

образования

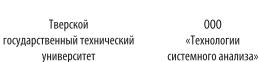
и науки РФ











Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук

🕶 ФИЦ ИУ РАН

исследований

ТРУДЫ

IV Всероссийской научной конференции молодых ученых с международным участием **"ИНФОРМАТИКА, УПРАВЛЕНИЕ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ"**



TOM II

Тверь 8-11 июня 2016 года

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук

Тверской государственный технический университет OOO «Технологии системного анализа»

IV Всероссийская научная конференция молодых ученых с международным участием

ИНФОРМАТИКА, УПРАВЛЕНИЕ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

Труды IV Всероссийской научной конференции молодых ученых с международным участием

TOM II

8 – 11 июня 2016 г.

Тверь

Информатика, управление и системный анализ: Труды IV Всероссийской научной конференции молодых ученых с международным участием. – Т. II. – Тверь: Тверской государственный технический университет, 2016. – 205 с.

В сборнике трудов конференции представлены результаты исследований молодых ученых ведущих научных организаций России по широкому спектру актуальных проблем информатики, управления и системного анализа. Междисциплинарные исследования и интенсивное использование данных - ключевые особенности современной науки. Конференция ИУСА-2016 ставит своей целью наладить устойчивые связи между молодыми учеными, работающими в совершенно разных научных областях, но использующих при этом сходные методы и инструменты. взаимодействия Налаживание такого сетевого может обеспечить существенные прорывы в исследованиях за счет обмена опытом с молодыми и старшими коллегами в рамках мероприятий, проводимых на конференции.

Конференция ИУСА-2016 продолжает традиции молодежных конференций «Теория и практика системного анализа» (ТПСА), которые проводились в период с 2010 по 2014 годы.

В организации конференции принимали участие:

- Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук;
- Тверской государственный технический университет;
- ООО «Технологии системного анализа».

Конференция поддержана: Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 16-37-10178), Российской академией наук, Федеральным агентством научных организаций.

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

Председатель:

• Соколов И.А., академик РАН (ФИЦ ИУ РАН, Россия)

Сопредседатели:

- Попков Ю.С., чл.-корр. РАН (ФИЦ ИУ РАН, Россия)
- Твардовский А. В. д.ф.-м.н. (ТвГТУ, Россия)

Заместитель председателя:

• Осипов Г.С., д.ф.-м.н. (ФИЦ ИУ РАН, Россия)

Члены комитета:

- Сгурев В., академик (Болгарская академия наук, Болгария)
- Арлазаров В.Л., чл.-корр. РАН (ФИЦ ИУ РАН, Россия)
- Новиков Д.А., чл.-корр. РАН (ИПУ РАН, Россия)
- Ильин А.В., чл.-корр. РАН (МГУ, Россия)
- Палюх Б.В., д.т.н. (ТвГТУ, Россия)
- Железны М., PhD (Западночешский Университет, Чехия)
- Филаткина H., PhD (Трирский Университет, Германия)
- Мельников А.В., д.т.н. (ЧелГУ, Россия)
- Лившиц В.Н., д.э.н. (ФИЦ ИУ РАН, Россия)
- Посыпкин М. А., д.ф.-м.н. (ФИЦ ИУ РАН, Россия)
- Матвеев И. А., д.т.н. (ФИЦ ИУ РАН, Россия)
- Борисов А. В., д.ф.-м.н. (ФИЦ ИУ РАН, МАИ, Россия)
- Вохминцев А.В., к.т.н. (ЧелГУ, Россия)
- Бритков В.Б., к.ф.-м.н. (ФИЦ ИУ РАН, Россия)
- Тихомиров И.А., к.т.н. (ФИЦ ИУ РАН, Россия)
- Смирнов И.В., к.ф.-м.н. (ФИЦ ИУ РАН, Россия)
- Трусова Ю.О., к.т.н. (ФИЦ ИУ РАН, Россия)
- Горшенин А.К., к.ф.-м.н. (ФИЦ ИУ РАН, Россия)
- Булычев А.В., к.т.н. (ФИЦ ИУ РАН, Россия)
- Ройзензон Г.В., к.т.н. (ФИЦ ИУ РАН, Россия)
- Евстигнеев Н.М., к.ф.-м.н. (ФИЦ ИУ РАН, Россия)
- Курочкин И.И., к.т.н. (ИППИ РАН, Россия)

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

Председатель:

• Тихомиров И. А. (ФИЦ ИУ РАН)

Заместитель председателя:

- Рассадин С. В. (ТвГТУ)
- Булычев А. В. (ФИЦ ИУ РАН)
- Иванников А. Ф., к.ф.-м.н. (ТвГТУ)

Члены Оргкомитета:

- Жарова Н. Ю. (ФИЦ ИУ РАН),
- Трусова Ю. О. (ФИЦ ИУ РАН)
- Горшенин А. К. (ФИЦ ИУ РАН)
- Яковлев К. С. (ФИЦ ИУ РАН)
- Тарханов И. А. (ФИЦ ИУ РАН)
- Панов А. И. (ФИЦ ИУ РАН)
- Святкина М. Н. (МГТУ им. Н.Э. Баумана)
- Ананьева М. И. (ООО «ТСА»)
- Парадовская Л. И. (ООО «ТСА»)
- Зыков И. И. (ТвГТУ)
- Ветров А. Н. (ТвГТУ)
- Лебедев И. С. (ТвГТУ)
- Тарасов В. Б. (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

СЕКЦИЯ «РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ И АНАЛИЗ ДАННЫХ»

АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ОТКРЫТЫХ КОЛЛЕКЦИЙ, ПРИМЕНИМЫХ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ МЕТОДОВ ОДНОВРЕМЕННОГО КАРТИРОВАНИЯ И ЛОКАЛИЗАЦИИ ПО ВИДЕОПОТОКУ

Боковой А.В.

Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" Российской академии наук

Г. Москва, проспект 60-летия Октября, 9, bokovoy@isa.ru $\mathit{Яковлев}\ \mathit{K.C.}$

Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" Российской академии наук

Г. Москва, проспект 60-летия Октября, 9, yakovlev@isa.ru

Аннотация

В работе представлены результаты исследования современных и актуальных коллекций видеоданных, потенциально применимых для экспериментального исследования методов и алгоритмов одновременного картирования и локализации (SLAM) по видеопотоку, полученному как с единственной камеры так и со стереопары или RGB-D датчика. Приводятся результаты сравнения коллекций, а также рекомендации по использованию каждой из них в зависимости от метода SLAM, а также среды, в которой планируется его применение.

1. Введение

В настоящий момент, в задачах навиации сложных робототехнических устройств все чаще используются методы одновременного картирования и локализации по видеопотоку, полученному с видеодатчика [1][2][3]. Это связано с техническим развитием видеодатчиков, которые становятся все меньше, дешевле и менее энергозатратны, что является важным критерием для установки таких датчиков на робототехническое устройство.

В задачах одновременного картирования и локализации по видеопотоку возникает потребность в оценке параметров разработанных методов и алгоритмов, а также необходимость в сравнении полученных методов с уже известными. Параметрами для оценки могут являться: скорость работы алгоритма, уровень детализации построенной карты, среднее отклонение полученной траектории от реальной и т.д. Для оценки этих параметров используются специальные коллекции данных.

Как правило, эти коллекции представляют из себя набор видеозаписей, отснятых в определенной местности с использованием одной камеры или стереопары. Каждый набор таких видеозаписей рассчитан на запуск программных реализаций алгоритмов

одновременного картирования и локализации по видеопотоку с использованием единственной камеры, стереопары или RGB-D датчиков. В зависимости от того, на какой вид методов рассчитана коллекция различаются и форматы данных.

Для тестирования методов одновременного картирования и локализации по видеопотоку с использованием единственной камеры могут быть использованы цифровые видеозаписи известной или неизвестной местности. Камеры, с которых производится видеозаписи, варьируются от дешевых любительских камер, оснащенных КМОП-сенсором, не имеющих возможности настройки экспозиции, визуальными дефектами видеоряда типа Rolling shutter и заканчивая промышленными камерами оснащенными ПЗС-датчиками, имеющими широкие настройки композиции, возможностью съемки видео с количеством кадров в секунду более 30.

Использование камер разных классов обуславливается прикладными задачами алгоритмов одновременного картирования и локализации. Например, если планируется использование алгоритмов vSLAM (visual-based Simultaneous Localization and Mapping) на робототехнических устройствах малого типа, автономная работа которых зависит от емкости батареи, установленной на это устройство, а также в силу малых габаритов использование промышленных камер не представляется возможным. В таком случает использование камер с КМОП-датчиком является одним из выходов в силу малого энергопотребления, малых размеров и дешевизны таких камер (что дает возможность быстрой замены камерного модуля в случае выхода его из строя).

При использовании КМОП-датчиков создаются дополнительные трудности в виде необходимости в предобработке видеоданных, полученных с таких камер, с целью устранения искажений видеоряда, что создает дополнительные требования для алгоритма, а именно возможность эти искажения устранять или корректно работать с учетом возможных искажений. Наиболее распространенные типы искажений, с которыми можно столкнутся при тестировании методов vSLAM на коллекция видео, полученных с таких камер являются Rolling shutter (искажения, возникающие из-за последовательного считывания данных с датчиков в матрице видеокамеры), эффект "рыбий глаз" (возникающий из-за дефектов в производстве объективов), дисторсия и шум (возникает из-за недостаточной освещенности снимаемой местности).

При использовании камер с ПЗС-датчиками, как правило полученный видеоряд превосходит по качеству аналогичный, полученный с камеры оснащенной КМОП-датчиком, что частично или полностью убирает необходимость в предобработке видеоряда перед тестированием методов vSLAM. Также, при использовании видео с количеством кадров более 30 в секунду, появляется возможность строить более детализированные карты за счет большего набора данных, но в то же время это создает дополнительную вычислительную нагрузку на программную реализацию алгоритма и, следовательно, на вычислитель выполняющем алгоритм.

Стереопара позволяет повысить точность работы алгоритмов за счет того, что камеры располагаются на известном расстоянии друг от друга и съемка каждого кадра происходит в один и тот же момент времени. Это позволяет повысить точность карты глубины для каждого кадра в видеоряде (а точнее, пары кадров), полученной с использованием методов vSLAM. С другой стороны, с учетом возросшего количества информации для обработки, создается дополнительная нагрузка на вычислитель. Также, в контексте робототехники, стоит учитывать возможность сжатия видеопотока для последующей передачи на наземную станцию с целью обработки видеоряда уже на ней, если ресурсов вычислителя, установленного на робототехническое устройство, не хватает.

RGB-D камеры позволяют получать видеоряд с уже построенной картой глубины для каждого кадра. Подобная возможность возникает за счет использования в таких камерах помимо КМОП/ПЗС-датчиков еще и ИК-датчика. Коллекции данных, полученных с помощью RGB-D камер представляют собой видеоряд, каждому кадру которого соответствует расстояние от камеры до места, соответствующему каждому пикселю изображения. Это позволяет снять нагрузку по вычислениям карты глубины с программной реализации алгоритма vSLAM. Также появляется возможность строить высокодетализированные карты пригодные не только для навигации по видеопотоку, но и для 3D-реконструкции местности. Однако, подобные камеры имеют большие габариты, вес и энергопотребление, что делает их установку на робототехнические устройства малого типа — невозможной. Видео из коллекций, полученных с RGB-D камеры можно использовать для экспериментов с методами, рассчитанными на работу с данными, полученными с единственной камтры.

Для каждого из типов камер существуют разные коллекции данных, на которых можно осуществлять эксперименты с vSLAM. Коллекции также отличаются по содержанию видео. В открытом доступе имеются наборы видео различных типов местности (например, коридорного, уличного и т.д.), разной освещенности и погодных условиях (если речь идет об открытой местности). Все эти особенности коллекций позволяют протестировать методы vSLAM в разных условиях и оценить эффективность работы алгоритма в зависимости от типа местности.

Также, для оценки точности построенной траектории в некоторых коллекциях присутствует информация о реальной траектории, проделанной камерой во время съемки, а также позиции камеры в каждый момент времени. Такую информацию удается получить за счет устройств захвата движения (motion capture), которые используются параллельно со съемкой видео для коллекции. Такой подход имеет свои недостатки: полученная траектория все равно отличается от реальной, но этой разницей можно пренебречь в силу того, что среднее отклонение мало. Использование технологии motion capture позволяет строить траектории больших местностей и подходит для случаев, когда ручные замеры не могут быть произведены в силу того, что проделанная траектория во время съемок слишком велика.

Также, реальная траектория может быть получена с помощью GPS/ГЛОНАСС датчиков. С их помощью, при необходимости, можно замерить траекторию в несколько километров и более, что подходит для тестирования методов vSLAM в контексте управления наземными беспилотными транспортными средствами. Однако отклонение полученной траектории от реальной обуславливается точностью GPS/ГЛОНАСС датчиков, а также не позволяет отследить точное положение камеры в каждый момент времени, что может осложнить экспериментальную оценку эффективности работы алгоритмов vSLAM.

В качестве наиболее перспективных открытых коллекций данных для экспериментального исследования методов одновременного картирования и локализации по видеопотоку были выбраны 4 коллекции, которые наиболее широко используются для тестирования алгоритмов компьютерного зрения: RGB-D SLAM Dataset and Benchmark [4], LSD-SLAM Dataset [5], ICL-NUIM Dataset [6] и Malaga Dataset 2009 [7]. Все коллекции имеются в свободном доступе и различаются как по формату видео, так и по его содержанию.

2. RGB-D SLAM Dataset and Benchmark

Коллекция RGB-D SLAM Dataset and Benchmark разработана Computer Vision Group Мюнхенского технического университета [8] в рамках экспериментов с методом vSLAM Direct RGB-D SLAM. Коллекция представляет из себя набор видеозаписей, сделанных в помещении с помощью RGB-D камеры и состоит из 89-ти видеозаписей длиной от 25-ти секунд до 156-ти. Длина пройденной траектории варьируется от 1.5 метров до 20-ти. Видеозаписи сделаны с помощью камеры Microsofr Kinect [9].



Рис 1. – Установка, с помощью которой была создана коллекция

В коллекции содержатся карты глубины для каждого видео, построенная с помощью Microsoft Kinect, что позволяет провести сравнение полученной методом vSLAM карты глубины для единственной камеры с имеющийся в коллекции. Максимальная длина видеозаписей не превышает 3х минут, а траектория — 20 метров, что не позволит проверить эффективность работы алгоритма на больших дистанциях. Коллекция содержит данных калибровки камеры таких как фокальное расстояние, координаты оптического центра и параметры дисторсии, что частично помогает устранить искажения на изображениях видеоряда.

Разработчики также предоставляют файлы в формате ROS Bag, что позволяет производить эксперимент в среде Robot Operating System (ROS), которая представляет собой фреймворк для работы с робототехническими устройствами и моделирования их поведения.

Наличие замкнутых траекторий позволяет протестировать эффективность алгоритмов корректировки накапливающихся ошибок траектории в методах vSLAM (loop-closure algorithms), а также проверить стабильность работы алгоритмов при многократных замыканиях. Присутствие движущихся объектов в видеоряде позволяет оценить влияние изменения окружающей среды на точность работы метода.

Коллекция предназначена на проведения экспериментов с алгоритмами vSLAM в помещениях комнатного типа при нормальном освещении.

3. LSD-SLAM Dataset

LSD-SLAM Dataset был разработан Computer Vision Group Мюнхенского технического университета для тестирования метода LSD-SLAM как в помещениях, так и в условиях открытой местности. В данной коллекции присутствуют видеозаписи, произведенные при прохождении камерой больших траекторий с многократными замыканиями, что создает дополнительную нагрузку при тестировании алгоритмов картирования и локализации по видеопотоку в виде задачи по распознаванию уже

пройденной траектории. Видео были записаны на промышленную камеру без использования дополнительных датчиков.

Данная коллекция потенциально применима для тестирования методов vSLAM в условиях помещений и на открытой местности. Разработчики не использовали дополнительных методов для измерения пройденной траектории, кроме метода LSD-SLAM, что позволяет сравнивать результаты работы тестируемого алгоритма только с результатами работы метода LSD-SLAM [10].

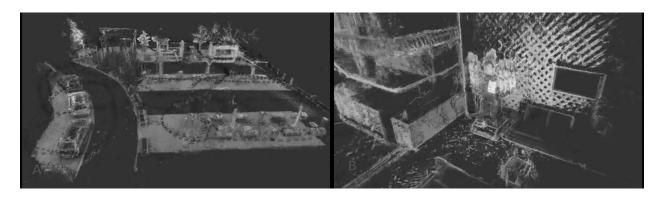


Рис 2. – Примеры карт и траекторий, построенных с помощью метода LSD-SLAM. A- Foodcoutr Sequence, B- ECCV Sequence

В следствии того, что траектория не была измерена дополнительными датчиками, то информация о пройденном камерой расстоянии — неизвестно. Сравнение возможно только в относительных величинах.

Разработчики LSD-SLAM Dataset предоставляют карту, полученную в результате работы метода LSD-SLAM в виде облака точек (point-cloud), что позволяет сравнивать точность и уровень детализации полученной карты тестируемого алгоритма.

Коллекция состоит из четырех видеозаписей: Desk Sequence, ECCV Sequence, Foodcourt Sequence и Machine Sequence, 2 из которых сделаны в маленьком жилом помещении при комнатном освещении, а 2 на улице при дневном освещении. На первых 2х видео камера находится в руке оператора, который совершает резкие движения при съемке, что делает траекторию, пройденную камерой — хаотичной, что в свою очередь вносит дополнительную нагрузку на тестируемый алгоритм в виде непредсказуемости дальнейшего движения.

Разработчик предоставляет доступ к данным калибровки камеры, что позволяет построить карту глубины изображений видеоряда для последующего сравнения с картой глубины, полученной методом LSD-SLAM. Также в коллекции имеются файлы видео и облака точек карты в формате ROS Bag, что позволяет производить экспериментальное сравнение в среде ROS [11]. Поскольку видео записано на промышленную камеру, то на нем отсутствуют распространенные для камер с КМОП-матрицей искажения, а, следовательно, снижаются требования к предобработки изображений с целью устранения шумов.

4. ICL-NUIM Dataset

Коллекция ICL-NUIM Dataset была создана разработчиками из Imperial College для тестирования алгоритмов одновременного картирования и локализации по видеопотоку и 3D реконструкции местности. Видеозаписи были сделаны с помощью RGB-D камеры. В рамках данной работы, также были построены 3D модели местностей, в которых были произведены съемки с помощью ИК-датчиков.

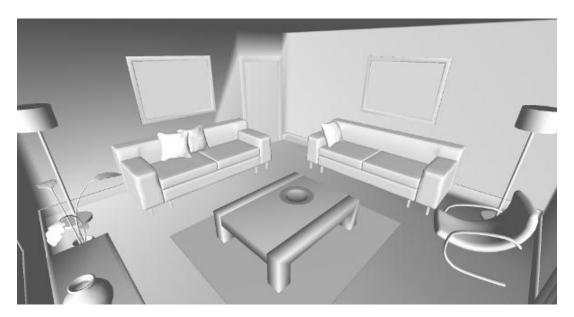


Рис. 3. – 3D модель местности из набора видео Living Room Dataset

Измерение пройденной траектории, а также позиции камеры в каждый момент времени производилось в ручном режиме. Разработчики также предоставили данные в форматах TUM-RGB-D Compatible PNGs, что дает возможность присоединения данной коллекции к RGB-D SLAM Dataset и LSD-SLAM Dataset без дополнительных преобразований форматов.

Данная коллекция состоит из восьми видеозаписей, 4 из которых сделаны в жилом помещении и 4 в помещении офисного типа. На видео присутствуют искажения, характерные камерам с КМОП-матрицей. ICL-NUIM Dataset подойдет для тестирования алгоритмов одновременного картирования и локализации по видеопотоку в условиях небольших, замкнутых пространств. В коллекции отсутствуют видеозаписи с замыкающимися траектории, что делает невозможным эксперимент с корректировкой алгоритмом траектории при замыкании или следовании по уже пройденной траектории.

Также разработчиками была создана открытая программа-визуализатор SurfReg tool [12] для отображения 3D моделей отснятых помещений и пройденных траекторий.

5. Malaga Dataset 2009

Malaga Dataset 2009 был разработан специально для тестирования методов vSLAM. Коллекция содержит в себе видеозаписи, сделанные с помощью промышленной стереопары, карту глубины для каждой пары изображений видеоряда, а также пройденную траекторию и карту местности, построенную с помощью GPS датчиков, лазерных сканеров и ИК датчиков. Разработчиками была создана специальная экспериментальная установка

для точного измерения траектории, которая представляет собой электромобиль, оснащенный всеми вышеперечисленными датчиками.



Рис 4. – Экспериментальная установка

Коллекция Malaga Dataset 2009 подойдет для тестирования алгоритмов одновременного картирования и локализации в контексте навигации автономных наземных транспортных средств. При составлении коллекции было уделено особое внимание точности построения пройденной траектории в точности до сантиметра.

Также, разработчиками была реализована поддержка открытой библиотеки Mobile Robot Programming Toolkit, которая дает возможность визуализации и 3D моделирования поведения робототехнических устройств и методов vSLAM.

6. Сравнение коллекций

Для сравнения открытых коллекций, потенциально применимых для тестирования методов одновременного картирования и локализации по видеопотоку, полученному с камеры, необходимо выбрать часть критериев, которые позволят понять особенности каждой из коллекций и исходя из критериев можно судить о применимости конкретной коллекции для экспериментального исследования методов vSLAM. Также, выбранные критерии позволят судить о том, какая из коллекций лучше подойдет под моделируемые условия окруающей среды. Среди таких критериев можно выделить тип камеры и датчика, отсутсвие/присутствие искажений, шумов и движущихся объектов, наличие карты глубины и сособ моделирования реальной (ground-truth) окружающей среды и пройденной траектории.

Как видно из приведенной ниже таблицы, для тестирования методов vSLAM, использующих RGB-D камеру, необходимо использовать коллекции RGB-D SLAM Dataset and Benchmark и ICL-NUIM Dataset. Для алгоритмов, использующих стереокамеру, возможно использование Malaga Dataset 2009, содержащую в себе изображения как с левой, так и с правой камер. ICL-NUIM Dataset и Malaga Dataset 2009 хорошо подходят для тестирования аккуратности построенной методами vSLAM карт и траекторий, т.к. они

содержат в себе точные реконструкции отснятых местностей и пройденных траекторий. На коллекциях LSD-SLAM Dataset, RGB-D SLAM Dataset and benchmark и ICL-NUIM Dataset возможно производить эксперименты в условиях помещений. Для уличных или дорожных условий лучше использовать наборы Malaga Dataset 2009 и часть видео из набора LSD-SLAM Dataset. Все вышеописанные коллекции имеют набор данных для калибровки камеры, что позволяет проводить эксперименты с методами vSLAM, работающими с зашумленными и искаженными данными.

	RGB-D SLAM Dataset and Benchmark	LSD-SLAM Dataset	ICL-NUIM Dataset	Malaga Dataset 2009
Тип камеры	RGB-D	Промышленная	RGB-D	Стереокамера
Разрешение сенсора	640x480	640x480	640x480	640x480
Формат видео	avi	png	png	Набор пар JPEG изображений с отметкой времени
Тип датчика	КМОП/ИК	ПЗС	КМОП/ИК	ПЗС
Количество кадров в секунду	30	50	30	30
Способ моделирования реальной пройденной траектории	Motion capture	Метод LSD-SLAM	3D моделирование	Реконструкция с помощью GPS- датчиков, лазерных сканеров и ИК-датчиков
Количество видеозаписей	89	4	8	6
Минимальная длина видео (мин)	0:25	0:55	0:30	1:24
Максимальная длина видео (мин)	2:26	12	0:51	3:11
Минимальная пройденная траектория (м)	1.5	-	1.7	89

	RGB-D SLAM Dataset and Benchmark	LSD-SLAM Dataset	ICL-NUIM Dataset	Malaga Dataset 2009
Максимальная пройденная траектория (м)	20	-	5	342
Наличие замкнутых траекторий	+	+	-	+
Наличие карты глубины	+	+	+	+
Тип местности	Помещение	Помещение/Улица	Помещение	Дорога
Количество видео с присутствием движущихся объектов	9	0	0	0
Наличие данных калибровки камеры	+	+	+	+
Тип искажений	Rolling shutter, рыбий глаз, смазанность изображения при движении	-	Rolling shutter, рыбий глаз, смазанность изображения при движении	-
Возможность моделирования в среде ROS	+	+	+	-
Тип освещения	Комнатное	Комнатное/Дневное	Комнатное	Дневное

Таблица 1. Параметры коллекций RGB-D SLAM Dataset and Benchmark, LSD-SLAM Dataset, ICL-NUIM Dataset и Malaga Dataset 2009

7. Выводы

Все представленные коллекции применимы для тестирования методов одновременного картирования и локализации по видеопотоку, полученному с единственной камеры. Отобранные критерии позволяют судить о том, какая из коллекций лучше подходит для конкретной моделируемой ситуации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-07-07483).

Литература

1. J. Engel, J. Sturm, D. Cremers. "Accurate Figure Flying with a Quadrocopter Using Onboard Visual and Inertial Sensing" // In Proc. of the Workshop on Visual Control of Mobile Robots (ViCoMoR) at the IEEE/RJS International Conference on Intelligent Robot Systems (IROS), 2012.

- 2. Changhong Fu, Miguel A. Olivares-Mendez, Ramon Suarez-Fernandez, Pascual Campoy. "Monocular Visual-Inertial SLAM-Based Collision Avoidance Strategy for Fail-Safe UAV Using Fuzzy Logic Controllers" // Journal of Intelligent & Robotic Systems Volume 73, Issue 1-4, pp 513-533
- 3. Paul Levi, Oliver Zweigle, Kai Häußermann, Bernd Eckstein. "Markerless Visual Control of a Quad-Rotor Micro Aerial Vehicle by Means of On-Board Stereo Processing" // Autonomous Mobile Systems 2012, 22. Fachgespräch Stuttgart, 26. bis 28. September 2012, pp 11-20
- 4. J. Sturm and N. Engelhard and F. Endres and W. Burgard and D. Cremers. "A Benchmark for the Evaluation of RGB-D SLAM Systems" // Proc. of the International Conference on Intelligent Robot Systems (IROS), 2012
- 5. http://vision.in.tum.de/research/vslam/lsdslam
- 6. Ankur Handa, Thomas Whelan, John McDonald and Andrew J. Davison. "A Benchmark for RGB-D Visual Odometry, 3D Reconstruction and SLAM" // IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation, ICRA, Hong Kong, China, 2014
- 7. Jose-Luis Blanco, Francisco-Angel Moreno, Javier Gonzalez. "A Collection of Outdoor Robotic Datasets with centimeter-accuracy Ground Truth" // Autonomous Robots, 2009
- 8. Технический университет Мюнхена: [Электронный ресурс] https://www.tum.de (дата обращения: 01.03.2016)
- 9. Kinect for Windows: [Электронный ресурс]. URL: https://www.microsoft.com/en-us/kinectforwindows/ (дата обращения 01.03.2016)
- 10. J Engel, T Schöps, D Cremers. "LSD-SLAM: Large-scale direct monocular SLAM" // Computer Vision–ECCV 2014
- 11. Robotic Operating System: [Электронный ресурс]. URL: http://ros.org (дата обращения: 01.03.2016)
- 12. SurfReg repository: [Электронный ресурс]: URL: https://github.com/mp3guy/SurfReg (дата обращения: 01.03.2016)

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ КВАНТИЛИ ФУНКЦИИ ПОТЕРЬ, ЗАВИСЯЩЕЙ ОТ ВЕКТОРА МАЛЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПАРАМЕТРОВ С ОГРАНИЧЕННЫМ НОСИТЕЛЕМ

Васильева С.Н.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) 125993, г. Москва, Волоколамское ш., 4. E-mail: taryaturunen@inbox.ru *Кан Ю.С.*

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) 125993, г. Москва, Волоколамское ш., 4. E-mail: yu_kan@mail.ru

Аннотация

В данном докладе представлен новый метод решения задач квантильной оптимизации, основанный на линеаризации функции потерь, зависящей от вектора малых случайных параметров и от вектора управления. Задачи такого типа являются сложно разрешимыми. Данный метод позволяет значительно упростить процедуру решения.

Возникающая при этом погрешность пропорциональна квадрату нормы вектора малых параметров.

1. Введение

В практических задачах в условиях неопределенности часто возникает вопрос о нахождении вероятности появления того или иного события (вероятностная постановка задачи) или о нахождении минимального значения оптимизируемой функции, которое не будет превышено с заданной вероятностью (квантильная постановка задачи). Вероятностные и квантильные оптимизационные задачи являются предметом изучения специального раздела стохастического программирования. В приложениях такие модели возникают, когда речь идет о принятии решений в условиях неопределенности с учетом ограничений по надежности или риску. Современное состояние в данной области освещено, например, в монографии [1].

В данной работе рассматривается функция потерь, зависящая от вектора малых случайных параметров и от вектора стратегий. Малые случайные параметры моделируются как вектор, составленный из произведений координат вектора малых детерминированных параметров на координаты вектора случайных параметров с конечным носителем. Для такой функции потерь рассматривается квантильный критерий, который требуется минимизировать по вектору стратегии. Предлагается новый метод решения такой задачи, основанный на замене исходной нелинейной функции потерь на её линейную часть разложения в ряд Тейлора по вектору случайных параметров. Ошибка, возникающая такой замене, пропорциональна квадрату при нормы детерминированных малых параметров. Такой подход основан на методе линеаризации решения задач квантильной оптимизации, предложенном в [2]. Отличие настоящей работы заключается в том, что приводится обоснование этого подхода для векторного случая, в то время как в [2] этот метод обоснован только для случая скалярного случайного параметра.

