Приближенное решение обратной задачи об упаковке в контейнеры с учетом предпочтений лица, принимающего решения*

Е.М. Фуремс

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, Москва, Россия

Аннотация. Рассматривается задача упаковки максимального числа объектов, оцененных по многим качественным критериям и упорядоченных в соответствии с предпочтениями лица, принимающего решения (ЛПР), в заданное число контейнеров одинаковой грузоподъемности. При этом суммарный вес объектов в каждом контейнере не должен превышать его грузоподъемность, и для каждого неупакованного объекта не должно быть упакованных объектов, менее предпочтительных для ЛПР, вместо которых такой объект можно упаковать без нарушения ограничения на грузоподъемность. Предлагается схема приближенного решения этой задачи на основе модифицированного алгоритма «в первый подходящий с убыванием».

Ключевые слова: обратная задача об упаковке в контейнеры, предпочтения, приближенная схема решения.

DOI 10.14357/20718594180321

Введение

В классической задаче об упаковке в контейнеры (далее – «задача упаковки») требуется упаковать заданный набор объектов в минимальное число контейнеров одинаковой грузоподъемности без нарушения ограничения на грузоподъемность каждого контейнера. Обратная задача упаковки заключается в упаковке максимального числа объектов в заданное число контейнеров одинаковой грузоподъемности так, чтобы суммарный вес объектов в каждом контейнере не превышал его грузоподъемность [1, 2].

В известной типологии задач упаковки [3] предусмотрена обратная задача упаковки с учетом ценности или полезности объектов. Предполагается, что имеющихся контейнеров недостаточно для упаковки всех объектов, и возникает комбинаторная задача выбора объектов с совокупной максимальной ценностью или полезностью, которые можно упаковать в такие контейнеры. Понятие «ценность» («полезность») объектов интерпретируется там как стоимость, прибыль и т.п. В [4] впервые сформулирована, а в [5, 6] уточнена обратная задача упаковки с учетом предпочтений ЛПР, выявленных по многим критериям, когда ценность каждого объекта задается не скалярно, как в упомянутом выше случае, а векторно, т.е. его значениями по многим качественным критериям. Требуется упаковать максимальное число объектов, упорядоченных в соответствии с предпочтениями ЛПР так, чтобы для каждого неупакованного объекта не было упакованных объектов, менее предпочтительных для ЛПР, вместо которых такой объект можно было бы упаковать без нарушения ограничения на грузоподъемность.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ грант № 16-07-00092.

✉ *Фуремс Евгения Марковна e-mail: fem@mail.ru*

Такая задача может возникать в различных прикладных областях, таких, например, как логистика, системы связи, многопроцессорная обработка, планирование, управление проектами, предоставление кредитов и размещение рекламы.

Предпочтения ЛПР выражаются в форме бинарного отношения строгого, в идеале, или частичного, в общем случае, порядка, которое можно интерпретировать как отношение предшествования: для любой пары объектов менее предпочтительный объект не должен упаковываться, пока не будет упакован более предпочтительный объект (если для него хватает грузоподъемности хотя бы в одном контейнере после упаковки более предпочтительных объектов). В первых публикациях, посвященных задаче упаковки с отношением предшествования, заданным на объектах [7, 8], рассматривался только ее классический вариант (минимизация числа контейнеров для упаковки всех объектов) как разновидность задачи о расписании. То же самое относится и к более поздним публикациям в этой области (например, [9]). Кроме того, во всех этих работах требуется, чтобы для любой пары объектов, находящихся в отношении предшествования (первый объект должен быть упакован раньше второго), контейнер, в который помещается первый объект, должен иметь не больший номер, чем контейнер для второго объекта. В нашем случае такое соответствие номеров объектов и контейнеров не требуется: более предпочтительный объект может быть упакован в контейнер с большим номером, чем менее предпочтительный объект, но попытка упаковки менее предпочтительного объекта может предприниматься только тогда, когда для более предпочтительного объекта не хватает грузоподъемности ни в одном контейнере.

Рассматриваемая задача сочетает в себе два аспекта. Первый из них, а именно, выявление предпочтений ЛПР на множестве многокритериальных объектов для построения на них отношения (частичного) порядка, относится к теории и методам принятия решений при многих критериях, а второй – упаковка максимального числа объектов – к комбинаторной оптимизации.

В [10,11] доказывается, что даже классическая задача упаковки является NP-трудной, на основании чего делается вывод, что для ее решения построение точного эффективного алгоритма маловероятно. Такой же вывод в отношении обратной задачи упаковки делается в [1]. В [5] приводится обзор известных подходов к решению классической задачи упаковки и ее обратного варианта, а именно: приближенных, точных (по сути, переборных) и генетических, а в [12, 13] обсуждаются перспективные модели упаковки, в том числе для рассматриваемой здесь задачи.

В настоящей статье для обратной задачи упаковки с учетом предпочтений ЛПР предлагается схема приближенного решения, основанная на принципе «в первый подходящий с убыванием», с применением подхода к упорядочению объектов, описанного в [14].

