системы $R^+ = \langle I^+ \times \neg I^-, \geq \rangle$ и $R^- = \langle \neg I^+ \times I^+, \geq \rangle$, где $\sigma \in \{+, -\}$, а $\geq$ определено следующим образом: $\langle x_1, \neg y_1 \rangle \geq \langle x_2, \neg y_2 \rangle$, если $x_1 \geq x_2$ и $\neg y_1 \geq \neg y_2$; $\langle \neg x_1, y_1 \rangle \geq \langle \neg x_2, y_2 \rangle$, если $\neg x_1 \geq \neg x_2$ и $y_1 \geq y_2$.

Утверждение 2. Отношение $\geq$ в R^+ и R^- R-корректно. Утверждение следует из (1-1) и (2-1) п. 1. Имеет место следующее

Утверждение 3. Если $\langle x_1, \neg y_1 \rangle \geq \langle x_1, \neg y_2 \rangle$ в $\text{Int} L^+ \times \text{Int}(\neg L^-)$ и $\langle \neg x_1, y_1 \rangle \geq \langle \neg x_2, y_2 \rangle$ в $\text{Int}(\neg L^-) \times \text{Int} L^-$, то доказуемы $\forall V \forall W (J_{\langle \pm 1, n+1 \rangle} (V \Rightarrow_2 W) \rightarrow J_{\langle \pm 1, n+1 \rangle} (V \Rightarrow_2 W))$, где $J_{\langle \pm 1, n+1 \rangle} (V \Rightarrow_2 W)$ и $J_{\langle \pm 1, n+1 \rangle} (V \Rightarrow_2 W)$ следствия *н.п.в.*⁽⁺⁾ - 1 $\langle x_1, \neg y_1 \rangle$ и *н.п.в.*-1⁽⁺⁾ $\langle x_2, \neg y_2 \rangle$, *н.п.в.*-1⁽⁻⁾ $\langle \neg x_1, y_1 \rangle$ и *н.п.в.*-1⁽⁻⁾ $\langle \neg x_2, y_2 \rangle$, соответственно.

Утверждение 3 следует из допущений Д2, Д4, Утверждения 2 и обратимости п.п.в.-1 ([11], Глава 5). Применяется метод аналитических таблиц [5]. Обратимость п.п.в.-1⁽⁺⁾ означает истинность эквивалентностей $\forall V \forall W (J_{(\tau, n)} (V \Rightarrow_2 W) \& M_{x, n}^+ (V, W) \& \neg M_{y, n}^- (V, W)) \leftrightarrow J_{\langle 1, n+1 \rangle} (V \Rightarrow_2 W)$.

Аналогична эквивалентность для *н.п.в.*-1⁽⁻⁾.

Имеет место также

Утверждение 4. Если $\langle x_1, \neg y_1 \rangle \geq \langle x_2, \neg y_2 \rangle$ в $\text{Int} L^+ \times \text{Int}(\neg L^-)$ и $\langle \neg x_1, y_1 \rangle \geq \langle \neg x_2, y_2 \rangle$ в $\text{Int}(\neg L^-) \times \text{Int} L^-$, то из *н.п.в.*-1⁽⁺⁾ $\langle x_1, \neg y_1 \rangle$ следует *н.п.в.*-1⁽⁺⁾ $\langle x_2, \neg y_2 \rangle$ и из *н.п.в.*-1⁽⁻⁾ $\langle \neg x_1, y_1 \rangle$ следует *н.п.в.*-1⁽⁻⁾ $\langle \neg x_2, y_2 \rangle$.

Утверждение 4 доказывается посредством допущений Д2, Д4, Утверждений 2 и 3, обратимости *н.п.в.*-1.