В настоящей работе приводится обоснование метода линеаризации для случая, когда случайных параметров несколько и их совместное распределение имеет ограниченный носитель.

В практических целях данный метод может быть применен в задачах исследования и оптимизации линеаризованной модели эллиптического движения космических аппаратов, основанной на баллистических производных в стохастической постановке для случая нормального распределения вектора малых случайных параметров.

2. Постановка задачи и основные определения

Рассмотрим функцию потерь, зависящую от вектора малых случайных параметров и вектора управления

$$f^{\mu}(x,u) = f(diag(\mu)x,u), \qquad (1)$$

где $\mu \in R^m$ — вектор малых параметров, $x \in R^m$ — вектор случайных парамеров с компактным носителем, $u \in R^n$ — вектор управления. Приведем следующие понятия из [1].

Определение 1. Функция вероятности для функции потерь (1) имеет вид

$$P_{\varphi}(u) = P\{f^{\mu}(x,u) \leq \varphi\},\,$$

где P – вероятность, φ – допустимое значение функции $f^{\mu}(x,u)$.

Определение 2. Функция квантили для функции потерь (1) имеет вид $\varphi_{\alpha}(u) = \min\{\varphi : P_{\alpha}(u) \ge \alpha\} = [f^{\mu}(x,u)]_{\alpha}.$

Определение 3. Множество $S_{\alpha} \subset R^m$ называется α -доверительным множеством для вектора $x \in R^m$, если

$$S_{\alpha}: P(x \in S_{\alpha}) \ge \alpha$$
.

Определение 4. *Ядром вероятностной меры* α случайного вектора $x \in R^m$ называется множество

$$K_{\alpha} = \bigcap_{\|c\|=1} \{z : c^T z \leq [c^T x]_{\alpha}\}.$$

Определение 5. α -Ядро K_{α} называется *регулярным*, если всякое замкнутое полупростанство, содержащее α -ядро автоматически является α -доверительным.

Алгоритм внешней аппроксимации ядра с помощь многогранника описан в работе [4].

Поскольку функция потерь нелинейна по вектору случайных параметров, то задача о нахождении её квантили является достаточно трудоёмкой, а иногда и нерешаемой. Поэтому воспользуемся разложением функции в ряд Тейлора. Если функция $f:U(z)\to R$ определена и принадлежит классу $C^{(n)}(U(z),R)$ в окрестности $U(z)\subset R^m$ точки $z\in R^m$, а отрезок [z;z+h] полностью содержится в U(z), то имеет место равенство [3]:

$$f(z+h)-f(z) = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k!} (h_1 \partial_1, h_2 \partial_2, ..., h_m \partial_m)^k f(z) + r_{n-1}(z,h).$$

Здесь $r_{n-1}(z,h) = \frac{1}{n!} (h_1 \partial_1, h_2 \partial_2, ..., h_m \partial_m)^n f(z + \theta h)$ — остаточный член ряда Тейлора в форме

Лагранжа, $\theta \in (0,1)$, $\partial_i f(z) = \frac{\partial f(z)}{\partial z_i}$ — частная производная функции $f(z_1, z_2, ..., z_m)$ по i-ой

координате, $C^{(n)}(U(z),R)$ — пространство функций $f:U(z)\to R$, имеющих непрерывные частные произодные до порядка п включительно.

Решатся задача минимизации квантили функции потерь

$$\varphi_{\alpha}(u) \longrightarrow \min_{u \in U}$$
.

3. Теорема о линеаризации функции потерь

Заменим исходную функцию потерь её разложением в ряд Тейлора:

$$f^{\mu}(x,u) = f_l^{\mu}(x,u) + r_1(x,u).$$

Здесь $f_l^{\ \mu}(x,u) = f^{\ \mu}(0,u) + \nabla_x^T f^{\ \mu}(0,u) \cdot diag(\mu)x$ — линеаризованная модель системы, $r_1(x,u) = \frac{1}{2}(x_1\partial_1,x_2\partial_2,...,x_m\partial_m)^2 f^{\ \mu}(\theta x,u)$.

Теорема. Если функция $f^{\mu}(x,u):R^{m+n}\to R$ дважды непрерывно дифференцируема по x, непрерывна по $u\in U$ вместе со своими производными по x первого и второго порядков, носитель распределения случайного вектора x ограничен, U – компакт, тогда

$$[f^{\mu}(x,u)]_{\alpha} = [f_l^{\mu}(x,u)]_{\alpha} + O(\|\mu\|^2).$$

Под нормой вектора $y \in R^n$ здесь и всюду ниже будем понимать $\|y\|_{\infty} = \max_{i=1...n} |y_i|$, и обозначать её как $\|y\|$.

Доказательство. Определим зависимость остаточного члена ряда Тейлора данной функции от малого параметра μ .

$$2||r_{1}(x,u)|| = ||(x_{1}^{2}\partial_{11} + 2x_{1}x_{2}\partial_{12} + x_{2}^{2}\partial_{22})f^{\mu}(\theta x, u)|| \le$$

$$\le ||x_{1}^{2}\partial_{11}f^{\mu}(\theta x, u)|| + ||2x_{1}x_{2}\partial_{12}f^{\mu}(\theta x, u)|| + ||x_{2}^{2}\partial_{22}f^{\mu}(\theta x, u)|| \le$$

$$\le ||x||^{2} (||\partial_{11}f^{\mu}(\theta x, u)|| + ||2\partial_{12}f^{\mu}(\theta x, u)|| + ||\partial_{22}f^{\mu}(\theta x, u)||)$$

Из непрерывности частных производных по u и компактности множества U следует их ограниченность. Тогда для фиксированного u найдется константа C(u) такая, что

$$||x||^2 \Big(||\partial_{11} f^{\mu}(\theta x, u)|| + ||2\partial_{12} f^{\mu}(\theta x, u)|| + ||\partial_{22} f^{\mu}(\theta x, u)|| \Big) \le ||x||^2 \cdot C(u).$$

В силу компактности множества [0,x], которому принадлежит точка θx справедливо следующее выражение

$$r_1(x,u) = O(\|diag(x)\mu\|^2),$$

где $(diag(x)\mu)^2 = \mu^T diag(x) diag(x)\mu$.

Для квадратичной формы diag(x)diag(x) справедлива оценка:

$$\lambda_{\min} \le diag(x)^2 \le \lambda_{\max}$$

где λ_{\min} , λ_{\max} — минимальное и максимальное собственные числа матрицы $diag(x)^2$. Поскольку данная матрица диагональная, то минимальное и максимальное собственные числа равны соответственно минимальному и максимальному значениям диагональных элементов. Вектор x имеет ограниченный носитель, поэтому все его компоненты ограничены с вероятностью 1. Обозначим минимальное и максимальное значения x_i^2 как $c_1 = \min_{i=1...m} x_i^2$, $c_2 = \max_{i=1...m} x_i^2$ соответственно. Тогда может быть получена следующая оценка

$$\|\mu\|^{2} c_{1} \leq \|\mu\|^{2} \min_{i=1,...m} x_{i}^{2} \leq \|\mu^{T} diag(x) diag(x) \mu\| \leq \|\mu\|^{2} \max_{i=1,...m} x_{i}^{2} \leq \|\mu\|^{2} c_{2},$$

Таким образом,

$$r_1(x,u) = O(\|\mu\|^2).$$
 (2)

Введем в рассмотрение функции множеств

$$\chi(S) = \inf_{z \in S} \Phi(z), \quad \varphi(S) = \sup_{z \in S} \Phi(z).$$

Для любого $\alpha \in (0,1)$ справедливы соотношения [1]:

$$\varphi_{\alpha} = \min_{S \in F_{\alpha}} \psi(S) = \sup_{D \in F^{1-\alpha}} \chi(D), \quad S_{\alpha} = \arg\min_{S \in F_{\alpha}} \psi(S),$$

где F_{α} - семейство всех α -доверительных множеств, $F^{1-\alpha}$ - семейство всех $1-\alpha$ - доверительных множеств. Отсюда следует, что

$$[f^{\mu}(x,u)]_{\alpha} = [f_{l}^{\mu}(x,u) + r_{l}(x,u)]_{\alpha} = \sup_{D \in F^{1-\alpha}} \inf_{x \in D} (f_{l}^{\mu}(x) + r_{l}(x,u)) \ge \inf_{x \in D} (f_{l}^{\mu}(x) + r_{l}(x,u)).$$
(3)

Поскольку функция (2) является ограниченной, справедливо неравенство

$$c_1 \|\mu\|^2 \le r_1(x,u) \le c_2 \|\mu\|^2$$
.

Отсюда следует, что

$$\inf_{x \in D} (f_l^{\mu}(x, u) + r_1(x, u)) \ge \inf_{x \in D} (f_l^{\mu}(x, u)) + c_1 \|\mu\|^2.$$
(4)

Возьмем sup от левой части выражения (3) и от правой части выражения (4). При этом знак неравенства останется прежним. Поскольку слева стоит квантиль, константа, то знак неравенства не изменится.

$$[f^{\mu}(x,u)]_{\alpha} \ge \sup_{D \in F^{1-\alpha}} \inf_{x \in D} (f_{l}^{\mu}(x)) + c_{1} \|\mu\|^{2} = [f_{l}^{\mu}(x,u)]_{\alpha} + c_{1} \|\mu\|^{2}.$$
 (5)

С другой стороны

$$[f^{\mu}(x,u)]_{\alpha} = [f_{l}^{\mu}(x,u) + r_{1}(x,u)]_{\alpha} = \min_{D \in F_{\alpha}} \sup_{x \in S} (f_{l}^{\mu}(x) + r_{1}(x,u)) \le \sup_{x \in S} (f_{l$$

Аналогично (5) получаем

$$[f^{\mu}(x,u)]_{\alpha} \le \min_{D \in F_{\alpha}} \sup_{x \in S} (f_{l}^{\mu}(x)) + c_{2} \|\mu\|^{2} = [f_{l}^{\mu}(x,u)]_{\alpha} + c_{2} \|\mu\|^{2}.$$
 (6)

Таким образом, из (5) и (6) получаем

$$[f_l^{\mu}(x,u)]_{\alpha} + c_1 \|\mu\|^2 \le [f^{\mu}(x,u)]_{\alpha} \le [f_l^{\mu}(x,u)]_{\alpha} + c_2 \|\mu\|^2.$$

Отсюда следует результат теоремы

$$[f^{\mu}(x,u)]_{\alpha} = [f_{l}^{\mu}(x,u)]_{\alpha} + O(\|\mu\|^{2}). \tag{7}$$

При нахождении функции квантили линеаризованной функции потерь, зависящей от вектора малых случайных параметров и вектора управления, возникает погрешность, пропорциональная квадрату нормы вектора малых параметров. Теорема доказана.

В соответствии с результатами работы [1], если случайный вектор x имеет регулярное ядро K_{α} , то квантиль линеаризованной функции может быть представлена в виде

$$\left[f_l^{\mu}(x,u)\right]_{\alpha} = \max_{z \in K_{\alpha}} f_l^{\mu}(z,u).$$

Осуществив переход от линеаризованной модели к исходной, получим $\Big[f_l^{\;\mu}(x,u)\Big]_\alpha = \max_{z \in K_-} f_l^{\;\mu}(z,u).$

$$\left[f_l^{\mu}(x,u)\right]_{\alpha} = \max_{z \in K_{\alpha}} f_l^{\mu}(z,u).$$

Подставляя данное выражение в (7), получаем

$$[f^{\mu}(x,u)]_{\alpha} = \max_{z \in K_{\alpha}} f^{\mu}(z,u) + O(\|\mu\|^2).$$

Исходная задача минимизации функции квантили сводится к следующей задаче

$$\max_{z \in K_{\alpha}} f^{\mu}(z, u) \to \min_{u \in U}$$

с точностью до $O(\|\mu\|^2)$.

4. Заключение

В работе рассмотрена задача квантильной оптимизации функции потерь, зависящей от вектора малых случайных параметров и вектора управления. Доказано, что погрешность, возникающая при замене функции потерь на её линеаризованную модель пренебрежимо мала. С помощью предложенного метода линеаризации решение задач рассматриваемого класса значительно упрощается при возникновении незначительной погрешности.

Литература

- 1. Кибзун А.И., Кан Ю.С. Задачи стохастического программирования с вероятностными критериями. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2009.
- 2. Кан Ю.С., Сысуев А.В. Основы метода линеаризации для решения задач квантильного анализа с малыми случайными параметрами, Автоматика и телемеханика, 2008, № 8, стр. 71-82.
- 3. Зорич В.А. Математический анализ. Часть І. --М.: МЦНМО, 2012.
- 4. Васильева С.Н., Кан Ю.С. Метод решения задачи квантильной оптимизации с билинейной функцией потерь, Автоматика и телемеханика, 2015, №9, с. 83-101.

МЕТОД ОБНАРУЖЕНИЯ И РАСПОЗНАВАНИЯ ДЕФЕКТОВ ЛИСТОВОГО СТЕКЛА

3ыков И.И. ФГБОУ ВО ТвГТУ г. Тверь, kemer0802@mail.ru

Аннотация

В статье «Метод обнаружения и распознавания дефектов листового стекла» рассматриваются вопросы обнаружения и распознавания дефектов листового стекла. При этом авторы делают основной акцент на реализацию первичного обнаружения дефектов листового стекла с использованием вейвлет - анализа. Статья начинается с введения, в котором в общих чертах описывается проблематика в обнаружении и распознавании дефектов листового стекла. Приведен пример построения минимальных прямоугольных окон, покрывающих идентифицированные структурные особенности дефекта на изображении. Представлены результаты одного из экспериментов в виде показателей фрактальной размерности, максимального собственного значения автокорреляционной матрицы и энергии вейвлет - коэффициентов в частотной области. В заключении приводится перспективы увеличения количества разбиения групп при распознавании дефектов.

1. Введение

При увеличивающемся темпе строительства высотных зданий все больше требуется высококачественного листового стекла, вследствие чего быстро растут требования к их качеству. Доля брака при производстве листового стекла составляет 0 - 3.25% за месяц (по данным ОАО Кварцит), в зависимости от толщины изготавливаемой продукции. Также следует учитывать факт того, что при транспортировке также могут возникать дефекты, в виде царапин и сколов.

Контроль в настоящее время осуществляется в большинстве случаев органолептически при определенной освещенности. Либо на производстве с использованием механиче-

ских, фотоэлектрических и электромеханических методов [1,2]. Но все методы, существующие на данный момент используют эталоны, что ведет к возникновению ошибок при обнаружении и распознавании, в связи с тем, что дефекты имеют разнообразную форму и различную структуру. И все установки используются только на производстве, и из-за громоздкости и идеальных условий освещенности не могут быть применены на месте монтажа или производства изделий из листового стекла. Из всего выше сказанного возникает проблема создания метода, который может не использовать эталонные модели и может применяться не только на производстве.

2. Первичное обнаружение дефектов

Поступающие с оптико-электронного прибора кадры преобразуются в черно-белое изображение. Далее происходит обнаружение структурных особенностей черно-белого изображения с использованием вычисления вейвлет - коэффициентов функций яркостей f(x,y) пикселей строк, столбцов и диагоналей. Дальнейшая идентификация структурных особенностей изображений по кластерам вейвлет - коэффициентов строк, столбцов и диагоналей изображения реализуется практически безошибочно: подтверждается справедливость принятия, в основу решения задачи непараметрической идентификации структурных особенностей строк, столбцов и диагоналей изображения при обнаружении дефектов, необходимого и достаточного условия, как отношения предпочтения в виде отношения стохастической эквивалентности формируемых строк, столбцов и диагоналей вейвлет - коэффициентов. Из-за того, что для усиления вейвлет - коэффициентов применяется вектор значений масштабирующей переменной а базисного вейвлета равный 8, для одной и той функций яркостей f(x,y) пикселей строк $WT_g(x,y)$ (Рис. 1.а.), столбцов $WT_v(x,y)$ (рис. 1.б.) и диагоналей $WT_d(x,y)$ (рис. 1.в.) вейвлет - коэффициенты не равны. В связи с этим чтобы получить результирующий массив (рис. 1.г.) вейвлет - коэффициентов WT(x,y) без потери структурных особенностей строк, столбцов и диагоналей можно по формуле $WT(x,y) = WT_g(x,y) \vee WT_v(x,y) \vee WT_d(x,y).$

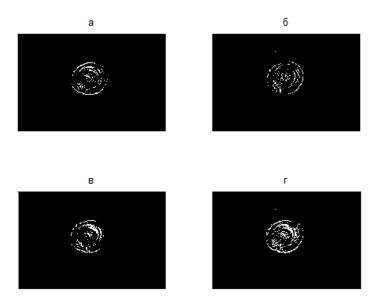


Рис. 1. – Идентифицированные структурные особенности изображения: а - массив по столбцам, б - массив по строкам, в - массив по диагоналям, г - результирующий массив

На следующем этапе выполняется формирование прямоугольных окон по идентифицированным структурным особенностям изображения по правилу:

Если $((WT(x,y)=1) \ \text{И} \ (WT(x+1,y+1)=1)) \ \text{ИЛИ} \ ((WT(x+1,y)=1) \ \text{И} \ (WT(x,y+1)=1)) \ \text{ТОГДА} \ (WT(x,y)=1, \ WT(x+1,y+1)=1, \ WT(x+1,y)=1, \ WT(x,y+1)=1).$

Получившиеся окна (Рис. 2.) с минимальными площадями, они не перекрываются и полностью накрывают только свои локализованные изображения со структурными особенностями, но наряду с дефектами могут содержать до 50% аппликативного фона.

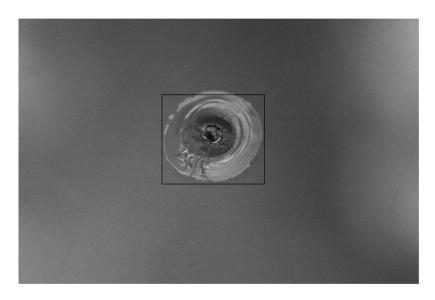


Рис. 2. – Окно с минимальной площадью, накрывающие дефект

3. Распознавание дефектов

Появление дефектов в основном связано с нарушениями технологических процессов во время формирования листового стекла. Таким образом, дефекты листового стекла можно разделить на четыре основные группы по признакам: пузырь, шлир, складка и скол.

С целью получения достоверных результатов для распознавания дефектов листового стекла следует учитывать несколько показателей - фрактальные размерности и максимальные собственные значения автокорреляционных матриц исходных изображений и энергии сигналов вейвлет - коэффициентов в частотной области [3]. Информативность не нарушается при изменении фоновых условий, подтверждаются свойства фрактальной размерности, как минимальной достаточной статистики и максимального инварианта [4]. По определению максимальные собственные значения являются максимальными инвариантами и минимально достаточными статистиками.

На основании проведенных экспериментов были построены плотности распределения для каждого показателя (рис. 3.).

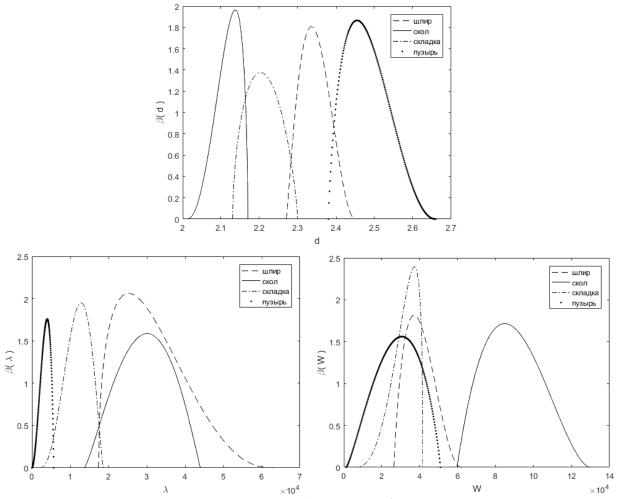


Рис. 3. — Плотности вероятностей (первый график - плотность вероятностей фрактальных размерностей, второй - максимальных собственных значений автокореляционной матрицы, третий - энергии сигналов вейвлет - коэффициентов в частотной области)

Из выше приведенных графиков следует вывод, что при сочетании трех показателей можно определить группу дефекта. К примеру, для изображения (Рис. 2.) максимальное собственное значение автокорреляционной матрицы, фрактальная размерность и энергия сигнала вейвлет - коэффициентов в частотной области находятся в диапазонах для основной группы "скол" и они равны 17666, 2.17 и 11486, соответственно. Максимальное собственное значение и фрактальная размерность попадают в диапазоны основных групп "скол" и "складка", а энергия сигналов находится в диапазоне основной группы "скол".

4. Сравнение с методом наложения фильтров

Для сравнения приведен один из часто используемых методов наложения нелинейных фильтров [5]. Как видно из эксперимента нелинейные фильтры добавляют дополнительные шумы на изображение и малоэффективны для обнаружения дефекта. В отличие от предлагаемого метода, который не дает дополнительных шумов на изображении (рис. 4.).

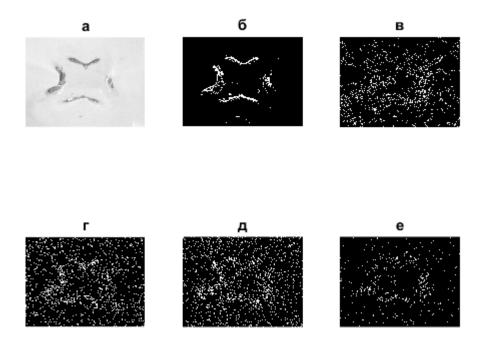


Рис. 4. — Идентифицированные структурные особенности изображения: а - реальное изображение с дефектом, б - идентифицированные структурные особенности предлагаемым методом, в - фильтр Кэнни, г - фильтр Робертса, д - фильтр Прюитта, е - фильтр Лапласа

5. Заключение

Данный метод затрачивает меньше времени при своей работе, чем другие методы обнаружения с использованием технического зрения, которые в большинстве своем используют сравнение с эталоном [6]. Уменьшение времени обнаружения связано с применением вейвлет - анализа, что дает возможность распознования дефекта не на всем изображении, а на его выделенной части. Использование трех характеристик изображения дает меньшую вероятность обнаружения ложного дефекта и большую вероятность распознавания дефекта. В настоящий момент проводятся дополнительные эксперименты для разбиения групп, с целью улучшения распознавания дефектов, что в конечном итоге приведет к более точному указанию причины возникновения дефекта. Современные методы используют такую же группировку дефектов, что и была приведена в данной статье, так что увеличение количества групп - перспективное направление в данной тематике.

Литература

1. Системы технического зрения (принципиальные основы, аппаратурное и математическое обеспечение)/А.Н. Писаревский, А.Ф. Чернявский, Г.К. Афанасьев и др.; Под общ. ред. А.Н. Писаревского, А.Ф. Чернявского. - Л.: Машиностроение. Ленингр. отделение, 1988. –424 с.

- 2. Катыс Г.П. Восприятие и анализ оптической информации автоматической системой. М.: Машиностроение, 1986.- 416 с.
- 3. Баскаков, С. И. Радиотехнические цепи и сигналы. 3-е изд. М.: «Высшая школа», 2000. 462 с.
- 4. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации / А.А. Потапов. М.: Логос, 2005. 848 с.
- 5. И.И. Абакумов, В.В. Булатов Применение светофильтров при контроле пороков стекла с использованием системы технического зрения [Текст] / // Труды XI Международной научно-практической конференции молодых ученых, студентов и аспирантов «Анализ и прогнозирование систем управления» І ч. СПб.: СЗТУ, 2010. С.7-10.
- 6. Новейшие методы обработки изображений. / Под ред. А.А.Потапова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.

РЕКУРРЕНТНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ АВТОРЕГРЕССИИ ГЕГЕНБАУЭРА С ПОМЕХОЙ В ВЫХОДНОМ СИГНАЛЕ

Иванов Д.В., Иванов А.В., Шакурова Ю.Ф. Самарский государственный университет путей сообщения Самара,443066, Россия, 1-ый Безымянный переулок 14, dvi85@list.ru

Аннотация

Предложен рекуррентный алгоритм на основе стохастической аппроксимации, который позволяет получать сильно состоятельные оценки параметров авторегрессии Гегенбауэра при наличии помех наблюдения в условиях отсутствия информации о законе распределения помех.

Ключевые слова: параметрическая идентификация, метод наименьших квадратов, разность дробного порядка, разностностные уравнения.

1. Введение

Аппарат дробного математического анализа имеет множество приложений таких как теория вязкоупругости, теория хаоса, фракталы, для описания диэлектрических материалов, электрохимических процессов, траффика в компьютерных сетях. Поэтому развитие методов идентификации систем дробного порядка является актуальной задачей.

В настоящее время активно развиваются методы идентификации систем с производными и разностями дробного порядка как линейных [1,2], так и нелинейных [3], а также их рекуррентные модификации [4].

В последние годы для анализа временных рядов все большее распространение получают процессы длинной памяти [5-8]. Длинная память, или долгосрочная зависимость — это свойство, которое описывает корреляционную структуру высокого порядка временного ряда. В случае, если ряд характеризуется длинной памятью, то зависимость существует даже между далеко отдаленными друг от друга во времени наблюдениями [9].

Для математического описания длинной памяти часто используются разности дробного порядка [10,11]. Поэтому идентификация моделей авторегрессии с разностями

дробного порядка являются актуальной задачей. В [12,13] рассмотрена идентификация авторегрессии с разностями дробного порядка при наличии помех наблюдения.

Обобщение разности дробного порядка может быть сделано на основе многочленов Гегенбауэра. Данные авторегрессии находят применение в экономических и других задачах [14,15]. Для оценивания параметров обычно применяется метод максимального правдоподобия, требующий знания закона распределения случайных величин.В приведенных работах предполагается, что помеха наблюдения отсутсвует.

Оценивания параметров авторегрессии Гегенбауэра при наличии помехи наблюдения в отсутствии информации о законах распределения помех посвящены работы [16,17].

В данной статье впервые предложен рекуррентный алгоритм оценивания параметров авторегрессии Гегенбауэра при наличии помех наблюдения при отсутствии информации о законе распределения помехи наблюдения.

2. Постановка задачи

Временной ряд, описывается линейными стохастическими уравнениями:

$$\left(1 - 2\beta B + B^2\right)^{\alpha} \left(z_i - \sum_{m=1}^r b_0^{(m)} z_{i-m}\right) = \zeta_i, \quad y_i = z_i + \xi_i,$$
(1)

где $0 < \alpha$, $0 < \beta \le 1$ оператор сдвига назад $Bz_i = z_{i-1}$.

Тогда оператор $(1-2\beta B+B^2)^{\alpha}$ можно представить в виде

$$\left(1 - 2\beta B + B^2\right)^{\alpha} z_i = \sum_{j=0}^{i} C_j^{\alpha}(\beta) z_{i-j},$$

$$C_j^{\alpha}(\beta) = \sum_{k=0}^{\lfloor j/2 \rfloor} (-1)^k \Gamma(\alpha + j - k) \frac{(2\beta)^{j-2k}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(k+1)\Gamma(j-2k+1)}, \Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{\alpha-1} dt.$$

Для практической реализации целесообразно использовать рекуррентные формулы:

$$\begin{cases} C_0^{\alpha}(\beta) = 1, \\ C_1^{\alpha}(\beta) = 2\alpha \beta, \\ C_j^{\alpha}(\beta) = 2\beta \left(\frac{\alpha - 1}{j} + 1\right) C_{j-1}^{\alpha}(\beta) - \left(2\frac{\alpha - 1}{j} + 1\right) C_{j-2}^{\alpha}(\beta). \end{cases}$$

Пусть выполнены условия:

- 1. Динамическая система устойчивая. Истинные параметры системы принадлежат компактному множеству \widetilde{B} .
- 2. Помехи $\{\xi_i\}$, $\{\zeta_i\}$ статистически независимые последовательности. $\{\xi_i\}$, $\{\zeta_i\}$ стационарные в совокупности в узком смысле последовательности независимых случайных векторов с $E\{\xi_i\}=0$, $E\{\zeta_i\}=0$, $E\{\xi_i^2\}=\sigma_\xi^2>0$, $E\{\zeta_i^2\}=\sigma_\zeta^2>0$ и для некоторых постоянных π_ξ и π_ζ : $|\xi_i|<\pi_\xi$ и $|\zeta_i|<\pi_\zeta$ п.н., где E- оператор математического ожидания.
 - $3.\{\zeta_i\}$ статистически не зависит от $\{\xi_i\}$.
 - 4. Для помехи $\{\xi_i\}$ выполнено условие

$$\lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \Bigg[\sum_{i=1}^{N} \varphi_{\xi}^{(i)} \Big(\varphi_{\xi}^{(i)} \Big)^T \Bigg] = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \Bigg[\sum_{i=1}^{N} E \Big(\varphi_{\xi}^{(i)} \Big(\varphi_{\xi}^{(i)} \Big)^T \Big) \Bigg] = \sigma_{\xi}^2 \Bigg(\frac{h_{\alpha}(0) \quad \dots \quad h_{\alpha}(r-1)}{\vdots \quad \dots \quad \vdots} \Bigg) = \sigma_{\xi}^2 H_{\alpha},$$
 где $\varphi_{\xi}^{(i)} = \Bigg(\sum_{i=0}^{i} C_{j}^{\alpha}(\beta) \xi_{i-j-1}, \dots, \sum_{j=0}^{i} C_{j}^{\alpha}(\beta) \xi_{i-j-r} \Bigg)^T,$

причем H_{α} положительно определена.