1. Формальная постановка задачи

В приводимой ниже формальной постановке обратной задачи упаковки с учетом предпочтений ЛПР предполагается, что ЛПР уже упорядочил объекты, подлежащие упаковке, по их предпочтительности.

Введем следующие – обозначения: M – число контейнеров; C – грузоподъемность каждого контейнера; N – число объектов; $I = \left\{ i \middle| i = \overline{1, N} \right\}$ – список номеров объектов, подлежащих упаковке, упорядоченных по невозрастанию их предпочтительности для ЛПР: $\forall i, j \in I \; i < j$ означает, что объект с номером i более предпочтителен для ЛПР, чем j-ый объект. Если объекты одинаково предпочтительны для ЛПР, меньший номер присваивается объекту с меньшим весом, поскольку интуитивно понятно, что, если решается задача упаковки максимального числа одинаково предпочтительных объектов, первыми «претендентами» на упаковку должны быть самые легкие объекты. В случае равенства весов у одинаково предпочтительных объектов, неважно, какой из них будет иметь меньший номер; w_i – вес i-го объекта, $i \in I$; $\forall i \in I \; w_i \le C$.

Введем двоичные переменные:

$$x_{im} = \begin{cases} 1, \textit{если } i - \textit{й объект упаковывается} \\ \qquad \textit{в } m - \textit{й контейнер} \\ 0, \textit{в противном случае} \end{cases}$$

$$\left(i \in I, \, m = \overline{1, M} \right)$$

Определим:

$\forall i \in I\ X_i = \max\limits_{m=1,M}(x_{im})$. Соответственно, $X_i = 1$, если $\exists m, m = \overline{1,M}, x_{im} = 1$, и 0, в противном случае. Заметим, что, поскольку вес каждого объекта не больше грузоподъемности любого контейнера, первые M объектов как самые предпочтительные могут (и должны) быть упакованы, т.е. $X_i = 1, i = \overline{1,M}$.

Тогда задача может быть поставлена следующим образом:

$$\max \sum_{i=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} x_{im} \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i x_{im} \le C, \forall i = \overline{1,M} \tag{2}$$

$$\sum_{m=1}^{M} x_{im} \le 1,\ i = \overline{1,N} \tag{3}$$

$$\forall i, j \big| i, j \in I, i > M, i < j,\ \ X_i \ge X_j,$$

если $\exists m, 1 \le m \le M$ такое, что

$$\sum_{k=1}^{i-1} x_{km} w_k + w_i \le C \text{ и } X_j \ge X_i,$$

в противном случае (4)

Целевая функция (1) означает, что требуется упаковать максимальное число объектов в имеющиеся контейнеры.

Ограничение (2) означает, что сумма весов объектов, упакованных в каждый контейнер, не должна превышать его грузоподъемность.

Ограничение (3) означает, что каждый объект может быть упакован только в один контейнер.

Ограничение (4) означает, что для любой пары объектов, в которой первый объект не менее предпочтителен, чем второй, и существует хотя бы один контейнер, остаточная грузоподъемность которого (после упаковки в него других объектов) не меньше веса первого объекта, такой объект должен упаковываться раньше второго. В противном случае, может быть предпринята попытка упаковки второго объекта.

Заметим, что в простейшем случае, когда имеется только один контейнер, эта задача соответствует задаче о рюкзаке с единичными коэффициентами в целевой функции, но с фиксированным порядком выбора объектов для упаковки. Алгоритм ее решения тривиален: объекты с номерами из списка I упаковываются последовательно, начиная с первого, пока не окажется, что добавление очередного объекта превышает грузоподъемность контейнера. Тогда этот объект исключается из списка и предпринимается попытка упаковки непосредственно следующего за ним объекта, и т.д., пока не будет исчерпан весь набор объектов. Очевидно, что полученное таким образом решение будет оптимальным.

2. Подход к упорядочению объектов

Нумерация объектов, предполагаемая в формальной постановке задачи, требует выполнения ряда процедур, таких как (1) структуризация (определение качественных критериев и их шкал для оценки объектов); (2) присвоение каждому объекту кортежа присущих ему значений по критериям; и, собственно, (3) упорядочение объектов, описываемых такими кортежами, в соответствии с предпочтениями ЛПР.

Структуризация является «узким местом» в теории и методах принятия решений при многих критериях. Существует лишь небольшое число публикаций, посвященных этой проблеме. В [15] структуризация задач принятия решений названа наиболее сложным этапом и отмечается, что отсутствие надежной методологии для формальной структуризации делает этот этап чем-то сродни искусству, основанному на интуиции и «мастерстве» ЛПР. Хотя статья [13] опубликована почти 40 лет назад, ситуация изменилась незначительно. В [16, 17] предложен формализованный подход к структуризации задач номинальной классификации (классы не упорядочены) при многих критериях (называемых там признаками, поскольку, помимо прочего, классификация осуществляется не в соответствии с предпочтениями ЛПР, а в соответствии со знаниями эксперта). В [18, 19] показано, как такой подход может быть применен к задаче порядковой классификации (классы упорядочены в соответствии с предпочтениями ЛПР), а в [14] объясняется его применение в задачах упорядочения и выбора при многих критериях. Этот подход с помощью специальных наводящих вопросов, задаваемых ЛПР, позволяет эффективно выявлять критерии и шкалы их значений для оценки объектов, а также допустимость каждого значения, каждого критерия для классов, что позволяет на этапе классификации существенно сократить число объектов, непосредственно классифицируемых ЛПР.