В силу Утверждения 4 и Df.3 будем говорить, что *н.п.в.*-1^(σ) R-корректны и писать: *н.п.в.*-1⁽⁺⁾ $\langle x_1, \neg y_1 \rangle \geq$ *н.п.в.*-1⁽⁺⁾ $\langle x_2, \neg y_2 \rangle$ и *н.п.в.*-1⁽⁻⁾ $\langle \neg x_1, y_1 \rangle \geq$ *н.п.в.*-1⁽⁻⁾ $\langle \neg x_2, y_2 \rangle$ если, соответственно, $\langle x_1, \neg y_1 \rangle \geq \langle x_2, \neg y_2 \rangle$ и $\langle \neg x_1, y_1 \rangle \geq \langle \neg x_2, y_2 \rangle$.

Заметим, что для ДСМ-рассуждений из DR_Φ используется допущение Д1.

В соответствии с целью ДСМ-метода АПНИ – обнаружения в последовательности БФ ЭЗК – были расширены условия его применимости, включающие допущение Д3 о представимости причины V эффекта W для предикатов $L_{1,2}^\sigma(V, Z, W)$ и $L_{3,4}^\sigma(V, Z, W)$. Для выполнения Д3 потребовалось изменить определение Π^σ -предикатов ($\sigma \in \{+, -\}$), используемых для формализации *н.п.в.*-2^(σ) (правил вывода по аналогии).

Рассмотрим определение $\Pi_n^+(V, W) = \exists k \tilde{\Pi}_n^+(V, W, k)$, где $\tilde{\Pi}_n^+(V, W, k) = \exists Y_1 \dots \exists Y_k (((\bigwedge_{i=1}^k \exists X_i (J_{(1, n)}(X_i \Rightarrow_2 Y_i) \& (X_i \subset V))) \& (\bigcup_{i=1}^k Y_i = W)) \& \forall U (((U \subseteq W) \& \neg (U = \emptyset)) \rightarrow \neg \exists Z ((J_{(-1, n)}(Z \Rightarrow_2 U) \vee J_{(0, n)}(Z \Rightarrow_2 U)) \& (Z \subset V)))$. Затем определяется $\Pi_n^-(V, W)$ [1].

$$\text{П.п.в.}-2^{(+)}: (\text{II})^+ \frac{J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow_1 W), \Pi_n^+(V, W)}{J_{\langle 1, n+1 \rangle}(V \Rightarrow_1 W)}$$

Определение *н.п.в.*-2⁽⁻⁾ аналогично.

В соответствии с Д3 преобразуем $\Pi_n^+(V, W)$ заменив конъюнкцию $J_{(1, n)}(X_i \Rightarrow_2 Y_i)$ на $J_{(1, n)}(X \Rightarrow_2 W)$ и устранив $\bigcup_{i=1}^k Y_i = W$. Тогда получим $\Pi_n^+(V, W) = \exists X((J_{(1, n)}(X \Rightarrow_2 W) \& (X \subset V) \& \forall U(((U \subset W) \& \neg(U = \emptyset)) \rightarrow \forall Z((J_{(1, n)}(Z \Rightarrow_2 U) \vee J_{(\tau, n)}(Z \Rightarrow_2 U)) \vee \neg(Z \subset V))))$.

Пусть $\sigma \in \{+, -\}$, рассмотрим $K_1^\sigma = \langle \Pi^\sigma, _1 \succcurlyeq \rangle$, где Π^σ – множество всех предикатов таких, что $J_{(1, n)}(Z \Rightarrow_2 U)$ порождены посредством $n.n.v. - 1_{\langle x, \neg y \rangle}^{(+)}$ и $n.n.v. - 1_{\langle \neg x, y \rangle}^{(-)}$ для ДР или посредством $n.n.v. - 1_{\langle x, \neg y \rangle}^{(+)}$ и $n.n.v. - 1_{\langle \neg x, y \rangle}^{(-)} \phi_{1, -1}$ для DR_ϕ . Соответственно, введем обозначения $\Pi_{(x, \neg y)}^+(V, W)$, $\Pi_{(\neg x, y)}^-(V, W)$.

Df.4. $\Pi_{(x_1, \neg y_1)}^+(V, W) _1 \succcurlyeq \Pi_{(x_2, \neg y_2)}^+(V, W)$, если $\langle x_1, \neg y_1 \rangle \succcurlyeq \langle x_2, \neg y_2 \rangle$,

$\Pi_{(\neg x_1, y_1)}^-(V, W) _1 \succcurlyeq \Pi_{(\neg x_2, y_2)}^-(V, W)$, если $\langle \neg x_1, y_1 \rangle \succcurlyeq \langle \neg x_2, y_2 \rangle$.