5. Выходной сигнал z_i является случайным и удовлетворяет условию

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\varphi_z^{(i)}\Big(\varphi_z^{(i)}\Big)^T=H \text{ п.н.},$$

Где $\varphi_z^{(i)} = \left(\sum_{j=0}^i C_j^\alpha(\beta) z_{i-j-1}, \dots, \sum_{j=0}^i C_j^\alpha(\beta) z_{i-j-r}\right)^T$, причем H существует, ограничена и положительно определена.

6. Априорно известно соотношение $\gamma = \sigma_{\zeta}^2 / \sigma_{\xi}^2$.

Необходимо оценить неизвестные коэффициенты $b_0^{(m)}$ уравнения (1) по наблюдениям $\{y_i\}$ при известных порядках r, α , β

3. Критерий для оценивания параметров

В [16] показано, что применение следующего критерия позволяет получать сильно состоя-

тельные оценки коэффициентов (1):

$$\min_{b \in \widetilde{B}} \sum_{i=1}^{N} \frac{\left(\sum_{j=0}^{i} C_{j}^{\alpha}(\beta) y_{i} - \varphi_{i}^{T} b\right)^{2}}{h_{\alpha\beta}(0) + \gamma + b^{T} H_{\alpha\beta} b - 2\widetilde{h}_{\alpha\beta} b}, \tag{2}$$

где
$$\varphi^{(i)} = \left(\sum_{j=0}^{i} C_{j}^{\alpha}(\beta) y_{i-j-1}, \dots, \sum_{j=0}^{i} C_{j}^{\alpha}(\beta) y_{i-j-r}\right)^{T}, b = \left(b^{(1)}, \dots, b^{(r)}\right)^{T},$$

$$H_{\alpha\beta} = \left(\begin{array}{c|c} h_{\alpha\beta}(0) & \dots & h_{\alpha\beta}(r-1) \\ \hline \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{\alpha\beta}(r-1) & \dots & h_{\alpha\beta}(0) \end{array}\right), \widetilde{h}_{\alpha\beta} = \left(h_{\alpha\beta}(1), \dots, h_{\alpha\beta}(r)\right),$$

$$h_{\alpha\beta}(m) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} C_{j+m}^{\alpha}(\beta) C_{j}^{\alpha}(\beta) \frac{N-j}{N}, \quad m = 0, r.$$

Будем определять оценки неизвестного вектора \hat{b} с помощью стохастически градиентного алгоритма:

$$\hat{b}(i+1) = \hat{b}(i) - \delta_i \nabla_b \left[\frac{\left(\sum_{j=0}^i C_j^{\alpha}(\beta) y_i - \varphi_i^T b\right)^2}{h_{\alpha\beta}^{(i)}(0) + \gamma + b^T H_{\alpha\beta}^{(i)} b - 2\tilde{h}_{\alpha\beta}^{(i)} b} \right], \tag{3}$$

где δ_i последовательность, для которой выполняются условия:

6.
$$\sum_{i=0}^{\infty} \delta_i = \infty$$
 и $\sum_{i=0}^{\infty} \delta_i^l < \infty$ при $l > 1$.

7.
$$\sum_{i=1}^{\infty} \delta_i \xi_i < \infty$$
, $\sum_{i=1}^{\infty} \delta_i \zeta_i < \infty$. п.н.

Теорема. Пусть динамическая система описывается уравнениями (1) и выполняются предположения 1-7, тогда оценки, определяемые алгоритмом (3), либо $\hat{b}(i+1) \xrightarrow[i \to \infty]{} b_0$ *п.н., либо* $\hat{b}(i+1) \xrightarrow[i \to \infty]{} \infty$.

Доказательство. Анализ сходимости осуществлен на основе метода непрерывных моделей [17,18]. Применение метода непрерывных моделей осуществляется в два этапа:

- 1. Построение непрерывной модели.
- 2. Исследование свойств непрерывной модели. Функционал (2) можно представить в виде:

$$J(b) = \sigma_{\xi}^{2} + \frac{(b - b_{0})^{T} H(b - b_{0})}{h_{\alpha\beta}(0) + \gamma + b^{T} H_{\alpha\beta}b - 2\widetilde{h}_{\alpha\beta}b},$$

В данном случае асимптотическая непрерывная детерминированная модель уравнения (3) имеет вид:

$$b = -\nabla_b J(b).$$

Здесь точка означает производную от параметров по времени. Связь между обыкновенным дифференциальным уравнением (4) и уравнением (3) устанавливается посредством фиктивного времени $\tilde{t}_k = \sum_{i=1}^{k-1} \delta_i$ [19, с. 89].

Пусть функция Ляпунова равна

$$V(b) = J(b),$$

так как функция Ляпунова нерерывно дифференцируема

$$\dot{V}(b) = \nabla_b^T V(b) J(b) = -\|\nabla_b J(b)\|^2,$$

$$\nabla_b^T V(b) J(b) < 0,$$
(4)

то множество $B = \{b \in \mathbb{R}^r : \dot{V}(b) = 0\}$ состоит из стационарных точек J(b)[19, с.114].

Для перехода от (3) к непрерывной модели необходимо показать, что для $\{\xi_i\}$, $\{\zeta_i\}$ и $\{\delta_i\}$ выполняется равенство [17 с.12] :

$$\lim_{T \to 0} \limsup_{n \to \infty} \frac{1}{T} \left\| \sum_{i=n}^{k(n,T)} \delta_i \varepsilon_i \left(\hat{\theta}(i), \xi_i, \zeta_i \right) \right\| = 0, \tag{5}$$

где для
$$T > 0$$
, $k(n,T) = \max \left\{ k : \sum_{i=n}^{k} \delta_i \le T \right\}$,

| − евклидова норма,

Обобщенная ошибка

$$\varepsilon_{i}(\hat{b}(i), \xi_{i}, \zeta_{i})) = \sum_{j=0}^{i} C_{j}^{\alpha}(\beta) y_{i} - \varphi_{i}^{T} \hat{b}(i) = \sum_{j=0}^{i} C_{j}^{\alpha}(\beta) \xi_{i} + \zeta_{i} - \hat{b}^{T}(i) \varphi_{\xi}^{(i)},$$

$$\varphi_{\xi}^{(i)} = \left(\sum_{j=0}^{i} C_{j}^{\alpha}(\beta) \xi_{i-j-1}, \dots, \sum_{j=0}^{i} C_{j}^{\alpha}(\beta) \xi_{i-j-r}\right)^{T}.$$

Для выполнения равенства (5) необходимо ограниченность последовательности $\{\hat{b}(i)\}$, что подразумевает ограниченность роста функции $\nabla_b J(b)$, при $\|b\| \to \infty$. В нашем случае

$$\lim_{\|b\|\to\infty} \nabla_b J(b) = 0.$$

Из ограниченности сумм в условии 7 и последовательности $\{\hat{b}(i)\}$ следует ограниченность суммы

$$\sum_{i=1}^{\infty} \delta_i \varepsilon_i (\hat{b}(i), \xi_i, \zeta_i)$$
 $< \infty,$

откуда следует выполнение (5).

Из теорем, приведенных в [18, с. 12, с.292], следует, что при 1-7 и (4), (5) последовательность $\{\hat{b}(i)\}$ ограничена и при $i \to \infty$, $\{\hat{b}(i)\}$ стремится к точкам множества $B = \{b \in R^r : \dot{V}(b) = 0\}$

Покажем, что $\mathbf{B}_* = \{b \in R^r : b = b_0\}$, т.е. множество \mathbf{B}_* состоит из одной единственной точки b_0 .

Для этого рассмотрим функцию

$$J'(u) = \frac{u^T \overline{H} u}{u^T \overline{H}_{\alpha\beta} u},$$

где
$$u = \begin{pmatrix} u_1 & , \dots, & u_{r+1} \end{pmatrix}^T \in R^r$$
,
$$\overline{H} = \lim_{i \to \infty} E \left[\begin{pmatrix} -y_i \\ -\overline{\phi}_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -y_i & \overline{\phi}_i^T \end{pmatrix} \right],$$

$$\overline{H}_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} h_{\alpha\beta}(0) + \gamma & \widetilde{h}_{\alpha\beta}^T \\ \widetilde{h}_{\alpha\beta} & H_{\alpha\beta} \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что

$$\min_{\theta} J(\theta) = \min_{u \in R_{r+d-n+1}} J'(u) = J(\theta) = \Lambda_{\min}, \tag{6}$$

где Λ_{\min} - минимальное собственное число регулярного пучка форм (так как $\overline{H}_{\alpha\beta}$ положительно определенная матрица), т.е. Λ_{\min} – наименьший корень уравнения

$$\det(\overline{H} - \Lambda \overline{H}_{\alpha\beta}) = 0.$$

Пусть $\Lambda_{\min} = \Lambda^{(1)} \leq ... \leq \Lambda^{(r+1)} = \Lambda_{\max}$ и $u_1,...,u_{r+1}$ какие-либо соответствующие им главные собственные векторы. Тогда $\Lambda^{(k)}$, где $k = \overline{1,r+1}$ являются стационарными значениями функции J'(u), которые достигаются при u, равных $u_1,...,u_{r+1}$ соответственно. Следовательно, стационарные значения функции J(b); $\nabla_b J(b) = 0$ достигаются в точках

$$\theta_1 = \begin{pmatrix} u_1^{(2)} \\ u_1^{(1)} \\ \dots \\ u_1^{(1)} \end{pmatrix}^T, \dots, \theta_{r+1} = \begin{pmatrix} u_{r+1}^{(2)} \\ u_{r+1}^{(1)} \\ \dots \\ u_{r+1}^{(1)} \\ \dots \\ u_{r+1}^{(1)} \end{pmatrix}^T.$$

Причем, из (5) следует, что $b_1 = b$.

Остается показать, что

$$\left\{ \nabla^2 J(b) \ge 0, \forall b \in \left\{ b : b_1, \dots, b_{r+dr_1+1} \right\} \right\}$$
 (7)

лишь в одной стационарной точке $b = b_1 = b_0$.

Задача определения минимума функции J(b) эквивалентна задаче на условный экстремум

$$\min u^T \overline{H} u u^T \overline{H}_{\alpha\beta} u = 1$$
 (8)

Задача (8) может быть решена с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа. Тогда необходимые условия запишутся в виде

$$\begin{cases} (\overline{H} - \lambda \overline{H}_{\alpha\beta})u = 0 \\ u^T \overline{H}_{\alpha\beta}u = 1, \end{cases}$$
 (9)

где λ - неопределенный множитель Лагранжа. Множеством решений системы (9), являются $\lambda \in \left\{ \!\! \Lambda_1, \! \ldots, \!\! \Lambda_{r\!+\!1} \right\}$ и соответствующие им главные собственные векторы $u_1, \! \ldots, \! u_{r\!+\!1}$.

Исследуем матрицу $\overline{H} - \lambda \overline{H}_{\alpha\beta}$ на положительную определенность. Из (7) следует, что

$$\Lambda^{(1)}(\overline{H}) < \Lambda^{(1)}(H_{vv}),$$

где $\Lambda^{(1)}(\overline{H})$ и $\Lambda^{(1)}(H_{yy})$ - минимальные собственные числа матриц \overline{H} и (H_{yy}) соответственно,

$$H_{yy} = H + \sigma_{\xi}^2 H_{\alpha\beta}$$
 - матрица $r \times r$,

В свою очередь, по теореме Штурма [20, с. 146]

$$\Lambda^{(1)}(H_{vv}) \leq \Lambda^{(2)}(\overline{H})$$

или

$$\Lambda^{(1)}\left(\overline{H}\right) < \Lambda^{(2)}\left(\overline{H}\right) \tag{10}$$

Из (10) следует, что матрица $\overline{H} - \lambda \overline{H}_{\alpha\beta}$ неотрицательно определена лишь при $\lambda = \Lambda_{\min}$ и (7) выполняется в $b_1 = b$, т.е для всех $\lambda > \Lambda_{\min}$ матрица $\overline{H} - \lambda \overline{H}_{\alpha\beta}$ имеет отрицательные собственные значения, откуда непосредственно следует (3). Основная особенность алгоритма, позволяющая обосновать глобальную сходимость простого стохастически градиентного алгоритма, состоит в том, что функция потерь J(b) является ограниченной как снизу, так и сверху, а также тот факт, что среди всех стационарных точек функции J(b) лишь точка b_0 - точка минимума, а все остальные являются седловыми точками и одна точкой максимума.

4. Использование стохастической аппроксимации с усреднением

При практической реализации формулы (3) важно правильно подобрать параметры стягивающего множителя δ_i , что является сложной задачей. В [21, 22] предложен новый вид стохастической аппроксимации – аппроксимация с усреднением:

$$\hat{b}(i+1) = \hat{b}(i) - \frac{\alpha_0}{i^l} \nabla_b \left[\frac{\sum_{j=0}^{i} C_j^{\alpha}(\beta) y_i - \varphi_i^T b}{h_{\alpha\beta}^{(i)}(0) + \gamma + b^T H_{\alpha\beta}^{(i)} b - 2\tilde{h}_{\alpha\beta}^{(i)} b} \right],$$

$$\hat{b}(i+1) = \hat{b}(i) + \frac{1}{i} \left(\hat{b}(i) - \hat{b}(i-1) \right),$$
(11)

где
$$\delta_i = \frac{\delta_0}{i^l}, \ \delta_0 > 0, \ 0 < l < 1.$$

Показано, что алгоритм обладает асимптотически оптимальной скоростью при любых $\alpha(i)$, определенных выше.

В практических задачах оценивания может быть принято l=0.5 [21]. При использовании алгоритма усреднения величину шага δ_i выбирают больше, чем соответствующем обычном алгоритме. Это приводит к перескоку вокруг b_0 последовательности оценок $\hat{b}(i)$. Усреднения компенсируют эти перескоки, и при достаточно общих условиях скорость сходимости $\hat{b}(i)$ совпадает с максимально возможной.

Применение стохастической аппроксимации с усреднением дает хорошие для решения прикладных задач [23].

5. Численный пример

Временной ряд описывается уравнениями:

$$(1 - 1.4B + B^2)^{0.4} (z_i - 0.5z_{i-1} - 0.2z_{i-1}) = \zeta_i, y_i = z_i + \xi_i (12)$$

Количество наблюдений N=5000. Отношение "помеха сигнал" $\sigma_{\xi}/\sigma_{z}=0.2$.

Предложенный алгоритм (3) сравнивался с рекуррентным методом наименьших квадратов (РМНК) по относительной погрешности оценивания параметров:

$$\delta\theta_i = \sqrt{\|\hat{b}_i - b_0\|^2 / \|b_0\|^2} \cdot 100\%.$$

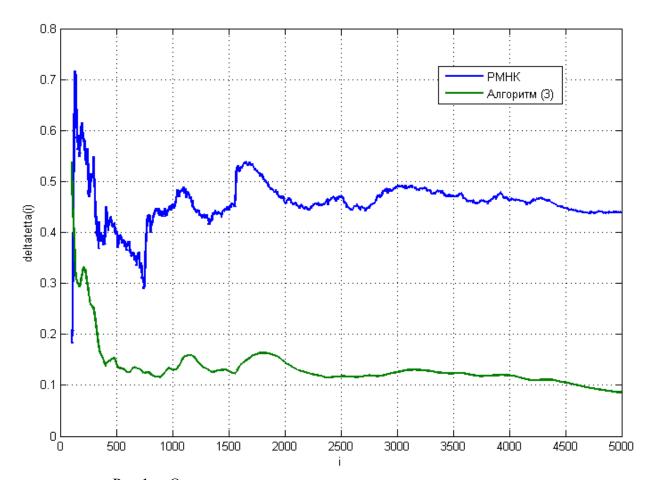


Рис. 1. – Относительная погрешность оценивания параметров

6. Заключение

В работе предложен алгоритм для оценивания параметров авторегрессии Гегенбауэра с помехой наблюдения. Доказано, что получаемые оценки будут сильно состоятельными. Дальнейшее направление исследований может быть направлено на обобщение предложенного алгоритма на случай более сложных моделей шума, а также исследования скорости сходимости алгоритма.

Литература

1. Иванов Д.В., Кацюба О.А. О Состоятельности оценок параметров ARX систем дробного порядка с помехой в выходном сигнале// Стохастическая оптимизация в информатике. 2013. Т. 9. № 2. С. 21-32.

- 2. Иванов Д.В. Оценивание параметров линейных ARX-систем дробного порядка с помехой наблюдения во входном сигнале//Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2014. № 2 (27). С. 30-38.
- 3. Ivanov D.V.Identification discrete fractional order hammerstein systems// 2015 International Siberian Conference on Control and Communications, SIBCON 2015 Proceedings 2015. (DOI: 10.1109/SIBCON.2015.7147074)
- 4. Иванов Д.В., Салугин И.Е.Рекуррентная идентификация линейных динамических систем с разностями дробного порядка с помехой в выходном сигнале//Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. 2015. Т. 20. № 5. С. 1167-1169.
- 5. Bailie R.T. Long memory processes and fractional integration in econometrics// Journal of Econometrics. 1996. Vol. 73. pp. 5-59.
- 6. Балагула Ю.М., Абакумова Ю.А. Длинная память на рынке нефти: спектральный подход / Препринт Ес-01/11; Факультет экономики. СПб.: ЕУСПб, 2011. 40 с.
- 7. П. В. Конюховский, О. А. Подкорытова. «Длинная память» в обменных курсах// Вестник СПбГУ. 2007. Сер. 5. Вып. 3. С. 102-109.
- 8. Кветный Р.Н., Мельник Л.Н., Коцюбинский В.Ю. Принятие решений на основе прогнозирования временных рядов с двойной длинной памятью. Palmarium Academic Publising, 2013, 140c.
- 9. Granger C. W., Joyeux R. E. An introduction to long memory series models and fractional differencing //Journal of Time Series Analysis. 1980. Vol. 1. pp. 15–29.
- 10. Hosking J. R. M. Fractional differencing // Biometrika. 1981. Vol. 68. pp. 165–176.
- 11. Иванов Д.В. Идентификация авторегрессии нецелого порядка с помехой в выходном сигнале// Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики. Материалы научно-практической internet-конференции. 18-19 июня 2013 г./ отв. ред. Ю.С. Нагорнов. Ульяновск: SIMJET, 2013. С. 64-67.
- 12. Иванов Д.В., Синицина Е.И. Численный алгоритм оценивания параметров авторегрессии, описываемой уравнениями с разностями дробного порядка с помехой наблюдения //Наука и образование транспорту: материалы VII Международной научно-практической конференции. Международная научно-практическая конференция "Наука и образование транспорту", 2014 г. Самара: СамГУПС, 2014. с. 207-209.
- 13. Guegan D. A prospective study of the k-factor Gegenbauer processes with heteroscedastic errors and an application to inflation rates. Finance India, 2003, XVII (1), pp.165 197.
- Sadek N., Khotanzad A. K-factor Gegenbauer ARMA process for network traffic simulation// Computers and Communications, 2004. Proceedings. ISCC 2004. Vol.2 pp. 963 968
- 15. Иванов Д.В. Оценивание параметров авторегрессии Гегенбауэра при наличии помехи наблюдения //Информационные технологии и нанотехнологии Материалы Международной конференции и молодежной школы. Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (Национальный исследовательский университет)». Самара, 2015. С. 266-270.
- 16. Иванов Д.В. Численный алгоритм идентификации параметров авторегрессии Гегенбаура с помехой наблюдения //Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3. № 5-2. С. 75-79.
- 17. Chen, H. F. Stochastic Approximation and Its Applications, Kluwer, Dordrecht, 2005.

- 18. Деревицкий Д.П., Фрадков А.Л. Прикладная теория дискретных адаптивных систем управления. М.: Наука, 1991. -215 с.
- 19. Беллман Р. Введение в теорию матриц. M.: Hayka, 1989. 376 с.
- 20. Поляк Б.Т. Новый метод стохастической аппроксимации // Автоматика и телемеханика. 1990, №7, С.98-107.
- 21. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. М.: Наука, 1995.— 336 с.
- 22. Иванов Д.В.Рекуррентный алгоритм моделирования многомерных по входу линейных динамических систем с помехами во входных и выходных сигналах//Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук / Тольяттинский государственный университет. Тольятти, 2011.

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ И ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ РАВНООБЪЕМНЫХ ЖЕСТКИХ ФРЕЙМОВ

И.Е. Капорин

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук (ВЦ ФИЦ ИУ РАН) г. Москва, E-mail: igorkaporin@mail.ru

Аннотация

В работе продолжено изучение свойств важного класса прямоугольных матриц, введенного в [1, 2], получивших название k-равнообъемных жестких фреймов. Рассматриваемое семейство матриц включает в себя хорошо известные и широко используемые в приложениях нормированные жесткие фреймы (k=1) и равноугольные жесткие фреймы (k=2). В частности, представлены необходимые условия существования k-равнообъемных жестких фреймов (в зависимости от размеров и значения параметра k), а также их естественная параметризация, зависящая от сокращенного числа параметров.

1. Введение

Построение и анализ прямоугольных матриц специального типа (т.наз. жестких фреймов) является одной из центральных проблем методологии сжатого измерения (Compressed Sensing), появившейся и интенсивно развивающейся в течение последнего десятилетия, см., напр., [3-6]. Рассматриваемая область исследований связана, например, с важными приложениями в области цифровой обработки сигналов (оптических, томографических, радарных и т.п.). Более того, как указывается в [6-8], те же классы матриц (с точностью до характерных размеров) оказываются критически важны и для разработки алгоритмов линейного кодирования, устойчивых к ошибкам.

Проведенные в [1, 2, 9] исследования были направлены на разработку детерминистских оценок, основанных на новом критерии качества матриц сжатого измерения. Также был выделен соответствующий класс прямоугольных матриц, оптимальный в рассматриваемом контексте, и начато его исследование.

Анализ множества публикаций показал, что настоящему времени для достаточно больших размеров матриц сжатого измерения, представляющих практический интерес, неизвестны ни способы достаточно быстрой оценки качества заданной матрицы, ни способы построения таких матриц, достоверно гарантирующие их удовлетворительное качество. Существующие алгоритмы построения матриц и оценки их свойств носят лишь вероятностный характер, причем наблюдается существенный (по порядку величин) разрыв относительно известных достоверных (детерминистских) оценок требуемых свойств.

Поясним, что интересующее нас свойство матрицы связано с количественной характеризацией линейной независимости любого достаточно большого подмножества ее столбцов, и поэтому прямая проверка такого свойства имеет экспоненциальную вычислительную сложность. Таким образом, нельзя утверждать, что имеющиеся к настоящему времени теоретические результаты и конкретные конструкции полностью обеспечивают надежность и эффективность методики сжатых измерений, что делает актуальным продолжение теоретического исследования свойств специальных классов прямоугольных матриц.

В работах [1, 2, 9] представлен и обоснован новый критерий оптимальности матриц сжатого измерения и начато исследование свойств матриц, удовлетворяющих соответствующему условию оптимальности. Полученные теоретические результаты прошли также численную верификацию на некоторых типах матриц сжатого измерения сравнительно небольшого размера.

2. Определение к-равнообъемных жестких фреймов

Исследование линейной независимости любого подмножества k столбцов $m \times n$ -матрицы $A = [a_1 \mid \ldots \mid a_n]$ (здесь и далее предполагается, что m < n) сводится к задаче количественной характеризации степени линейной независимости столбцов любой $m \times k$ -подматрицы $A_J = [a_{j_1} \mid \ldots \mid a_{j_k}]$, где через $J = \{j_1, \ldots, j_k\}$ обозначается произвольное подмножество столбцовых индексов $1 \le j_1 < \ldots < j_k \le n$.

Предлагаемый критерий качества матриц сжатого измерения формулируется в виде следующих ограничений: потребуем, во-первых, чтобы матрица, являлась жестким фреймом, т.е.

$$AA^{\mathrm{H}} = (n/m)I_{\mathrm{m}}$$

и, во-вторых, чтобы в соответствующей матрице Грама $A^{\rm H}A$ абсолютное значение всех ее миноров k-го порядка было постоянным (т.е. зависело только от числа строк и столбцов матрицы и от параметра k). Здесь и далее, через $A^{\rm H}$ обозначается применение транспонирования и комплексного сопряжения к матрице A. Таким образом, условие k-равнообъемности можно записать в виде

$$\forall J : |J| = k \Rightarrow \det A_J^{\mathrm{H}} A_J = \rho(k, m, n). \tag{1}$$

(явное выражение для $\rho(k,m,n)$ приведено в следующем пункте).

Матрицы, удовлетворяющие такому условию, будем называть k-равнообъемными жесткими фреймами. Хорошо известный класс нормированных жестких фреймов отвечает

значению k=1, а важный класс нормированных равноугольных жестких фреймов возникает при k=2.

3. Свойства к-равнообъемных жестких фреймов

В [1] доказано, что k-равнообъемный жесткий фрейм является также и s-равнообъемным для всех 0 < s < k. Рассмотрим, например, случай k=2 (при больших k ход доказательства аналогичен). Прежде всего, используем детерминантную формулу (первое равенство следует из условия жесткости, а остальные два являются достаточно известными тождествами)

$$\left(1 + \frac{n}{m}t\right)^{m} = \det(I_{m} + tAA^{H}) = \det(I_{n} + tA^{H}A) = 1 + \sum_{k=1}^{m} t^{k} \sum_{|J|=k} \det A_{J}^{H}A_{J},$$
(2)

чтобы получить выражение для $\rho(k,m,n)$ в общем случае; в частности, при k=2 получаем

$$\rho(2,m,n) = \frac{1-1/m}{1-1/n}$$
.

Затем рассмотрим разбиение матрицы A на какой-либо столбец и остальную часть; при этом можно считать, что выделен первый столбец (в противном случае можно переставить столбцы A). Тогда, обозначая

$$A = [a \mid B],$$

получаем для замыкающего блока $B^{\mathrm{H}}B$ матрицы Грама

$$A^{\mathsf{H}}A = \begin{bmatrix} a^{\mathsf{H}}a & a^{\mathsf{H}}B \\ B^{\mathsf{H}}a & B^{\mathsf{H}}B \end{bmatrix}.$$

аналогичное тождество (с учетом $BB^{H} = (n/m)I_{m} - aa^{H}$ и $trace(B^{H}B) = trace(BB^{H}) = n - a^{H}a$):

$$\left(1 + \frac{n}{m}t\right)^{m} \left(1 - \frac{ta^{H}a}{1 + \frac{n}{m}t}\right) = \det(I_{m} + tBB^{H}) = \det(I_{n} + tB^{H}B) = 1 + t(n - a^{H}a) + t^{2}\frac{(n - 1)(n - 2)}{2}\rho(2, m, n) + \dots$$

Наконец, применяя для левой части биномиальную формулу и сравнивая коэффициенты при t^2 , получаем требуемое соотношение $a^{\rm H}a = 1$ (справедливое для всех столбцов A).

В общем случае из соотношения (2) получаем простую, но важную формулу ($\rho(1,m,n)=1$)

$$\rho(k,m,n) = \prod_{i=1}^{k-1} \frac{1-i/m}{1-i/n}.$$

Стоит заметить, что при k=2 эта формула в точности согласуется с так называемой границей Уэлча (Welch bound [10]) , характеризующей минимально возможное значение максимума модуля внедиагональных элементов матрицы Грама нормированного жесткого фрейма (достигающееся на равноугольных фреймах).

В [1, 2] доказывается, что наличие свойства k-равнообъемности жесткого фрейма эквивалентно условию минимальности максимума по всем $J = \{j_1,...,j_k\}$ так называемых Кчисел обусловленности

$$K(A_J^H A_J) = (k^{-1} \operatorname{trace}(A_J^H A_J))^k / \operatorname{det}(A_J^H A_J)$$

соответствующих главных подматриц $A_I^{\mathrm{H}}A_I$ матрицы Грама $A^{\mathrm{H}}A$.

Дальнейший анализ, результаты которого будут опубликованы отдельно, показал, что (независимо от того, существует ли для заданных k, m, n жесткий фрейм, удовлетворяющий условию (1)) возникающие многочлены вида

$$\det(I_k + tA_J^{H}A_J) = 1 + \sum_{j=1}^{k} t^j C_k^j \rho(j, m, n)$$

легко выражаются через многочлены Якоби с подходящими параметрами (см. [2]), и через соответствующие два крайних корня этих многочленов получаются нижние границы двух констант в свойстве ограниченной изометрии см., напр., [3,5] (restricted isometry property, RIP) k-го порядка для матрицы A:

$$1 - \delta_{L}(k) \le ||Ay||^{2} / ||y||^{2} \le 1 + \delta_{R}(k), \qquad 0 < \delta_{L}(k) < 1, \qquad 1 \le ||x||_{0} \le k,$$

где через $\|x\|_0$ обозначено число ненулевых компонент n-вектора y. Таким образом, установлено, что если k-равнообъемный фрейм существует, то он имеет оптимальные константы ограниченной изометрии.

4. Параметризация к-равнообъемных жестких фреймов

Известно, что фрейм, экивалентный исходному (т.е. совпадающий с точностью до левого умножения на унитарную $m \times n$ -матрицу), можно получить при помощи эрмитовосимметричного треугольного разложения матрицы Грама:

$$A^{\mathrm{H}}A = U^{\mathrm{H}}U = \begin{bmatrix} U_{11}^{\mathrm{H}} & 0 \\ U_{12}^{\mathrm{H}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{11}^{\mathrm{H}} \\ U_{12}^{\mathrm{H}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \end{bmatrix},$$

где $m \times m$ -матрица U_{11} является треугольной с невырожденной диагональю, а $m \times (n-m)$ матрица U_{12} имеет общий вид. Однако, если матрица Грама построена для k-равнообъемного жесткого фрейма, то можно убедиться в том, что первые k-1 строк матрицы $A_0 = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \end{bmatrix}$ имеют довольно специальный вид. Используя постоянство модулей всех главных миноров одного и того же порядка до k-го включительно, можно установить следующие свойства получаемого треугольного множителя. Так, в первых k-1 позициях главной диагонали U_{11} расположены квадратные корни из чисел $\theta(i,m,n)=(1-i/m)/(1-i/n)$, а модули всех элементов (i+1)-й строки справа от диагонали (здесь i+1=1,2,...,k-1) равны $\sqrt{\theta(i,m,n)-\theta(i+1,m,n)}$. Более того, каждая $(m+1-s)\times (n+1-s)$ -подматрица, образованная строками A_0 с номерами от s до m и столбцами с номерами от s до n, где s=1,2,...,k, является (k+1-s)-равнообъемным жестким фреймом, умноженным на скаляр $\theta(i-1,m,n)$. Возможно, указанные

специальные свойства удастся использовать для облегчения численного поиска k-равнообъемных фреймов.