Даже если рассматриваемая обратная задача упаковки в контейнеры возникает разово, и, тем более, если она возникает многократно на разных наборах объектов, оцененных по одним и тем же критериям с соответствующими одинаковыми шкалами, для ее решения целесообразно предварительно выполнить порядковую классификацию (многокритериальную сортировку) объектов в соответствии с предпочтениями ЛПР. Это позволит уменьшить множество объектов, на котором должно быть построено отношение (частичного) порядка. Действительно, в результате порядковой классификации в первый класс попадают наиболее предпочтительные объекты; во второй – объекты, каждый из которых менее предпочтителен любого объекта из первого класса, но более предпочтителен, чем любой объект третьего класса, и т.д. Если все объекты, отнесенные ЛПР к l последовательным классам (начиная с первого), удается упаковать в имеющиеся контейнеры, но добавление к ним всех объектов $(l+1)$- го класса не позволяет выполнить их упаковку, задача упорядочения возникает только на таких конкретных объектах $\left(l+1\right)$- го класса (и, возможно последующих классов).

Более того, если задача упаковки возникает многократно на разных наборах объектов, оцененных по одним и тем же критериям с соответствующими одинаковыми шкалами, для ее решения целесообразно динамически (т.е. в результате решения для очередных наборов объектов) формировать базу правил и предпочтений ЛПР [20]. Это позволит сократить и, в идеале, исключить непосредственное участие ЛПР в упорядочении последующих наборов объектов. При этом имеет смысл начинать с порядковой классификации на декартовом произведении шкал критериев. Тогда при появлении очередного набора объектов, подлежащих упаковке, можно уже без участия ЛПР определить, к какому классу каждый объект такого набора относится.

В [14] с такой целью предлагается процедура двухэтапного упорядочения объектов по многим критериям. На первом этапе, на конкретном множестве объектов (в случае разовой задачи) или на декартовом произведении шкал критериев (в случае многократно возникающей задачи) выполняется порядковая классификация (многокритериальная сортировка) методом STEPCLASS [16, 17] в соответствии с предпочтениями ЛПР. Если после этого, как указано выше, возникает необходимость упорядочения объектов внутри одного класса, выполняется второй этап процедуры: объекты соответствующего класса упорядочиваются методом UniComBOS [19] с использованием, в том числе, предпочтений ЛПР, выделенных из порядковой классификации, и, если применимо, предпочтений ЛПР, выявленных на предыдущих наборах объектов.

3. Схема приближенного решения на основе алгоритма «в первый подходящий с убыванием»

Обратная задача упаковки была впервые поставлена в [1]. Там отмечается, что любой алгоритм, имеющий в наихудшем случае разумную оценку относительно оптимального решения, должен пытаться упаковать максимальное число объектов, начиная с самых легких. С такой целью в [1] предлагается приближенный алгоритм «в первый подходящий с возрастанием» (First Fit Increasing (FFI)), основанный на упорядочении объектов по неубыванию их весов. Алгоритм FFI помещает очередной объект, начиная с первого, в контейнер с меньшим номером, в котором для него хватает грузоподъемности. Доказывается, что в худшем случае максимальное число объектов, которое может быть упаковано этим алгоритмом не меньше 3/4 от числа объектов в оптимальной упаковке, а его трудоемкость оценивается как $O\left(N\log_2 N\right)$, где N – число объектов в исходном списке.

В [1] также обсуждается возможность многократного применения к этой задаче алгоритма «в первый подходящий с убыванием» (First Fit Decreasing (FFD), который отличается от алгоритма FFI тем, что объекты исходно упорядочиваются по невозрастанию их весов) с последовательным исключением из списка самых тяжелых объектов. В [2] этот алгоритм (названный там IFFD от английского Iterated First Fit Decreasing – итеративный алгоритм «в первый подходящий с убыванием») детально исследуется, и доказывается, что в худшем случае он позволяет упаковать не меньше 6/7 объектов, чем в оптимальной упаковке. Однако этот алгоритм имеет большую трудоемкость, чем FFI: $O\left(N\log_2 M+MN\log_2 M\right)$, где N - число объектов в исходном списке, а M – число контейнеров.

В [5] алгоритм IFFD был дополнен попыткой допаковки ранее исключенных объектов в последний контейнер и приведен пример, показывающий, что такая попытка может оказаться удачной.

