Вычислительная производительность методов редукции гиперкубов многомерных данных аналитических OLAP-систем*

А. А. Ахрем, А. П. Носов, В. З. Рахманкулов, К. В. Южанин

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН, г. Москва, Россия

Аннотация. В работе исследуются математические методы декомпозиции (редукции) больших гиперкубов многомерных данных аналитических OLAP-систем на подкубовые компоненты. Показана возможность уменьшения вычислительной сложности решения данных задач декомпозиционными методами, которые имеют экспоненциальную и полиномиальнологарифмическую степень сложности по сравнению с традиционными методами анализа больших массивов информации, накапливаемых в гиперкубах многомерных OLAP-данных. Для редукционных методов анализа OLAP-кубов логарифмической степени сложности установлен критерий увеличения вычислительной сложности по сравнению с нередукционными методами. Получена точная верхняя оценка границы изменения сложности декомпозиционных методов анализа данных при варьировании основных параметров гиперкуба.

Ключевые слова: гиперкуб многомерных данных, методы декомпозиции гиперкубов, экспоненциальная и полиномиально-логарифмическая сложность декомпозиции.

DOI 10.14357/20718594190403

Введение

В настоящее время вследствие бурного развития науки и техники исследователям приходится рассматривать поведение все более сложных технических, физических, биологических систем. При этом, разумеется, создаются более сложные математические модели проектирования, создания и эксплуатации таких объектов. Решение многих задач исследования моделей сложных систем сопряжено с большими трудностями, которые носят как математический, так и вычислительный характер, так как компьютерные решения часто требуют нетривиальных затрат машинного времени. В этой связи становится актуальной разработка методов редукции моделей сложных систем, т.е. приведение таких моделей к более простому виду, например, к декомпозиции исходной модели на модели меньшей размерности [1-3].

Аналогичные проблемы возникают при обработке и анализе сверхбольших массивов информации гиперкубовых структур аналитических OLAP-систем. Напомним, что указанные системы предназначены для анализа и обобщения детальных данных, накапливаемых в базах и хранилищах данных при анализе бизнес-процессов и поддержке принятия жизненно-важных решений в промышленности, финансовой сфере, торговле, медицине и других областях, использующих информационные технологии [4-6].

Для таких систем характерен быстрый рост объемов обрабатываемых данных. OLAP-кубы могут включать полный объем исходных детальных данных. Объем данных увеличивается в результате денормализации и дублирования

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 16-07-00644, № 19-07-00686).

✉ *Алексей Носов E-mail: nosov@isa.ru*

части детальных данных. Кроме того, он может расти при добавлении к детальным данным агрегированной информации, особенно, при полном переборе сочетаний размерностей и их значений. С увеличением объемов данных падает производительность вычислений кубовых структур. При этом иногда возникают эффекты «взрывного» характера данных, когда в аналитической системе резко прекращаются вычисления. Устранению подобных проблем способствуют методы редукции больших кубов данных на подкубы с меньшими объемами. Очевидно, что уменьшение объемов данных в подкубах способствует повышению производительности вычислений, однако после обработки данных подкубов необходимо получить обобщенные результаты, которые не отличались бы от результатов вычислений на полном исходном кубе. Это условие часто создает проблемы, вызванные редукцией больших кубов на подкубы. Например, данные OLAP-кубов могут быть сегментированы не аддитивно и тогда возможны нарушения целостности данных. Если редукция исходного полного куба одновременно затрагивает число размерностей и значений на каждой шкале размерностей, это может привести к совершенно неожиданным результатам с точки зрения производительности вычислений. Следовательно, решая задачи редукции OLAP-кубов, необходимо исследовать влияние выбранного метода редукции на вычислительную сложность задач и целостность обобщенных результатов.

Проблемы редукции моделей и анализа вычислительной сложности алгоритмов традиционно интересуют исследователей-математиков и компьютерных специалистов при практической реализации методов моделирования [4-11]. В частности, проблема снижения размерности признакового пространства в задачах ранжирования и многокритериальной классификации исследовались в работах [7, 8], в которых критерии агрегируют с помощью экспертов, что упрощает порядковую классификацию многокритериальных альтернатив в статическом пространстве оценок. Аналогичный подход представлен в работах [4,5,9,10], когда при решении задач кластеризации исходный набор переменных заменяется новым набором обобщенных критериев, учитывающих связи переменных. Но OLAP-обработка данных не допускает изменения размерности пространства.