Имеет место

Утверждение 5. Если $\Pi_{(x_1, \neg y_1)}^+(V, W) _1 \succcurlyeq \Pi_{(x_2, \neg y_2)}^+(V, W)$ и $\Pi_{(\neg x_1, y_1)}^-(V, W) _1 \succcurlyeq \Pi_{(\neg x_2, y_2)}^-(V, W)$, то доказуемы, соответственно, $\forall V \forall W (\Pi_{(x_1, \neg y_1)}^+(V, W) \rightarrow \Pi_{(x_2, \neg y_2)}^+(V, W))$ и $\forall V \forall W (\Pi_{(\neg x_1, y_1)}^-(V, W) \rightarrow \Pi_{(\neg x_2, y_2)}^-(V, W))$.

Для доказательства используем Д2, Д3, Утверждение 3 и применим метод аналитических таблиц [5]. Таким образом, отношение $_1 \succcurlyeq$ R-корректно.

Имеет место

Утверждение 6. Если $\langle x_1, \neg y_1 \rangle \succcurlyeq \langle x_2, \neg y_2 \rangle$ в $\text{Int } L^+ \times (-L^-)$ и $\langle \neg x_1, y_1 \rangle \succcurlyeq \langle \neg x_2, y_2 \rangle$ в $\text{Int}(-L^+) \times \text{Int } L^-$, то из $n.n.v. - 2_{(x_1, \neg y_1)}^{(+)}$ и из $n.n.v. - 2_{(\neg x_1, y_1)}^{(-)}$ следуют, соответственно, $n.n.v. - 2_{(x_2, \neg y_2)}^{(+)}$ и $n.n.v. - 2_{(\neg x_2, y_2)}^{(-)}$.

Утверждение 6 доказывается посредством допущений Д2, Д3, Утверждения 5 и обратимости правил вывода по аналогии в п.п.в.-2 [11].

В силу Утверждения 6 и Df.3 будем говорить, что $n.n.v. - 2^{(\sigma)}$ R-корректны и писать: $n.n.v. - 2_{(x_1, \neg y_1)}^{(+)} _1 \succcurlyeq n.n.v. - 1_{(x_2, \neg y_2)}^{(+)}$ и $n.n.v. - 1_{(\neg x_1, y_1)}^{(-)} _1 \succcurlyeq n.n.v. - 2_{(\neg x_2, y_2)}^{(-)}$, если, соответственно, $\langle x_1, \neg y_1 \rangle \succcurlyeq \langle x_2, \neg y_2 \rangle$ и $\langle \neg x_1, y_1 \rangle \succcurlyeq \langle \neg x_2, y_2 \rangle$.

Замечание 2-2. Итерация применения ДСМ-оператора $O_{x, y}(\Omega)$ и функций $\rho^\sigma(\Omega)$ (т.е. применения п.п.в.-1, п.п.в.-2 и принятия гипотез посредством абдукции) образует ДСМ-рассуждение для фиксированных элементов четырех прямых произведения решеток, имеющих сигнатуру $\langle x, y \rangle$.

ДСМ-исследование использует результаты ДСМ-рассуждений для всех возможных $\langle x, y \rangle$ с целью обнаружения эмпирических закономерностей (ЭЗК), порожденных соответствующими каузальными вынуждениями, и посредством выбора приоритетных вариантов посредством шкал оценок качества ДСМ-рассуждений и гипотез. Напомним, что все ДСМ-рассуждения относятся либо к классу ДР, либо к классу DR_ϕ .

Df.5. Стратегией ДСМ-рассуждения будем называть последовательное применение $n.n.v. - 1^{(\sigma)}$ и $n.n.v. - 2^{(\sigma)}$, которые состоят из правил $(I)^{(\sigma)}$, $(II)^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$. Каждая стратегия имеет сигнатуру $\langle x, y \rangle$ для четырех прямых произведений решеток, соответствующих типам истинностных значений 1, -1, 0, τ . Стратегии будем обозначать посредством $Str_{x, y}$, а их множество – посредством $\overline{Str}$.

