Многокритериальная процедура выбора решения с наследуемым множеством точек старта локальной оптимизации свертки критериев*

А.В. Лотов[I], А.И. Рябиков[I], А.Л. Бубер[II]

[I] Вычислительный центр им. А.А.Дородницына ФИЦ ИУ РАН
[II] Всероссийский исследовательский институт гидротехники и мелиорации им. А.Н. Костякова (ВНИИГИМ)

Аннотация. Предлагается новая диалоговая итеративная процедура поиска предпочтительного решения сложной нелинейной задачи многокритериальной оптимизации, в которой глобальная оптимизация свертки критериев затруднительна как в связи с наличием многочисленных локальных экстремумов свертки, так и по другим причинам. В предлагаемой процедуре на каждой итерации вместо глобальной оптимизации свертки критериев решается большое число задач ее локальной оптимизации, причем множество стартовых точек процесса локальной оптимизации генерируется в малой окрестности решения, наследуемого с предыдущей итерации, а вид свертки варьируется от итерации к итерации. Описывается опыт применения предлагаемой процедуры, имеющей название «Метод наследуемого решения» (МНР), при многокритериальном выборе правил управления ангарским каскадом водохранилищ, когда правила описываются сотнями параметров, а задача характеризуется более чем двумя десятками критериев выбора решения.

Ключевые слова: поддержка принятия решений, нелинейная многокритериальная оптимизация, локальная оптимизация свертки, варьирование вида свертки, наследуемое множество стартовых точек.

DOI 10.14357/20718594180320

Введение

В статье предлагается новая диалоговая итеративная процедура поддержки принятия решений, предназначенная для задач многокритериальной оптимизации, в которых используются сложные нелинейные математические модели изучаемых систем. Под сложностью модели в данном случае мы имеем в виду то, что глобальная оптимизация функций критериев (так называемых сверток критериев) затруднительна в связи с разрывностью критериев и многочисленностью локальных экстремумов сверток.

С математической точки зрения, решением задачи многокритериальной оптимизации является множество, состоящее, вообще говоря, из бесконечного числа вариантов решения, оптимальных по Парето, которому в пространстве критериев соответствует совокупность недоминируемых векторов (граница Парето) [1-4]. С практической точки зрения, из совокупности вариантов решения, оптимальных по Парето, требуется выбрать единственный вариант, для чего привлекается человек (или группа людей, имеющих совпадающие интересы), чьи субъективные предпочтения являются основой для выбора этого варианта (так называемое Лицо принимающее решение – ЛПР).

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ, грант № 17-29-05108 офи_м.

✉ *Лотов Александр Владимирович e-mail: avlotov@yandex.ru*

Есть несколько различных подходов к решению задач многокритериальной оптимизации [1, 3, 4]. На практике часто применяются диалоговые итеративные процедуры, в рамках которых от итерации к итерации осуществляется вариация параметров некоторой свертки критериев. Роль ЛПР в таком случае состоит в оценке результатов оптимизации свертки при некотором наборе параметров свертки и в выработке рекомендаций по их изменению в целях дальнейшего улучшения решения. В данной статье предлагается новая диалоговая процедура, развивающая идеи известных процедур. Большинство диалоговых процедур строилось в предположении, что задачи скалярной оптимизации сверток критериев удается решать достаточно точно. В этом случае для получения решения, оптимального по Парето, достаточно оптимизировать свертку, монотонную по значениям критериев задачи [2, 4].

В простейшем виде итерация диалоговой процедуры состоит из двух шагов [3, 4], на которых используется заранее заданная свертка критериев, содержащая параметры.

Шаг 1. ЛПР изучает недоминируемый критериальный вектор, найденный на предыдущей итерации (возможно, сравнивая его с другими критериальными векторами или некоторыми характеристиками задачи). Если критериальный вектор удовлетворяет ЛПР, то процедура завершается. В противном случае ЛПР предлагает новые значения параметров свертки.

Шаг 2. Решается задача оптимизации свертки при значениях параметров, заданных ЛПР, в результате чего находится новое оптимальное по Парето решение и соответствующий недоминируемый вектор критериев. Осуществляется переход к следующей итерации.

В силу недоминируемости найденных критериальных векторов, рассматриваемых в процедуре, на каждой итерации улучшаются значения одних критериев за счет ухудшения значений других. В силу того, что ЛПР целенаправленно варьировал параметры свертки, то найденный критериальный вектор, скорее всего, будет более предпочтителен для него, чем полученный на предыдущей итерации. Если это не так, предпочтительное решение может быть получено варьированием параметров свертки на следующих итерациях.

Диалоговые итеративные процедуры поддержки принятия решения, предлагаемые в данной статье, предназначены для случая, когда математические модели изучаемых систем настолько сложны, что описанная выше классическая схема диалоговой процедуры не реализуема по той причине, что достаточно точное решение большого числа задач глобальной оптимизации свертки критериев невозможно, либо требует слишком больших затрат вычислительных ресурсов.

Возникает вопрос о том, какие задачи многокритериальной оптимизации приводят к задачам оптимизации свертки критериев, достаточно точное решение которых может вызывать затруднение. Ясно, что таким свойством обладают нелинейные задачи, свертки критериев в которых характеризуются наличием большого числа локальных экстремумов, не совпадающих с глобальным. Известно [5], что основным практическим методом решения задач глобальной оптимизации является метод мультистарта. На каждом шаге этого метода генерируется совокупность случайных точек множества допустимых решений (или его некоторого подмножества), после чего для каждой точки ищется локальный экстремум, в области притяжения которого находится эта случайная точка. Наилучший из локальных экстремумов берется в качестве приближенного решения задачи глобальной оптимизации. Ясно, что в том случае, когда локальных экстремумов много, нахождение глобального оптимума может потребовать решение недопустимо большого числа задач локальной оптимизации. Кроме того, учитывая, что методы поиска локального экстремума обычно основываются на расчете производных оптимизируемой функции, легко понять, что дополнительные сложности могут возникнуть тогда, когда эта функция недифференцируема или, тем более, разрывна.