В работах авторов [11-14] по математическим методам анализа многомерных данных аналитических OLAP-систем задача редукции ставится иначе – агрегирование критериев уже определено решеткой куба, а декомпозиция куба на меньшие по размерности кубы нужна для снижения времени вычисления полной решетки при динамическом изменении данных в кубе.

В работах [11-14] были исследованы методы редукции моделей многомерных данных в виде OLAP-гиперкубов, способствующих уменьшению вычислительной сложности решения задач с большими и сверхбольшими исходными данными в классе задач полиномиальной степени сложности. Доказаны необходимые и достаточные условия эффективного применения методов редукции задач анализа гиперкубов данных по сравнению с традиционными нередукционными методами их решения. Приведены примеры методов декомпозиции кубовых структур, как уменьшающих, так и увеличивающих вычислительную сложность по сравнению с вычислениями по полной модели. Отметим также, что в работе [15] рассматривается проблема ускорения OLAP-операций в оперативной памяти компьютера с помощью параллельных графических сопроцессоров. Достигается ускорение вычислительных операций в 40 раз. Однако зависимость вычислительной производительности от структурных свойств гиперкуба авторы не исследуют.

1. Цель работы

Цель статьи – исследование методов редукции OLAP-гиперкубов многомерных данных, имеющих экспоненциальную, полиномиально-логарифмическую, логарифмическую степени сложности, поиск возможностей уменьшения вычислительной сложности решения задач анализа данных такими методами по сравнению с нередукционными методами анализа гиперкубовых структур многомерных данных OLAP, получение точных количественных границ уменьшения сложности декомпозиционных методов из класса экспоненциальной сложности, установление характера зависимости вычислительной производительности от структурных свойств гиперкуба, разработка аналитических методов определения количественных границ вычислительной сложности решения декомпозиционных задач агрегирования данных.

2. Критерии уменьшения (увеличения) вычислительной сложности решения задач редукции OLAP-гиперкубов многомерных данных

Предположим, что задан гиперкуб H_m, имеющий $m > 2$ размерностей. Пусть на гиперкубе H_m задана решетка L [16, 17], состоящая из n подкубов, и на этой решетке решаются задачи анализа данных из некоторого непустого множества $P(H_m)$. Допустим, что алгоритмы решения этих задач допускают декомпозицию гиперкуба H_m на k $(k \geq 2)$ непересекающихся подкубовых структур $L_1, \dots, L_k$, в каждую из которых входят $n_1, \dots, n_k$ подкубов решетки L.

Пусть вычислительная сложность $f(n)$ решения задач из $P(H_m)$ принадлежит одному из следующих классов:

•$f(n) = f(n, a) = a^n$, где $a = \text{const} > 0$ (класс экспоненциальной вычислительной сложности);

• $f(n) = f(n, a, c, d) = (\log_a n)^c \cdot n^d$, где $a > 1$, $c > 0$, $d > 1$ – вещественные постоянные (класс полиномиально-логарифмической степени сложности);

•$f(n) = \log_a n$, $a = \text{const} > 1$ (класс логарифмической степени сложности).

Предположим дополнительно, что для величины $f(n)$ справедливо соотношение:

$$f(n) = f(n_1) + \dots + f(n_k).$$

В этом разделе будут установлены критерии уменьшения (увеличения) вычислительной сложности задач редукции OLAP-гиперкубов из перечисленных классов сложности, а также установлена верхняя граница уменьшения сложности задач декомпозиции экспоненциальной степени сложности.

Рассмотрим вначале случай, когда задача декомпозиции OLAP-гиперкуба имеет экспоненциальную степень сложности. В этом случае имеет место следующие утверждения.

Теорема 1.