Множеству стратегий $\overline{Str}$ соответствует множество аксиом каузальной полноты $AKП_{(x,\neg y)}^{(+)}$ и $AKП_{(\neg x,y)}^{(-)}$, определяемых для прямых произведений решеток $IntL^+ \times Int(\neg L^-)$ и $Int(\neg L^+) \times IntL^-$, соответственно.

Пусть A^+ и A^- – множества $AKП^{(+)}$ и $AKП^{(-)}$, соответствующие $\overline{Str}$. Тогда определим на A^σ отношение ${}_2 \succcurlyeq$ для $\mathcal{R}_2^\sigma = \langle A^\sigma, {}_2 \succcurlyeq \rangle$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

Df.6. $AKП_{(x_1,\neg y_1)}^{(+)} {}_2 \succcurlyeq AKП_{(x_2,\neg y_2)}^{(+)}$, если $\langle x_1, \neg y_1 \rangle \succcurlyeq \langle x_2, \neg y_2 \rangle$ в $IntL^+ \times Int(\neg L^-)$; $AKП_{(\neg x_1,y_1)}^{(-)} {}_2 \succcurlyeq AKП_{(\neg x_2,y_2)}^{(-)}$, если $\langle \neg x_1, y_1 \rangle {}_2 \succcurlyeq \langle \neg x_2, y_2 \rangle$ в $Int(\neg L^+) \times IntL^-$.

Пусть $J_{(1,n)}(V \Rightarrow_2 Y)$ и $J_{(1,n)}(V \Rightarrow_2 Y)$ порождаются Str_{x_1,y_1} и Str_{x_2,y_2} , соответственно, для $IntL^+ \times Int(\neg L^-)$. Тогда $\forall X \forall \exists V (J_{(1,0)}(X \Rightarrow_1 Y) \rightarrow \exists n (J_{(1,n)}(V \Rightarrow_2 Y) \& (V \subset X) \& \neg(V = \emptyset)))$ для Str_{x_1,y_1} и $\forall X \forall Y V (J_{(1,0)}(X \Rightarrow_1 Y) \rightarrow \exists n (J_{(1,n)}(V \Rightarrow_2 Y) \& (V \subset X) \& \neg(V = \emptyset)))$ для Str_{x_2,y_2} . Аналогично рассмотрим $AKП_{\neg x,y}^{(-)}$.

Имеет место

Утверждение 7. Если $AKП_{(x_1,\neg y_1)}^{(+)} {}_2 \succcurlyeq AKП_{(x_2,\neg y_2)}^{(+)}$ и $AKП_{(\neg x_1,y_1)}^{(-)} {}_2 \succcurlyeq AKП_{(\neg x_2,y_2)}^{(-)}$, то доказуемо, что из $AKП_{(x_1,\neg y_1)}^{(+)}$ следует $AKП_{(x_2,\neg y_2)}^{(+)}$ и из $AKП_{(\neg x_1,y_1)}^{(-)}$ следует $AKП_{(\neg x_2,y_2)}^{(-)}$.

Утверждение 7 доказывается посредством допущений Д2, Д4 и Утверждения 3 посредством метода аналитических таблиц [5]. Очевидно, что $\succcurlyeq_1$ и $\succcurlyeq_2$ являются отношениями частичного порядка. В силу Df.3 отношение ${}_2 \succcurlyeq$ является R-корректным.

Замечание 3-2.⁴ Так как процедуры абдукции в ДСМ-методе АПНИ [1] основаны на $AKП^{(\sigma)}$ и их ослаблении $(\exists^\sigma)$, где $\sigma \in \{+, -\}$, то в силу Утверждения 7 абдуктивное принятие гипотез являются R-корректными.