Для рассматриваемой обратной задачи упаковки с учетом предпочтений ЛПР алгоритм IFFD предлагается модифицировать последовательным исключением из списка не самых тяжелых объектов, а наименее предпочтительных. Кроме того, в нем также предусмотрена возможность допаковки контейнеров исключенными объектами, начиная с более предпочтительных из них, если после упаковки объектов очередного класса для них образуется свободное место (в отличие от алгоритма IFFD, свободное место может образоваться не только в последнем, но и в любом контейнере). Назовем такой алгоритм PIFFD (от Preference-based Iterated FFD – итеративный алгоритм «в первый подходящий с убыванием с учетом предпочтений).

Предположим, что для каждого объекта, подлежащего упаковке, определен один из L классов, к которому он относится в соответствии с предпочтениями ЛПР. Как уже отмечалось выше, объекты, отнесенные к первому классу, наиболее предпочтительны для ЛПР, а любой объект из класса с большим номером менее предпочтителен для ЛПР, чем любой объект из любого класса с меньшим номером. Обозначим через $N_l, l=\overline{1,L}$, число объектов класса *l*. Объекты, отнесенные к одному классу, первоначально считаются одинаково предпочтительными для ЛПР и, соответственно, как отмечено выше, пронумерованы в порядке неубывания их весов: объектам первого класса присваиваются номера от 1 до N_1^*, где $N_1^* = N_1$; объектам второго класса – от N_1^*+1 до N_2^*, где $N_2^* = N_1^* + N_2$; и т.д., объектам класса L присваиваются номера от N_{L-1}^*+1 до N, где $N_{L-1}^* = \sum_{l=1}^{l=L-1} N_l^*$. Обозначим через $G_l, l=\overline{1,L}$ множество расположенных в порядке возрастания номеров объектов, относящихся к классу l. Тогда, введенное в Разделе 2 множество номеров объектов $I = \bigcup_{l=1}^{L} G_l$. Обозначим через $G_l^+ \in I$ подмножество номеров объектов из первых l классов, т.е. $G_l^+ = \bigcup_{j=1}^{l} G_j$.

Алгоритм PIFFD состоит из следующих шагов; исходно все контейнеры пусты:

1. Положим $l=1$.
2. Переупорядочим объекты с номерами из G_l^+ в порядке невозрастания их весов и упакуем их в контейнеры алгоритмом FFD.
3. Если число контейнеров, которые потребовались для упаковки всех объектов с номерами из G_l^+, не больше M, переходим к шагу 7, в противном случае переходим к следующему шагу.
4. Если объекты класса l еще не упорядочены по предпочтительности, переходим к шагу 5. В противном случае, переходим к шагу 6.
5. Упорядочим (с участием ЛПР) объекты класса l методом UniComBos с использованием информации, предусмотренной в [14], и перенумеруем их в подмножестве G_l по невозрастанию их предпочтительности для ЛПР.
6. Положим $G_l = G_l / N_l^*$ (т.е. исключаем объект с наибольшим номером из класса l, поскольку он наименее предпочтителен), $G_l^+ = G_l^+ / N_l^*$, $I = I / N_l^*$, $N_l = N_l - 1$, и, соответственно, уменьшим на единицу номера всех объектов из классов с номерами от $l+1$ до L (если $l+1 \le L$). Опустошаем контейнеры и возвращаемся к шагу 2.
7. Пытаемся допаковать контейнеры исключенными объектами (если таковые есть) в порядке их предпочтительности. Если эта попытка оказывается удачной, перенумеровываем объекты последующих классов соответственно.
8. Положим $l=l+1$. Если $l>L$, переход к шагу 9. В противном случае, опустошаем контейнеры и возвращаемся к шагу 2.
9. Конец

Проиллюстрируем работу алгоритма PIFFD следующим примером: имеется 2 контейнера с грузоподъемностью 40 каждый, и 7 объектов со следующими весами: 28, 1, 4, 22, 7, 8, 10. Оптимальная упаковка показана на Рис. 1. ЛПР разделил эти объекты на два упорядоченных класса, как показано в Табл. 1. Поскольку объекты

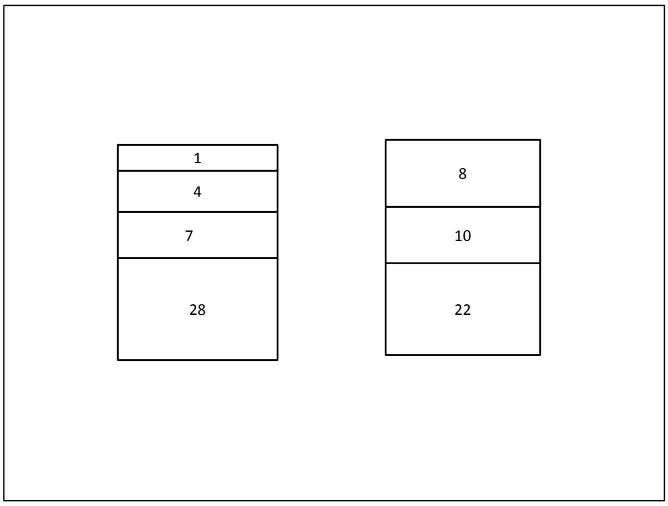

Рис. 1. Оптимальная упаковка

Табл. 1. Исходные номера и веса объектов 1-го и 2-го классов

1-й класс		**2-й класс**	
Номер	**Вес**	**Номер**	**Вес**
1	22	3	1
2	28	4	4
		5	7
		6	8
		7	10