В рассматриваемой в данной работе задаче многокритериального выбора правил управления водохранилищами [6, 7], свертки критериев являются многоэкстремальными функциями переменных с большим числом локальных экстремумов. При этом сами критерии не связаны с решениями заданными функциями, их значения приходиться рассчитывать с использованием вычислительного модуля, на вход которого подаются значения нескольких сотен непрерывных переменных, описывающих допустимое решение задачи, а на выходе получаются значения более чем двух десятков критериев.

Поэтому нахождение достаточно точного решения даже одной задачи оптимизации свертки критериев за разумное время не представляется возможным. Как показали эксперименты, в изучаемой задаче многокритериальной оптимизации для нахождения критериальной точки, сравнительно близкой к границе Парето, важно правильно выбрать подмножество, на котором генерируются случайные стартовые точки процессов локальной оптимизации, а также вид свертки критериев. Поэтому в предлагаемом подходе на каждой итерации осуществляется модификация, как свертки критериев, так и подмножества множества допустимых решений, на котором происходит генерация случайных стартовых точек процесса локальной оптимизации. Возникает вопрос о том, как может быть реализован этот шаг?

В достаточно простых задачах многокритериальной оптимизации направление изменения критериев обычно связано с изменением параметров свертки наглядным образом, поэтому параметры свертки назначает ЛПР. Такая связь не очевидна в случае сложных нелинейных задач. Поэтому модификация свертки и подмножества требует участия эксперта, специалиста по глобальной оптимизации. В предлагаемом подходе опыт ЛПР и его знание изучаемого объекта дополняются знаниями эксперта в области оптимизации. Эти предложения должны способствовать достижению предпочтительного для ЛПР изменения в значениях критериев. Контроль разумности предложенных изменений свертки и подмножества стартовых точек осуществляется на основе решения задач локальной оптимизации. Если лучшее из найденных решений оказалось более предпочтительным с точки зрения ЛПР, то оно принимается и осуществляется переход к следующей итерации. Если же найденное решение оказалось хуже предыдущего, то были неправильно выбраны свертка критериев и подмножество стартовых точек. ЛПР может предложить продолжить решение задачи (например, сгенерировать дополнительные стартовые точки). Если такие попытки не помогают, то процедура возвращается на начало итерации с целью модификации свертки и/или подмножества стартовых точек. Более того, ЛПР может предложить вернуться на любую предыдущую итерацию. Таким образом, модификация свертки осуществляется на основе метода проб и ошибок, что естественно при решении сложных задач оптимизации. Так, метод проб и ошибок играл важную роль в диалоговой системе скалярной оптимизации ДИСО [8].

Статья имеет следующую структуру. В первом разделе описывается общая концепция процедуры, в разделе 2 – проблема многокритериального выбора правил управления каскадом ГЭС, в разделе 3 – конкретная реализация процедуры в процессе решения рассматриваемой задачи. В заключении обсуждается полученное решение.

1. Общая схема диалоговой процедуры поддержки принятия решений

Пусть задача многокритериальной оптимизации имеет стандартный вид, показанный в [2, 4]. Допустимые решения x принадлежат заданному множеству $X \subset R^n$, причем вектор критериев оптимизации $y \in R^m$ связан с вектором решений x соотношением $y = f(x)$, заданным, быть может, с помощью некоторого вычислительного алгоритма. Для определенности будем рассматривать задачу многокритериальной минимизации, т.е. будем считать, что для ЛПР желательно уменьшение значения каждого из критериев в отдельности, т.е. при неизменных значениях остальных критериев. Тогда из того, что $y' \le y$ и $y' \ne y$ следует, что критериальная точка y' более предпочтительна для ЛПР, чем точка y (y' доминирует y по Парето). Пусть Y – множество достижимых критериальных векторов, т.е. $Y = \{y : y = f(x), x \in X\}$. Как обычно, математическим решением задачи многокритериальной минимизации является недоминируемая (неулучшаемая) граница (она же граница Парето) множества Y, которая определяется как $P(Y) = \{y \in Y : \{y' \in Y : y' \le y, y' \ne y\} = \varnothing\}$, а также множество эффективных решений $P(X) \subseteq X$, таких, что из $x \in P(X)$ следует $f(x) \in P(Y)$.

Общая схема процедуры. До начала работы процедуры каким-то образом выбирается точка $x^{(0)} \in X$. Рассмотрим итерацию *k*. Считается, что на предыдущей итерации найдена точка $x^{(k-1)} \in X$.

Шаг 1. ЛПР рассматривает вектор $y^{(k-1)} = f(x^{(k-1)})$. Если $y^{(k-1)}$ удовлетворяет его, то процедура завершается. В противном случае ЛПР и эксперт по оптимизации формируют свертку критериев $\phi_k(\cdot)$, оптимизация которой, по их мнению, должна позволить найти критериальную точку, более предпочтительную, нежели $y^{(k-1)}$. Кроме того, назначается некоторая окрестность $O_k(x^{(k-1)})$ решения $x^{(k-1)}$, которой на данной итерации должна быть ограничено генерирование случайных стартовых точек процессов локальной оптимизации.