Имеет место существенное

Следствие (Утверждений 4, 6, 7): ДСМ-рассуждение, образованное правилами правдоподобных индуктивных выводов и выводов по аналогии и абдуктивным принятием гипотез, является R-корректным.

Таким образом, ДСМ-рассуждение имеет металоогические основания.

Заключение: методологические замечания

I. ДСМ-метод АПНИ образован двумя компонентами – ДСМ-рассуждениями и ДСМ-исследованиями. Цель первой – порождение гипотез (причины и предсказания), цель второй – обнаружение эмпирических закономерностей (ЭЗК), представимых посредством $L_{1,2}^\sigma(V, Z, W) \vee L_{3,4}^\sigma(V, Z, W)$, где $\sigma \in \{+, -\}$ ⁵.

ДСМ-рассуждение формализует эвристику – «анализ данных – предсказание – объяснение», завершаемую обнаружением knowledge discovery. Эта эвристика реализует синтез трех познавательных процедур – индукции, аналогии и абдукции, представимых ДСМ-оператором $\overline{O}_{x,y}(\Omega)$ и функциями $\rho^+(\Omega), \rho^-(\Omega)$. Организация этого синтеза является рекурсивной, базисом которого

⁴ Имеет место Утверждение 8 об R-корректности для аксиом $(\exists^\sigma)$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

⁵ Важный эмпирический факт: при обнаружении ЭЗК отсутствует комбинаторный взрыв (множество гипотез, соответствующих ЭЗК, мало) [10].

является индукция (п.п.в.-1), реализующая начальный анализ данных – поиск (+)- и (-)-причин изучаемых эффектов в БФ.

Последовательность применения $\overline{O}_{x,y}(\Omega)$ и $\rho^\sigma(\Omega)$, соответствующая $B\Phi_0 \subset \dots \subset B\Phi_s$, порождает ЭЗК, включаемые в формируемые квазиаксиоматические теории (КАТ), представимые в базах знаний ИС-ДСМ.

II. Однако имеется множество операторов $\overline{O}_{x,y}(\Omega)$, управляемое множеством стратегий ДСМ-рассуждений $\overline{Str}$. Элементы $\overline{Str}$ являются элементами прямых произведений решеток M^σ - предикатов и их $\neg$.

III. Завершающая цель ДСМ-метода АПНИ – обнаружение ЭЗК, породила дополнительные условия его применимости, которыми являются Д1, Д2, Д3 и Д4. Допущение Д3 вызвало изменение п.п.в.-1, а Д1 породило новый класс стратегий ДСМ-рассуждений DR_ϕ , использующих изоморфизм п.п.в.-1. Это означает изменение Df.5 посредством Df.5*, включающего применение $n.l.v. - 1_\phi^{(\sigma)}$, использующие их изоморфизм⁶.

IV. Для анализа данных существенно в формальных средствах учитывать и отображать **семантику предметной области** (т.е. ее реляционную структуру). Это обстоятельство породит адекватность измерений [12]. В ДСМ-методе АПНИ реализуется идея адекватности семантики и синтаксиса посредством характеристики механизма каузального вынуждения изучаемого эффекта: использование вида вынуждения посредством $Str_{x,y}$ и их решеток, применение ДСМ-рассуждений из DR или DR_ϕ , использование наличия ЭЗК, распознавание условий применений тернарного отношения каузальности [7, 10]. Из сказанного следует необходимость применения **шкал оценок качества** гипотез и ДСМ-рассуждений [1, 10], а **не сингулярное** оценивание гипотез, обычно употребляемое в машинном обучении.

V. ДСМ-метод АПНИ осуществляет **интеллектуальный анализ данных (ИАД)**, характерными особенностями которого являются:

- 1) имитация и усиление познавательных процедур для knowledge discovery;
- 2) открытость БФ и их последовательное расширение;
- (3) выбор и изменение средств анализа данных в соответствии с распознаванием механизмов каузального вынуждения в БФ;
- 4) появление новых целей ИАД в связи с формированием квазиаксиоматических теорий (например, распознавание непротиворечивости объединения несравнимых $Str_{x,y}$);
- 5) направленное формирование последовательностей БФ для обнаружения ЭЗК и их разбиение для применимости различных $Str_{x,y}$;
- 6) применение шкал оценок качества гипотез и рассуждений, отображающих не только истинностные значения гипотез, а также дополнительные знания о конструктивных процедурах порождения гипотез (это интересное сходство с конструкциями бирешеток [8]).