Табл. 2. Объекты 1-го и 2-го классов, упорядоченные по невозрастанию весов

Классы 1 и 2			
Номер класса	**Номер в порядке предпочтительности**	**Номер в порядке невозрастания весов**	**Вес**
1	2	1	28
1	1	2	22
2	7	3	10
2	6	4	8
2	5	5	7
2	4	6	4
2	3	7	1

одного класса пока считаются одинаково предпочтительными, они нумеруются в порядке возрастания их весов, а номер первого объекта второго класса на единицу больше номера последнего объекта первого класса. Очевидно, что объекты первого класса могут быть упакованы в два имеющихся контейнера: в первый контейнер помещается объект с весом 22, а во второй – с номером 28. Добавим к объектам первого класса объекты второго класса и упорядочим их по невозрастанию весов (Табл. 2).

Упаковка этих объектов алгоритмом FFD показана на Рис. 2. Для упаковки всех объектов первого и второго классов потребовалось 3 контейнера (хотя в каждом контейнере осталось свободное место (Δ), его недостаточно для упаковки объекта с весом 4). Так как каждый объект второго класса менее предпочтителен, чем каждый объект первого класса, применяем метод UniComBos для упорядочения по предпочтительности только объектов второго класса (Табл. 3).

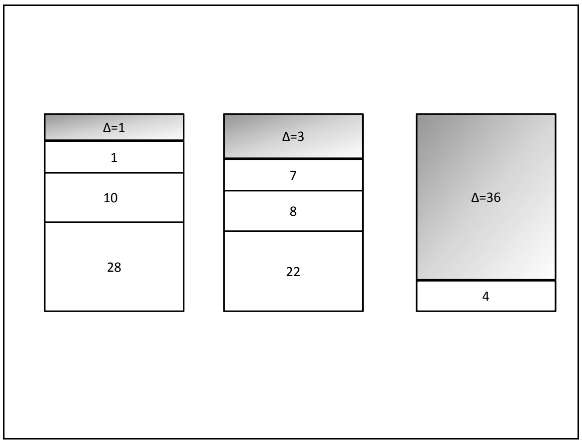

Рис. 2. Упаковка объектов 1-го и 2-го классов

Самым непредпочтительным (наибольший номер в порядке предпочтительности) оказался объект с весом 1, поэтому исключаем его, добавляем оставшиеся объекты второго класса к объектам первого класса, упорядочиваем их по невозрастанию весов, опустошаем контейнеры

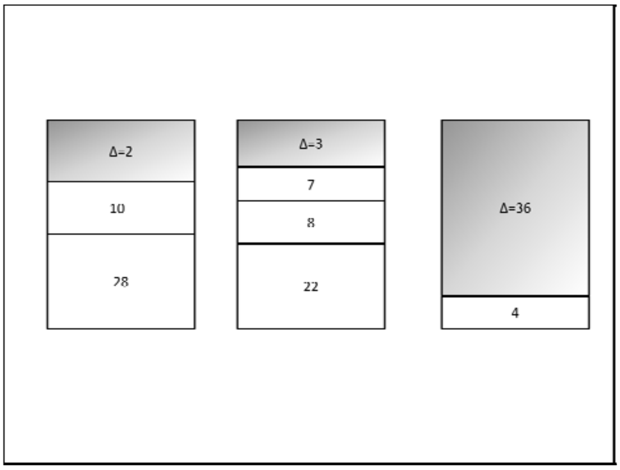

Рис. 3.Упаковка объектов первого класса
и оставшихся объектов второго класса
(после исключения объектас весом 1)

Табл. 3. Упорядочение объектов 2-го класса по предпочтительности

Класс 2	
Номер в порядке предпочтительности	**Вес**
3	10
4	8
5	7
6	4
7	1

и упаковываем объекты алгоритмом FFD. Полученная упаковка показана на Рис. 3.

Поскольку опять потребовалось 3 контейнера, исключаем из оставшихся объектов второго класса самый непредпочтительный объект – теперь это объект с весом 4. Повторяем ту же процедуру переупорядочения и упаковки и получаем результат, показанный на Рис. 4.

В первом, и во втором контейнерах остались свободные места, поэтому можно попытаться допаковать их отброшенными объектами. Хотя объект с весом 4 более предпочтителен, чем объект с весом 1, упаковать удается только последний (Рис. 5).

Заметим, что число объектов в оптимальной упаковке (Рис. 1) на единицу больше числа объектов в полученной упаковке (Рис. 5). При этом условие (4) в формальной постановке задачи нарушается только для объекта с весом 4.