Шаг 2. Путем применения локальной оптимизации свертки к достаточно большой совокупности стартовых точек, принадлежащих подмножеству $X_k = O_k(x^{(k-1)}) \bigcap X$, и выбора наилучшего из них находится допустимое решение $x^{(k)} \in X$. Отметим, что полученное решение может отстоять довольно далеко от $X_k = O_k(x^{(k-1)}) \bigcap X$, поскольку процесс локальной оптимизации не ограничен точками $O_k(x^{(k-1)})$. ЛПР анализирует вектор $y^{(k)} = f(x^k)$. Если вектор $y^{(k)}$ более предпочтителен, чем $y^{(k-1)}$, то осуществляется переход к следующей итерации, в противном случае необходимо вернуться на первый шаг итерации и пересмотреть свертку критериев и/или подмножество стартовых точек $O_k(x^{(k-1)})$.

В том случае, когда через какое-то число итераций ЛПР не удается отыскать решение с удовлетворяющим его вектором критериев, он может возвратиться к любой предыдущей итерации и попытаться продолжить процедуру из альтернативного решения. Конкретные способы решения задач, возникающих при реализации подхода, описаны при его применении к проблеме оптимизации правил управления каскадом водохранилищ.

2. Задача оптимизации правил управления каскадом водохранилищ

Рассмотрим каскад из n_0 водохранилищ, расположенных в основном русле реки. Пусть i – номер водохранилища, $i = 1,...,n_0$, причем водохранилище с номером $i+1$ находится ниже *i-го* водохранилища. Математическая модель каскада представляет собой динамическую систему с дискретным временем [9]. Считается, что интервал времени t начинается в момент t-1 и заканчивается в момент t, t=1,2. Будем считать, что динамическая модель каскада рассматривается в течение периода времени продолжительностью в P лет, причем каждый год в модели разбивается на I календарных интервалов, не обязательно равных по продолжительности. Тогда общее число интервалов за P лет составляет $t_0 = I \cdot P$. Для каждого интервала времени с номером t, где $t = 1,...,t_0$, можно найти соответствующий ему календарный интервал $\tau(t)$.

Состояние динамической системы задается величинами W_i^t - объемами воды в *i-м* водохранилище в момент t. Динамика величин W_i^t описывается балансовым уравнением:

$$W_i^t = W_i^{t-1} + Q_i^t + R_{i-1}^t - R_i^t, \quad i = 1,...,n_0, \quad R_0^t = 0, \; t = 1,...,t_0, \tag{1}$$

где R_i^t - попуск из *i-го* водохранилища за интервал времени t; Q_i^t – боковая приточность к *i-му* водохранилищу за интервал времени t.

Если задать состояния W_i^t в начале и конце периода и попуски R_i^t, то на основе некоторых нелинейных функций можно рассчитать средние за интервал времени t уровни воды выше и ниже плотины $\widehat{H}_i^t$ и $\breve{H}_i^t$, а на их основе N_i^t – среднюю выработку электроэнергии в единицу времени на i-м гидроузле за интервал времени t.

Управляющими воздействиями в задаче управления каскадом являются попуски воды через плотины R_i^t, $i = 1,...,n_0$, $t = 1,...,t_0$. Поскольку заранее предсказать боковую приточность водохранилищ на весь рассматриваемый период в P лет невозможно, специалисты формируют правила расчета попуска, в которых он определяется на основе имеющейся информации. В исследуемом нами правиле выбора попусков [10] считается, что $R_i^t = \psi(W_i^{t-1}, R_{i-1}^t, Q_i^t, \alpha_i)$, где $\psi(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot)$ – некоторый алгоритмом нахождения попуска, а α_i – его параметры. Отметим, что величина Q_i^t прогнозируется в момент $t-1$ достаточно точно, так что ее можно считать известной. Полная совокупность параметров α, содержащихся в алгоритмах расчета попуска всех водохранилищ, должна принадлежать некоторому ограниченному множеству Ξ, которое определяется особенностями правил управления водохранилищами и здесь уточняться не будет. Величины α должны быть определены в процессе решения задачи.

В том случае, когда требования водопользователей не могут быть удовлетворены одновременно, приходиться рассматривать задачу многокритериального выбора правил управления. Критерии выбора параметров правил должны отражать экономические, экологические, коммунальные и прочие требования. Так, производство электроэнергии на ГЭС в единицу времени должна быть достаточно велико. Попуски не должны нарушать определенных ограничений снизу и сверху и т.д. Требования также связаны с уровнями бьефов, т.е. частей водохранилищ, примыкающих к плотине. В качестве критериев выбора решения бралась доля перебоев, т.е. интервалов времени, на которых происходило нарушение требований. Выбор именно таких критериев обусловлен требованиями Минприроды РФ.

Для математической формулировки критериев удобно использовать функцию Хэвисайда $\Theta(z)$ от величины z – нарушения какого-либо требования, т.е. функцию, равную нулю при $z \le 0$ и равную единице при $z > 0$. В качестве примера критерия, связанного с односторонним требованием, приведем критерий, отражающий перебои в производстве электроэнергии на i-ой гидроэлектростанции:

$$y_N^i = \frac{1}{t_0}\sum_{t=1}^{t_0}\Theta(z_N^{i,t}),\ i = 1,\ldots,n_0, \qquad (2)$$

где $z_N^{i,t} = \max(N_i^* - N_i^t, 0)$ – нарушение требования N_i^* к выработке электроэнергии на интервале t, где N_i^t – фактическая выработка.

Таким образом, значение критерия (2) – это доля интервалов времени, в течение которых имело место недопроизводство электроэнергии.

Двустороннее требование представляется в виде критерия типа:

$$y_H^i = \frac{1}{t_0}\sum_{t=1}^{t_0}\Theta(z_H^{i,t}),\ i = 1,\ldots,n_0, \qquad (3)$$

где $z_H^{i,t} = \max(\widehat{H}_i^t - \widehat{H}_i^{\max}, \widehat{H}_i^{\min} - \widehat{H}_i^t, 0)$ – отклонение на интервале t уровня верхнего бьефа i-го водохранилища $\widehat{H}_i^t$ от желаемого диапазона величин $[\widehat{H}_i^{\min}, \widehat{H}_i^{\max}]$, определяемого с учетом требований экологов, лесопромышленного комплекса, водного транспорта и др.