Приложение

1. Шкала оценок качества ДСМ-рассуждений

Типы ошибок ДСМ-рассуждений (a, b, c):

- 1) a – число грубых ошибок таких, что истинностное значение факта есть $\langle 1, 0 \rangle$, а п.п.в.-2 предсказывает его как $\langle -1, n \rangle$; соответственно, истинностное значение факта есть $\langle -1, 0 \rangle$, а п.п.в.-2

⁶ В п.1 был рассмотрен только случай $\phi_{1,-1}^{(1)}, \phi_{-1,0}^{(1)}, \phi_{0,\tau}^{(1)}$ для прямых произведений решеток M^σ – предикатов и их отрицаний. Он обобщается и для $Int(\lambda_1 L^+) \times Int(\lambda_2 L^-)$, где λ_1 и λ_2 есть $\neg$ или его отсутствие.

предсказывает его как $\langle 1, n \rangle$, где $n > 0$, а «1» – тип истинностного значения «фактическая истина»; «-1» – тип истинностного значения «фактическая ложь»;

2) b – число ошибок таких, что истинностное значение факта есть $\langle 1, 0 \rangle$, а п.п.в.-1 предсказывает его как $\langle 0, n \rangle$, где «0» – тип истинностного значения «фактическое противоречие»; истинностное значение факта есть $\langle -1, 0 \rangle$, а п.п.в.-1 предсказывает его как $\langle 0, n \rangle$;

3) c – число ошибок таких, что истинностное значение факта есть $\langle 1, 0 \rangle$ или $\langle -1, 0 \rangle$, а п.п.в.-2 предсказывает как $\langle \tau, n \rangle$, где « τ » – тип истинностного значения «неопределенность» (это означает фактически **отказ** от предсказаний).

Заметим, что $\bar{v} = \langle v, n \rangle$ есть истинностное значение, где $v \in \{1, -1, 0\}$, а n – число применений п.п.в., выражающих степень правдоподобия гипотез ($n = 0$ означает представление факта).

Пусть m_0 и l_0 – числа высказываний, предложенных для предсказаний (их тип истинностных значений есть τ) и полученных **правильных** предсказаний, соответственно [9]. Тогда $\frac{l_0}{m_0} = 1 - \frac{a+b+c}{m_0}$, где $\frac{l_0}{m_0}$ – степень достоверности предсказания.

Ниже представим шкалы оценок качества рассуждений и гипотез, соответственно.

Шкала оценок качества рассуждений

(*)	DR	$Str_{x,y}$	ЭЗ	ЭТ	$\frac{l_0}{m_0}$	a	b	c	ρ^+	ρ^-
-----	----	-------------	----	----	-------------------	---	---	---	----------	----------

Шкала оценок качества гипотез

(*)	DR	$Str_{x,y}$	$\bar{v}$	k	ЭЗ	ЭТ	$\Rightarrow_1$	$\Rightarrow_2$
-----	----	-------------	-----------	-----	----	----	-----------------	-----------------

$\bar{v} = \langle v, n \rangle$, где $v \in \{1, -1, 0\}$, k – число примеров, породивших гипотезу; $\Rightarrow_1$ и $\Rightarrow_2$ – предикаты для гипотез-предсказаний и гипотез о причинах, соответственно; ρ^+ и ρ^- – функции степени абдуктивного принятия гипотез. Значениями DR являются нормальные или номинальные ДСМ-рассуждения.

Шкалы (*) и $\begin{pmatrix} * \\ * \end{pmatrix}$ являются средством **несингулярного** оценивания ДСМ-рассуждений и ДСМ-исследований. Важно отметить, что эти шкалы выражают «механизмы» каузального вынуждения исследуемых эффектов.