1. Для задач декомпозиции экспоненциальной степени сложности для любых $a > 2,\ n_i \geq 1,\ f(n_i) = a^{n_i},\ i = 1, \dots, k,\ k > 2$ справедливо неравенство:

$$f(n) > f(n_1) + \dots + f(n_k).$$

2. Пусть $F_k = f_1 + \dots + f_k$, где $f_i = a^{n_i}$, $i = 1, \dots, k$. Тогда величины $f = a^n$, F_k удовлетворяют соотношению

$$f \cdot {F_k}^{-1} \leq a^{n-1} \cdot n^{-1}.$$

Утверждение 1 Теоремы 1 устанавливает критерий уменьшения сложности задач декомпозиции гиперкубовых OLAP-структур экспоненциальной степени сложности. Утверждение 2 Теоремы 1 дает верхнюю границу уменьшения величины вычислительной сложности задач редукции гиперкубов из класса экспоненциальной степени сложности.

Отметим, что полученная в Утверждении 2 оценка величины уменьшения сложности декомпозиционных задач является точной и достигается при $n_i = 1,\ i = 1, \dots, n$.

Доказательство Теоремы 1 дано в Приложении.

Рассмотрим также случай, когда параметр a удовлетворяет неравенствам $1 < a \leq 2$. В этом случае при применении методов декомпозиции OLAP-гиперкубов многомерных данных возможны как случаи уменьшения вычислительной сложности по сравнению со сложностью традиционных нередукционных методов, так и случаи ее увеличения.

Приведем соответствующие примеры.

Пример 1. Пусть $a = 3/2$, $n = 4$, $n_1 = n_2 = 2$. В этом случае

$$a^4 = (3/2)^4 = 81/16, 2a^2 = 18/4 = 72/16,$$

следовательно

$$f\left(\frac{3}{2}, 4\right) > f\left(\frac{3}{2}, 2\right) + f\left(\frac{3}{2}, 2\right),$$

т.е. сложность традиционного метода решения задачи редукции больше сложности декомпозиционного метода.

Пример 2. Пусть $a = 4/3$, $n = 4$, $n_1 = n_2 = 2$. Так как $a^4 = (4/3)^4 = 256/81, (4/3)^2 = 16/9 = 144/81$, то

$$f\left(\frac{4}{3}, 4\right) = \frac{256}{81} < 2 \cdot \frac{144}{81} = \frac{288}{81} = f\left(\frac{4}{3}, 2\right) + f\left(\frac{4}{3}, 2\right).$$

Таким образом, в данном случае сложность традиционного метода решения задачи декомпозиции меньше вычислительной сложности редукционного метода.

Рассмотрим теперь случай, когда задача D редукции гиперкуба H_m имеет полиномиально-логарифмическую степень сложности:

$$f(D, n) = (\log_a n)^c \cdot n^d,$$

$$f(D, n_i) = (\log_a n_i)^c \cdot {n_i}^d,\quad i = 1, \dots, k.$$

Для таких задач справедливо следующее утверждение.

Теорема 2. Для задач декомпозиции гиперкуба H_m с помощью метода редукции полиномиально-логарифмической степени сложности для любых $a > 1,\ c > 0,\ \ d > 1,\ \ n \geq 2,\ n_i > 1,$

$$i = 1, \dots, k$$

имеет место следующее соотношение:

$$f(D,n) > f(D,n_1) + \dots + f(D,n_k).$$

Теорема 2 устанавливает критерий уменьшения вычислительной сложности решения задач анализа многомерных данных с помощью методов декомпозиции OLAP-гиперкуба из класса полиномиально-логарифмической степени сложности.

Доказательство Теоремы 2 дано в Приложении.

Рассмотрим, наконец, случай, когда степень сложности декомпозиционного метода D имеет логарифмическую степень сложности:

$$f(D,n) = \log_a n\,,\ a = \text{const} > 1.$$

Для задач декомпозиции в данной ситуации имеет место следующее утверждение.

Теорема 3. Для редукционных методов анализа OLAP-гиперкубов многомерных данных логарифмической степени сложности для любых $a > 1, n \geq 2, n_i > 1$ $(i = 1, \dots, k)$ справедливо неравенство

$$f(D,n) < f(D,n_1) + \dots + f(D,n_k).$$

Теорема показывает, что в случае логарифмической степени сложности нередукционный метод анализа OLAP-гиперкуба данных имеет меньшую сложность по сравнению с редукционным методом. Доказательство Теоремы 3 дано в Приложении.