Аналогичное двустороннее ограничение накладывается на попуски R_i^t, диапазоны значений которых выбираются на основе требований нормальной работы гидроузла, отсутствия наводнений и др. Всего рассматривается 24 критерия от 0 до 1, значения которых желательно уменьшать.

Отклонения z, входящие в критерии, являются функциями промежуточных переменных, значения которых, в свою очередь, зависят от параметров правил управления всеми водохранилищами α и от боковой приточности Q_i^t, $i = 1,\ldots,n_0$, $t = 1,\ldots,t_0$. Поскольку заранее значения Q_i^t, $t = 1,\ldots,t_0$, $i = 1,\ldots,n_0$ не известны, в водохозяйственной практике применяется следующий прием. Для оценки используются подготовленные заранее достаточно продолжительные последовательности Q_i^t, $t = 1,\ldots,t_0$, $i = 1,\ldots,n_0$, которые строятся таким образом, чтобы в них нашли отражение основные вероятностные закономерности, присущие реальному течению процесса формирования водных ресурсов региона [11]. Построение таких последовательностей базируется на имеющихся данных о приточности (обычно в форме многолетних, порядка сотни лет, рядов наблюдений), которые используются для идентификации случайного процесса, на основе которого можно сгенерировать искусственные ряды любой продолжительности [12]. Мы считаем, что уже задан многолетний ряд Q_i^t, $t = 1,\ldots,t_0$, $i = 1,\ldots,n_0$, достаточной продолжительности, который может быть использован для оценки значений критериев путем расчета по изучаемой модели. С помощью этого приема задача выбора правила управления каскадом водохранилищ сводится к нелинейной динамической задаче многокритериальной оптимизации, в которой значения критериев могут быть найдены по параметрам правил управления на основе вариантных расчетов.

Обратим внимание на то, что каждый из критериев (2)-(3) является суммой большого числа (порядка нескольких тысяч) функций Хэвисайда от переменных z, описывающих отклонения от требований к результатам управления каскадом, т.е. является кусочно-постоянной функцией этих переменных с очень большим числом точек разрыва. Свертки таких критериев имеют огромное число разрывов. Поэтому поиск локальных минимумов сверток затруднителен. Для решения этой проблемы был предложен метод эрзац-функций [13]. В рамках этого метода при минимизации отдельного критерия разыскиваются локальные оптимумы вспомогательной функции, получаемой из исходного критерия типа (2)-(3) заменой функций Хэвисайда на эрзац-функции, в данном случае – степенные функции. В точках локальных оптимумов вспомогательной функции рассчитываются значения исходного критерия. В качестве приближенного решения задачи глобальной оптимизации критерия выбирается та точка, в которой достигается его наименьшее значение. Исследования, проведенные в [13], показали, что использование степенных функций степени от 0.5 до единицы позволяет найти достаточно точное решение задачи минимизации отдельного критерия.

Для свертки критериев можно провести аналогичную замену функций Хэвисайда на степенные функции. При этом, однако, не удается найти достаточно точное решение задачи глобальной оптимизации свертки из-за наличия огромного числа локальных экстремумов вспомогательной функции. Так, использование метода эрзац-функций в рассматриваемой задаче на всем множестве Ξ показало, что найденное решение обычно характеризуется вектором критериев, доминируемым вектором критериев решения, которое было известно ЛПР до начала исследования. Поэтому применение метода эрзац-функций в рамках классических диалоговых методов не позволило построить удовлетворительное решение, что привело к разработке нового подхода, в котором метод эрзац-функций применяется на подмножестве множества Ξ, модифицируемом на каждой итерации. В дальнейшем всякий раз, когда речь идет о решении задачи оптимизации сверток критериев типа (2)-(3), используется метод эрзац-функций.

3. Применение процедуры в задаче выбора правил управления каскадом

Диалоговая процедура, описанная в Разделе 1, используется для поиска удовлетворительного решения многокритериальной задачи выбора правил управления тремя водохранилищами ангарского каскада (водохранилища Иркутской, Братской и Усть-Илимской ГЭС). Уровень водохранилища Иркутской ГЭС связан с уровнем озера Байкал, поэтому задача выбора правил управления Иркутской ГЭС должна учитывать его требования. Согласно постановлению Совета министров РФ от 2001 года, уровень озера Байкал должен находиться в диапазоне от 456 до 457 м над уровнем моря. Доля перебоев при выполнении этого требования является первым и самым важным критерием выбора правила управления. Всего рассматривается 24 критерия $y_j, j=1,...,26; j \neq 7,8,$ представляющих собой долю перебоев, связанных с различными требованиями. По сравнению с работой [7] здесь отсутствуют критерии y_7 и y_8, которые должны учитывать рыбохозяйственные требования к уровню Байкала. Оказалось, что в процессе построения правил управления ЛПР не обращал внимания на значения этих критериев в силу их необоснованности. Поэтому они были исключены из рассмотрения.

Последовательности величин боковой приточности были заданы для $P=103$ лет. Каждый год был разбит на $I=22$ интервала, поэтому всего рассматривалось $t_0=2266$ интервалов. Правила попуска одного водохранилища описывались 100–150 параметрами. В целом, задача многокритериальной оптимизации для нелинейной модели имела около 350 параметров, значения которых надо выбрать на основе использования 24 критериев. Аппроксимация градиента в методе эрзац-функций при поиске локального минимума свертки критериев строилась на основе использования вариантных расчетов в точке и ее малой окрестности.