5. Необходимые условия существования k-равнообъемных жестких фреймов

Из результатов статьи [8] известно (см. Следствие 5.7), что для аналогичного класса вещественных k-униформных фреймов (определяемого условием постоянства $\|A_J^H A_J\|$ при |J| = k и поэтому не тождественного классу k-равнообъемных фреймов) уже при k=3 возможны только два (тривиальных) случая: m=1 и m=n-1. Та же самая ситуация наблюдается, если потребовать 3-равнообъемности от вещественных жестких фреймов. Поэтому в нашем случае критически важным является рассмотрение матриц с комплексными элементами.

В работе [1] построено нетривиальное семейство 3-равнообъемных жестких фреймов произвольно большого размера с комплексными элементами для n=2m, при условии, что существует кососимметричная конференс-матрица [6] порядка m>3. А именно, если C является такой матрицей, то эрмитова неотрицательно определенная $n \times n$ -матрица (где n=2m и $\mathbf{i}=\sqrt{-1}$)

$$G = I_n + \frac{\mathbf{i}}{\sqrt{n-1}} \begin{bmatrix} C & C - I \\ C + I & -C \end{bmatrix} = A^{\mathbf{H}} A$$

Представляет собой матрицу Грама для A, блоки которой вычисляются аналитически как линейные комбинации I и C (см. [1], п.4) и такая матрица A является жестким фреймом, обладающим свойством 3-равнообъемности.

Из сформулированного в предыдущем пункте свойства подматриц k-равнообъемного жесткого фрейма следует, что для его существования необходимым условием является возможность построения нормированного равноугольного жесткого фрейма размеров $(m-k+2)\times(n-k+2)$. С другой стороны, хорошо известно, см., напр., [4], что необходимым условием существования равноугольного жесткого фрейма размеров $p\times q$ при 1< p< q-1 является неравенство $q\le \min(p^2,(q-p)^2)$. Отсюда, в частности, получаем $n-k+2\le (m-k+2)^2$, и поэтому необходимым условием существования k-равнообъемного фрейма размеров $k\le m< n-1$ является выполнение неравенства

$$k \le m + \frac{3}{2} - \sqrt{n - m + \frac{1}{4}} \ .$$

К настоящему времени доказано, что нетривиальные примеры k-равнообъемных жестких фреймов (т.е. при 1 < m < n-1) при k > 3 не существуют. С другой стороны, численное тестирование показало, что требуемое свойство k-равнообъемности выполняется приближенно (с хорошей точностью) для некоторых известных классов равноугольных (т.е., 2-равнообъемных) жестких фреймов, например, для частичных матриц дискретного преобразования Фурье, сформированных с использованием разностных множеств [6].

6. Заключение

Планируется продолжение исследований с целью развития детерминистского подхода к построению и анализу нового важного класса матриц, основанного на разработанном критерии оптимальности жестких фреймов, в том числе посредством экспериментального (численного) исследования рассматриваемых математических объектов с использованием высокопроизводительных компьютеров. Можно предположить, что проводимые исследования смогут обеспечить существенное усовершенствование известных результатов в теории сжатых измерений, а также будут способствовать повышению эффективности и надежности технических устройств, основанных на практическом использовании методики сжатых измерений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 14-07-00805) и по Программе фундаментальных исследований РАН I.5 Π .

Литература

- 1. Капорин И.Е. Характеризация свойства ограниченной изометрии матриц сжатого измерения через К-число обусловленности //Оптимизация и приложения. Вып.4/Сб. трудов отдела проблем прикладной оптимизации ВЦ РАН. Под ред. Жадана В.Г. М.: Изд-во ВЦ РАН. 2015. С. 131-146.
- 2. Капорин И.Е. Детерминистские оценки свойства ограниченной изометрии матриц сжатого измерения //Доклады Академии наук. 2016. Т. 468. № 3. (в печати).
- 3. Foucart S., Rauhut H. A mathematical introduction to compressive sensing. Basel: Birkhauser, 2013. 625 p.
- 4. M.A. Sustik, J. A. Tropp, I. S. Dhillon, and R. W. Heath, Jr. On the existence of equiangular tight frames // Linear Algebra and its Applications, vol. 426, pp. 619–635, Oct. 2007.
- 5. A.S. Bandeira, M. Fickus, D. G. Mixon, P. Wong. The Road to Deterministic Matrices with the Restricted Isometry Property // Journal of Fourier Analysis and Applications, Dec. 2013, vol. 19, pp. 1123-1149.
- 6. T. Strohmer and R. W. Heath Jr. Grassmannian frames with applications to coding and communication // Appl. Comput. Harmon. Anal. 14 (2003) 257–275.
- 7. R.B. Holmes, V. I. Paulsen. Optimal frames for erasures // Linear Algebra and its Applications, vol. 377, pp. 31–51, Jan. 2004.
- 8. B.G. Bodmann, V. I. Paulsen. Frames, graphs, and erasures // Linear Algebra and its Applications, vol. 404, pp. 118–146, Jul. 2005.
- 9. Kaporin I. Bounding restricted isometry in compressed sensing matrices via the K-condition number // Proceedings of VI International Conference on Optimization Methods and Applications (OPTIMA-2015) (Edited by V.U.Malkova), Petrovac, Montenegro, Sept.27-Oct.3, 2015, P.92.
- 10. Welch L.R. Lower bounds on the maximum cross correlation of signals // IEEE Transactions on Information Theory. 1974. V. 20. № 3. P. 397–399.

РАЗРАБОТКА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ ОБРАБОТКИ НАБОРА ИЗОБРАЖЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДАМИ МИКРОСКОПИИ

Герк Е.А.

Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», кафедра инженерной кибернетики,

119049, г. Москва, Ленинский проспект, д.4, gerkevgeny@gmail.com *Курочкин И.И.*

Институт проблем передачи информации РАН, 127051, г. Москва, Большой Каретный переулок, д.19 стр. 1, kurochkin@iitp.ru

Аннотация

Рассмотрены основные методы предварительной обработки изображений: фильтрация, пороговая обработка. Выбрана и проанализирована последовательность методов и параметров методов для автоматической обработки набора изображений. Привлечены методы кластерного анализа для выявления изображений-выбросов на наборе изображений. Разработан программный комплекс для реализации процессов предварительной обработки. Приведены результаты обработки одногомножества изображений.

1. Введение

В настоящее время обработка изображений представляет собой самостоятельную область знаний, алгоритмы и методы которой находят все большее применение в различных областях науки и техники, имеют множество практических приложений. Совершенствование методов и алгоритмов обработки, создание и распространение большого количества программных комплексов для работы с изображениями обусловлены повышением уровня качества снимков, получаемых с устройств захвата фото.

На сегодняшний день для решения большого спектра задач обработки изображений и распознавания образов используется пакет расширения MATLAB—ImageProcessingToolbox, представляющий собой средства для цифровой обработки и анализа изображений. Взаимодействуя с другими пакетами вычислительной среды MATLAB, становится мощным инструментов для исследователя. Ярким примером такой «интеграции» является использование пакетов ImageProcessingToolbox и NeuralNetworkToolbox для обработки и анализа сложноструктурируемых изображений [1].

Существует ряд комплексов, позволяющих решать различные прикладные задачи. К примеру, ENVI Platform— программный продукт, обеспечивающий полный цикл обработки оптико-электронных и радарных данных дистанционного зондирования Земли, а также их интеграции с данными геоинформационных систем (ГИС). SCANEX IMAGE PROCESSOR — многофункциональная система российской разработки для фотограмметрической и тематической обработки спутниковых снимков, отличающаяся высокой производительностью и автоматизацией большинства основных процессов [2].

Но, не смотря на непрерывное развитие данной области знания и наличие большего количества программных комплексов для обработки изображений, ряд проблем остается нерешенным. Зачастую стоимость данных комплексов слишком высока для научных исследований, или предоставленный функционал слабо адаптирован под ряд специальных прикладных задач обработки изображений.

Исключением и не является большое количество научных исследований в области анализа и обработки снимков, полученных методами микроскопии [3, 4, 11]. Не смотря на характер прикладной задачи и особенности полученных снимков, большинство исследователейпытаются использовать автоматизированную обработку изображений. Но подходы к решению поставленных задач существенно отличаются, что и обусловлено как методами получения, так и характером рассматриваемых изображений.

В связи с этим возникает научный интерес анализа снимков микроскопии и подбора единой последовательности методов и параметров методов для автоматической обработки набора изображений, адаптированных под определенную прикладную задачу и рассматриваемые наборы снимков.

2. Основная часть

В рамках исследований решается задача подбора единой последовательности математических методов для обработки набора изображений. В качестве исходных данных к задаче выступают снимки результатов химических экспериментов, полученных при помощи электронного микроскопа. На снимках присутствуют некоторые объекты, фон, шум и различные искажения. В качестве распознаваемых объектов выступают наночастицы золота, иммобилизованные на поверхности диоксида церия. Снимки представляют собой монохромные изображения с разрешением 1024 × 719 пикселей и глубиной цвета 8 бит.

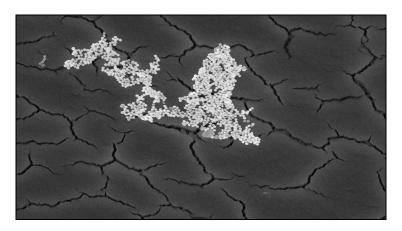


Рисунок 1 – Пример исходных данных

На некоторых наборах могут присутствовать изображения, характеристики которых существенно отличаются от других представителей, что существенно ухудшает результаты обработки набора изображений в целом. Для выявления таких изображений предполагается воспользоваться методами кластерного анализа.

Для предварительной фильтрации от изображений-выбросов был выбран метод kmeans, так как метрика расстояния, используемая в данном методе, более чувствительна к шуму и выбросам. Действие алгоритма таково, что он стремится минимизировать суммарное квадратичное отклонение точек кластеров от центров этих кластеров [5]:

$$V = \sum_{i=1}^{k} \sum_{x_i \in S_i} (x_j - \mu_i)^2 , \qquad (1)$$

где k — число кластеров,

 S_i – полученные кластеры,

 μ_i – центры масс векторов $x_j \in S_i$.

Как известно, простейшими характеристиками случайной величины являются ее среднее значение и дисперсия. Эти параметры естественно взять за основу при формировании вектора признаков изображения, поскольку их величины тесно связаны с внешним видом изображения. Среднее значение дает меру средней яркости той области, по которой оно вычисляется, а дисперсия дает меру среднего отклонения в этой области[6, 7].

В общем виде процесс выявления изображений-выбросов выглядит следующим образом:

- 1) загрузка множества изображений;
- 2) разделение изображения равномерной сеткой фиксированного размера;
- 3) формирование вектора признаков для каждого изображения: подсчет среднего значения уровня яркости и дисперсии по всем ячейкам сетки;
 - 4) применение алгоритма k-means.

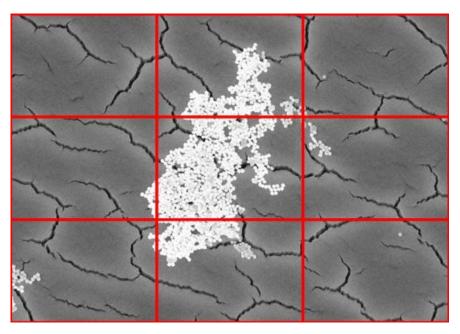


Рисунок 2 – Разделение изображения равномерной сеткой 3 × 3

С целью снижения уровня зашумленности и разделения пикселей изображений всего множества на два непересекающихся класса (фон и объект) последовательно были применены адаптивный медианный фильтр и бинаризация[8].

Адаптивный фильтр в общем виде может быть задан следующим выражением [9]:

$$g(x,y) = f(x,y) - \frac{\sigma_{\eta}^2}{\sigma_{\ell}^2} [f(x,y) - m_L],$$
 (2)

где σ_{η}^2 – дисперсия шума изображения f(x,y),

 σ_L^2 – локальная дисперсия шума в прямоугольной окрестности S_{xy} размерами $m \times n$ с центром в точке (x,y),

 m_L – локальное среднее по значениям в окрестности S_{xy} .

Единственной величиной, которая должна быть заранее известна или оценена, является полная дисперсия шума σ_{η}^2 . Остальные входящие в формулу величины вычисляются для каждой точки (x,y) по значениям элементов изображения в окрестности S_{xy} с центром в этой точке.

В бинарном изображении должны быть сохранены интересующие нас детали (например, очертания изображенных объектов и исключены несущественные особенности (фон)).

Бинаризация с нижним порогом является наиболее простой операцией, в которой используется только одно значение порога [10]:

$$f'(m,n) = \begin{cases} 0, f(m,n) \ge t, \\ 1, f(m,n) < t \end{cases}$$
 (3)

Все значения вместо критерия становятся 1, в данном случае 255 (белый) и все значения (амплитуды) пикселей, которые больше порога t - 0 (черный).

Дисперсии шума и средние значения уровня яркости для ядра размером 3×3, как и порог бинаризации были рассчитаны всего один раз для центра класса, не содержащего изображения-выбросы, и применены для всего конечного множества изображений.

3. Результаты проведенных исследований

В процессе проведенных исследований для обработки и анализа некоторого набора изображений была выбрана следующая последовательность применяемых методов:

- 1) k-means;
- 2) адаптивный медианный фильтр;
- 3) бинаризация.

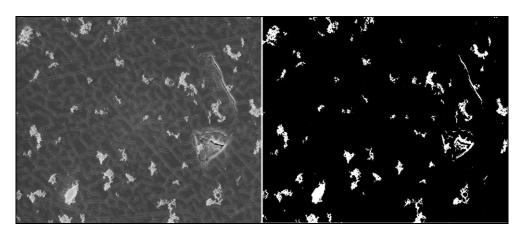


Рисунок 3 – Результат примененной последовательности

Выбранная последовательность методов была применена к набору из 30 изображений. Помимо результатов, предоставленных в качестве обработанных изображений, были рассчитаны некоторые статистические данные по результатам обработки:

- математическое ожидание уровня яркости, принадлежащего распознаваемым частицам;
 - дисперсия уровня яркости, принадлежащего распознаваемым частицам;

• среднеквадратическое отклонение пикселя, принадлежащего распознаваемым частицам.

Была решена задача подсчета процента площади, занимаемой распознаваемыми частицами (табл. 1).

Таблица 1 – Характеристика обработанных изображений

	Площадь	Математическое		Среднеквадратическое
	объектов, %	ожидание	Дисперсия	отклонение
1	2,7	6,8	1698	41,2
2	7,3	18,6	4396	66,3
3	4,3	10,9	2670	51,7
4	3,2	8,1	2011	44,8
5	4,7	11,9	2898	53,8
6	4,9	12,5	3032	55,1
7	4,8	12,2	2953	54,3
8	5,8	14,8	3557	59,6
9	4,6	11,8	2875	53,6
10	5,8	14,9	3569	59,7
11	1,6	4,2	1046	32,3
12	11,0	28,0	6364	79,8
13	4,2	10,8	2639	51,4
14	1,3	3,2	808	28,4
15	4,2	10,8	2629	51,3
16	4,1	10,6	2579	50,8
17	1,6	4,0	996	31,6
18	5,9	15,0	3590	59,9
19	3,0	7,7	1897	43,6
20	6,3	15,9	3812	61,7

4. Заключение

Разработанная последовательность методов хорошо адаптирована под работу с приведенными множествами изображений, полученными с помощью электронного микроскопа. Разработанный программный комплекс был протестирован на трех множествах изображений. Выбранная последовательность применяемых методов позволила не только обработать указанные множества, но и собрать набор статистических данных по результатам обработки, а также решить следующий ряд задач для набора изображений:

- выявить изображения-выбросы на наборе изображений;
- значительно снизить уровень шума, присутствующий на изображениях;
- подавить незначительные искажения, возникающие на некоторых изображениях, не относящихся к классу выбросов;
 - подчеркнуть границы распознаваемых объектов.

Литература

- 1. Томакова Р.А., Филист С.А. Методы обработки и анализа сложноструктурируемых изображений на основе встроенных функций среды MATLAB // Вестник Забайкальского государственного университета. Выпуск № 1 / 2012. С. 3-9.
- 2. Официальный сайт компании «Сканэкс» http://scanex.com/(дата обращения: 22.04.2016).
- 3. Узденбаев Ж. Ж. Автоматизированная обработка микроснимков для определения качества минеральных пород в горнорудной промышленности // Молодой ученый. 2010. №12. Т.1. С. 39-43.
- 4. Скулкина Ю.С., Кравченко А.П. Автоматизированная обработка микроскопических изображений в задачах научного исследования // Технические науки от теории к практике. Выпуск№ 19 / 2013.
 - 5. Дюран Б., Оделл П. Кластерный анализ; [пер. с англ.]. М.: Статистика, 1977. 128 с.
- 6. Прэтт У. Цифровая обработка изображений в 2-х Т; [пер. с англ.]. М.: Мир, 2008. 807 с.
- 7. SonkaM., HlavakV., BoyleR. ImageProcessing, Analysis, and Computer Vision; NY: PWS Publ., 1999. 770p.
- 8. Герк Е.А. Выделение объектов на множестве изображений с помощью математических методов обработки изображений // 70-е Дни науки студентов НИТУ «МИСиС» Издательский Дом МИСиС 2015. С. 1073 1074.
- 9. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений; [пер. с англ.]. М.: ТЕХНОСФЕРА, 2012. 1104 с.
- 10. Шапиро Л., Стокман Дж. Компьютерное зрение; [пер. с англ.]. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. 752 с.
- 11. Лозинский В. И., Дамшкалн Л. Г., Курочкин И. Н., Курочкин И. И. "Изучение криоструктурирования полимерных систем. 33.Влияние скорости охлаждения водных растворов поливинилового спирта при их замораживании на физико-химические свойства и пористую структуру получаемых криогелей." Коллоидный журнал, том 74, № 3, 2012г.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕРЦАЮЩЕГО АРТЕФАКТА НА ФАНТОМЕ В РЕЖИМЕ ЦВЕТОВОГО ДОПЛЕРОВСКОГО КАРТИРОВАНИЯ

Д.В. Леонов, $acn.^1$, $h.c.^2$

¹Московский Энергетический Институт, кафедра Основ Радиотехники; ²Научно-практический центр медицинской радиологии департамента здравоохранения г. Москвы

МО, г.Люберцы, 140009, Россия, LeonovDV@mpei.ru

Н.С. Кульберг, к.ф-м.н., с.н.с.

Научно-практический центр медицинской радиологии департамента здравоохранения г. Москвы

В.А. Фин, к.т.н., с.н.с.

Научно-исследовательский институт точных приборов

Аннотация

Доклад посвящен исследованию возможности обнаружения кальцинатов и микрокальцинатов в биообъектах в режиме цветового доплеровского картирования (ЦДК) ультразвукового медицинского диагностического устройства (УЗМДУ) посредством анализа сигнала мерцающего артефакта. Мерцающий артефакт — явление до конца не изученное, проявляется в режиме ЦДК в виде быстро меняющихся окрашенных пикселей, может наблюдаеться в области скопления солей кальция. Исследуетя возможность усиления мерцающего артефакта.

Ключевые слова: ультразвуковая диагностика, микрокальцинаты, ЦДК, ультразвуковой фантом, мерцающий артефакт.

1. Введение

1.1 Кальцинаты

Кальций перемещается с кровотоком, поэтому отложения могут возникнуть практически в любой части тела. Со временем эти отложения растут, твердеют и могут привести к нарушению нормального функционирования организма.

Примерно 99% кальция переносится в зубы и кости. Оставшийся 1% содержится в крови, мускулах и прочих тканях. Различные отклонения могут вызвать нежелательные отложения. Их необходимо обнаружить во избежание осложнений. Чаще всего кальций обнаруживают в сердечных артериях, почках, тканях мозга, суставах и молочных железах. Микрокальцинаты являются предвестниками рака молочной железы [1-3].

1.2 Средства диагностики

Кальцинаты чаще всего диагностируются на рентгеновских снимках. Для обследования молочной железы проводят маммографию. Но дозы облучения в связи с опасностью возникновения рака являются вечным предметом для дискуссий [4]. Поэтому важной является задача повышения диагностической достоверности средств, не использующих ионизирующее излучение.

1.3 Мерцающий артефакт

Мерцающий артефакт представляется в виде цветового окрашивания пикселей в режимах цветового доплеровского картирования (ЦДК) и энергетического доплеровского картирования (ЭДК), но может наблюдаться и в спектральном доплере [3-6]. Он возникает при сканировании объектов с высокой отражающей способностью. Исследования мерцающего артефакта ведутся уже более 20 лет, но причины и условия его формирования окончательно не известны [3-9].

В В-режиме кальцинаты можно обнаружить за счет артефакта акустической тени, но последние исследования свидетельствуют о низкой чувствительности данного метода [8]. Использование мерцающего артефакта позволит повысить эффективность диагностики.

2. Оборудование и фантомы

В наших экспериментах использовались ультразвуковые медицинские диагностические устройства (УЗМДУ) Medison Sonoace 8000 EX Prime с линейным датчиком L5-9EC и Сономед-500 с датчиком 7.5 L38. Датчик был закреплен на штативе, чтобы исключить влияние его дрожания на артефакт.

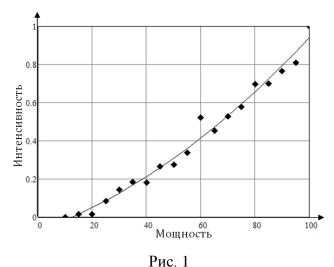
Для экспериментов в химической лаборатории были изготовлены фантомы. Они изготавливались из желатина, агар-агара и силикона. В качестве неоднородностей использовались кусочки ржавой и гладкой проволоки, соли кальция, а также менее плотный материал — дерево. Пропорции ингредиентов подбирались с целью приблизить фантом по ультразвуковым характеристикам к человеческому телу.

3. Результаты эксперимента

Многие исследования указывают на зависимость интенсивности мерцающего артефакта от гладкости поверхности и материала неоднородности [3;7–9]. Эксперимент проводился на гладкой проволоке, шероховатой ржавой проволоке и на камнях с различной поверхностью. Также исследовалась спичка, но в режиме ЦДК на ней не возникло никакого мерцания. Этот результат объясняется гипотезой маятникового колебания. Согласно ей, окрашенные пиксели наблюдаются из-за движения неоднородности.

В ходе эксперимента подтвердилась положительная зависимость интенсивности мерцающего артефакта от мощности зондирующих импульсов (рис.1). Интенсивность измерялась подсчетом числа пикселей в окне ЦДК. Сравнение двух УЗМДУ показало, что мощность ЗИ у прибора Medison в 2,5 раза больше, чем у Сономеда. Мерцающий артефакт гораздо чаще наблюдался на Medison.

Вероятность обнаружения мерцающего артефакта зависит от позиции фокуса [7]. На рис.2 представлены четыре изображения для различной фокальной глубины. Глубина максимальна для первой картинки, она убывает к четвертой. На третьем изображении кальцинаты попали в фокус, интенсивность мерцающего артефакта здесь наибольшая.



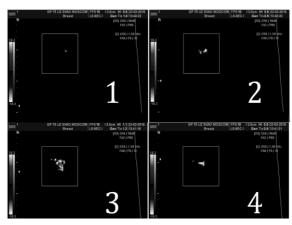


Рис. 2. Изображения в режиме ЦДК при различной позиции фокуса

Интенсивность мерцающего артефакта (см. рис. 1) растет с мощностью зондирующих импульсов. Точки соответствуют математическому ожиданию по десяти выборкам.

На изображении 1 (см. рис. 2) фокус находится в самом низу, на изображении 4 его позиция ближе всего к датчику, на изображении 3 она совпадает с положением неоднородности.

Интенсивность также убывает с ростом частоты среза фильтра подавления колебаний стенок сердца и сосудов. Интересно, что наши результаты отличаются от приведенных в [8], где наблюдалась наибольшая интенсивность при наибольшей частоте среза.

Если представить, что неоднородность — это маятник, а окружающая ее среда — пружина, тогда применимы законы механики для описания её движения и поиска резонанса. Известен метод [1;2;10], где для обнаружения кальцинатов используется акустический резонанс. Резонансная частота зависит от размера кальцинатов и связывающей способности окружающей ткани.

На рис. 3 сверху изображен массив амплитуд, а снизу — значений среднеквадратического отклонения (СКО) для фантома со спичкой (слева) и проволокой (справа). Амплитуды довольно близки, а акустическая тень от спички даже больше, чем от проволоки. Но на изображении массива СКО спичка сливается с окружающей тканью

Метод акустической резонансной визуализации использовался нами для поиска кальцинатов в плотных фантомах, в которых мер-

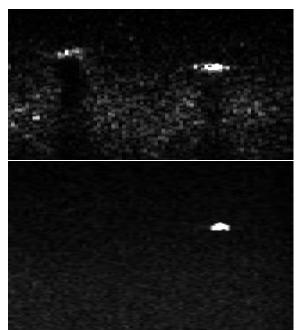


Рис. 3

цающий артефакт не наблюдался без дополнительного возбуждения. В качестве дополнительного источника использовался обычный динамик с аудио усилителем и частотным генератором. Исследовался частотный диапазон до 1 кГц. Резонанс наблюдался в интервале от 340 до 550 Гц. Интенсивность росла с увеличением громкостью, пока не достигла максимума, после чего рост прекращался.

В одном из последних экспериментов мы измеряли магнитуду и дисперсию импульсов, отраженных от спички и куска проволоки. Магнитуды почти совпали, но дисперсия для проволоки была намного сильнее (см. рис. 3). Это наблюдение также говорит в пользу маятниковой гипотезы.

4. Программная обработка

На языке C++ нами была разработана программа обработки доплеровского сигнала, позволяющая рассчитать и построить карту кровотока. На ее вход поступает комплексный четырехмерный массив доплеровских данных с выхода квадратурного детектора прибора Сономед-500. Основные этапы обработки следующие:

а) фильтрация (подавление колебаний стенок сосудов, стационарных и малоподвижных тканей):

- б) выбор и расчет матрицы критерия отсечки;
- в) расчет пороговой матрицы;
- г) формирование карты кровотока.

Обычно на этапе фильтрации используются фильтры вычитания среднего, конечных разностей, разложение на собственные векторы, КИХ- и БИХ-фильтры [11]. Помимо стандартных, для исследований по оптимизации фильтрации нами были реализованы алгоритмы разложения на эмпирические моды, адаптивные гауссов и неортогональный полиномиальный алгоритмы.

Классическими являются критерий по корреляции:

$$r = \frac{\left| \frac{\sum_{i=0}^{N-2} \left(x_i - \overline{X} \right) \left(x_{i+1} - \overline{X} \right)}{\sqrt{\sum_{i=0}^{N-2} \left| x_i - \overline{X} \right|^2 \sum_{i=0}^{N-2} \left| x_{i+1} - \overline{X} \right|^2}} \right|$$
(1)

и критерий по среднеквадратическому отклонению (СКО) [12]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum \left| X - \overline{X} \right|^2} \,. \tag{2}$$

В результате анализа сигналов кровотока и мерцающего артефакта нами был предложен третий критерий, представляющий собой модификацию критерия по СКО:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{N} \left| \sum \left(X - \overline{X} \right)^2 \right|}.$$
 (3)

Его применение позволяет значительно увеличить вероятность истинного обнаружения кальцинатов.

На финальной стадии происходит сравнение элементов матрицы критерия отсечки с пороговым значением, расчет фазы отфильтрованного доплеровского сигнала и отображение карты кровотока. На рис.4

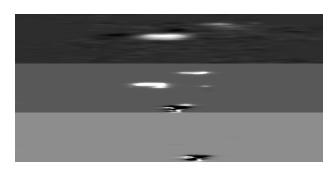


Рис. 4

представлены карты, полученные для одних и тех же данных, но с применением разных критериев. На изображении сверху представлена карта кровотока сонной артерии, для ее расчета использовался порог по корреляции; по центру — порог по СКО; снизу — модификация СКО. Последний критерий с правильным подбором порога позволяет выделить сигнал от кальцинатов.

При применении критерия модифицированного СКО теряется сигнал от кровотока, зато становятся отчетливо видны плотные отражатели.

5. Выводы

- 1. Мерцающий артефакт справедливее называть знаком, нежели чем просто артефактом, поскольку его появление несет в себе полезную информацию: оно свидетельствует о наличии отложений солей кальция в организме.
- 2. Интенсивность мерцания артефакта сильно зависит от степени шероховатости поверхности. На гладких объектах его сложнее обнаружить.
- 3. На мерцающий артефакт оказывают влияние параметры УЗМДУ. Особенно сильно влияют мощность зондирующих импульсов и фокальная позиция. Влияние частоты повторения импульсов и числа импульсов в пачке не так очевидно, однако пики на графиках могут быть связаны с резонансными частотами кальцинатов.
- 4. Для увеличения вероятности обнаружения кальцинатов можно использовать дополнительный источник возбуждения. Его частота и амплитуда влияют на интенсивность артефакта.
- 5. Применение критерия, представляющего собой модификацию критерия по СКО, позволяет выделить сигнал от кальцинатов на фоне даже сильного артериального кровотока.