Заключение

В статье исследуются редукционные методы анализа больших OLAP-гиперкубов данных на подкубовые компоненты экспоненциальной, полиномиально-логарифмической, логарифмической степени сложности. Получены необходимые и достаточные условия уменьшения (увеличения) вычислительной сложности методов решения задач анализа многомерных данных, содержащихся в гиперкубовых структурах по сравнению с традиционными нередукционными методами анализа информации в аналитических OLAP-системах.

Изложенные в статье результаты по редукции OLAP-кубов используются в междисциплинарном проекте РФФИ, выполняемом совместно медиками и специалистами в области управления и информационных технологий, исследующими принципы и методы виртуального моделирования искусственных биологических органов на основе моделей OLAP и Data Mining.

Приложение

Доказательство Теоремы 1

1. Пусть для определенности $n_k = \max_{1\leq i\leq k} n_i$. Положим

$$F_k = f(n_1) + \dots + f(n_k). \tag{1}$$

Разделим обе части равенства (1) на a^{n_k}. Имеем:

$$F_k \cdot a^{-n_k} = a^{n_1 - n_k} + \dots + a^{n_{k-1} - n_k} + 1 \leq k. \tag{2}$$

Покажем, что для любого $k > 2$ справедливо неравенство:

$$2^{k-1} > k. \tag{3}$$

Для доказательства соотношения (3) воспользуемся методом математической индукции по $k > 2$. При $k = 3$ находим $2^2 = 4 > 3$. Пусть неравенство (3) доказано для $k = k_0$. Докажем его для $k = k_0 + 1$. Имеем $2^{(k_0+1)-1} = 2^{k_0} = 2 \cdot 2^{k_0 - 1} > 2k_0 > k_0 + 1$ при $k_0 \geq 3$, что и требовалось доказать.

Учитывая (1)–(3), при любом $a > 2$, $k > 2$ получаем следующую цепочку соотношений:

$$a^{n-n_k} > 2^{n-n_k} > 2^{k-1} > k \geq F_k \cdot a^{-n_k}. \tag{4}$$

Принимая во внимание (4), находим:

$$a^{n-n_k} > F_k \cdot a^{-n_k}. \tag{5}$$

Умножая неравенство (5) на a^{n_k} окончательно будем иметь $a^n > F_k = a^{n_1} + \dots + a^{n_k}$.

Утверждение 1 Теоремы 1 доказано.

2. Пусть среди чисел $n_1, \dots, n_k$ найдутся n_1' чисел, равных единице и n_2' кубовых структур решетки L, состоящих из двух и более кубов. Для чисел n_1', n_2' справедливо равенство:

$$n = n_1' + n_2'. \tag{6}$$

Используя (6), находим:

$$f \cdot F_k^{-1} \leq \frac{a^n}{a n_1' + a^2 n_2'} \leq \frac{a^{n-1}}{n_1' + n_2'}. \tag{7}$$

Учитывая (6), (7), окончательно получаем соотношения:

$$f \cdot {F_k}^{-1} \leq \frac{a^{n-1}}{n_1' + a\, n_2'} \leq \frac{a^{n-1}}{n_1' + \, n_2'} = a^{n-1} \cdot n^{-1},$$

что и требовалось доказать.

Доказательство Теоремы 2

Для любого $i = 1, \dots , k$ справедливы неравенства:

$$n_i^d / n^d < 1, \tag{8}$$

$$(\log_a n_i)^c / \, (\log_a n)^c < 1. \tag{9}$$

Положим

$$S_k(D, n) = \frac{f(D, n_1) + \ldots + f(D, n_k)}{f(D, n)}.$$

Так как $n_1 + \ldots + n_k = n$, то учитывая неравенства (8), (9), получаем, что

$$S_k(D, n) < 1. \tag{10}$$

Из (10) окончательно будем иметь $f(D, n) > f(D, n_1) + \ldots + f(D, n_k)$, что и требовалось доказать.

Доказательство теоремы 3

Положим

$$n' = \max_{1 \leq i \leq k} n_i. \tag{11}$$

Принимая во внимание (11), находим:

$$n \leq n' \cdot k. \tag{12}$$

Имеем $f(D, n_1) + \ldots + f(D, n_k) = \log_a n_i + \ldots + \log_a n_k = \log_a n_1 \cdot \ldots \cdot n_k$. Так как $n_i > 1$ при всех $i = 1, \ldots, k,$ то из (12) получаем, что

$$n_1 \cdot \ldots \cdot n_k \geq 2^{k-1} \cdot n'. \tag{13}$$

При доказательстве Теоремы 1 было получено неравенство $2^{k-1} > k$, где k – натуральное число, $k \geq 3$. Используя соотношение (13) находим, что $f(D, n) < f(D, n_1) + \ldots + f(D, n_k)$.