Предварительный этап. В качестве предварительной информации были найдены минимальные значения отдельных (частных) критериев. Было получено, что по отдельности каждый критерий, кроме критерия y_1 (доля перебоев в уровне озера Байкал), достигает требуемого нулевого значения. Для перебоев в уровне озера Байкал получено $y_1^{\min}$ = 0.025. При работе с диалоговой процедурой ЛПР ориентировался на решение, разработанное водохозяйственниками и обозначенное здесь β_0.

На предварительном этапе выбирается исходное решение α_0. Оно получено на основе грубой минимизации свертки:

$$\varphi_0(y_1(\cdot),...,y_{26}(\cdot)) = \sum_{j\in G}(y_j(\alpha))^2 + \varepsilon\sum_{j\notin G} y_j(\alpha) \quad (4)$$

при $\alpha \in \Xi$,

где ε – малое положительное число; G включает в себя критерий y_5, связанный с нарушением требований к производству электроэнергии на Иркутской ГЭС, а также и другие критерии, значения которых должны улучшаться с улучшением значения y_5.

В Табл. 1 приведен список критериев и значения критериев в решения β_0 и найденном решении α_0. Видно, что удалось улучшить (по сравнению с решением β_0) значения всех энер-

Табл. 1

Номер критерия	**Название критерия**	$y_j(\beta_0)$	$y_j(\alpha_0)$
	Иркутская ГЭС		
1	Доля перебоев в уровне озера Байкал	0.052	0.527
2	Доля перебоев в санитарных попусках летом	0.004	0.007
3	Доля перебоев в санитарных попусках зимой	0	0
4	Доля перебоев в безопасных попусках	0.001	0.006
5	Доля перебоев в выработке электроэнергии	0.188	0.015
6	Доля перебоев в работе водозаборов Иркутска	0.004	0
	Братская ГЭС		
9	Доля перебоев в работе водозаборов Братска	0	0
10	Доля перебоев в нормальной работе водозаборов	0	0
11	Доля перебоев в минимальном навигационном уровне верхнего бьефа	0.014	0
12	Доля перебоев в нормальном навигационном уровне верхнего бьефа	0.118	0
13	Доля перебоев в сокращенных навигационных попусках	0	0
14	Доля перебоев в санитарных попусках	0	0
15	Доля перебоев в выработке электроэнергии	0.074	0.005
16	Доля перебоев в нормальном подпорном уровне	0	0
	Усть-Илимская ГЭС		
17	Доля перебоев в нормальной работе водозаборов	0	0
18	Доля перебоев в минимальном навигационном уровне верхнего бьефа	0.001	0
19	Доля перебоев в нормальном навигационном уровне верхнего бьефа	0.177	0.013
20	Доля перебоев в нормальном подпорном уровне	0	0
21	Доля перебоев в санитарных попусках	0	0
22	Доля перебоев в попусках, обеспечивающих лесопромышленный комплекс в нижнем бьефе	0	0
23	Доля перебоев в минимальных энергетических попусках в зимний период	0	0
24	Доля перебоев в выработке электроэнергии	0.026	0.005
25	Доля перебоев в минимальных навигационных попусках	0.078	0
26	Доля перебоев в нормальных навигационных попусках	0.108	0

гетических и навигационных критериев и значительно ухудшилась ситуация с перебоями в уровне Байкала. Конечно, величина доли перебоев в уровне озера Байкал, которое оказалось равным 0.527, недопустимо, особенно если сравнить со значением в варианте β_0, равном 0.052, или найденным ранее минимальным значением 0.025.

Основной этап. На большинстве итераций при решении задач локальной оптимизации сверток полученные решения часто оказывались неудовлетворительными для ЛПР, поэтому ЛПР экспериментировал с различными вариантами сверток, построенными на основе комбинирования различных линейных и квадратичных функций критериев. Мы не описываем эти детали и сразу приводим окончательную свертку, выбранную на итерации.

Итерация 1. Поскольку главный недостаток исходного решения α_0 состоит в недопустимо большой величине первого критерия, в качестве свертки на первой итерации была использована композиция критерия y_1 и свертки (4), а именно:

$$\varphi_1(y_1(\cdot),...,y_{26}(\cdot)) = \varphi_0(y_1(\cdot),...,y_{26}(\cdot)) + (y_1(\alpha))^2 .(5)$$

При этом стартовые точки локальной оптимизации брались из окрестности точки α_0. В Табл. 2 приведены критериальные значения для полученного решения, обозначенного α_1, и для решения α_0. В этой и последующих таблицах приведены только те критерии, которые имеют значение более 0.01, хотя бы в одном из вариантов. При этом значение y_1 понизилось почти в 10 раз до величины, сравнимой с полученной в решении β_0. За это, однако, пришлось заплатить увеличением значений других (в основном, транспортных и энергетических) критериев. Так, значение критерия y_6 (перебои в работе водозаборов Иркутска) возросло с нуля до 0.10, что означает – в 10% интервалов времени будут проблемы с подачей воды населению Иркутска. Хотя ЛПР признал, что α_1 лучше, чем α_0, он потребовал далее уменьшить значения транспортно-энергетических перебоев.

Итерация 2. Для выполнения требований ЛПР в качестве свертки была взята модификация функции (5), а именно $\varphi_2(y_1(\cdot),...,y_{26}(\cdot)) = \varphi_0(y_1(\cdot),...,y_{26}(\cdot)) + y_1(\alpha)$. Тем самым было уменьшено влияние y_1 на результат оптимизации. При этом ожидалось, что величина y_1 останется малой, поскольку исходные точки генерировались в окрестности точки α_1. В результате применения локальной оптимизации было получено решение α_2, в котором это подтвердилось (Табл. 3).

Несмотря на то, что значение y_1 возросло незначительно, существенно уменьшились значения остальных критериев, особенно y_2, y_5, y_6, y_{25}, y_{26}. ЛПР был удовлетворен улучшением, сделанным на этой итерации.