Литература

- 1. C. Seghal. Apparatus for imaging an element within a tissue and method therefor. United States Patent № 5,997,477. 1999.
- 2. C. Seghal et al. Microcalcifications in Breast Tissue Phantoms Visualized with Acoustic Resonance Coupled with Power Doppler US: Initial Observations//Radiology. July 2002, p. 265-269.
- 3. А.И.Громов, С.Ю.Кубова. Ультразвуковые артефакты. М.: Издательский дом Видар-М, 2007. 64 с.
- 4. M.D.Sorensen et al. B-mode Ultrasound Versus Coor Doppler Twinkling Artifact in Detecting Kidney Stones//Journal of endourology. Vol. 27, № 2, 2013, pp. 149-153.
- 5. S.K.Ahmad, M.M.Abdallah. The diagnostic value of the twinkle sign in color Doppler imaging of urinary stones//The Egyptian Journal of Radiology and Nuclear Medicine. Feb. 2014, pp. 569-574.
- 6. M.S.Hirsch, T.B.Palavencino, B.R.Leon. Color doppler twinkling artifact: A misunderstood and useful sign//Revista Chilena de Radiologia. Vol. 17 № 2, 2011, pp. 82-84.
- A.Jamzad, S.K.Setarehdan. A Novel Approach for Quantification and Analysis of the Color Doppler Twinkling Artifact With Application in Nononvasive Surface Roughness Characterization. An In VItro Phantom Study//Ultrasound Med. Vol. 33, 2014, pp. 597-610.
- 8. M.Wang et al. Systematic Analysis of Factors Related to Display of the Twinkling Artifact by a Phantom//Ultrasound Med. Vol. 30, 2011, pp. 1449-1457.
- 9. E.Ghersin, M.Soundack. Twinkling Artifact in Gallbladder Adenomyomatosis//Ultrasound Med. Vol. 22, 2003, pp. 229-231.
- 10. В.А.Фин и др. Экспериментальное исследование практической возможности применения метода акустической резонансной визуализации (АРВ) для ранней (доклинической) диагностики рака молочной железы (РМЖ)//Радиоэлектроника,

- электротехника и энергетика: XXII Международная науч.-техн. конф. Т. 1. М.: Издательский дом МЭИ. 2016. С.189.
- 11. C.H. Alfred et al. Frequency-based signal processing for ultrasound color flow imaging//Canadian Acoustics. − 2007, № 2. − pp. 11-23.
- 12. J.A. Jensen. *Field: A Program for Simulating Ultrasound Systems/*/Medical & Biological Engineering & Computing. 1996. vol. 34. pp. 351-353.

О ЗАДАЧЕ КОРРЕКТНОГО СОПОСТАВЛЕНИЯ 3D-МОДЕЛИ ОБЪЕКТА С 2D-ИЗОБРАЖЕНИЕМ

Нгуен Зуй Тхань Российский университет дружбы народов, г. Москва, ул. Орджоникидзе, 3, nguyenduythanh1410@gmail.com

Аннотация

В статье рассмотрена задача корректного сопоставления трехмерной модели твердотельного объекта с графическим изображением, что необходимо для решения задачи распознавания. В качестве дескрипторов предложено использовать пиксели и моменты изображений, а в качестве критериев близости — различные корреляционные функции. Предложена процедура поиска оптимального совмещения изображений и разработана программная среда для проведения экспериментов. Работа не содержит экспериментов и описывает набор инструментальных средств, необходимых для проведения дальнейшего исследования.

1. Введение

В задачах распознавания образов часто возникает необходимость манипулирования 3D-моделью объекта для получения проекции, наиболее близкой, в смысле некоторого критерия, к заданному изображению. К 3D-модели объекта последовательно применяют аффинные преобразования для решения оптимизационной задачи наведения. Для корректного сравнения графических образов в процессе получения проекции могут быть применены различные дескрипторы, включая пиксели и геометрические моменты изображений. В случае необходимости дополнительно, помимо геометрических преобразований, применяют и яркостные преобразования модельного изображения. В настоящей работе ставится задача подбора необходимых инструментальных средств для решения задачи наилучшего сопоставления модели и изображения для последующего сравнения и распознавания.

2. Постановка задачи преобразования модели

Пусть $I_p[x,y]$ — функция яркости проекции полутонового трехмерного объекта (модели) $I_m[x,y,z]$ на плоскость ХОУ, $I_p[x,y] \in \{0,...,255\}$. Задача заключается в поиске отображения $I_p[x,y]$ 3D-модели объекта наилучшим образом совпадающего с заданным

полутоновым изображением I[x,y]. Проекцию получаем путем вращения 3D-модели, масштабирования, смещения и, собственно, ортогонального проецирования на плоскость XOУ с отбором и визуализацией только видимых точек. Преобразование поворота, масштабирования, проецирования и смещения выполняется в однородных координатах: $[x_{R_1}, y_{R_1}, 0,1] = [x, y, z,1]R_1R_2$. Здесь R_1 – обобщенная преобразующая матрица поворотов модели на углы (α, β, γ) , смещения на величины (x_t, y_t, z_t) и масштабирования (S_x, S_y, S_z) . R_2 - матрица проецирования на плоскость z=0

$$R_{1} = \begin{bmatrix} AS_{x} & BS_{y} & CS_{z} & 0 \\ DS_{x} & ES_{y} & FS_{z} & 0 \\ GS_{x} & HS_{y} & IS_{z} & 0 \\ x_{t} & y_{t} & z_{t} & 1 \end{bmatrix}, R_{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где: $A = \cos(\alpha)\cos(\beta)$; $B = \sin(\alpha)\cos(\alpha)$; $C = -\sin(\beta)$;

 $D = -\sin(\alpha)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma); E = \cos(\alpha)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma);$

 $F = \cos(\beta)\sin(\gamma); \quad G = \sin(\alpha)\sin(\gamma) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\cos(\gamma);$

 $H = -\cos(\alpha)\sin(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\gamma); \quad I = \cos(\beta)\cos(\gamma).$

С учетом того, что $S_x = S_y = S_z = S$ после умножения точки [x, y, z, 1] на обобщенную преобразующую матрицу R_1 получим вектор $[x_{R_1}, y_{R_2}, z_{R_3}, 1]$.

$$\begin{split} x_{R_1} &= (\cos(\alpha)(x\cos(\beta) + \sin(\beta)(y\sin(\gamma) + z\cos(\gamma)) - \sin(\alpha)(y\cos(\gamma) - z\sin(\gamma))S + x_t, \\ y_{R_1} &= (\sin(\alpha)(x\cos(\beta) + \sin(\beta)(y\sin(\gamma) + z\cos(\gamma)) - \cos(\alpha)(y\cos(\gamma) - z\sin(\gamma))S + y_t, \\ z_{R_1} &= (-\sin(\beta)x + \cos(\beta)y\sin(\gamma) + z\cos(\beta)\cos(\gamma))S + z_t. \end{split}$$

Для формирования результирующего изображения $I_p[x,y]$ следует отобрать только видимые точки модели. В качестве теста видимости предлагается применить метод Z-буфера.

3. Сравнение на основе геометрических моментов

Для сравнения изображений I[x,y] и $I_p[x,y]$ можно использовать их сжатые представления, полученные на основе инвариантных моментов. Центральные моменты вычисляют следующим образом [2]:

$$m_{lq} = \sum_{x} \sum_{y} (x - \overline{x})^{l} (y - \overline{y})^{q} f[x, y], l + q \le 3,$$

где (x,y) – координаты точки, (\bar{x},\bar{y}) – средние значения (центр изображения) f[x,y] – яркость точки изображения (I[x,y], $I_p[x,y]$),

- 2) вычисление величин $\mu_{lq} = \frac{m_{lq}}{m_{00}^z}$, где $z = \frac{l+q}{2} + 1$,
- 3) вычисление инвариантных моментов:

$$\begin{split} M_1 &= \mu_{20} + \mu_{02}, \quad M_2 = (\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}^2, \quad M_3 = (\mu_{30} - 3\mu_{12})^2 + (3\mu_{21} - \mu_{03})^2, \\ M_4 &= (\mu_{30} + \mu_{12})^2 + (\mu_{21} + \mu_{03})^2, M_5 = (\mu_{30} - 3\mu_{12})(\mu_{30} + \mu_{12})[(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - 3(\mu_{21} + \mu_{03})^2] + \\ &+ (3\mu_{21} - \mu_{03})(\mu_{21} + \mu_{03})[3(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2], \\ M_6 &= (\mu_{20} - \mu_{02})[(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2] + 4\mu_{11}(\mu_{30} + \mu_{12})(\mu_{21} + \mu_{03}), \\ M_7 &= (3\mu_{21} - \mu_{03})(\mu_{30} + \mu_{12})[(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - 3(\mu_{21} + \mu_{03})^2] - \\ (\mu_{30} - 3\mu_{12})(\mu_{21} + \mu_{03})[3(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2]. \end{split}$$

Вычисленные моменты служат для информационного сжатия описаний сравниваемых изображений и решения задачи определения их близости без попиксельного сравнения.

4. Поиск параметров оптимального совмещения

Определим функцию близости нормализованного входного изображения I[x,y] и проекции модели $I_p[x,y]$ как W(p). Алгоритм наведения связан с решением задачи:

$$p = \arg\min_{p \in P} W(p) ,$$

где P — область варьирования вектора p параметров управления моделью, содержащего углы поворота, коэффициент масштабирования и величины сдвигов. Для минимизации целевой функции $W(p_1,p_2,...,p_n)$, где n — размерность вектора (в нашем случае n =7) в соответствии с рекомендациями работы [3] применяется комбинированный алгоритм, использующий градиентный метод и метод Ньютона. Для этого необходимо вычислить

$$W(p) = W(p_1, p_2, ..., p_n), \frac{dW(p)}{dp_i}$$
 – вектор первых частных производных, $\frac{d^2W(p)}{dp_i dp_i}$ – матри-

цу вторых частных производных, где $i, j = \overline{1, n}$, (i, j - номера параметров).

Значения параметров вычисляют итерационно по формуле

$$p_i^{[k+1]} = p_i^{[k]} = \Delta p_i^{[k]} \left(-\frac{dW^{[k]}(p)}{dp_i} \right),$$

где: k — номер итерации, $\Delta p_i^{[k]}$ — шаг k -ой итерации.

Шаг итерации вычисляется по формуле

$$\Delta p_i^{[k]} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{dW^{[k]}(p)}{dp_i} \right)^2 \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^n \frac{d^2 W^{[k]}(p)}{dp_i dp_l} \cdot \frac{dW^{[k]}(p)}{dp_i} \cdot \frac{dW^{[k]}(p)}{dp_l} \cdot \frac{dW^{[k]}(p)}{dp_l}.$$

Для решения уравнений применим метод Ньютона. Итерации начинаются с некоторого начального приближения $p^{[0]} = p_1^{[0]}, \dots, p_n^{[0]}$ и продолжаются до получения результата с требуемой точностью путем решения следующей системы линейных уравнений:

$$\frac{dW(p)}{dp_i} + \sum_{l=1}^{n} \frac{d^2W(p)}{dp_l dp_l} p_l^{[k+1]} p_l^{[k]} = 0, \quad i = 1, ..., n.$$

Особенности задачи, обусловленные параметрами управления будут учтены в результате запланированных экспериментальных исследований.

5. Программная среда для проведения экспериментов

Для решения задач распознавания на основе 3D-моделей разработана программная среда, которая поддерживает два режима: автоматический (из программного кода) и ручной (с помощью клавиш). Среда позволяет формировать 3D-изображения и манипулировать ими (поворачивать, масштабировать, перемещать). Важно, что при этом обеспечивается доступ к каждому элементу модели, что предоставляет возможности манипулирования, вычисления дескрипторов и выполнения сравнений изображений на их основе с целью распознавания. 3D-изображение представлено картой глубины, которая может быть визуализирована цветовыми каналами.

Среда предназначена для выполнения алгоритмов преобразования изображений и решения задач распознавания на основе некоторой метрики (Евклида, Махаланобиса). В программной среде реализованы необходимые технические возможности, такие как управление ориентацией объекта и получение доступа к изображению/карте глубины. Программная реализация построена на основе пакета открытого кода Irrlicht 1.8.3, который необходим для сборки исходных кодов. Для запуска программы требуется видеокарта с поддержкой DirectX 9.0.

6. Заключение

В настоящей работе рассмотрены некоторые инструментальные средства, которые необходимы для корректного сравнения 3D-моделей объектов с 2D-изображениями. Инструментарий предназначен для решения задач распознавания графических образов. Разработана программная среда для проведения экспериментов. Предполагается, что одной из прикладных задач будет задача распознавания лиц при наличии базы трехмерных моделей. Работа выполнена в рамках проекта Программы фундаментальных исследований ОНИТ 1 РАН «Интеллектуальные информационные технологии, системный анализ и автоматизация».

Литература

- 1. Грибов М.Г., Хачумов В.М. Определение геометрических параметров объектов по растровым изображениям. Автометрия, №1, 2001, с.40-49.
- 2. Wong R.Y. Scene matching with invariant moments. Computer Graphics and image processing, 1978, Vol.8, pp.16-24.
- 3. Колесников А.Н., Белехов В.В., Чаленко И.О. Автоматическое преобразование растровых изображений в векторный формат в цифровой картографии // Научная сессия-96. Тезисы докладов. Новосибирск, ИАЭ СО РАН, 1996.

МНОГОСЛОЙНАЯ СЕГМЕНТНО-СТРУКТУРНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОГО АНАЛИЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ ВАРИАНТНЫХ СТРУКТУР

Рыбаков Константин Александрович
ФГБОУ ВО «Рыбинский государственный авиационный технический университет имени П. А. Соловьёва»
г. Рыбинск, 152919, Российская Федерация, rybakov.k.a@mail.ru
Паламарь Ирина Николаевна
ФГБОУ ВО «Рыбинский государственный авиационный технический университет имени П. А. Соловьёва»
г. Рыбинск, 152919, Российская Федерация, irina.palamar@mail.ru

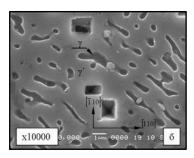
Аннотация

Предложена многослойная сегментно-структурная модель, обеспечивающая управляемый переход от описания изображения к объектному представлению. Модель включает в себя многомасштабно-сегментное и структурно-объектное представления, связанные за счет концепции многослойности модели изображения. Организация горизонтальновертикальных связей слоев и способов взаимодействия системы связей между представлениями модели обеспечивает ее управляемость, позволяющую оперировать данными взаимосвязями в процессе анализа изображения вариантных структур. Показано преимущество использования предложенной модели по сравнению с классическими, применяемыми при построении структурной модели объекта интереса на изображении. Выполнено исследование и приведен результат построения предложенной сегментно-структурной модели для изображений микроструктуры поверхностного слоя лопаток газотурбинных двигателей после эксплуатации.

1. Введение

В настоящее время существует большое количество подходов, применяемых при анализе и распознавании изображений, основанных на самых различных принципах фильтрации структур и логической обработке выделенных образов [1, 2], однако существуют ситуации, когда структуры на изображении нужно выделить комплексно, сочетая, как обобщенные, так и детализированные структуры, находящиеся на различных уровнях детализации. Есть ситуации, при которых объектная модель неизвестна априори, а распознать объекты необходимо на основании параметрических характеристик выделенных структурных элементов объектов на изображении в соответствии с заранее известными параметрами объектов интереса. В ряде областей, например, при исследовании структур шлифов металлов в металлографии характерны вариантные структуры, не имеющие четкого паттерна. Изображения таких объектов имеют неоднородную сегментную структуру, которая может меняться по составу и характеристикам сегментов. Примеры снимков с микроструктурами [3, 4, 5], основной задачей для обработки в которых является комплексный анализ составных объектов на снимке, отдельные типы которых описываются заданными параметрами, приведены на рисунке 1.





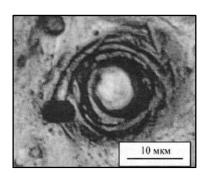


Рис. 1. – Примеры изображений шлифов металлов с вариантными структурами

Основным подходом, применяемым в ситуациях, когда невозможно применять паттерны для сравнения, является распознавание на основе фильтрации изображения для выделения областей интереса с последующим переходом к объектной модели и распознаванием выделенных объектов. Согласно данному подходу сначала происходит предварительная подготовка изображения для анализа с применением улучшений различного типа для устранения помех, имеющихся на данном изображении, а также усилением отдельных характеристик. После этого происходит выделение интересующих областей на изображении по принципам «фильтрации полезного сигнала» в заданной области рассмотрения. Данные выделенные области переводятся в объектную модель, анализ которой и производится на последующих этапах. Стоит отметить, что данная фильтрация направлена на выделение структур по заданным критериям, например, локальным неоднородностям, которые описывают дефекты на рентгенографических снимках сварных соединений [6]. Данный подход позволяет качественно выделить и произвести оценку объектов интереса, но он является специализированным и не может быть применен для комплексного выявления объектов на изображении для их последующего анализа.

2. Проблематика анализа сегментного представления изображения

Одним из эффективных способов, применяемых для разделения изображений на составляющие однородные области, является сегментация [7]. Как правило, сегментация рассматривается как отдельный этап обработки изображения, в рамках которого происходит его разделение на однородные области на основании одной или нескольких характеристик изображения (цвет, яркость, текстуры, контуры и другие). В процессе сегментирования, в классическом его понимании, формируется множество сегментов, каждый из которых описывает отдельную область на изображении, а также рассчитываются их обобщенные характеристики. На этапе анализа данных эти сегменты переводятся в структурное представление и затем используются как основа для

формирования объектной модели с последующей ее обработкой. Таким образом, анализ изображения разбивается на несколько этапов, разнесённых во времени и связанных друг с другом лишь результатами обработки предыдущего этапа.

Особое внимание стоит обратить на то, что при использовании данного подхода, на выходе получается статическое объектное представление, определяемое сегментной моделью. При этом если сегментация была сделана избыточной или недостаточной (уровень детализации не соответствует требованиям для анализа), то необходимо производить повторную сегментацию с внесением поправок в настройки для выбора корректного уровня детализации, так как сегментное представление не отражает объекты интереса для анализа. В случае если изображение имеет высокое разрешение, данная операция требует значительного времени для обработки.

Объектно-независимый подход к структурному анализу изображений, предложенный в работах Луцива В. Р. [8, 9], основан на наиболее обобщенных чертах, свойственных для объектов окружающего мира. Использование структурного подхода для декомпозиции структур позволяет производить сопоставление изображений, независимо от аффинных и проективных преобразований. Данный подход позволяет производить выделение структурных элементов объектов заданного класса, однако для заранее неопределенных структур такой подход не применим. Использование данного подхода не позволяет производить адаптивное иерархическое выделение и распознавание структурных элементов, параметры которых не определены заранее.

В работе Жизнякова [13] рассматривается использование системы признаков, основанных на многообразии свойств реального мира для наиболее точного его описания и использования информации, которая в нем содержится. Автор описывает многомасштабный подход к описанию изображения, а также адаптивную модель подбора конфигурации локальной окрестности элементов изображения для более точного отслеживания особенностей анализируемого изображения. Описанный подход позволяет решать широкий круг задач, но при этом для данного алгоритма должен быть определен класс объектов, которые он должен выделить и распознать. Использование данного подхода позволяет точно определить заданные элементы на изображении, но для задачи выделения иерархии объектов с учетом их взаимосвязи он не применим.

Подход к управляемой сегментации использован в методе выращивания и слияния областей, реализованном в программе SEGMENTUM [10]. Алгоритмическая реализация динамического процесса выращивания и слияния областей допускает изменение параметров управления на каждом шаге объединения сегментов за счет организации списка связей между сегментами, состоящих из активной и пассивной частей [11]. Алгоритм сегментации позволяет выполнять многомасштабную сегментацию в автоматическом или ручном режиме. Несмотря на то, что сегментация производится на многомасштабном представлении изображения, а также выполняется расчет параметров сегментов, на выходе процесса сегментации получается статичное сегментное представление структуры изображения. Пример результата сегментации данным алгоритмом представлен на рисунке 2 [12].

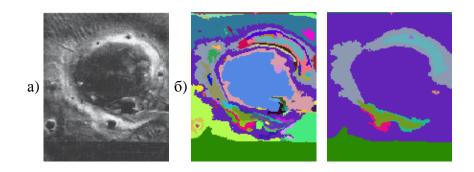


Рис. 2. – Результат сегментации программой *SEGMENTUM*: а) оригинальное изображение; б) сегментация на различных масштабных представлениях

На данном изображении в зависимости от конечного состояния выделены либо детальные структуры, например мелкие поры, либо крупные элементы. Многомасштабное представление в данном алгоритме используется для вычисления взвешенного многомасштабного показателя для каждого отдельного пиксела изображения с учетом весовых коэффициентов для каждого масштаба. Данный подход показывает хорошие результаты для качественной сегментации, как простых изображений, так и изображений с неоднородной сегментной структурой, но результирующая структурная модель получается неуправляемой.

Недостатком данного подхода является то, что представленные сегментные модели для заданного изображения не являются полным описанием структурной модели, а описывают лишь заданный уровень детализации при условии установленной границы для минимальных различий между объектами, таким образом, полученная структура имеет плоское представление.

Основная проблема перечисленных подходов заключается в том, что они обрабатывают изображения без учета отношений между сущностями и иерархии структурных представлений на различных масштабах, получая плоское представление модели. При условии неудовлетворительного уровня детализации объектной модели, процедуру распознавания образов необходимо выполнять повторно, но уже на основе уточненных данных о расположении отдельно взятых сегментов.

Проблемы классического сегментного подхода к обработке структур не позволяют сделать анализ объектной модели управляемым. Отсутствие взаимосвязей не обеспечивает возможности проведения комплексного анализа на основе строения, относительного расположения и многоуровневого включения отдельных объектов. Предлагаемая новизна заключается в построении многослойной сегментно-структурной модели с учетом решетки взаимосвязей между отдельными сущностями модели. Для возможности комплексной оценки и динамического построения объектной модели для широкого класса изображений необходимо включение этапа построения объектной модели в этап выделения областей интереса с учетом, как вертикальных, так и горизонтальных взаимосвязей между отдельными элементами структуры. Целью вычисления данных взаимосвязей является построение многослойной решетки связей. Ее использование устанавливает порядок отношений между отдельными сущностями модели, что позволит сделать анализ управляемым, а саму модель адаптивной. Вертикальные взаимосвязи определяют иерархические переходы между различными слоями представления изображения. Горизонтальные взаимосвязи учиты-

вают отдельные связи в пределах одного слоя изображения: взаимосвязь сегментного и структурного представления, связи между структурами с подобными характеристиками в пределах одного уровня по принципам агломерации.

3. Разработка метода построения адаптивной сегментно-структурной модели изображения

В ходе анализа задач, решаемых при анализе изображений с вариантным объектным представлением структур на снимках в металлографии, было выявлено, что представляет интерес рассмотрение разномасштабных сущностей и выявление взаимосвязей между отдельными структурами на снимке. Например, во время исследования процесса деградации поверхностного слоя пера лопатки в процессе эксплуатации, представленных на изображении 3, требуется изучить объекты в процессе увеличения детализации, начиная от общего описания слоев и заканчивая локальными микровключениями и образованиями в структуре покрытия, с учетом взаимосвязей между отдельными представлениями и однородными областями в пределах одного масштаба.

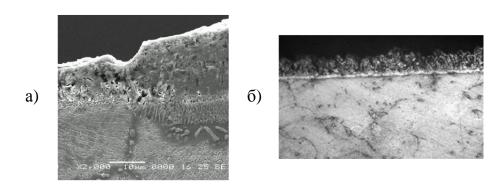


Рис. 3. – Примеры вариантных структур при исследовании покрытий: а) изгиб фронта диффузионной зоны ионно-плазменного покрытия ВСДП-11 [14]; б) повреждение слоя жаростойкого покрытия в зоне налета

Адаптивная многослойная сегментно-структурная модель включает в себя многомасштабное представление сегментов изображения и многоуровневое представление структурных элементов объектной модели вариантных структур на изображении. Отдельные элементы структуры многомасштабного и многоуровневого представлений связаны за счет концепции многослойности модели. Данное объединение двух представлений позволяет связать этапы обработки изображения и анализа объектной модели вариантной структуры. Модельное описание структур изображения для предложенного подхода описывается следующим образом

$$M_{img} = (\{Layer\}, Seg \subseteq \{Scale\}, Obj \subseteq \{Level\}, RL, RS, RLS),$$

где Seg многомасштабно-сегментное представление изображения;

Оbj структурно-объектное представление изображения;

Layer многослойное представление изображения;

Scale многомасштабное представление изображения;

Level многоуровневое представление изображения;

RS взаимосвязи между различными масштабами многомасштабного представления данных:

RL взаимосвязи между различными уровнями многоуровневого представления;

RLS взаимосвязи между сегментным и структурным представлениями.

Многослойная сегментно-структурная модель, используемая в предложенном подходе, имеет вид, представленный на рисунке 4. Многоуровневое и многомасштабное представления однозначно взаимосвязаны в пределах одного слоя, но при этом относятся к разным представлениям описания изображения. С одной стороны многомасштабное представление описывает модель уменьшения степени детализации при переходе к более низким масштабам. С другой стороны многоуровневое представление описывает структуру объектов, начиная от самых общих структур и заканчивая мелкими деталями при переходе к более высоким уровням.

Особенностью предложенной адаптивной модели структур на изображении является организация многослойной решетки, содержащей горизонтально-вертикальные связи между сущностями, за счет чего достигается управляемость сгенерированной модели.

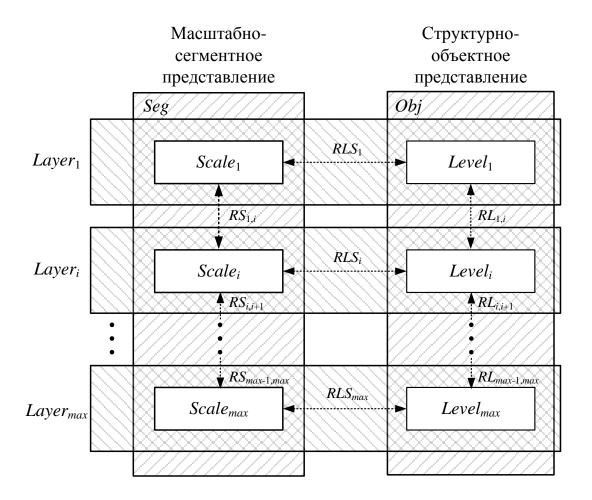


Рис. 4. – Многослойная сегментно-структурная модель изображения

Построение горизонтальных взаимосвязей *RLS* связано непосредственно отношением между сегментным и структурным представлением, а также с однородными областями в пределах слоя. Данные взаимосвязи необходимы для структурного слияния сущностей со схожими характеристиками. Оно позволяет произвести объединение сущностей в единую группу без их фактического объединения в один обобщенный объект. Отдельные взаимосвязанные сущности, в отличие от известного процесса слияния областей, рассматриваются как отдельные объекты, но при этом имеют структурное обобщение. В процессе обработки изображения на каждом слое происходит попеременная обработка в многомасштабном представлении с переходами в объектное представление с целью формирования вертикальных взаимосвязей. Построение вертикальных связей *RS* и *RL* происходит на основе уже построенной модели за счет детализации имеющихся сущностей.

Данный подход позволяет рассматривать объектную структуру изображения с такой точки зрения, как если бы его рассматривал человек, производя разделение структур на глобальные обобщенные группы. Рассматривая структуру от наиболее общих объектов к частным, человек автоматически выстраивает взаимосвязи между отдельными компонентами структуры на различных масштабных представлениях. Однотипные объекты мысленно группируются, при этом отдельные их компоненты могут быть рассмотрены по отдельности. Данные взаимосвязи позволяют однозначно сопоставить элементы на различных уровнях объектной модели. Кроме этого они являются непосредственными элементами управления для объектной модели изображения. Предложенная многослойная сегментно-структурная модель является необходимой и достаточной для выполнения последующего анализа структур.

Алгоритм построения объектной модели имеет вид, представленный на рисунке 5.

Схема формирования и уточнения сегментов представлена на рисунке 6. Обработка начинается с некоторой начальной сегментной модели *Base*, выполненной произвольным способом и носит лишь предварительный характер. Точность данной сегментации на самом низком масштабном представлении напрямую влияет на скорость выполнения сегментации на начальном этапе обработки. Данная сегментная модель является основой для уточнения сегментного представления на самом низком масштабном уровне. Последующие итерации берут за основу сегментные представления с предыдущего этапа обработки. Каждый блок в схеме учитывает сегментное и структурное представление на основании *RLS* связи. Формат названия блоков в схеме описывается следующим образом

<Name>.<Iteration>,

где *<Name>* наименование уровня сегментно-структурного представления;

<Iteration> шаг итерации в процессе уточнения сегментно-структурного представления на заданном слое многослойной модели изображения.