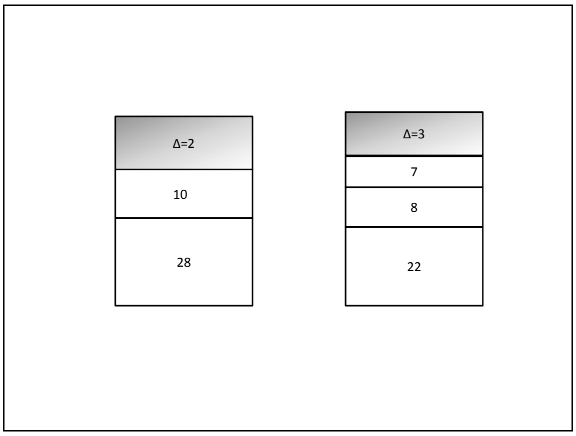

Рис. 4. Упаковка объектов первого класса
и оставшихся объектов второго классов
(после исключения объектов с весами 1 и 4)

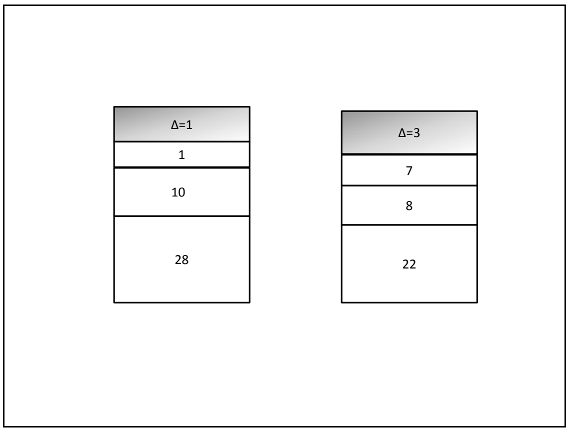

Рис. 5. Окончательная упаковка

4. Обсуждение

Предложенная схема решения включает двухэтапную процедуру упорядочения многокритериальных объектов (методы STEPCLASS и UniComBos) и приближенный алгоритм PIFFD, представляющий собой модификацию известного алгоритма «в первый подходящий с убыванием».

Метод STEPCLASS позволяет построить полное и согласованное разбиение заданного набора объектов или декартова произведения шкал критериев (в зависимости от ситуации) на классы, упорядоченные в соответствии с предпочтениями ЛПР. Метод UniComBos используется для упорядочения объектов, принадлежащих одному классу. Однако эффективность этого метода зависит от того, насколько согласованно данный конкретный ЛПР может сравнивать кортежи значений критериев, отличающиеся по двум, трем и т.д. критериям [22]. Соответственно, часть объектов может остаться несравнимой. В таком случае из двух несравнимых объектов мы считаем более предпочтительным тот, который имеет меньший вес, как и для одинаково предпочтительных объектов.

Если бы все объекты были предварительно упорядочены в соответствии с предпочтениями ЛПР, трудоемкость алгоритма PIFFD совпала бы с трудоемкостью алгоритма IFFD: $O\left(N \log_2 M + MN \log_2 M\right)$, где N - число объектов в исходном списке, а M – число контейнеров. Действительно, и в том, и в другом алгоритме после каждой неудачной попытки упаковки (требуется больше контейнеров, чем задано) исключается только один объект (самый тяжелый в алгоритме IFFD, и самый непредпочтительный в алгоритме PIFFD), и в худшем случае таких попыток, как доказано в [2], не больше M.

Кроме того, если бы все объекты были одинаково предпочтительны для ЛПР или их упорядочение в соответствии с предпочтениями ЛПР совпадало с их упорядочением по невозрастанию весов, алгоритм PIFFD имел бы в худшем случае такую же оценку точности, как и у алгоритма IFFD, то есть упаковывал бы не меньше 6/7 объектов, чем в оптимальном решении.

В общем случае, сложность оценки точности алгоритма PIFFD обусловлена тем, что требуется оценить не только соотношение между числом объектов в оптимальной упаковке и числом объектов, упакованных этим алгоритмом, но и число объектов, для которых нарушается условие (4) в формальной постановке задачи.

Заметим, что при использовании предложенной схемы такое нарушение может произойти только между исключенными объектами, поскольку до этапа допаковки любой исключенный объект менее предпочтителен, чем любой упакованный объект. Действительно, когда удается полностью упаковать объекты первых $l < L$ классов, а затем предпринимается попытка их упаковки вместе с объектами класса $l+1$, и эта попытка оказывается неудачной (требуется больше контейнеров, чем задано), объекты $l+1$- го класса упорядочиваются по предпочтительности и при каждой последующей попытке упаковки последовательно исключаются в порядке невозрастания предпочтительности. Как только упаковка объектов потребует не больше M контейнеров, мы переходим к следующему классу, если такой есть, но все объекты такого класса менее предпочтительны, чем исключенные объекты предыдущего класса, и так далее.