Итерация 3. Учитывая, что $y_1^{\min}$ = 0.025, что значительно ниже текущего значения $y_1 = 0.067$, на этой итерации была сделана еще одна попытка уменьшить значение y_1, со-

Табл. 2

Номер критерия (*i*)	$y_j(\alpha_1)$	$y_j(\alpha_0)$
1	0.064	0.527
2	0.022	0.007
4	0.091	0.006
5	0.139	0.015
6	0.101	0
15	0.034	0.005
19	0.025	0.013
24	0.030	0.005
25	0.064	0
26	0.022	0

Табл.3

Номер критерия (*i*)	$y_j(\alpha_2)$	$y_j(\alpha_1)$
1	0.067	0.064
2	0.008	0.022
4	0.071	0.091
5	0.068	0.139
6	0.072	0.101
15	0.028	0.034
19	0.021	0.025
24	0.023	0.030
25	0.002	0.064
26	0.008	0.022

хранив, по возможности, значения остальных критериев. Для этого была взята свертка:

$$\varphi_3(y_1(\cdot),...,y_{26}(\cdot)) = \varphi_0(y_1(\cdot),...,y_{26}(\cdot)) + 100y_1(\alpha).$$

Таким образом, было резко усилено влияние значения первого критерия на результат и получено решение α_3 (Табл. 4). При этом значение y_1 уменьшилось до 0.052, достигнутого в решении β_0. При этом, однако, увеличились значения некоторых транспортных и энергетических критериев, например, y_5 и y_6. ЛПР одобрил переход в α_3.

Итерация 4. ЛПР обратил внимание на значение критерия y_4, который равен доле перебойных интервалов в требовании к уровню Иркутского водохранилища во время паводков. Значение y_4 в решении α_3 составляет 0.095. По мнению ЛПР, это значение недопустимо велико, поэтому на следующей итерации была сделана попытка уменьшить значение именно этого критерия. На данной итерации была использована свертка $\varphi_4(y_1(\cdot),...,y_{26}(\cdot)) = \varphi_0(y_1(\cdot),...,y_{26}(\cdot)) + 100y_1(\alpha) + 0.01y_4(\alpha)$. В результате ее локальной оптимизации с исходными точками из окрестности α_3 получено решение α_4, в котором значение y_4 уменьшилось до 0.067.

Следующие несколько итераций были посвящены дальнейшему уменьшению величины y_4. Итерации продолжались до тех пор, пока величина y_4 не достигла нулевого значения (Итерация 7). Значение y_1 при этом возросло до 0.088. На Итерации 8 была сделана малоуспешная попытка уменьшить значение y_1. Перейдем к описанию девятой и десятой итераций (Табл. 5, Табл. 6).

Итерация 9. ЛПР выразил желание наряду с y_1 уменьшать значение важного критерия y_3 (доля перебоев в санитарных попусках зимой), который уже имел малое, но все-таки не нулевое значение. В результате решения оптимизации с исходными точками из окрестности α_8 свертки $\varphi_4(y_1(\cdot),...,y_{26}(\cdot)) = \varphi_0(y_1(\cdot),...,y_{26}(\cdot)) + (y_1(\alpha))^2 + y_3(\alpha)$ было получено решение α_9.

Как видно, значение критерия y_1 действительно уменьшилось в точке α_9, но значение критерия y_5 возросло в полтора раза. Остальные критерии в целом сохранили свои значения, причем значение интересовавшего ЛПР критерия y_3 уменьшилось с 0.002 до 0.001.

Итерация 10. Поскольку значение критерия y_5 стало слишком велико, на этой итерации свертка, использованная на предыдущей итерации, была модифицирована и приняла вид: $\varphi_4(y_1(\cdot),...,y_{26}(\cdot)) = 10\varphi_0(y_1(\cdot),...,y_{26}(\cdot)) + (y_1(\alpha))^2 + y_3(\alpha)$.

Табл. 4

Номер критерия (*i*)	$y_j(\alpha_3)$	$y_j(\alpha_2)$
1	0.052	0.067
2	0.011	0.008
4	0.095	0.071
5	0.083	0.068
6	0.091	0.072
15	0.033	0.028
19	0.025	0.021
24	0.027	0.023

Табл. 5

Номер критерия (*i*)	$y_j(\alpha_9)$	$y_j(\alpha_8)$
1	0.068	0.083
2	0.010	0.008
3	0.001	0.002
4	0	0
5	0.054	0.033
6	0.015	0.020
15	0.025	0.023
19	0.022	0.019
24	0.021	0.019

Табл. 6

Номер критерия (*i*)	$y_j(\alpha_{10})$	$y_j(\alpha_9)$
1	0.063	0.068
2	0.010	0.010
3	0.001	0.001
4	0	0
5	0.040	0.054
6	0.015	0.015
15	0.027	0.025
19	0.024	0.022
24	0.022	0.021

Получено решение α_{10} задач локальной оптимизации этой свертки с исходными точками из окрестности α_9.

Как видно, значения критерия y_5 уменьшилось, при этом одновременно уменьшилось значение критерия y_1. Остальные критерии в целом сохранили свои значения.

Итерация 11. ЛПР остался недоволен степенью уменьшения значения y_1. Поэтому снова сделана попытка одновременно уменьшить значения транспортно-энергетических критериев и y_1. Для этого была использована свертка первой итерации (5), но теперь с множеством стартовых точек, являющимся окрестностью α_{10}. Получено решение α_{11} (Табл. 7).

Табл. 7.