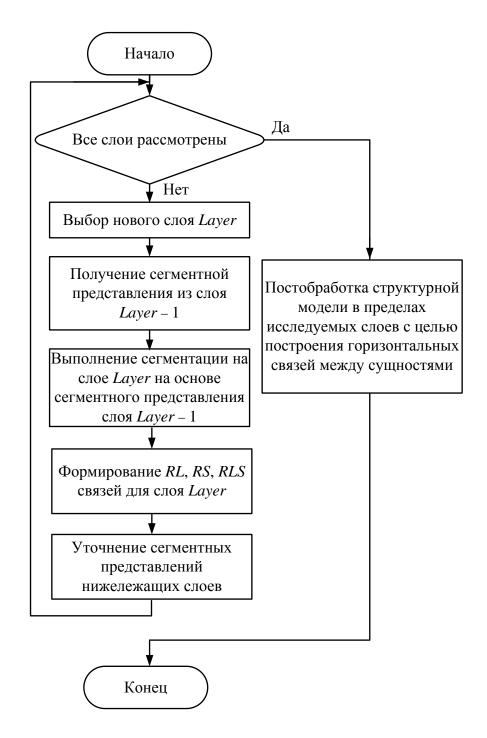


Рис. 5. – Алгоритм формирования многослойного сегментно-структурного представления

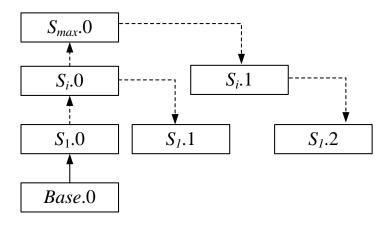


Рис. 6. – Схема формирования иерархического сегментно-структурного представления

В процессе последовательного анализа многослойной сегментно-структурной модели, ее текущее состояние определяется только на основе контекста. Построенная ранее модель уточняется на более высоком масштабе за счет уточнения сегментных представлений. Таким образом, сегментно-структурная модель строится на основе данных о слое, с более низким масштабным представлением, при этом уточняя параметры на последующих слоях для обработки.

4. Реализация предложенной модели для анализа вариантных структур

Предложенная модель для анализа вариантных структур была реализована программно на основе описанного метода. Программная реализация обеспечивает формирование многослойной сегментно-структурной модели и ее последующую визуализацию.

Произведем анализ вариантных структур изображений, представленных на рисунке 3. Для данного типа структур необходимо производить комплексный анализ на трех масштабных уровнях: общее представление слоев, переходные объекты, отдельные детальные составляющие, таким образом для проведения анализа предварительно генерируется три многомасштабных представления, которые представлены на рисунке 7. Каждый масштаб однозначно связан с определенным слоем многослойной сегментно-структурной модели. Данный слой обеспечивает возможность перехода от сегментного представления на заданном масштабе к структурному представлению, соответствующему данному масштабу.

Окончательные сегментно-структурные модели, сформированные на каждом этапе обработки, представлены на рисунке 8. На данном рисунке каждый отдельная структура однозначно сопоставлена с сегментом, которым определяет его область на изображении. Составляющие одного сегмента на более низком уровне однозначно связаны с иерархией сегментно-структурной модели, входящих в ее состав сегментов на более высоких масштабных уровнях. Базовые сегментно-структурные блоки, являющиеся основой для вышележащих уровней на изображении выделены одинаковыми цветами на различных слоях. Вертикальные связи решетки можно проследить наложением сегментов, с различных слоев друг на друга. Часть из них обозначена стрелками при переходе

на более высокий масштаб описания структур, а также областью, для значительно повышающегося уровня детализации.

Как можно заметить — различные слои описывают различные степени детализации структуры объекта исследования, что и требуется для решаемой задачи. Использование данной модели позволяет выделить вариантную структуру без пересегментации за счет многослойной дуальной основы «сегмент — структурный элемент».

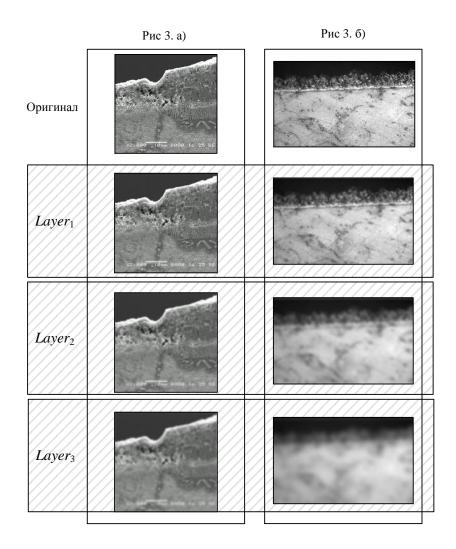


Рис. 7. – Многомасштабные представления для построения адаптивной сегментно-структурной модели

Под эффективностью модели представления растровых данных будем понимать формирование наиболее полного описания, что напрямую влияет на качество анализа. В данной ситуации критерием является количество дополнительной информации для каждого сегмента растрового изображения, позволяющей управлять совокупностью сегментов для формирования объектного представления. В таблице 1 приведены результаты сравнения с показателями аналогов по выбранным критериям эффективности. В качестве аналогов рассмотрены модели представлений данных, реализованные в рассмотренных в пункте 2 подходах.

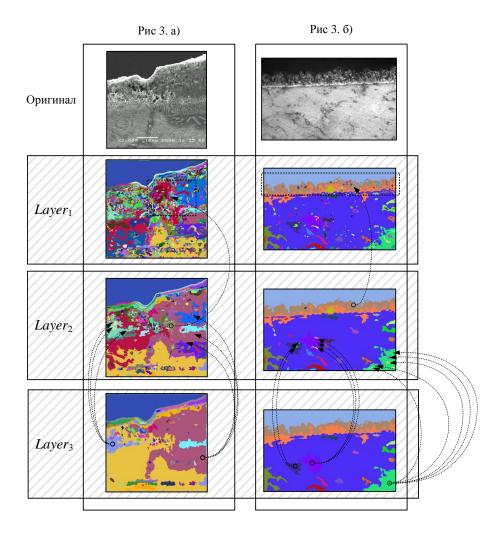


Рис. 8. – Многослойная адаптивная сегментно-структурная модель исследуемых изображений

Таблица 1. Сравнительная оценка предложенной модели по критериям эффективности

Критерий эффективности	Предложенная модель	Аналоги
Управляемость	Формирование объектов происходит за счет системы связей многослойной решетки	Объекты формируются на основе структур, выделенных по заданным критериям
Адаптивность	Возможен выбор объектного описания из множества описаний изображения за счет многослойного представления растровых данных	Обеспечиваются оптимальные параметры для решения кон- кретной задачи
Универсальность	Универсальность обеспечивается начальной настройкой модели для подбора оптимальных параметров анализа для заданного изображения	 выделение только заданных типов структур; обработка изображений с формированием плоской сегментной модели

5. Заключение

Предложенная модель разработана на основе динамического дуализма пары «сегмент – структурный элемент». Многомасштабное и многоуровневое представления, соответствующие дуальным сущностям, объединены через введение слоев модели, что позволило включить процесс построения структурной модели в процесс сегментирования изображения.

Структура построенной сегментно-структурной модели является динамической за счет организации горизонтально-вертикальных связей, формализующих отношения между отдельными элементами модели. Управление совокупностью связей в процессе анализа изображения обеспечивает адаптацию модели к выделению вариантной структуры, уточняя структурные элементы через связанные сегменты, как в пределах слоя, так и по множеству слоев. Это позволит расширить диапазон обработки для более широкого охвата классов изображений и повысить полноту описания структур растровых данных.

Результаты эксперимента по формированию сегментно-структурной модели изображений шлифов для выявления вариантных структур поверхностного слоя деталей показали качество выделения структур соответствующее экспертному анализу.

Внедрение предлагаемой модели в процесс обработки изображения позволит сократить время анализа структур, т. к. предложенная модель описывает все структуры изображения с учетом их связей, и производить комплексный анализ структур на изображении с учетом их взаимосвязей.

Литература

- 1. Фомин Я. А. Распознавание образов: теория и применения. изображений / Я. А. Фомин // М.: ФАЗИС. 2012. N 2. 429 с.
- 2. Вапник В. Н. Теория распознавания образов / В. Н. Вапник, А. Я. Червоненкис // М.: Наука. 1974. 416 с.
- 3. Каблов Е. Н. Ионно-плазменные защитные покрытия для лопаток газотурбинных двигателей / Е. Н. Каблов, С. А. Мубояджян, С. А. Будиновский// Металлы. 2007. № 5.
- 4. Орлов М. Р. Технологическое обеспечение ресурса рабочих лопаток первых ступеней турбины авиационных и наземных газотурбинных двигателей.: Автореф. ... дис. д-ра техн. наук. Москва., 2008. 46 с.
- 5. Пайкин .А. Г. Кратераобразование на поверхности деталей из титановых сплавов при облучении сильноточными импульсными электронными пучками / А. Г. Пайкин, В. А. Шулов, В. И. Энгелько // Упрочняющие технологии и покрытия. − 2007. − № 1. − С. 19 − 26.
- 6. Жизняков А. Л. Оценка качества сварных соединений по многомасштабному образу рентгенограмм / А. Л. Жизняков // Тяжелое машиностроение. 2010, № 10. С. 19 23.
- 7. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005. 1072 с.
- 8. Луцив В. Р. Объектно-независимый подход к структурному анализу изображений / В. Р. Луцив // Оптический журнал. 2008. Т. 75, № 11. С. 26 34.

- 9. Луцив В. Р. Объектно-независимый подход к структурному анализу изображений.: Автореф. ... дис. д-ра техн. наук. Санкт-Петербург., 2011. 35 с.
- 10. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010614091. Программная среда для сегментирования изображений на основе методов выращивания областей и вейвлет-преобразований [Текст] / Паламарь И. Н., Сизов П. В.; заявитель и правообладатель ГОУ ВПО «РГАТА имени П. А. Соловьева». Заявка № 2010612442 от 5.05.2010; опубл. 23.06.2010.
- 11. Паламарь И. Н. Временная оптимизация алгоритма сегментации в системе анализа изображений на основе метода выращивания областей / И. Н. Паламарь, П. В. Сизов // Информационно-управляющие системы. 2012. № 2 . С. 2—12.
- 12. Погребняк А. Д. Структурно-фазовые превращения в поверхностных слоях и свойства металлических материалов после импульсного воздействия пучков частиц / А. Д. Погребняк, О. П. Кульментьева // ФІП ФИП РЅЕ. 2003. № 1. С. 108 136.
- 13. Жизняков А. Л. Теория и методы обработки многомасштабных последовательностей цифровых изображений в промышленных системах контроля качества: Автореф. ... дис. д-ра техн. наук. Москва., 2008. 36 с.
- 14. Орлов М. Р. Обеспечение качества поверхности рабочих лопаток турбины при нанесении защитных диффузионных покрытий / М. Р. Орлов, О. Г. Оспенникова, Ф. Н. Караченцев // Металлург. $-2013.- \mathbb{N} 2.$

ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ ГОМОМОРФНЫХ ФИЛЬТРОВ С АДАПТИВНЫМ НЕЛИНЕЙНЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ РЕНТГЕНОВСКИХ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТОМОГРАММ

Усанов М. С., аспирант,

Вычислительный центр им. А. А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук.

Адрес: 119333 Москва, ул. Вавилова, д. 40,

e-mail: michael.usanov@gmail.com

Кульберг Н. С., зав. отделом разработки средств медицинской визуализации Научно-практический центр медицинской радиологии Департамента здравоохранения г. Москвы. Адрес: 109029, Москва, ул. Средняя Калитниковская, д.28, стр.1, e-mail: kulberg@rpcmr.org.ru

Аннотация

В статье рассматривается эффективность применения гомоморфной фильтрации при обработке данных, не подчиняющихся гауссову закону распределения. В качестве примера использовались данные рентгеновской компьютерной томографии. Обработка данных основана на вейвлет-фильтрации, включающей шумоподавление и

усиление контуров объектов интереса. Результаты показали значительное улучшение качества обработанных данных; при этом удалось избежать некоторых нежелательных артефактов, возникающих при обработке без рассматриваемого преобразования.

1. Введение

Данные, получаемые при компьютерной томографии (КТ), представляют собой трехмерный массив цифровых отсчетов. Они соответствуют пространственному распределению коэффициентов ослабления в исследуемом объекте. Для измерения ослабления используются единицы шкалы Хаунсфилда (НU), принимающие значения от –2000 (пространство гентри), через –1000 (воздух) и 0 (вода и мягкие ткани) до +700—3000 (костная ткань, контрастные агенты).

Изображения КТ имеют ряд специфических свойств, наиболее важными из которых являются:

- 1. Наличие пуассоновского шума, распределение которого можно считать близким к нормальному. Дисперсия шума порядка 10 HU;
- 2. Существование относительно небольших колебаний рентгеновской плотности в мягких тканях. Они представляют собой плавные изменения в пределах 200—300 HU, возможны скачки в пределах ± 30 HU на границах органов. Эти колебания диагностически значимы;
- 3. Резкие скачки плотности на границах «кости-мягкие ткани» и «мягкие тканивоздух» (порядка 1000 HU).

В качестве примера на рис. 1a представлена типичная гистограмма для необработанных КТ изображений. На ней видны основные пики в районе -1000 HU, соответствующей тканям легких и воздуху, и в районе 0 HU, соответствующих мягким тканям. Костная ткань и контрастное вещество равномерно распределены на интервале 500-1500 HU. Между этими пиками имеются значительные промежутки, практически не содержащие данных.

Таким образом, распределение данных на томограмме значительно отличается от гауссова. В то же время линейная фильтрация, лежащая в основе большинства распространенных техник обработки изображений, наилучшим образом работает с данными, распределенными по Гауссу. В тех случаях, когда статистические свойства случайного процесса резко отличаются от гауссовых, применение линейного фильтра приводит к появлению разного рода артефактов. Любая обработка изображений, включающая линейную фильтрацию, обязательно в той или иной форме должна учитывать эти отклонения.

Учету негауссовых характеристик медицинских изображений уделяется значительное внимание в работах [1—3]. В этих статьях наибольшее внимание уделяется методу независимого компонентного анализа (Independent Component Analysis, ICA), его преимуществу по сравнению с классическими методами. В работе [4] используется адаптивный метод фильтрации, регулирующий степень обработки в зависимости от величины дисперсии. Как отмечено в выводах к этой работе, он показал высокую эффективность шумоподавления и низкий уровень искажающих артефактов. В работе [5] используется техника обработки данных, полученных через малые промежутки времени относительно друг друга, которая анализирует их и эффективно удаляет случайную (шумовую) составляющую. В работе [6] описываются преимущества так называемой мультиполосной фильтрации

(Multi-Band Filtering, MBF), которая делит данные на полосе частот и обрабатывает каждый сектор по-своему, в зависимости от данных, представленных в нем.

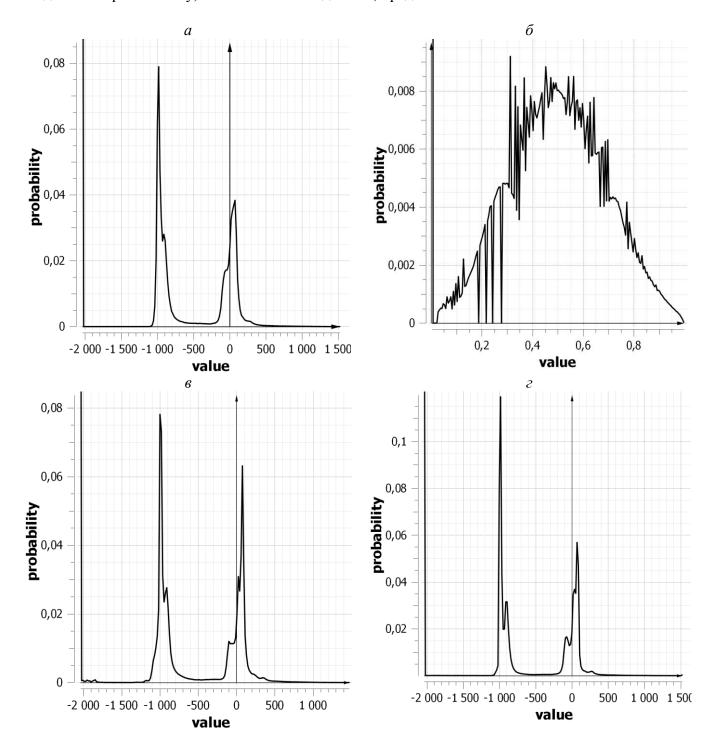


Рис. 1. Гистограммы массивов данных: а) оригинальные данные; б) те же данные после применения нелинейного преобразования; в) обработанные данные без нелинейного преобразования (с артефактами); г) обработанный массив данных с нелинейным преобразованием

Пороговое шумоподавление с помощью вейвлет-разложения можно рассматривать также как систему, учитывающую негауссовы свойства объекта. Действительно, свертка с масштабирующей функцией дает оценку незашумленного сигнала в тех участках, где данные можно приближенно считать гауссовыми. Оценку «негауссовости» данных, получают через свертку с вейвлет-функцией. В зависимости от величины вейвлет-коэффициента принимается решение, может ли масштабирующий коэффициент рассматриваться в качестве достоверной оценки величины незашумленного сигнала (вейвлет-коэффициент в этом случае подавляется или ослабляется), или необходимо сохранить исходные значения сигнала [7]. Эта модель хорошо работает при шумоподавлении и сжатии. Когда же возникает необходимость дополнительной обработки, например, усиления границ объектов интереса, негауссовы данные могут привести к серьезным искажениям.

В данной работе мы рассмотрим разработанную нами систему обработки КТ изображений, основанную на использовании дискретного вейвлет-преобразования. Для подавления шумов используется пороговая обработка компонентов разложения (thresholding). По сравнению с методами, описанными в работах [1 — 6], данный метод отличается использованием контекстного анализа по третьей координате (ось z) и системой многокомпонентной обработки. Мы использовали собственные критерии разбиения по порогу, описанные в работах [8] и [9]. Для повышения четкости значимых деталей здесь применяется дополнительное усиление отдельных компонент вейвлет-разложения. Это приводит к значительному улучшению качества визуализации в тех участках, данные в которых можно приближенно считать распределенными по Гауссу; в то же время на границах разнородных сред появляются недопустимые дефекты (ср. рис. 2 и 3).

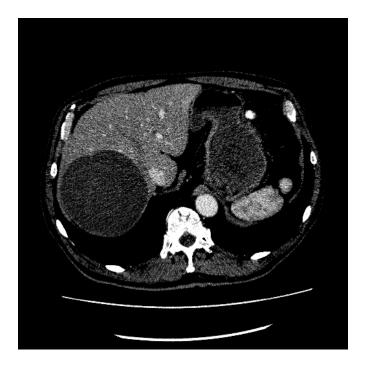


Рис. 2. Необработанная томограмма. Для всех последующих изображений КТ применяется окно с центром 100 HU и шириной окна в 200 HU. Данные получены на аппарате серии Aquilion фирмы Toshiba

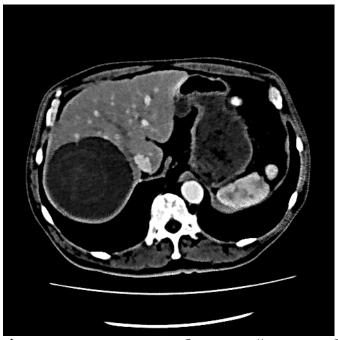


Рис. 3. Результат фильтрации томограммы без нелинейного преобразования. Прорисовка сосудов и внутренней структуры опухоли улучшилась, но на границах органов появились ложные яркие кромки

Нами разработана и обоснована процедура обработки, которая позволила избежать означенной проблемы. Значения томограммы до фильтрации подвергаются адаптивному нелинейному преобразованию. После такой обработки распределение обрабатываемых данных оказывается близким к гауссову. Преобразованные данные подвергаются вейвлетпреобразованию и фильтрации. Затем выполняется обратное преобразование к исходному диапазону значений.

2. О подготовке и фильтрации данных в нашем опыте

Рассмотрим процесс фильтрации с точки зрения статистического оценивания параметров распределения некоторой случайной величины. Дискретный сглаживающий линейный фильтр в общем случае может быть выражением:

$$\tilde{x}_k = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} a_i} \sum_{i=1}^{N} a_i x_{k+i-N/2} . \tag{1}$$

Для фильтра с бесконечной импульсной характеристикой выражение то же с заменой верхнего предела бесконечностью.

Рассмотрим обрабатываемый сигнал x(t) как стационарный эргодический случайный процесс с гауссовым распределением:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right). \tag{2}$$

Пусть дана выборка значений x_i , i=1...N. В этом случае величина $\overline{x}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N x_i$ представляет собой оценку максимального правдоподобия для математического ожидания x_0 . Внесем в функцию правдоподобия весовые коэффициенты для каждого элемента выборки: $L(x_0|x)=\prod_{i=1}^N p^{a_i}(x_i)$ при ограничении $\sum_{i=1}^N a_i \neq 0$. Логарифмическая функция правдоподобия в этом случае имеет вид $\sum_{i=1}^N a_i \ln p(x_i)$, а решение задачи правдоподобия дает взвешенную сумму:

$$\tilde{x} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} a_i} \sum_{i=1}^{N} a_i x_i \,. \tag{3}$$

Нетрудно видеть, что формула (3) описывает дискретный линейный фильтр с весовыми коэффициентами a_i . Простое суммирование при $a_i \equiv 1$ соответствует фильтру «скользящего среднего». Данное свойство лежит в основе шумоподавляющего действия многих линейных фильтров. Но чтобы результат фильтрации действительно правдоподобно оценивал искомую величину, распределение выборки x_i должно быть близким к гауссову.

Характер искажений для негауссовых данных можно в немногих словах описать следующим образом. Оценка по методу максимального правдоподобия означает поиск локального максимума эмпирической функции плотности выборки. Вычисление взвешенного среднего при линейной фильтрации дает положение «центра тяжести» выборки. Оценка адекватна только в тех случаях, когда локальный максимум и «центр тяжести» совпадают или близки по значению. Для данных компьютерной томографии это условие, очевидно, не выполнено. В связи с этим мы вводим дополнительную нелинейную предобработку данных, которая приближает их распределение к гауссову. Линейная фильтрация выполняется в своем обычном виде. Затем выполняется обратное нелинейное преобразование данных. Данная последовательность действий является гомоморфной фильтрацией.

Под гомоморфной фильтрацией понимается обработка, включающая нелинейное преобразование фильтруемых величин, линейную фильтрацию преобразованных данных и обратное нелинейное преобразование результата. Также этот подход называется обобщенной линейной фильтрацией. Соотношение между обычным линейным и гомоморфным фильтрами может быть представлено выражениями:

$$\widetilde{s}(t) = s(t) * f(t),
\widetilde{s}_{H}(t) = H^{-1}(H(s(t)) * f(t)),$$
(4)

где s(t) — исходный сигнал, $\tilde{s}(t)$ — сигнал после линейной фильтрации, $\tilde{s}_H(t)$ — сигнал после гомоморфной фильтрации, f(t) — импульсная характеристика некоторого линейного фильтра, H(s) — нелинейная функция, монотонная на всей области значений s, H^{-1} — функция, обратная $H\colon H^{-1}(H(s))=s$. Термин «гомоморфный фильтр» был предложен А. Оппенгеймом в 1968 г. в [10]. Предложенная техника применялась для обработки сигналов, содержащих мультипликативную помеху. В качестве функции H в этой работе применялся логарифм.

Использование каких-либо наперед заданных функций применительно к изображениям КТ затруднительно, поскольку распределение исходных данных выраженно мультимодальное, и положение мод сильно зависит от свойств наблюдаемого объекта. Вместо этого воспользуемся преобразованием по способу обратной функции (преобразование Н. В. Смирнова, в англоязычной литературе «inverse transform sampling» [11]). В исходном варианте оно используется для получения случайных величин с заданным законом распределения. Если целевой закон имеет функцию распределения $F(x^t)$ и некоторые исходные данные x_i распределены равномерно на отрезке [0,1], то величина $x_i' = F^{-1}(x_i)$ будет распределена по закону F. Очевидно, верно и обратное утверждение: величина $x_i = F(x_i')$ будет распределена равномерно, если данные x_i распределены по закону F.

Для преобразования данных воспользуемся этими утверждениями. Построим эмпирическую функцию плотности входного массива данных $F_0(x)$ (график такой функции представлен на рис. 1a). Для каждого отсчета входных данных x_i вычислим величину $x_i' = F_0(x_i)$. Эта величина, очевидно, равномерно распределена на [0,1].

Введем целевое гауссово распределение с функцией плотности $f_1(x) = \exp(-x^2/2\sigma^2)$ и соответствующей функцией плотности $F_1(x)$. Для каждого x_i' найдем величину $x_i'' = F_1^{-1}(x_i')$. Эти данные, очевидно, распределены по закону $F_1(x)$ (гистограмма, построенная по обработанным таким образом данным, представлена на рис. 1δ).

Набор данных x_i'' подвергается дискретному вейвлет-преобразованию; полученные коэффициенты подавляются либо усиливаются в соответствии с заданными критериями; над обработанными коэффициентами выполняется обратное вейвлет-преобразование. Массив данных, полученный в результате этой обработки, обозначаем \tilde{x}_i'' . Окончательные отфильтрованные данные получаются по формуле: $\tilde{x}_i = F_i\left(F_0^{-1}(\tilde{x}_i'')\right)$. Пример гистограммы, построенной по обработанным данным, показан на рис. 12.

3. Результаты численного эксперимента

На рис. 2—4 представлены срезы компьютерных томограмм на различных этапах обработки. «Объектом интереса» для врача являются изображения контрастированных кровеносных сосудов (небольшие белые объекты), а также изображение опухоли печени (общирное темное пятно в левой нижней части изображения). На исходном изображении (рис. 2) присутствует значительный шум. По этой причине только самые крупные сосуды могут быть надежно идентифицированы; внутренняя структура опухоли почти неразличима.

В качестве данных для обработки использовались серии КТ изображений, полученных из общей базы данных системы PACS по городу Москва, представляющих интерес специалистам научно практического центра медицинской радиологии Департамента Здравоохранения города Москвы. В общей сложности было обработано 20-25 серий по 300-500 кадров, ввиду ограничения по объему в данной статье приведен пример для одной серии.

При обработке данных КТ серий без гомоморфного преобразования видны артефакты на границах разделения сред, как показано на рис. 3. Явно выраженное усиление границы с зашкаливающими значениями возникает ввиду присутствующих там резких переходов по шкале Хаунсфилда. В результате алгоритм усиления границ может исказить данные или, в крайних случаях, совершенно испортить их. На гистограмме, изображенной на рис. 16, эти артефакты проявились в виде колебаний в диапазоне –2000 — –1800 НU. Данный эффект возникает наиболее ярко только при резких и значительных переходах (сотни HU) – именно в тех случаях, когда данные в окне фильтра оказываются резко отличными от гауссовых.



Рис. 4. Результат фильтрации томограммы с нелинейным преобразованием. Прорисовка сосудов и внутренней структуры опухоли улучшилась, артефакты на границах органов отсутствуют

На рис. 4 показан результат работы фильтрации с адаптивным нелинейным преобразованием. Все линии сохраняют присущую им яркость и значения по шкале Хаунсфилда, т.к. разница значений на границах сохраняет пропорцию, но уменьшилась в абсолютном значении. Это заметно и на гистограмме обработанных таким образом данных, показанной на 1г.

4. Выводы

Адаптивное нелинейное преобразование негауссовых данных позволяет повысить качество работы линейных фильтров, применяющихся для обработки изображений. Предложенный подход применим к любому виду усредняющих линейных фильтров. В данной работе это было показано на частном случае вейвлет преобразования, т.к. в основе его также лежит линейная фильтрация. Мы применяли аналогичную обработку к другим типам фильтров, но ввиду ограниченного объема статьи описать это здесь не представляется возможным. Можно предположить, что такое преобразование применимо не только к данным компьютерной рентгеновской томографии, но и к любым другим изображениям.

Литература

- 1. Hyvärinen A., Oja E. Independent component analysis: algorithms and applications. Neural networks. 2000;13(4), pp. 411—30
- 2. Arakeri M. P., et al., editors. A comparative performance evaluation of independent component analysis in medical image denoising. ICRTIT, 2011
- 3. Kämpfe T., Nattkemper T.W., Ritter H. Combining independent component analysis and self-organizing maps for cell image classification. Pattern Recognition: Springer; 2001. p. 262—268
- 4. Bhausaheb Shinde, Dnyandeo Mhaske, A.R.Dani. Study of Noise Detection and Noise Removal Techniques in Medical Images IJIGSP, 2012, 2, pp. 51—60
- 5. *Nishii T., Kono A. K., Tani W. etc.* Four-dimensional noise reduction using the time series of medical computed tomography datasets with short interval times: a static-phantom study. PEERJ, Feb. 2016, doi:10.7717/peerj.1680
- 6. Liu X, Primak A. N. et al. Quantitative evaluation of noise reduction algorithms for very low dose renal CT perfusion imaging. Proc. SPIE 7258, Medical Imaging 2009: Physics of Medical Imaging, 72581T (13 March 2009); doi:10.1117/12.813777
- 7. Donoho, D. De-noising via soft-thresholding, Technical report 409, Dept. of Statistics, Stanford University, 1992
- 8. *Кульберг Н. С. и др.* Разработка и испытания нового метода улучшения качества изображений в ультразвуковой медицинской диагностике. Акустический журнал, 2009, том 55, № 4–5, с. 526–535
- 9. *Kulberg N. S.*, *u dp*. Novel Method of the Noise-Reduction in 3D X-Ray Computed Tomography. Proceedings of the Third International Workshop on Image Mining Theory and Applications, pp. 92—99, Angers, France, May 2010
- 10. *Oppenheim A. V. et al.* Nonlinear Filtering of Multiplied and Convolved Signals. Proceedings of the IEEE Volume 56 No. 8 August 1968, pages 1264—1291 (русский перевод: Оппенхейм, Шефер, Стокхэм. Нелинейная фильтрация сигналов, представленных в виде произведения и свертки. ТИИЭР, 1968, т. 56, № 8, стр. 5—46)
- 11. Вадзинский Р. Н. Справочник по вероятностным распределениям. СПб.: Наука, 2001, стр. 33

МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ НАВИГАЦИОННЫХ ДАННЫХ БПЛА ПО ИЗОБРАЖЕНИЮ ГРУППЫ МАЯКОВ

Хитьков В. В.