Заключение

В данной статье рассматривается обратная задача об упаковке в контейнеры с учетом предпочтений ЛПР, которая сочетает в себе аспекты теории и методов принятия решений при многих критериях и комбинаторной оптимизации. Предложенная схема решения учитывает оба этих аспекта. Она включает двухэтапную процедуру упорядочения объектов по многим критериям и приближенный алгоритм, представляющий собой модификацию известного алгоритма «в первый подходящий с убыванием». Хотя аналитическая оценка точности алгоритма PIFFD в худшем случае находится в процессе исследования, результаты многократного моделирования примеров рассматриваемой задачи (оптимальной упаковки и упаковки тех же объектов алгоритмом PIFFD) близки к оценке алгоритма IFFD.

Литература

1. Coffman E.G., Jr., Leung J.Y.-T., Ting D. 1978. Bin Packing: Maximizing the Number of Pieces Packed //Acta Infomat., vol. 9, 263-271.
2. Coffman Jr, E. G., & Leung J. Y. 1979. Combinatorial analysis of an efficient algorithm for processor and storage allocation. SIAM Journal on Computing, 8(2), 202-217.
3. Wäscher G., Hausner, H., Schumann H. 2007. An improved typology of cutting and packing problems. EJOR. 183 (3), 1109–1130.
4. Фуремс Е.М.. Модели упаковки в многокритериальных задачах принятия решений при ограниченных ресурсах. Препринт ВНИИСИ. 1986. С. 45.
5. Фуремс Е.М. Обратная задача об упаковке в контейнеры при наличии качественных критериев // Искусственный интеллект и принятие решений. 2016. № 3, С. 31-43.
6. Furems E.M. 2017. The Inverse Bin Packing Problem Subject to Qualitative Criteria// Scientific and Technical Information Processing, Vol. 44, No. 6, pp. 440–450.

7. Graham R. L., Lawler E. L., Lenstra J. K., & Kan A. R. 1979. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. Annals of discrete mathematics, *5*, 287-326.
8. Garey M. R., Graham R. L., & Johnson D. S. 1978. Performance guarantees for scheduling algorithms. Operations research, 26(1), 3-21.
9. Dell'Amico M., Díaz J. C. D., & Iori M. 2012. The bin packing problem with precedence constraints. Operations Research, 60(6), 1491-1504.
10. Karp R.M. 1972. Reducibility among combinatorial problems, in Complexity of Computer Computations (R.E. Miller and J.M. Thatcher, eds.), 85–103, Plenum Press.
11. Garey M. R., & Johnson D. S. 2002. Computers and intractability, Vol. 29. New York: wh freeman.
12. Левин Марк Ш. Упаковка в контейнеры (перспективные модели и примеры). Информационные процессы, 2017. Том 17, № 1, с. 43–60
13. Levin M.Sh. 2018. Bin packing (promising models and examples). J. of Communications Technology and Electronics, 63(6), 655-666.
14. Ашихмин И.В., Фуремс Е.М. Двухэтапная процедура упорядочения объектов по многим критериям // Искусственный интеллект и принятие решений. 2017. № 3, с. 58-68.
15. von Winterfeldt D. 1980. Structuring Decision Problems for Decision Analysis // ActaPsychologica, vol. 45, 71-93.
16. Фуремс Е.М. Структуризация задач классификации, основанных на знаниях // Информационные технологии и вычислительные системы. 2007. № 3, с. 7-17.
17. Furems Eugenia M. 2011. Domain Structuring For Knowledge-Based Multiattribute Classification (A Verbal Decision Analysis Approach) // TOP, Springer Berlin / Heidelberg, 19, pp. 402–420.
18. Фуремс Е.М. Многокритериальная порядковая классификация на основе метода STEPCLASS // Искусственный интеллект и принятие решений. 2012. № 4, с. 95-100.
19. Furems E. M. 2015 Stepclass_Based Approach to Multicriteria Sorting // Scientific and Technical Information Processing, Vol. 42, No. 6, pp. 481–489.
20. Ашихмин И. В. Продукционные правила и предпочтения/ Третья Международная конференция «Системный анализ и информационные технологии» САИТ – 2009: Труды конференции. М., 2009. с. 247-251.
21. Ashikhmin I., Furems E. 2005. UniComBOS—Intelligent Decision Support System for multi-criteria comparison and choice //Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. V. 13. No. 2-3, pp. 147-157.
22. Furems E.M., Larichev O.I., Roizenson G.V., Lotov A.V., Miettinen K. 2003. Human behavior in a multi-criteria choice problem with individual tasks of different difficulties // International Journal of Information Technology & Decision Making, Vol.2, No. 1, pp. 29-40.

Approximate Solution Scheme for Inverse Bin-Packing Problem Subject to Decision Making Preferences

E. M. Furems

Russian Academy of Sciences Federal Research Center «Informatics and Control», Moscow, Russia

The problem of packing maximal number of items in the given set of equal capacity bins while taking into account DM's preferences is under consideration. The solution of this problem must satisfy to the following conditions: (1) the total weight of items in each been is not greater than its capacity, and (2) for each unpacked item there is none packed items less preferable for DM instead of which it may be packed without violation the capacity constraint. The approximate solution scheme for this problem based on modified First Fit Decreasing algorithm is proposed.
Keywords. Inverse bin-packing problem, preferences, approximate solution scheme.