Номер критерия (*i*)	$y_j(\alpha_{11})$	$y_j(\alpha_{10})$
1	0.058	0.063
5	0.043	0.040
6	0.029	0.015
15	0.011	0.027
19	0.017	0.024
26	0.011	0.009

Как видно, значение y_1 немного уменьшилось. При этом, однако, ухудшилось значение y_5 и значительно увеличилось значение критерия y_6, равного доле перебоев в работе водозаборов Иркутска. Все же, ЛПР посчитал, что решение α_{11} предпочтительнее решения α_{10}.

После нескольких неудачных попыток улучшить критериальную точку с помощью варьирования свертки критериев, для ЛПР стало ясно, что улучшение значений транспортно-энергетических критериев связано со значительным увеличением доли перебоев в уровне Байкала и работе водозаборов города Иркутск. Поэтому ЛПР предложил остановить диалоговую процедуру многокритериальной оптимизации на решении α_{11}.

Для того чтобы объективно оценить полученное решение α_{11}, сравним его с решением β_0, которое было предложено водохозяйственниками до данного исследования в качестве решения задачи синтеза правил управления (Табл. 8).

Табл. 8.

J	**Название**	$y_j(\alpha_{11})$	$y_j(\beta_0)$
	Иркутская ГЭС		
1	Доля перебоев в уровне озера Байкал	0.058	0.052
2	Доля перебоев в санитарных попусках летом	0.004	0.004
3	Доля перебоев в санитарных попусках зимой	0	0
4	Доля перебоев в безопасных попусках	0	0.001
5	Доля перебоев в выработке электроэнергии	0.043	0.188
6	Доля перебоев в работе водозаборов г. Иркутск	0.029	0.004
	Братская ГЭС		
9	Доля перебоев в работе водозаборов г. Братск	0	0
10	Доля перебоев в нормальной работе водозаборов	0	0
11	Доля перебоев в минимальном навигационном уровне верхнего бьефа	0	0.014
12	Доля перебоев в нормальном навигационном уровне верхнего бьефа	0.004	0.118
13	Доля перебоев в сокращенных навигационных попусках	0	0
14	Доля перебоев в санитарных попусках	0	0
15	Доля перебоев в выработке электроэнергии	0.011	0.074
16	Доля перебоев в нормальном подпорном уровне	0	0
	Усть-Илимская ГЭС		
17	Доля перебоев в нормальной работе водозаборов	0	0
18	Доля перебоев в минимальном навигационном уровне верхнего бьефа	0	0.001

Табл. 8 (продолжение)

J	Название	$y_j(\alpha_{11})$	$y_j(\beta_0)$
19	Доля перебоев в нормальном навигационном уровне верхнего бьефа	0.017	0.177
20	Доля перебоев в нормальном подпорном уровне	0	0
21	Доля перебоев в санитарных попусках	0	0
22	Доля перебоев в попусках, проводимых в интересах лесопромышленного комплекса	0	0
23	Доля перебоев в минимальных зимних попусках	0	0
24	Доля перебоев в выработке электроэнергии	0.004	0.026
25	Доля перебоев в минимальных навигационных попусках	0.005	0.078
26	Доля перебоев в нормальных навигационных попусках	0.011	0.108

Как видно, за счет незначительного увеличения доли перебоев в уровне Байкала и некоторого увеличения доли перебоев в работе водозаборов города Иркутск, удалось резко уменьшить число нарушений транспортно-энергетических требований. Так, в решении α_{11} доля перебоев в выработке электроэнергии на Иркутской ГЭС оказалась почти в четыре раза меньше, а на Братской и Усть-Илимской ГЭС почти в семь раз меньше, чем в решении β_0. В точке α_{11} доля перебоев в минимальном навигационном уровне верхнего бьефа Братской ГЭС равна нулю, т.е. этот уровень всегда обеспечивается, что выгодно отличает решение α_{11} от решения β_0, в которой значение этого критерия составляет около 1.5%. Доля перебоев нормального навигационного уровня верхнего бьефа Братской ГЭС уменьшилась почти в 30 раз и достигла значения в 0.4%. Таким образом, построенное решение позволяет существенно сократить долю нарушений требований транспорта на Братском водохранилище. Аналогичная ситуация наблюдается с критериями, характеризующими выполнение транспортных требований к уровню верхнего бьефа Усть-Илимского водохранилища. Также важно, что, в отличие от решения β_0, в котором значение критерия y_4 хотя и мало, но все-таки отлично от нуля, удалось полностью обеспечить безопасный режим эксплуатации Иркутского водохранилища.

Заключение

Решение, найденное в результате применения диалоговой процедуры «Метод наследуемого решения», оказалось, по мнению ЛПР, существенно лучше решения, полученного ранее, и может быть использовано при разработке практических правил управления каскадом. Таким образом, экспериментальное использование предложенной диалоговой процедуры поиска предпочтительного решения задачи многокритериальной оптимизации показало, что эта процедура позволяет найти удовлетворительное решение в проблемах, характеризующихся сложными моделями и критериями.

Литература

1. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. М.: Логос, 2006. 391 с.
2. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Физматлит, 2007. 255 с.
3. K. Miettinen, F. Ruiz, and A.P. Wierzbicki. Introduction to multiobjective optimization: Interactive approaches // In: Branke J., Deb K., Miettinen K., Slowinski R. (eds.) Multiobjective Optimization. Interactive and Evolutionary Approaches, Lecture Notes in Computer Science, V. 5252, Berlin-Heidelberg: Springer, 2008, p. 27-58.
4. Лотов А.В., Поспелова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений. М.: МАКС Пресс, 2008. 197 с.
5. Horst, R., Pardalos, P.M. Handbook of global optimization. Dordrecht, NL: Kluwer, 1995. 455 p.
6. Лотов А.В., Рябиков А.И., Бубер А.Л. Визуализация границы Парето при разработке правил управления ГЭС // Искусственный интеллект и принятие решений. 2013. № 1. С. 70-83.
7. Лотов А.В., Рябиков А.И. Многокритериальный синтез оптимального управления и его применение при построении правил управления каскадом гидроэлектростанций // Труды Института Математики и Механики УрО РАН. 2014. Т.20. № 4. С. 187-203.
8. Евтушенко Ю.Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. М.: Наука, 1982. 432 с.
9. Пряжинская В.Г., Ярошевский Д.М., Левит-Гуревич Л.К. Компьютерное моделирование в управлении водными ресурсами. М.: Физматлит, 2002. 496 с.
10. Асарин А.Е., Бестужева К.Н. Водноэнергетические расчеты. М.: Энергоатомиздат, 1986. 224 с.