ФГ БОУ ВО «Рыбинский государственный авиационный технический университет имени П. А. Соловьева»

Рыбинск, Россия, vskhitkov@nppsatek.ru Паламарь И. Н.

ФГ БОУ ВО «Рыбинский государственный авиационный технический университет имени П. А. Соловьева» Рыбинск, Россия, irina.palamar@mail.ru

Аннотация

Рассматривается задача оценки пространственного состояния беспилотного самолета на этапе посадки с помощью компьютерного зрения. Предложен метод определения положения летательного аппарата относительно группы световых маяков, установленных в район взлетно-посадочной полосы заранее известным образом, с помощью сопоставления видеоизображения с моделью, отличающийся отсутствием этапа детектирования отдельных маяков. Представлены результаты эксперимента на синтезированной видеопоследовательности по записи реальной траектории посадки.

1. Введение

В настоящее время наиболее распространенными способами спасения беспилотных летательных аппаратов самолетного типа (далее БЛА) являются спуск на парашюте или поимка в сеть. Очевидны недостатки этих способов – высокая вероятность поломки аппарата, сноса ветром далеко от предполагаемого места приземления и т. д. Для посадки по самолетному типу (с пробегом) на взлетно-посадочную полосу (ВПП) требуется высокая точность определения пространственного состояния аппарата. Информация об углах крена и тангажа известна с достаточной точностью от бортовой инерциальной навигационной системы (ИНС) и магнитометра, высота на заключительных этапах посадки уточняется с помощью высотомера. Наибольшую трудность вызывает определение плановых координат. Автономная посадка по самолетному типу (с пробегом) чаще всего осуществляется с помощью дифференциальной спутниковой навигации, т. к. она дает необходимую точность, а оборудование сравнительно дешево. К недостаткам можно отнести наличие радиоканалов «БЛА – станция коррекции» и «БЛА – спутники» военных применений. Существуют альтернативные способы получения навигационных данных, например, с помощью лазерного сканера и уголковых отражателей [1], наземного радара и бортового излучателя [2], которые также требуют наличия канала связи между «землей» и БЛА.

В перспективе решение навигационной задачи при посадке с помощью компьютерного зрения позволяет повысить автономность БЛА при использовании этого навигационного канала обособленно или повысить точность при использовании совместно со спутниковой системой. В мире ведется множество изысканий на обозначенную тему в связи с актуальностью задачи автономной посадки БЛА.

2. Обзор методов навигации с использованием датчика изображений при посадке

Можно выделить следующие часто встречающиеся в литературе группы методов использования датчика изображений (камеры) в задаче навигации при посадке:

- 1) оценивающие относительное перемещение БЛА во времени (оптический поток) [3]
- 2) оценивающие абсолютное положение относительно ВПП с помощью вписывания некоторой модели зоны посадки в изображения, например:
- 2.1) заранее подготовленной контурной [4] или яркостной [5] модели разметки или окрестностей ВПП
 - 2.2)упрощенной модели в виде двух параллельных линий краев ВПП [6]
- 2.3) эталонного набора точечных особенностей изображения с их характерными признаками и набора, распознанного на входном кадре [7]

Методы оптического потока не позволяют эффективно бороться с систематическими ошибками навигации при посадке. Вторая группа методов, в свою очередь, должна иметь дело с ориентирами ВПП и их моделями так, чтобы обеспечивалась робастность при существенных яркостных, геометрических, морфологических искажениях и выраженной проблеме масштаба — существенного различия в детализации и относительных размерах объектов из-за перспективных искажений (рисунок 3). Требуется также поддержание актуального состояния модели с учетом времени суток, сезона и других факторов.





Рис. 1. – Фотографии ВПП над одним и тем же местом на разной высоте

Одними из объектов, имеющих слабую зависимость формы и размера изображения от всевозможных внешних факторов, являются точечные источники света (при наличии контроля экспозиции камеры). Идея использования точечных световых маяков как ориентиров для навигации при посадке не нова. В [8] рассматривается вариант установки цветной светодиодной лампы на фоне черного щита на палубу авианесущего корабля, приводятся показатели SNR (сигнал-шум) для красного и синего цветов лампы. В [9] описан метод определения положения БЛА по трем маякам дальнего ИК-диапазона. Существуют разработки для «игрушечных» БЛА на игровом контроллере Wii Remote [10], аппаратно отслеживающих ИК-маяки. Рассмотренные методы объединяет наличие этапа определения центроидов отдельных изображений маяков, что является недостатком, когда в ряде условий (на большом расстоянии и низкой высоте, в тумане и др.) выделить из общей засветки отдельные маяки может быть непросто (см. далее рисунок 2 в разделе 4).

Кроме того, при распознавании отдельных маяков велика вероятность ложных срабатываний, если только их яркость существенно не превышает яркость фона и других объектов.

В работе ставится задача оценки пространственного состояния БЛА на всем протяжении посадки, включая пробег. Приводятся ориентировочные требования заказчика к точности определения пространственного положения непосредственно перед касанием земли:

- погрешность угла сноса относительно оси ВПП 1° ;
- горизонтальное отклонение от продольной оси ВПП до 1 м;
- СКО высоты относительно поверхности перед касанием до 1 м;

3. Разработка метода получения навигационных данных по изображению группы маяков

В настоящей работе предлагается оборудовать ВПП группой световых маяков габаритного размера такого, чтобы на всем протяжении посадки можно было считать их точечными. Не выдвигается требований к диапазону излучения маяков (видимый, ближний или дальний инфракрасный) при наличии соответствующего способа получения монохромного изображения. На практике проверялась видимость маяков ближнего и дальнего ИК диапазонов (см. раздел 4).

Отличие описываемого метода от приведенных в разделе 2 заключается в отсутствии этапа детектирования отдельных маяков — рассматривается единое распределение попавшего на матрицу фотодатчика света от маяков, полагаемых точечными, а навигационная задача формулируется как вписывание эталонного распределения, соответствующего искомому вектору состояния, в фактическое.

Постановка задачи. Дана последовательность изображений, получаемых с фронтальной камеры, неподвижно закрепленной на борту БЛА, положение и поворот в собственной системе координат БЛА зададим в однородных координатах виде матрицы RT_{KAM} . Необходимо по каждому входному изображению I оценивать пространственное состояние БЛА по 6 степеням свободы $\hat{S}=(\hat{x},\,\hat{y},\,\hat{z},\,\hat{\gamma},\,\hat{9},\,\hat{\psi})$, где за $\hat{x},\,\hat{y},\,\hat{z}$ обозначим искомые координаты в системе координат, связанной с ВПП, а $\hat{\gamma},\,\hat{9},\,\hat{\psi}$ – углы крена, тангажа и рыскания в этой системе координат (вектор \hat{S} затем используется фильтром Калмана бортовой навигационной системы). Положение и поворот БЛА в системе координат ВПП обозначим за $RT_{EJM}(\hat{S})$. N маяков расположены в плоскости земли вокруг ВПП (использовалось допущение о плоскостности земли) и имеют однородные координаты в этой плоскости $v_i = (v_i^{(x)}, v_i^{(y)}, 1)^T,\, i=1...N$.

Математическая модель группы маяков. Используется pinhole модель камеры с известными параметрами fx, fy, cx, cy — фокусные расстояния и координаты принципиальной точки по осям. Тогда координаты центра i-ого маяка на изображении задаются формулой

$$\begin{split} u_{i}(\hat{S}) &= (\frac{u_{i}^{(x)}}{u_{i}^{(z)}}, \frac{u_{i}^{(y)}}{u_{i}^{(z)}}), \ (u_{i}^{(x)}, u_{i}^{(y)}, u_{i}^{(z)})^{T} = H(\hat{S}) \times v_{i}, \\ H(\hat{S}) &= K \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times RT_{KAM}^{-1} \times RT(\hat{S})_{EJJA}^{-1} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ K &= \begin{bmatrix} fx & 0 & cx \\ 0 & fy & cy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{split}$$

где u_i - координаты i-ого маяка на плоскости проекций камеры (изображении); H — матрица гомографии; K — матрица калибровки камеры.

Эталонное распределение света от маяков по пикселям изображения будем моделировать как аддитивную смесь распределений света от каждого точечного источника (PSF — Point Spread Function), которые являются вероятностными распределениями попадания квантов света на матрицу. При этом учтем, что освещенность поверхности матрицы камеры точечным источником падает пропорционально квадрату расстояния до него, а пиксели матрицы насыщаются при достижении определенной освещенности, зависящей от экспозиции. В качестве PSF в работе использовалось распределение Моффата (Moffat). Оно часто используется в астрономии в связи с тем, что хорошо описывает рассеяние света от точечных источников в атмосфере, и при этом задается простой аналитической формулой. Таким образом, формулу распределения значений яркости пикселей изображения светом от маяков (если возможные значения яркости привести к диапазону [0..1]) можно записать в виде

$$I(u, \hat{S}) = \min \left(1, l_u + \hat{c} \cdot \sum_{i=1}^{N} \frac{J_i}{d_i (\hat{S})^2} \left(1 + \frac{(u - u_i (\hat{S}))^2}{\alpha^2} \right)^{-\beta} \right),$$

$$d_i(\hat{S}) = \left| (\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}) - (u_i^T, 0) \right|,$$
(1)

где u — координата пикселя; $d_i(\hat{S})$ - расстояние от камеры до i-ого маяка; J_i -интенсивность маяка; \hat{c} — параметр для перехода к единицам яркости, позволяющий учесть экспозицию камеры; α, β — заранее подобранные параметры распределения; l_u — яркость фона в точке изображения u (см. ниже). Параметры \hat{c} , α, β для упрощения считаются известными, хотя они могут меняться, например, с погодными условиями.

Для упрощения будем считать, что, даже когда ореолы соседствующих на изображении маяков накладываются, относящиеся к этой области пиксели не испытают существенного перенасыщения. Кроме того, вычтем фон из общей освещенности. Тогда формулу (1) можно переписать в виде

$$I(u, \hat{S}) = \sum_{i=1}^{N} \min \left(1 - l_u, \hat{c} \cdot \frac{J_i}{d_i(\hat{S})^2} \left(1 + \frac{(u - u_i(\hat{S}))^2}{\alpha^2} \right)^{-\beta} \right)$$
 (2).

Этапы алгоритма обработки входного изображения

1. Предварительная обработка кадров

На этапе 1 получим множество рассматриваемых пикселей \widetilde{U} , которые, как предполагается, испытывают некий существенный уровень засветки от маяков, и уровня фона для этих пикселей $l_{\widetilde{u}}$, $\widetilde{u}\in\widetilde{U}$.

- $1.1 \ \widetilde{U} := \emptyset$
- 1.2 Для каждой *i*-ой проекции маяка:
- 1.2.1 При наличии априорной оценки вектора состояния X и соответствующей ковариации состояния Σ от бортовой навигационной системы область обработки изображения вокруг предсказанной проекции i-ого маяка можно ограничить по расстоянию Махаланобиса вокруг проекции: $(u-u_i(S))^T \cdot \operatorname{E}_i^{-1} \cdot (u-u_i(S)) \leq \eta$, где E_i -ковариация координат i-ого маяка на изображении, полученная по формуле $\operatorname{E}_i = J_i \cdot \Sigma$; $J_i = \frac{du_i(S)}{dS}$ Якобиан центра маяка по вектору состояния; η параметр, ограничивающие расстояние.
- 1.2.2 Определим средний уровень фона $\bar{l}_{(i)}$ и его дисперсию $\sigma_{(i)}$ с помощью кластеризации гистограммы методом к-средних в фиксированном окне размера $w \sim 1/d_i(S)$ вокруг предсказанного центра маяка с двумя классами, соответствующими фону и маякам. Начальные приближения центров кластеров берутся с предыдущего кадра, а в первом кадре соответствуют первой и последней ячейке гистограммы.
- 1.3. Добавляем в множество \widetilde{U} пиксели, яркость которых выше среднего уровня фона $\bar{l}_{(i)}$ на k_1 значений дисперсии или близка к насыщению: $\widetilde{U}\coloneqq\widetilde{U}\cup\{u\,|\,(I_u\geq\bar{l}_{(i)}+k_1\cdot\sigma_{(i)})\vee(I_u\geq0.98)\}$, здесь использовался параметр k_I =2.5. Это накладывает требование на интенсивность маяков на протяжении всей посадки яркость их изображения не должна быть ниже указанного порога.
- 1.5 Волновым алгоритмом добавляем в множество \tilde{U} пиксели, примыкающие к уже имеющимся в множестве, градиент яркости которых имеет модуль $|\nabla I_u| \ge k_2$ (k_2 параметр) и направлен в сторону присоединивших их пикселей в пределах $\pm \pi/2$ рад., а яркость не ниже $I_u \ge \bar{l}_{(i)} + k_3 \cdot \sigma_{(i)}$, k_3 =0.5 параметр. Это обусловлено моделью PSF маяков, которая монотонно не возрастает с расстоянием от центра проекции.
- 1.6 Яркость фона для пикселей l_u , отнесенными в множество \tilde{U} , оценим заливкой этой области алгоритмом типа inpaint [12].
 - 2. Вписывание модели в множество \tilde{U}

Помимо распределения яркости от маяков $I(u,\hat{S})$ введем в эталонное распределение выбросы (яркие пиксели, на этапе предобработки выделенные как засвеченные маяками, но не являющиеся ими), искусственно смоделировав их равномерным распределением на интервале расстояний $|u-u_i(\hat{S})| \in 0.$ a, где a — параметр. Оценка параметров распределения по методу максимального правдоподобия приводит к задаче максимизации

$$p(\widetilde{U} \mid \widehat{S}) = \prod_{\widetilde{u} \in \widetilde{U}} \left(\frac{1 - \pi}{a} + \pi \cdot \frac{I(\widetilde{u}, \widehat{S})}{\int_{-\infty}^{\infty} I(\widetilde{u}, \widehat{S}) du} \right)^{I_{\widetilde{u}}} \longrightarrow \max_{\widehat{S}, \pi},$$

или же более численно устойчивой минимизации функции стоимости

$$\log p(\widetilde{U} \mid \hat{S}) = -\sum_{\widetilde{u} \in \widetilde{U}} I_{\widetilde{u}} \log \left(\frac{1-\pi}{a} + \pi \cdot \frac{I(\widetilde{u}, \hat{S})}{\int_{-\infty}^{\infty} I(\widetilde{u}, \hat{S}) du} \right) \to \min_{\hat{S}, \pi}$$
(3)

где \widetilde{U} — множество рассматриваемых пикселей; $\pi \in 0..1$ — неизвестный коэффициент, $(1-\pi)$ задает долю выбросов среди рассматриваемых пикселей; $I_{\widetilde{u}}$ — яркость пикселя \widetilde{u} за вычетом фона $l_{\widetilde{u}}$.

Более подробно о решении схожей задачи методом максимального правдоподобия описано в [11].

Обозначим вероятность того, что яркость пикселя $\widetilde{u} \in \widetilde{U}$ согласуется с эталонной (плюс фон) при текущей оценке параметров, за $q_{\widetilde{u}} = p(I_{\widetilde{u}} = I(\widetilde{u}, \hat{S}) \mid \widetilde{u}, \hat{S})$ — скрытую переменную. Для решения подобных задач оптимизации со скрытыми переменными успешно применяется ЕМ-алгоритм. Он заключается в итеративном чередовании этапов оптимизации с фиксированными скрытыми переменными и пересчете самих скрытых переменных (покоординатный спуск).

Применим этот алгоритм для расчета вектора \hat{S} , минимизирующего стоимостную функцию (3).

2.1. Е-шаг: находим значения скрытых переменных и пересчитываем коэффициент π

$$q_{\widetilde{u}}^{(T)} = \frac{\pi^{(T-1)} \cdot I(\widetilde{u}, \widehat{S})}{\pi^{(T-1)} \cdot I(\widetilde{u}, \widehat{S}) + \frac{1 - \pi^{(T-1)}}{a}},$$

$$\pi^{(T)} = \sum_{\widetilde{u} = \widetilde{U}} I_{\widetilde{u}} \cdot q_{\widetilde{u}}^{(T)},$$

где T – номер итерации (на первой итерации значение берется с предыдущего кадра).

2.2. М-шаг: минимизируем стоимостную функцию (3)

$$-\sum_{\widetilde{u}\in\widetilde{U}}I_{\widetilde{u}}p(I_{\widetilde{u}}=I(\widetilde{u},\hat{S})|\widetilde{u},\hat{S})\log\left(\frac{1-\pi}{a}+\pi^{(T)}\cdot\frac{I(\widetilde{u},\hat{S})}{\int\limits_{-\infty}^{\infty}I(\widetilde{u},\hat{S})du}\right)\to \min_{\widehat{S}}$$
(4)

На текущем этапе проверки работоспособности метода минимизация функции (4) производилась методом Ньютона при численном вычислении производных. Значения интеграла брались из заранее посчитанной таблицы при линейной интерполяции.

2.3 Остановиться, если выполняется один из критериев сходимости — малая величина шага $\Delta \hat{X}\{k\} \le \varepsilon_{\nu}$ или достижение лимита итераций, иначе вернуться к п. 2.1.

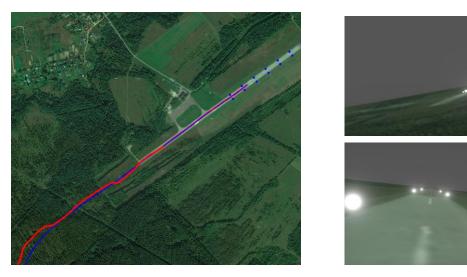
Скорость сходимости в работе регулировалась методом детерминированного отжига по параметру α распределения Моффата (формула (2)) $\alpha^{(T+1)} = \tau \cdot \alpha^{(T)}$, $\tau = 0.7$ (T – номер шага) до достижения значения, соответствующего эталонному распределению.

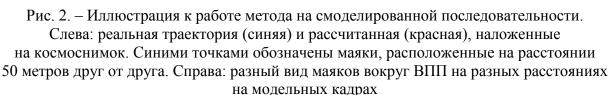
В начале посадки и при восстановлении после потери слежения ковариация E_i , скорее всего, будет велика настолько, что алгоритм не сойдется к искомому минимуму. В таком случае возможно использовать подход [13], хотя вопрос инициализации будет рассмотрен в следующих работах.

4. Реализация и результаты экспериментов

Предложенный метод был реализован на языке C++ с использованием библиотеки OpenCV для реализации базовых функций.

В качестве исходных данных для эксперимента была записана траектория посадки легкого БЛА на ВПП с данными GPS и ИНС, по которой в дальнейшем был сгенерирован тестовый видеоряд в Blender. Вдоль виртуальной ВПП с обеих сторон напротив друг друга были регулярным образом на расстоянии 50 м друг от друга расставлены 16 маяков, эффект свечения которых моделировался стандартными средствами Blender так, чтобы прослеживалось сходство с фотографиями аэродромных огней. Метод был запущен на видеоряде для сравнения рассчитанной и исходной траекторий (рисунок 2). Полученная траектория генерировалась из состояний \hat{S} , рассчитанных по методу, без фильтрации, но с использованием предсказаний угловых скоростей по углам крена, тангажа и рыскания $\gamma, 9, \psi$ по записи с ИНС.





На рисунке 2 видно существенное отклонение от траектории в начале и в середине слежения. Оно было связано с остановкой алгоритма оптимизации по критерию превышения количества итераций. По-видимому, основной причиной такого поведения явился «желоб» в поверхности стоимостной функции — она быстро меняется с изменением углов рыскания ψ и крена γ , и особо медленно по x, y, z вдоль оси ВПП. Следовательно, целесообразно выполнить оптимизацию параметризации стоимостной функции.

На рисунке 3 представлена погрешность определения плановых координат и высоты от расстояния до предполагаемой точки касания. Как видно из рисунка, на заключительном этапе посадки погрешность приближается к требуемым (см. раздел 2) значениям. Пики в середине и справа соответствуют ситуации, описанной выше.

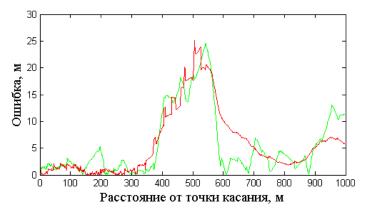


Рис. 3. – Погрешность оценки высоты (красная линия) и плановых координат (зеленая)

Для проверки практической реализуемости метода был проведен эксперимент по оценке видимости маяков ближнего и дальнего ИК диапазонов в солнечный день. В качестве маяка ближнего диапазона был использован прожектор длиной волны 850 нм тепловой мощностью 35 Вт, а матрица камеры Imaging Source DMK 42BUC03 была закрыта диэлектрическим узкополосным фильтром на 850 ± 10 нм, использовался объектив фокусным расстоянием 6 мм. Дальность видимости составила около 250-300 м (рисунок 4, слева). Видимость теплового маяка — нагретого газовой горелкой металлического тела — тепловизионной камерой диапазоном 8-12 мкм составила не менее 700 м (рисунок 4, справа).





Рис. 4. – Оценка видимости маяков в солнечный день

5. Заключение

В работе описан метод оценки пространственного состояния БЛА для использования совместно с бортовой навигационной системой по изображению группы установленных в районе ВПП световых маяков, приведены экспериментальные результаты. Они показывают принципиальную работоспособность метода.

результате исследования предложенного метода выявлено, что ДЛЯ совершенствования качества корректировки требуется навигационных данных рассмотрение вопросов инициализации для обеспечения сходимости алгоритма, параметризации функции стоимости, а также включения вычисляемой поправки в бортовую навигационную систему.

Литература

- 1. OPATS Laser-based UAS Landing System [Электронный ресурс]. URL: http://www.ruag.com/aviation/subsystems-products/aviation-products/ground-support-equipment/uas-landing-system-opats/ (дата обращения: 04.05.2016)
- 2. Tactical Automatic Landing System [Электронный ресурс]. URL: http://www.sncorp.com/pdfs/cns_atm/TALS%20Product%20Sheet.pdf (дата обращения: 04.05.2016).
- 3. Веремеенко К.К., Желтов С.Ю., Ким Н.В., Себряков Г.Г., Красильщиков М.Н. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения // М: ФИЗМАТЛИТ. 2009
- 4. Laurent Coutard Rennes, F. Chaumette. Visual detection and 3D model-based tracking for landing on an aircraft carrier // IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2011. pp. 1746-1751. doi:10.1109/ICRA.2011.5979771
- 5. Amaury Dame, Éric Marchand. Accurate Real-time Tracking Using Mutual Information // IEEE International Symposium on Mixed and Augmented Reality (ISMAR). 2010. pp. 47-56. doi:10.1109/ISMAR.2010.5643550
- 6. Комаров Д. В., Визильтер Ю. В., Выголов В. В. Разработка алгоритма автоматического обнаружения взлетно-посадочной полосы на видеоизображениях // Техническое зрение в системах управления. 2011. с.189-193.
- 7. A. Miller, M. Shah, D. Harper. Landing a UAV on a runway using image registration // IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2008. pp. 182-187. doi: 10.1109/ROBOT.2008.4543206
- 8. Петухова Е. С. Автономная бортовая система управления посадкой беспилотного летательного аппарата самолётного типа на движущееся судно: дисс. ... канд. техн. наук: 05.13.01 Системный анализ, управления и обработка информации (технические науки) / Балтийский государственный технический университет имени Д.Ф. Устинова. СПб., 2013.
- 9. O. A. Yakimenko, I. I. Kaminer, W. J. Lentz, P. A. Ghyzel. Unmanned aircraft navigation for shipboard landing using infrared vision // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol. 38(4). pp. 1181 1200. doi:10.1109/TAES.2002.1145742
- 10. Karl E. Wenzel, Paul Rosset, Andreas Zell. Low-Cost Visual Tracking of a Landing Place and Hovering Flight Control with a Microcontroller // Journal of Intelligent and Robotic Systems. 2010. Vol 57(1-4). pp 297-311. doi:10.1007/s10846-009-9355-5
- 11. Jiayi Ma, Ji Zhao, Jinwen Tian, Yuille AL, Zhuowen Tu. Robust Point Matching via

Vector Field Consensus // IEEE Trans Image Process. 2014. Vol 23(4). pp. 1706-21. doi:10.1109/TIP.2014.2307478.

- 12. Manuel M. Oliveira, Brian Bowen, Richard McKenna, Yu-Sung Chang. Fast Digital Image Inpainting // Proceedings of the International Conference on Visualization, Imaging and Image Processing (VIIP). 2001. pp. 261-266
- 13. R. Litman, S. Korman, A. M. Bronstein, S. Avidan. Inverting RANSAC: Global model detection via inlier rate estimation // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2015. pp. 5243-5251. doi:10.1109/CVPR.2015.7299161

ИССЛЕДОВАНИЕ СТОЙКОСТИ НЕКОТОРЫХ КРИПТОГРАФИЧЕСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ КЛЮЧЕВОГО ПОТОКА К ЛОГИЧЕСКОМУ КРИПТОАНАЛИЗУ

Эли Андрей Николаевич Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики aneli@edu.hse.ru

Аннотация

Многие проблемы, связанные с обработкой и управлением информацией, например, задачи логического программирования, автоматического доказательства теорем, верификации сетевых протоколов, криптографии [2] и т.д., возможно свести к задачам поиска решений систем логических уравнений. Данные задачи, в свою очередь, могут быть сведены к задаче о булевой выполнимости (SAT) [3]. Для решения SAT используют программы, которые называются SAT-решателями. Современные SAT-решатели позволяют успешно справляться даже с SAT-задачами, которые кодируют проблемы криптоанализа. Это делает SAT-решатели полезным инструментом тестирования стойкости криптографических алгоритмов.

В современных **SAT**-решателях имеется большое число параметров, различные сочетания которых могут существенно повышать эффективность процесса решения для различных тестовых задач. Таким образом, актуальной является задача исследования эффективности **SAT**-решателей при изменениях их рабочих параметров на аргументированно трудных **SAT**-задачах, кодирующих некоторые задачи криптоанализа. Целью работы является проверка сжимающего генератора ключевого потока (Shrinking generator) [4]-[5] на стойкость к логическому криптоанализу при различных сочетаниях рабочих параметров современных **SAT**-решателей. Было установлено, что данный генератор имеет множество коллизий. На разных **SAT**-решателях было решено 8 одинаковых задач, по данным таблиц, больше половины решений были коллизионными (один ключевой поток, но разные секретные ключи одной и той же задачи.

Ключевые слова: криптография, SAT, ключевой поток, сжимающий генератор, коллизии.

1. SAT-подход и его применение к решению задач криптоанализа

1.1 Базовые понятия и определения

Логическими или булевыми переменными называются переменные, принимающие значения в множестве {ложь, истина} [1]. Для простоты написания, ложь обозначают нулем, а истину единицей, т.е. булева функция от n переменных будет выглядеть:

$$f: \{0,1\}^n \to \{0,1\}, n \in \mathbb{N}$$

Пусть $L(x_1,...,x_n)$ - формула, представляющая произвольную булеву функцию от переменных $(x_1,...,x_n)$. Выражения вида

$$L(x_1, ..., x_n) = \beta, \beta \in \{0, 1\}$$
 (1)

называются логическими уравнениями. Решить логическое уравнение вида (1) означает найти такой набор

$$(a_1,...,a_n), a_i \in \{0,1\},$$

что $L(x_1, ..., x_n)$ на наборе $(a_1, ..., a_n)$, т.е. при

$$x_1 = a_1, x_2 = a_2, \dots, x_n = a_n,$$

принимает значение β , обозначается

$$L(x_1,\ldots,x_n)|_{(\alpha_1,\ldots,\alpha_n)}=\beta.$$

Любой такой набор значений булевых переменных $x_1, ..., x_n$ для соответствующего логического уравнения вида (1) называется *решением* данного уравнения.

Пусть $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ - множество булевых переменных, $x_i \in \{0,1\}, i = \overline{1,n}$. Литералами над X называются термы вида x и \overline{x} , где x — булева переменная (через \overline{x} обозначается логическое отрицание x). При этом говорят, что x и \overline{x} - контрарные. Дизъюнктом называется произвольная дизъюнкция литералов над X, среди которых нет повторяющихся и контрарных. Конъюнктивной нормальной формой (далее КНФ) над X называется произвольная конъюнкция дизъюнктов над X.

Рассмотрим КНФ над Х вида

$$C(x_1, \dots, x_n) = D_1 \wedge \dots \wedge D_m,$$
 где $D_1 = \begin{pmatrix} l_{11} \vee \dots \vee l_{1k_1} \end{pmatrix}, \dots, D_m = \begin{pmatrix} l_{m1} \vee \dots \vee l_{mk_m} \end{pmatrix}$ — дизъюнкты, l_{ij} —

литералы. Таким образом m — количество дизьюнктов, n - количество переменных.

Рассмотрим уравнение вида

$$C(x_1, \dots, x_n) = 1 \tag{3}$$

КНФ $C(x_1,...,x_n)$ называется выполнимой, если уравнение (3) имеет решение, в противном случае КНФ называется невыполнимой.

SAT-задача распознавания представляет собой задачу распознавания выполнимости КНФ, ответом в которой будет «да», если КНФ выполнима, и «нет» в противном случае.

Особый практический интерес представляет *SAT-задача поиска*, в которой необходимо найти решение уравнения (3), если оно существует, или констатировать факт его отсутствия.

Задача обращения дискретной функции

$$f: \{0,1\}^n \to \{0,1\}^m,$$

заданной некоторым эффективным алгоритмом (то есть задача поиска неизвестного

прообраза по известному образу данной функции) допускает эффективную сводимость к **SAT**. Этот факт лежит в основе концепции логического криптоанализа, в соответствии с которой проблемы обращения криптографических функций рассматриваются как **SAT**-задачи.