Теорема 3 полностью доказана.

Литература

1. Павловский Ю.Н., Смирнова Т.Г. Проблема декомпозиции в математическом моделировании. М: ФАЗИС. 1998. 272 с.
2. Ёлкин В.И. Редукция нелинейных управляемых систем. М: ФАЗИС.2003. 208 с.
3. Голубева Н.В. Математическое моделирование систем и процессов. Спб: Лань. 2013. 192 с.
4. Барсегян А.А., Куприянов М.С., Холод И.И. и др. Анализ данных и процессов. Спб: БХВ – Петербург. 2009. 512 с.
5. Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. Интеллектуальные информационные системы. М: Финансы и статистика. 2004. 424 с.
6. Макконелл Дж. Основы современных алгоритмов. М: Техносфера. 2004. 368 с.
7. Doumpos M., Zopounidis C. Multicriteria Decision Aid Classification Methods.-Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 2002. 345 p.
8. Петровский А.Б., Лобанов В.Н. Многокритериальный выбор в пространстве признаков большой размерности: мультимедийная технология ПАКС-М //Искусственный интеллект и принятие решений. 2014. №3. С. 92–104.
9. Agarwal S., Agrawal R., Deshpande P.M., et al. On the computation of multidimensional aggregates // In Proc. of the 22nd VLDB Conf. 1996. P.506-521.
10. Чубукова И.А. Data Mining. М: Бином. Лаборатория знаний. 2008. 382 с.
11. Макаров И.М., Рахманкулов В.З., Ахрем А.А., Ровкин И.О. Исследование свойств гиперкубовых структур в OLAP-системах// Информационные технологии и вычислительные системы. 2005. №2. С.4-9.
12. Ахрем А.А., Рахманкулов В.З., Южанин К.В. Вычислительная сложность декомпозиции OLAP-кубов многомерных данных // Седьмая Международная конференция «Системный анализ и информационные технологии» САИТ-2017 (13-18 июня 2017 г. г. Светлогорск, Россия). Труды конференции. С.597-600.
13. Akhrem A.A., Rakhmankulov V.Z., Yuzhanin K.V. On complexity of reduction of multidimensional data models // Scientific and Technical Information Processing, Allerton Press Corporation. Springer. 2017. №6. P.406-411.
14. Ахрем А.А., Рахманкулов В.З., Южанин К.В. Декомпозиционные методы анализа многомерных данных // В кн: Системные исследования. Методологические проблемы. Вып. 38. М.: Поли Принт Сервис. 2018. С. 88-97.
15. Wittmer S., Lauer T., Datta A. Real-time computation of advanced rules in OLAP Databases // Advances in Databases and Information Systems, Lecture Notes in Computer Science Vol. 6909. 2011. P.139-152.
16. Гуров С.И. Булевы алгебры, упорядоченные множества, решетки. М: Книжный дом «ЛИБРОКОМ». 2013. 352 с.
17. Соболева Т.С., Чечкин А.В. Дискретная математика. М.: Академия. 2006. 252 с.

Computational Performance of Hypercube Reduction Methods for Multidimensional Data of Analytical OLAP System

A. A. Akhrem, A. P. Nosov, V. Z. Rakhmankulov, K. V. Yuzhanin

Federal Research Center "Computer Science and Control" of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract. The paper investigates mathematical methods of decomposition (reduction) of large hypercubes of multidimensional data of analytical OLAP-systems into subcube components. The criterion for reducing the computational complexity of solving these problems by decompositional methods of exponential and polynomial-logarithmic degrees of complexity compared with traditional methods for analyzing large amounts of information accumulated in hypercubes of multidimensional OLAP data is proved. For reduction methods for analyzing OLAP cubes of a logarithmic degree of complexity, a criterion is established for increasing computational complexity in comparison with non-reduction methods. An exact upper bound for the change in the complexity of decomposition data analysis methods for varying the main parameters of the hypercube is obtained.