11. Loucks D.P, van Beek E. Water Resources Systems Planning and Management. An Introduction to Methods, Models and Applications. Paris: UNESCO and Delft, the Netherlands: Delft Hydraulics, 2005. 680 p.
12. Болгов М.В., Сарманов И.О., Сарманов О.В. Марковские процессы в гидрологии. М.: ИВП РАН, 2009. 211 с.
13. Рябиков А.И. О методе эрзац-функций для минимизации конечнозначной функции на компактном множестве // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. 2014. Т. 54. № 2. С. 195-207.

Multi-criteria decision making procedure with an inherited set of startingpoints of local optimization of scalar functions of criteria

A.V. Lotov[I], A.I. Riabikov[I], A.L. Buber[II]

[I] Dorodnicyn Computing Centre of Federal Research Center “Computer Science and Control” of Russian Academy of Sciences
[II] All-Russian Research Institute for Hydro Technique and Melioration

The paper is devoted to a new dialogue iterative procedure of search for a preferred solution of a **complicated** non-linear multi-criteria optimization problem, in the framework of which global optimization of a scalar function of criteria is too complicated because of numerous local extrema of the function and for other reasons. In the procedure proposed in the paper, instead of global optimization of a scalar function of criteria, a large number of local optimization problems is solved on each iteration, while the set of starting points of local optimization processes is generated in a small neighborhood of the decision inherited from the previous iteration. Moreover, the type of the scalar function of criteria varies from iteration to iteration. The proposed procedure has got the name "Method of the Heritable Decision" (MHD). Experience of application of the MHD procedure in the framework of multi-criteria development of control rules of the water reservoir cascade located at the main flow of the Angara River is described. The problem of control rule development contains as a part the task of regulation of the level of the Lake Baikal and is described by the model which includes hundreds of parameters of control rules and is related to more, than two dozen of decision criteria.

Keywords: decision making, non-linear multi-criteria optimization, local scalar optimization, variation of a type of a scalar function of criteria, heritable set of starting points

DOI 10.14357/20718594180320

References

1. Larichev, O.I. 2006. Teoriya i metody prinitiya reshenij [Theory and methods of decision making]. Moscow: Logos. 391 p.
2. Poidinivskij, V.V., and Nogin, V.D. 2007. Pareto-optimalnye resheniya mnogokriterialnykh zadach [Pareto-optimal solutions of multi-criteria problems]. Moscow: Physmatlit. 255 p.
3. K. Miettinen, F. Ruiz, and A.P. Wierzbicki. Introduction to multiobjective optimization: Interactive approaches // In: Branke J., Deb K., Miettinen K., Slowinski R. (eds.) Multiobjective Optimization. Interactive and Evolutionary Approaches, Lecture Notes in Computer Science, V. 5252, Berlin-Heidelberg: Springer, 2008, p. 27-58.
4. Lotov, A.V., and Pospelova, I.I. 2008. Mnogokriterialnye zadachi prinyatiya reshenij [Multicriteria decision making problems]. Moscow: MAKS Press. 197 p.
5. Horst, R., and Pardalos, P.M. Handbook of global optimization. Dordrecht, NL: Kluwer, 1995. 455p
6. Lotov, A.V., Ryabikov A.I., and Buber, A.L. Pareto Frontier Visualization in the Development of Release Rules for Hydro_Electrical Power Stations // Scientific and Technical Information Processing. 2014. Vol. 41. No. 5. P. 314-324.
7. Lotov, A.V., and Ryabikov A.I. 2014. Mnogokriterial’nyj sintez optimalnogo upravleniya I ego primenenie pri postroenii pravil upravleniya kaskadom gidrostanzij [Multicriteria feedback control and its application to the construction of the control rules for the cascade of hydroelectric power plants]. Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN [Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics of Ural Branch of Russian Academy of Sciences]. V.20. № 4. P. 187-203.
8. Evtushenko, Yu.G. 1982. Metody resheniya ekstremalnykh zadach [Methods for solution of the extremal problems]. Moscow: Nauka. 432 p.
9. Pryazhinskaya, V.G., Yaroshevskij, D.M., and Levit-Gurevich, L.K. 2002. Kompyuternoe modelirovanie v upravlenii vodnymi resursami [Computer modeling in water resources control]. Moscow: Physmatlit. 496 p.
10. Asarin, A.E., and Bestuzheva, K.N. 1986 Vodnoenergeticheskie raschety [Water energy calculation]. Moscow: Energoatomizdat. 224 p.
11. Loucks D.P, van Beek E. Water Resources Systems Planning and Management. An Introduction to Methods, Models and Applications. Paris: UNESCO and Delft, the Netherlands: Delft Hydraulics, 2005. 680 p.
12. Bolgov, M.V., Sarmanov, I.O., and Sarmanov, O.V. 2009. Markowskie processy v gidrologii [Markov processes in hydrology]. Moscow: Institute for Water Problems, Russian Academy of Sciences. 211 p.
13. Riabikov, A.I. Ersatz Function Method for Minimizing a Finite-Valued Function on a Compact Set // Computational Mathematics and Mathematical Physics. Vol. 54, No. 2. P. 206-1218.