DOI 10.14357/20718594180321

References

1. Coffman E.G., Jr., Leung J.Y.-T., Ting D. 1978. Bin Packing: Maximizing the Number of Pieces Packed //Acta Infomat., vol. 9, 263-271.
2. Coffman, Jr, E. G., & Leung, J. Y. 1979. Combinatorial analysis of an efficient algorithm for processor and storage allocation. SIAM Journal on Computing, 8(2), 202-217.
3. Wäscher, G., Hausner, H., Schumann, H. 2007. An improved typology of cutting and packing problems. EJOR. 183 (3), 1109–1130.
4. Furems E.M. 1986. Modeli upakovki v mnogocriterial'nyh zadachah prinyatia reshenii pri ogranichennyh resursah [Bin Packing Models in Multicriteria Decision Making Problems with Limited Resources]. Preprint VNIISI, M., P. 45.
5. Furems, E.M., Obratnaya zadacha upakovli pri nalichii kachestvennyh kriteriev [Inverse bin packing problem with multiple qualitative criteria]. Iskusstvennyi Intellekt i Prinyatie Reshenii [Artificial Intelligence and Decision Making], 2016, No.3, pp. 31-43.

6. E.M. Furems. 2017. The Inverse Bin Packing Problem Subject to Qualitative Criteria// Scientific and Technical Information Processing, Vol. 44, No. 6, pp. 440–450.
7. Graham, R. L., Lawler, E. L., Lenstra, J. K., & Kan, A. R. 1979. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. Annals of discrete mathematics, *5*, 287-326.
8. Garey, M. R., Graham, R. L., & Johnson, D. S. 1978. Performance guarantees for scheduling algorithms. Operations research, 26(1), 3-21.
9. Dell'Amico, M., Díaz, J. C. D., & Iori, M. 2012. The bin packing problem with precedence constraints. Operations Research, 60(6), 1491-1504.
10. Karp R.M. 1972. Reducibility among combinatorial problems, in Complexity of Computer Computations (R.E. Miller and J.M. Thatcher, eds.), 85–103, Plenum Press.
11. Garey, M. R., & Johnson, D. S. 2002. Computers and intractability, Vol. 29. New York: wh freeman.
12. Levin M.Sh. 2017. Upakovka v konteinery (perspectivnye modeli i primery) [Bin packing (prospective models and examples)]. Informatzionnye process [Информационные процессы], vol 17, No. 1, pp. 43–60
13. Levin M.Sh. 2018. Bin packing (promising models and examples). J. of Communications Technology and Electronics, 63(6), 655-666.
14. Ilya V. Ashikhmin , E.M. Furems 2017. Dvuhetapnaya procedura uporyadocheniya ob’ektov po mnogim kritriyam [Two-Stage Procedure for Items’ Ordering upon Multiple Criteria] // Iskusstvennyi Intellekt i Prinyatie Reshenii [Artificial Intelligence and Decision Making], Искусственный интеллект и принятие решений», No. 3, pp. 58-68.
15. von Winterfeldt D. 1980. Structuring Decision Problems for Decision Analysis // ActaPsychologica, vol. 45, 71-93.
16. Furems E.M. Structurizatzia zadach klassifikatzii osnovannyh na znaniah [Structuring of knowledge-based classification problems// Iskusstvennyi Intellekt i Prinyatie Reshenii [Artificial Intelligence and Decision Making], 2007, no. 3, pp. 7-17
17. Furems Eugenia M. 2011. Domain Structuring For Knowledge-Based Multiattribute Classification (A Verbal Decision Analysis Approach) // TOP, Springer Berlin / Heidelberg, 19, pp. 402–420.
18. Furems, E.M., 2012. Mnogocriterial’naya poryadkovaya klassifikatzia na osnove metoda STEPCLASS [STEPCLASS-based approach to multicriteria sorting]// Iskusstvennyi Intellekt i Prinyatie Reshenii [Artificial Intelligence and Decision Making], No.4, pp. 95-100.
19. Furems E. M. 2015 Stepclass_Based Approach to Multicriteria Sorting // Scientific and Technical Information Processing, Vol. 42, No. 6, pp. 481–489.
20. Ashikhmin, I.V., Productzionnye pravila I predpochtenya [Production rules and preferences]. Trudy Tretyey Mezhdunarodnoy konferentzyi ‘Sistemnyi Analiz i Informatzionnye Tehnologii’ (SAIT – 2009) [Proceedingth of the 3rd International Conference ‘System Analysis and Information Technology’ (SAIT 2009)]. M, 2009, pp. 247-251
21. Ashikhmin I., Furems E. 2005. UniComBOS—Intelligent Decision Support System for multi-criteria comparison and choice //Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. V. 13. No. 2-3, pp. 147-157.
22. Furems E.M., Larichev O.I., Roizenson G.V., Lotov A.V., Miettinen K. 2003. Human behavior in a multi-criteria choice problem with individual tasks of different difficulties // International Journal of Information Technology & Decision Making, Vol.2, No. 1, pp. 29-40.