2. Отношение предпорядка в правилах индуктивного вывода

В ([11], Глава 1). ДСМ-метод автоматического порождения гипотез с отношением порядка) в правилах индуктивного вывода (п.п.в.-1) использовалось отношение предпорядка для объединения множеств M^σ - предикатов, где $\sigma \in \{+, -1\}$ ⁷.

В силу равносильности «механизмов» каузального вынуждения исследуемых эффектов для ДСМ-рассуждений из класса **нормальных** рассуждений не требуется вводить отношения предпорядка для M^σ - предикатов в п.п.в.-1. Однако для класса DR **номинальных** ДСМ-рассуждений применение отношения предпорядка в п.п.в.-1 будет адекватной формализацией индуктивных выводов, учитывающей решетку ДСМ-стратегий $Str_{x,y}$.

⁷ Отношение предпорядка является рефлексивным и транзитивным.

Литература

1. Финн В.К. Эпистемологические основания ДСМ-метода автоматического порождения гипотез // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 2013. – Часть I. – № 9. с. 1–29; Часть II. – № 12. – с. 1–26.
Finn V.K. Epistemological Foundation of the JSM Method for Automatic Hypothesis Generation // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. Part, II. 2014. Vol. 48. №2. Pp. 96–148.
2. Финн В.К. Дистрибутивные решетки индуктивных процедур // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 2014. – № 11. – С. 1–30.
Finn V.K. Distributive Lattices of Inductive JSM Procedures // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. 2014. Vol. 48. № 6. С. 265–295.
3. Милль Д.С. Система логики силлогистической и индуктивной. Изд. 5-е. – М.: ЛЕНАНД, 2011.
Mill J.S. A System of Logic Ratiocinative and Inductive Being a Connected View of the Principles of Evidence and The Methods of Scientific Investigation // London: Parker, Son and Bowin. 1843.
4. Rosser J.B., Turquette A.R. Many-Valued Logics. – Amsterdam: North-Holland Publishing Company. 1958.
5. Smullyan R.M. First-Order Logic. – New York: Springer-Verlag. 1968.
6. Гретцер Г. Общая теория решеток. – М.: Мир. 1982.
Grätzer G. General Lattice Theory // Akademie – Verlag. Berlin. 1978.
7. Финн В.К., Шестерникова О.П. О новом варианте обобщенного ДСМ-метода автоматизированной поддержки научных исследований // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2016. – № 1. – С. 57–63.
8. Arieli O., Avron A. Reasoning with Logical Bilattices // Journal of Logic, Language and Information. – V.5 – 1996. – Pp. 25–63.
9. Финн В.К. Обнаружение эмпирических закономерностей в последовательностях баз фактов посредством ДСМ-рассуждений // Научно-техническая информация. Сер.2. – 2015. – № 8. – С.1–29. (Список опечаток: Научно-техническая информация. Сер. 2. № 9. С.32).
Finn V.K. Detecting Empirical Regularities in Bases of Facts Using JSM Reasoning. // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. 2015. Vol. 49. № 4. Pp. 122–151.
10. Шестерникова О.П., Агафонов М.А., Винокурова Л.В., Панкратова Е.С., Финн В.К. Интеллектуальная система прогнозирования развития сахарного диабета у больных хроническим панкреатитом // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2015. – № 4 – С. 12–50.
11. Автоматическое порождение гипотез: логические и эпистемологические основания. Под общ. ред. О.М. Аншакова. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.
12. Пфанцагль И. Теория измерений. – М.: Мир. 1976.
Pfanzagl J. Theory of measurement // Physica – Verlag. Würzburg – Wien. 1971.

Финн Виктор Константинович. Главный научный сотрудник ФИЦ ИУ РАН. Окончил МГУ им. М.В. Ломоносова, философский факультет в 1957 году, механико-математический факультет в 1966 году. Доктор технических наук, профессор. Заслуженный деятель науки РФ. Автор более 300 печатных работ. Область научных интересов: искусственный интеллект, математическая логика, интеллектуальные системы, машинное обучение, теория познания, логика и методология науки. E-mail: ira.finn@gmail.com