Keywords: hypercube of multidimensional data, methods of decomposition of hypercubes, exponential and polynomial-logarithmic complexity of decomposition.

DOI 10.14357/20718594190403

References

1. Pavlovskiy YU.N., Smirnova T.G. 1998. Problema dekompozitsii v matematicheskom modelirovanii [The problem of decomposition in mathematical modeling]. Moscow: FASIS. 272 p.
2. Yolkin V.I. 2003. Reduktsiya nelineynykh upravlyayemykh system [Reduction of nonlinear controlled systems]. Moscow: FASIS. 208 p.
3. Golubeva N.V. 2013. Matematicheskoye modelirovaniye sistem i protsessov [Mathematical modeling of systems and processes]. St. Petersburg: Publ. house "Lan'". 192 p.
4. Barsegyan A.A., Kupriyanov M.S., Kholod I.I. et al. 2009. Analiz dannykh i protsessov [Analysis of data and processes]. St. Petersburg: BHV - Petersburg. 512 p.
5. Andreychikov A.V., Andreychikova O.N. 2004. Intellektual'nyye informatsionnyye sistemy [Intellectual information systems]. Moscow: Finance and Statistics. 424 p.
6. Makkonell Dzh. 2004. Osnovy sovremennykh algoritmov [Basics of modern algorithms]. Moscow: Technosphere. 368 p.
7. Doumpos M., Zopounidis C. 2002. Multicriteria Decision Aid Classification Methods. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 345 p.
8. Petrovsky A.B., Lobanov V.N. 2014. Mnogokriterialnyii vybor v prostranstve priznakov bolchoii razmernosti: multemediinaya technologiya PAKS-M //Iskusstvennyii intellect I prinyatie reshenii. (3): P.92–104.
9. Agarwal S., Agrawal R., Deshpande P.M., et al. 1996. On the computation of multidimensional aggregates. In Proc. of the 22nd VLDB Conf. P.506-521.
10. Chubukova I.A. 2008. Data Mining. Moscow: Binom. Laboratory of Knowledge. 382 p.
11. Makarov I.M., Rakhmankulov V.Z., Akhrem A.A., Rovkin I.O. 2005. Issledovaniye svoystv giperkubovykh struktur v OLAP-sistemakh [Investigation of the properties of hypercube structures in OLAP-systems]. Informatsionnyye tekhnologii i vychislitel'nyye sistemy [Information technologies and computing systems]. 2:P.4-9.
12. Akhrem A.A., Rakhmankulov V.Z., Yuzhanin K.V. 2017. Vychislitel'naya slozhnost dekompozitsii OLAP-kubov mnogomernykh dannykh [Computational complexity of decomposition of OLAP-cubes of multidimensional data]. Sedmaya Mezhdunarodnaya konferentsiya "Sistemnyy analiz i informatsionnyye tekhnologii" [7th International Conference "System Analysis and Information Technologies" SAIT-2017]. Svetlogorsk. Russia.P.597-600.
13. Akhrem A.A., Rakhmankulov V.Z., Yuzhanin K.V. 2017. On complexity of reduction of multidimensional data models. Scientific and Technical Information Processing, Allerton Press Corporation, Springer. 6:P.406-411.
14. Akhrem A.A., Rakhmankulov V.Z., Yuzhanin K.V. 2018. Dekompozitsionnyye metody analiza mnogomernykh dannykh [Decomposition methods for the analysis of multidimensional data]. V kn: "Sistemnyye issledovaniya. Metodologicheskiye problemy" [In the book: "System studies. Methodological problems"]. Moscow: Poli Print Servis. 38:P.88-97.
15. Wittmer S., Lauer T., Datta A. 2011. Real-time computation of advanced rules in OLAP Databases. Advances in Databases and Information Systems, Lecture Notes in Computer Science. 6909:P.139-152.
16. Gurov S.I. 2013. Bulevy algebry, uporyadochennyye mnozhestva, reshotki [Boolean algebras, ordered sets, lattices]. Moscow: Book House "LIBROCOM". 352 p.
17. Soboleva T.S., Chechkin A.V. 2006. Diskretnaya matematika [Discrete Math]. Moscow: Publishing Center "Academy". 252 p.