1.2 Сжимающий генератор

Сжимающий генератор был предложен в 1993 году Доном Копперсмитом (Don Coppersmith), Хьюго Кравчуком (Hugo Krawczyk), и Ишаем Мансором (Yishay Mansour) [5],[7]. Благодаря своей простоте, он является весьма перспективным кандидатом на роль примитива для протоколов поточного шифрования.

Сжимающий генератор построен на основе параллельно работающих РСЛОС-1 и РСЛОС-2 с максимальными периодами. Выходная последовательность формируется из битов, снимаемых с некоторой (зафиксированной в спецификации) ячейки РСЛОС-2, но только в те такты, когда выходной бит РСЛОС-1 равен единице. В остальные такты оба бита, генерируемые РСЛОС-1 и РСЛОС-2, игнорируются.

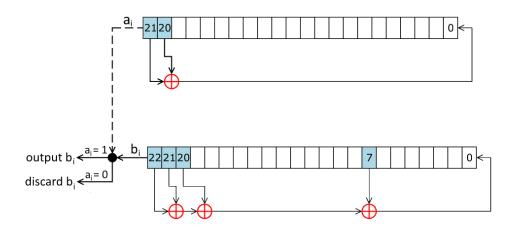


Рис. 1. - Сжимающий генератор

Криптографические слабости сжимающего генератора обнаружены только в тех случаях, когда характеристические многочлены прорежены (содержат мало ненулевых коэффициентов). Сжимающий генератор имеет весьма высокую скорость порождения ключевого потока, но возникают определенные проблемы, связанные с нерегулярностью выдачи битов.

Была исследована задача стойкости сжимающего генератора к методу логического криптоанализа. С этой целью проблема криптоанализа сжимающего генератора была закодирована в **SAT**-задачу при помощи системы Transalg.

1.3 Cuctema Transalg

Система **Transalg** [2] — это программное средство, предназначенное для преобразования процедурных описаний дискретных функций в выражения пропозициональной логики и булевы уравнения. Описание исходной функции перед преобразованием осуществляется на специализированном языке TA.

Язык ТА представляет собой процедурный язык программирования с блочной структурой и С-подобным синтаксисом. Каждый блок — это список инструкций ТА-программы. Программа на языке ТА представляет собой набор определений функций, а также объявлений и определений глобальных переменных и констант. В языке ТА реализованы все основные примитивные конструкции, характерные для процедурных языков программирования (объявление/определение переменной или массива переменных; определение именованных констант, оператор присваивания, составной оператор, условный переход, цикл, определение пользовательской функции, возврат из функции, вызов функции).

Переменные целочисленных типов хранят служебные параметры транслируемой программы. Например, это могут быть длины входного и выходного слов, количество итераций в циклах, целочисленные константы, используемые при вычислении дискретной функции.

Тип данных *bit* используется для объявления булевых переменных, кодирующих входную/выходную информацию транслируемой программы, а также информацию, возникающую в процессе работы этой программы. Кроме этого, тип *bit* могут иметь переменные, используемые в тексте программы в качестве вспомогательных для хранения результатов промежуточных вычислений.

Действия с памятью, которые выполняются в любом современном вычислительном устройстве, аналогичны действиям с регистрами RAM. Далее будем рассматривать вычисление, которое осуществляет транслируемая программа, как последовательность изменений данных в памяти вычислительного устройства в моменты времени $0,1,\ldots,e$. В каждый момент времени $i,i\in\{0,\ldots,e\}$, данные в памяти кодируются булевыми переменными, образующими множество X^i . Таким образом, множество X^0 образовано булевыми переменными, кодирующими входные данные, а множество X^e — переменными, кодирующими выходные данные рассматриваемого дискретного преобразования.

Одной из наиболее наглядных областей применения описанной техники трансляции ТА-программ является криптография. Далее разбираются примеры построения пропозициональных кодов некоторых криптографических алгоритмов. Для ряда криптосистем данный подход позволил успешно решить задачи криптоанализа. Пропозициональные коды алгоритмов шифрования можно использовать для построения аргументировано трудных тестов для разнообразных решателей комбинаторных задач (в том числе для SAT-решателей). В дальнейшем криптоанализ, рассматриваемый как процесс поиска решений булевых уравнений (в частности, SAT-задач), стали называть логическим криптоанализом. Логический криптоанализ оказался эффективным в применении к некоторым генераторам ключевого потока. Быстрые генераторы поточного шифрования — это эффективно вычислимые дискретные функции, преобразующие двоичные последовательности конечной длины (инициализирующие

последовательности) в бесконечные периодические двоичные последовательности (ключевой поток). Задача криптоанализа генератора ключевого потока заключается в нахождении инициализирующей последовательности по известному фрагменту ключевого потока и алгоритму функционирования генератора. Программный комплекс **Transalg** по известному алгоритму генерации ключевого потока позволяет построить систему булевых уравнений, кодирующих процесс порождения произвольного фрагмента ключевого потока. Подстановка в полученную систему анализируемого фрагмента ключевого потока дает систему булевых уравнений, из решения которой можно эффективно выделить искомый секретный ключ (инициализирующую последовательность).

2. Логический криптоанализ сжимающего генератора

2.1 Используемые SAT-решатели

Для обработки полученных системой **Transalg** КНФ, кодирующих криптоанализ сжимающего генератора, были использованы несколько **SAT**-решателей.

Plingeling [9] является параллельным (многопоточным) CDCL-решателем. Активно использует в работе рандомизацию.

Treengeling [10] является параллельным решателем, в котором сделана попытка объединить сильные стороны Lookahead и CDCL стратегий. Имеет больше варьируемых входных параметров в сравнении с Plingeling.

MiniSAT [7] является одним из простейших однопоточных CDCL решателей.

CryptoMiniSAT [6] позволяет находить несколько решений одной и той же задачи.

PDSAT [8] параллельный решатель, являющийся MPI-программой. В качестве вычислительного ядра в PDSAT может использоваться произвольный последовательный SAT-решатель (во всех рассмотренных далее экспериментах в этой роли выступал решатель MiniSAT 2.2).

Работа каждого **SAT**-решателя делится на следующие блоки:

- 1. Получение на вход файла КНФ в DIMACS формате.
- 2. Нахождение решения (если оно существует).
- 3. Вывод результатов процесса решения.

3. Вычислительные эксперименты

3.1 Решение SAT-задач, кодирующих криптоанализ сжимающего генератора

На первом этапе рассматривались задачи обращения функций вида f_{G} , т.е. задачи нахождения секретных ключей по известным фрагментам ключевых потоков. Задачи решались в следующих постановках: длина ключа 45 бит, длина анализируемого потока 64 бита.

Ниже приведены результаты вычислительных экспериментов.

Таблица 1. Результаты задачи прямого обращения

SAT-решатель	Количество найденных решений	Среднее время поиска одного решения
MiniSAT	10	1040 с
Plingeling	10	696.6 c
CryptoMiniSAT	3	1911 c

3.2 Коллизии в пространстве ключей сжимающего генератора и их поиск

Коллизии – различные ключи, которые порождают один и тот же поток произвольной длины.

По умолчанию использовалась длина ключевого потока 64 бита. На основании такой малой длины нельзя сделать вывод о том, что пара ключей образует коллизию. Поэтому была написана программа, сравнивающая состояния регистров генератора после порождения достаточно длинного ключевого потока (порождался поток из 1000 битов). Если после такого числа сдвигов, генераторы (стартуя с разных секретных ключей) переходят в одинаковое состояние, при том что ключевые потоки совпадали, то исходные ключи образуют коллизию.

Ни один из решателей, за исключением PDSAT, с соответствующими тестами не справился. PDSAT за 10 часов работы нашел 56 коллизий.

Таблица 2. Результаты задачи поиска коллизии

SAT-решатель	Количество колли- зий	Среднее время поиска одной коллизии
MiniSAT	-	-
Plingeling	-	-
CryptoMiniSAT	-	-
PDSAT	56	23 м

Таблица 3. Коллизии сжимающего генератора

Secret Key (1)	Secret Key (2)	Key Stream (фрагмент длины 64бит)
4DA3C624E9F	6D1E09274F8	802000421080000
84010808888	101010010001	4004000404040000
4DA3C365E95	DA3C165E950	842000421000000

Заключение

Решения задач криптоанализа сжимающего генератора были найдены различными SAT-решателями. Было установлено, что данный генератор имеет множество коллизий. Связано это с тем, что PDSAT, позволяет использовать несколько узлов вычислительного кластера, что уменьшает время нахождения решения. При решении задач криптоанализа (на одном вычислительном узле или персональном компьютере) лучшую эффективность показал Plingeling (с параметрами по умолчанию). Также было показано, что незначительное уменьшение длины ключа не всегда приводит к упрощению задачи криптоанализа [4]. В будущем планируется изучить возможности настроек рандомизации в решателях Plingeling и Treengeling с целью увеличения эффективности поиск, также проводить исследования на других действующих шифрах.

Литература

- 1. Андерсон О.Р. Поточные шифры. Результаты зарубежной открытой криптологии.— М., 1997, 389 с
- Бабаш А.В., Шанкин Г.П. Криптография. М.: Солон-Пресс, 2007. 512 с
- 3. Отпущенников И.В., Семенов А.А. Технология трансляции комбинаторных проблем в булевы уравнения // Прикладная дискретная математика. 2011. № 1. С. 96-115.
- 4. Эли А.Н. Исследование стойкости генераторов ключевого потока к логическому криптоанализу. Курсовая работа. 2015. 15-29 с.
- 5. Biere A., Heule V., van Maaren H., Walsh T. Handbook of Satisfiability. IOS Press, 2009.
- 6. CryptoMiniSAT URL: http://www.msoos.org/cryptominisat4/ (дата обращения 3.02.16)
- 7. Menezes A., van Oorschot P., Vanstone S. Handbook of Applied Cryptography. CRC Press, 1996.
- 8. MiniSAT URL: https://github.com/niklasso/minisat (дата обращения 3.02.16)
- 9. PDSAT URL: https://github.com/Nauchnik/pdsat (дата обращения 3.02.16)
- 10. Plingeling URL: http://satcompetition.org/edacc/sc14/experiment/28/solver-configurations/1504 (дата обращения 3.02.16)
- 11. Treengeling URL: http://satcompetition.org/edacc/sc14/experiment/28/solver-configurations/1507 (дата обращения 3.02.16)

СЕКЦИЯ «СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ»

ПРИМЕНЕНИЕ АППАРАТА КОПУЛА - ФУНКЦИЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЗАИМОЗАВИСИМОСТИ ФИНАНСОВЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

А.А.Ефимкин

Финансовый Университет при Правительстве Российской Федерации Россия, г. Москва, efimkin.andrew@mail.ru

Д.В.Добров

Финансовый Университет при Правительстве Российской Федерации Россия, г. Москва, ddobrov51@gmail.com

Аннотация

Статья посвящена рассмотрению методу копула-функции для анализа финансовых временных рядов, и ее сравнению с регрессионными методами. В статье приводятся данные, полученные при построении пятимерной копулы на основе реальных рыночных данных, рассматриваются теоретические основы каждого метода. Авторы демонстрируют хорошее знание теоретической основы данного вопроса, а также развитые навыки практического применения данных знаний. На основе проведенного анализа делается вывод, что для такого типа анализа лучше всего подходит копула Гумбеля.

1. Введение

В настоящее время, в эпоху глобализации и усложнения финансового рынка также наблюдается усложнение структуры взаимосвязей финансовых инструментов и появление новых. За рынком акций исторически закрепилась роль важнейшей составляющей финансового рынка, внимание к которому со стороны профессиональных участников финансового рынка: финансовых аналитиков, трейдеров, портфельных управляющихприкованоежедневно. Многие существующие модели, устанавливающие закономерности между ценными бумагами, используют в своей основе коэффициенты линейной корреляции. В свою очередь, использование данной концепции не всегда представляется возможным, по причине того, что финансовые инструменты в реальной практике обладают нелинейной зависимостью, что нарушает главный постулат корреляционного анализа, а именно, линейную зависимость случайных величин. Более точную оценку взаимосвязей таких переменных способна осуществлять копула - функция. Главным преимуществом данного инструмента является то, что различные виды копула-функции позволяют более точным образом учитывать характер зависимости, который носит ассиметричный характер.

В данной статье предпринимается попытка описания инструментария копула - функции для анализа взаимосвязей и зависимостей цен акций компаний, относящимся к ведущим отраслям экономики России и входящих в индекс ММВБ-50. Исследования были

проведены на основании еженедельных котировок за период с 1 января 2008 по 7 февраля 2016 года. Оценена зависимость пар случайных величин. Можно заметить, что исследование структур взаимосвязей между акциями с помощью инструментария копула - функции имеет место в рамках портфельной оптимизации структуры весов. В целях формирования портфеля с минимальным риском или хеджирующего портфеля, целесообразно отбирать те финансовые инструменты, пары которых близки к независимости.

2. Основные понятия и обзор литературных источников

Копула, выражаясь формальным языком, есть не что иное, как строго возрастающая функция от нескольких переменных с областью определения [0;1] побластью значений [0;1] (от лат. Couple — связка). Прообраз копула — функций упоминается в работе Hoeffdingв 1940 году, в которой ученым были поставлены задачи определения верхних и нижних границ совместного распределения случайных величин [1]. Сам же научный термин «копула», а также свойства, присущие данным функциям, впервые определяет Sklarв 1959 году [2]. Впервые упоминание копулярных функций в финансовых приложениях описывается в работе Embrechtsв 2002 году в связи с ограниченностьюв использовании коэффициента линейной корреляции для измерения степени зависимости случайных величин [3]. Эта публикация стала отправной точкой в развитии и распространении копулафункций во многие области современной теории финансов: при расчете VAR в рамках оптимизации различных видов риска, в портфельной теории при балансировке оптимальной структуры весов, в задачах производных финансовых инструментов, а также в страховании в задачах расчета величины страховой премии.

Из научных работ российских ученых по проблематике и приложении копулафункций в финансах стоит отметить следующиеработы: разработка фундаментального подхода к моделированию волатильности в монографии А.Н. Ширяева [4], применение копулярных функций в управлении риском коммерческих банков в работе Г.И.Пеникаса [5], диссертация Е.Ю. Щетинина по разработке математических моделей количественного анализа волатильности фондовых рынков развивающихся стран [6].

Дадим математическое определение функции «копула». $C: [0;1]^n \to [0;1]$, т.е. C- это преобразование, переводящее точку n-мерного гиперкуба в точку на отрезке [0;1]числовой прямой.

Копулы используются в целях построения общего многомерно распределения $F_x(x)$ на основе знания маргинальных распределений $F_{x_i}(x_i)$. Данный вывод основан на теоремеШкляра [2].

Таким образом, согласно теореме Шкляра, можно сделать вывод, что любому совместному - мерному распределению по определению соответствует функция распределения в форме копулыC, которая определяется соотношением вида:

$$F(x) = C[F_1(x_1); ...; F_n(x_n)][7]$$

Таким образом, можно заключить, что копула есть не что иное, как функция, которая связывает многомерные распределения с ее маргинальными распределениями.

Рассмотрим ключевые свойства копулярных функций:

1) Копула ограничена.

•
$$C(u,0) = C(0,v) = 0$$

•
$$C(u, 1); C(1, v) = v$$

2) Любая копула определяется границами Фреше-Хефдинга:

•
$$Max(0,u+v-1) \leq Min(u,v)$$

3) При условии статистической независимости случайных величин верно следующее равенство:

•
$$C(u,v) = u * v$$

- 4) Если связь между случайными величинами Uи V линейная, то соблюдается равенство:
 - C(u,v) = Min(u,v)

Рассмотрим основные виды копул, используемые в финансах [8].

Наименование копулы (генератор для архиме- довыхкопул)	Формула копулы
Гауссовская	$\int\limits_{-\infty}^{z_1} \dots \int\limits_{-\infty}^{z_n} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n} \Sigma } exp\left(-\frac{1}{2}z^T\sum^{-1}z\right) \delta z_1 \dots \delta z_n$
	где Z_i – функция распределения
Стьюдента	$\frac{\Gamma\left(\frac{v+n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)(v\pi)^{n/2}\sqrt{ \Sigma }}\int\limits_{-\infty}^{z_1}\ldots\int\limits_{-\infty}^{z_n}\left(-\frac{1}{v}z^T\sum^{-1}z\right)^{-(v+n)/2}\delta z_1\ldots\delta z_n$
	где Z_i – функция распределения
	v – число степеней свободы
Франка	$-\frac{1}{a}\log\left[1+\frac{\prod_{i=1}^{n}(e^{-ax_{i}}-1)}{(e^{-a}-1)^{n-1}}\right]$
$-\frac{1}{a}\log[1+e^{a1}(e^{-a}-1)]$	
Клэйтона $(t+1)^{-1/a}$	$\left[\sum_{i=1}^{n} x_i^{-a} - n + 1\right]^{-1/a}$
Γ умбеля $exp(-t^{1/a})$	$exp\left\{-\left[\sum_{i=1}^{n}(-\log x_i)^a\right]^{1/a}\right\}$

В современной теории построения копулярных зависимостей моделей совместного распределения случайных величин уместно выделить три ключевых подхода: 1) непараметрический; 2) полупараметрический; 3) параметрический [9].

Непараметрический подход впервые детально рассмотрен в работе Nelson [10]. Суть концепции заключается в том, что совместная функция распределения случайного вектора оценивается путем вычисления числа попаданий элементов выборки в выбранную ячейку решетки разбиения вероятностного пространства. Данный подход имеет неудобность в том, что не позволяет функционально описывать связи между анализируемыми случайными величинами.

В рамках параметрического подхода предполагается оценка параметров функций распределения случайных величин с последующей оценкой параметра копулярной функции. Но данный метод является не абсолютным, что детально показывается в работе [11].

В целях реализации параметрического оценивания хотелось бы упомянуть о таком популярном инструменте, как обобщенный метод моментов, реализация которого наблюдается в форме метода обращения коэффициентов Кендалла и метода обращения коэффициента «ро» Спирмэна.

Вопрос целесообразности использования копулярных функций обуславливаетсятем, что для улавливания достоверных взаимосвязей случайных величин, которые могут соответствовать реальным исходам, в дополнение к традиционным методам линейной корреляции, необходимо моделирование структур взаимосвязей. А именно данную задачу и призван решать аппарат копулярных функций.

В данной статье рассмотрены различные виды корреляций (линейная, ранговая, зависимость хвостов). При этом важно отметить, что не рассматривается серийная корреляция временных рядов, то есть данные корреляции обсуждаются в статическом мире. Важным выводом также будет то, что из всех коэффициентов линейной корреляции, предпочтение следует отдавать ранговой корреляции, которая связывает квантили распределения случайных величин.

Итак, обобщая, можно сказать следующее.

Использование копулярных функций в задачах моделирования зависимостей структур случайных величин позволяет решать две главные проблемы взаимосвязей случайных величин:

- 1) Проблему многомерного распределения (не гауссовские распределения);
- 2) Проблему моделирования ассиметричного характера совместного многомерного распределения.

Правомерным представляется рассмотреть альтернативные, некопулярные, эконометрические модели ковариационных матриц с постоянными и динамическими корреляциями.

Наиболее универсальным предположением относительно корреляционной матрицы доходностей активов, является предположение о динамической структуре корреляций во времени. В данной работе рассмотриммодель динамических условных корреляций (Dynamic Conditional Correlation-DCC) [12].

GARCH-DCC включает в себя два этапа. Первый шаг приходится на оценку условнойгетероскедастичности. Она заключается в оценке для каждого из псерии доходности $\mathbf{r}_{\mathsf{t}}^i$ их условной волатильности $\mathbf{\sigma}_{\mathsf{t}}^i$. В результате этого шага мы определим Боллерсверскую-Констатнту Условной Корреляции (ССС), по следующей формуле:

$$\overline{R} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} v_t v_t'$$
, где v_t – стандартизированные остатки.

Второй шаг заключается в обобщении ССС для того, чтобы охватить динамику, потому модель и называется DCC. DCСкорреляция находится следующим образом:

$$Q_t = \overline{R} + \alpha(v_{t-1}v'_{t-1} - \overline{R}) + \beta(Q_{t-1} - \overline{R})$$
, где Q_t^{ij} - корреляция между r_t^i и r_t^j в момент времени t.

Оценка модели GARCHв первом шаге является стандартной процедурой для любой GARCHмодели. Во втором же шаге при оценке α и β необходимо максимизировать логарифмическое правдоподобие. Для облегчения оценки этих параметров используется т.н. метод композитного правдоподобия.

Модель DCCохватывает определенные факты в финансовых рядах: корреляция, кластеризация. Так, например корреляция в моменте времени tбудет проявляться с наибольше вероятностью, если она проявлялась в момент времени t-1.

Основной проблемой решаемой при построении DCC-модели являлось упрощениепроцедуры оценивания параметров многомерной GARCH-модели. Эта проблема была решена введением двухшаговый процедуры оценивания параметров с помощью метода квази-максимального правдоподобия.

Модели DCC- GARCH могут успешно применяться инвесторами для целей моделирования волатильности, но при этом данный подход не позволяет учитывать ассиметрию характеров распределения остатков. В данном приближении к решению данной задачи могут успешно подходить к описанию модели Copula-GARCH, описанные в статье Г.И.Пеникаса и В.Б.Симаковой[8].

3. Используемые данные и первичная обработка данных

В выборку для анализа в статье вошли еженедельные котировки акций российского фондового рынка: СНМГ («Северсталь»), MVID («М-Видео»), URKA («Уралкалий»), SBER («Сбербанк»), EON(«Э.Он.Россия»). Данные акции были отобраны из всего массива акций, входящих в индекс ММВБ-50. Данные для анализа охватывают период с 01.01.2008 по 07.02.2016, в качестве источника этих данных послужило информационное агентство Bloomberg.

Первичная обработка данных подразумевала следующие шаги: восстановление пропущенных данных и переход к логарифмическим доходностям. Далее была произведена оценка моделей условной гетероскедастичности. На данном этапе была произведена оценка модели AR(1)-GARCH(1,1)по всей выборке наблюдения для каждого ряда логарифмированных доходностей акций. Далее были получены стандартизированные остатки и произведена оценка функций распределения этих остатков.

Следующим этапом была оценка параметров копулярных моделей. С помощью инструментария копулы Стьюдента была произведена оценка взаимозависимости пар акций для целей моделирования совместных распределений.

Все расчеты в данной статье были проведены в программной среде статистического пакета программ Rверсии 3.2.4. В данном исследовании основной акцент был сделан на использование пакета анализа многомерных копул (copula).

В целях выбора наилучшей копулы, описывающей характер зависимости хвостов, в статье были промоделированы и рассмотрены следующие копулы: Стьюдента, Клэйтона, Гумбеля.

Для графического представления совместных распределений и взаимозависимости пар акций в данной работе была использована копулаСтьюдента. Использование данной копулы обусловлено рекомендациями Fantazzinni по выбору лучшей модели функции копула для целей моделирования совместных распределений акций [7].

4. Результат исследования

Табл. 1. – Описательная статистика временных рядов доходностей выбранных акций

Вид ак-	CHMF	MVID	URKA	SBER	EONR
Среднее	0,0002	0,0008	-0,0001	-0,0002	-0,0005
Минимум	-0,44	-0,70	-0,77	-0,40	-0,57
Макси- мум	0,45	0,41	0,48	0,47	0,53
Количест- во наблю- дений	418	418	418	418	418
Статисти-	1203,17	6995,85	6811,74	1847,90	6194,14
Jarque- Bera (p-value)	(< 2.2e-16)				
ACF(1)	0,09	0,09	0,01	0,01	0,18
ACF(6)	0,06	0,12	0,12	0,09	-0,09
ACF(24)	0,07	-0,07	0,06	-0,0004	-0,03

Как видно из графиков «квантиль-квантиль» (см. Рис. 1. – Рис. 5.), стандартная модель AR-GARCHнедостаточно полно и хорошо описывает хвосты распределения доходностей исследуемых акций (наблюдаются «тяжелые» хвосты на концах распределений).

Хуже всего t-распределение описывает хвосты доходностей Северстали и Уралкалия.

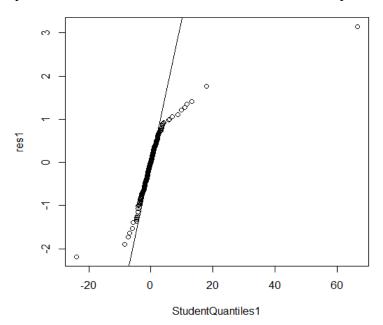


Рис. 1. – Диаграмма квантиль-квантиль для Северстали

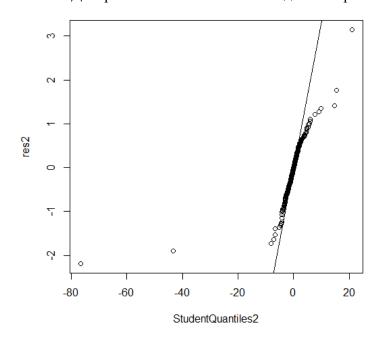


Рис. 2. – Диаграмма квантиль-квантиль для М. Видео

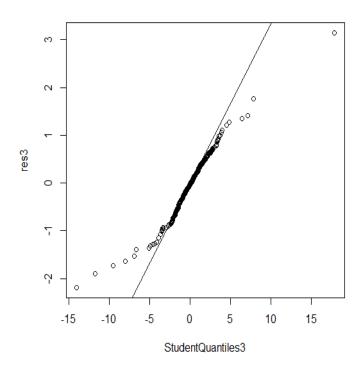


Рис. 3. – Диаграмма квантиль-квантиль для Уралкалия

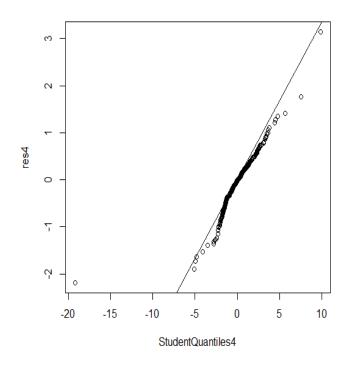


Рис. 4. – Диаграмма квантиль-квантиль для Сбербанка

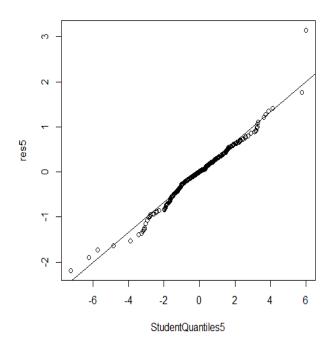


Рис. 5. – Диаграмма квантиль-квантиль для Э.ОН

По полученному вектору остатков была произведена оценка пятимерной копулы. Результат оценки приведенниже (см. Таб. 2).

Табл. 2. – Результаты оценки пятимерной копулы

Видкопулы	Параметр копулы	Зависимость нижних хвостов	Зависимость верхних
		ma about ob	хвостов
C _{norm}	0,12	0,00	0,00
C_t (df=1)	0,03	0,30	0,30
C_t (df=3)	0,08	0,14	0,14
$C_{clayton}(\hat{\theta} \in (0; +\infty))$	0,09	0,00	0,00
$C_{Frank}(\hat{\vartheta} \in (-\infty; +\infty))$	0,80	0,00	0,00
$C_{Gumbel}(\hat{\delta} \in [1; +\infty))$	1,03	0,00	0,04

Исходя из анализа таблицы 2, можно видеть, что при росте числа свободы в копуле Стьюдента, степень зависимости хвостов снижается. Можно также видеть, что копулаКлэйтона характеризуется наличием зависимости нижних хвостов, а копулаГумбеля, соот-

ветственно, верхних. Отметим, что копула Гумбеля наиболее точно из перечисленных в таблице способна описывать зависимость для моделирования совместных распределений.

5. Заключение

Одной из ключевых задач в данной статье являлось изучение аппарата копулярных функций применительно к задачам анализа структур зависимости случайных величин, на примере акций российского фондового рынка.

В частности, в результате проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

- 1) Совместное распределение рыночных доходностей акций по выборке носит явно ассиметричный характер.
- 2) Анализ на уровне линейных коэффициентов корреляции не позволяет оценивать вероятности хвостовых распределений.
- 3) Наилучшие результаты в моделировании совместных распределений доходностей по выбранным акциям достигается при использовании архимедовойкопулыГумбеля.
- 4) Стандартные GARCH-модели в совокупности с моделями копула-функции способны точнее прогнозировать уровень процентного риска.

Литература

- 1. Hoeffding, W. (1940).Scale-invariant correlation theory. In N. I. Fisher and P. K. Sen(Eds.), The CollectedWorksofWassilyHoeffding, pp. 57–107.New York: Springer-Verlag.
- 2. Sklar A. Fonctions de repartition a n dimensions et leursmarges. Publications de l'Institut de Statistique de l'Universite de Paris. 1959. 4 8., P. 229–31.
- 3. Embrechts P., McNeil A., Straumann D. Correlation and Dependence in Risk Management: Properties and Pitfalls. 1999.
- 4. А.Н. Ширяев, Основы стохастической финансовой математики, том 2, Теория, М.: ФАЗИС, 1998.
- 5. Пеникас Г.И. Модели «копула» в управлении валютным риском банка // Прикладная эконометрика. 2010. № 1 (17). С. 62—87.
- 6. Щетинин Е.Ю., Методы моделирования экстремальных зависимостей на финансовых рынках в кризисных состояниях. Сб. научных трудов МГТУ СТАНКИН, М.: МГТУ СТАНКИН, вып.8, 2005, с.163-178.
- 7. Фантацинни Д. Эконометрический анализ финансовых данных в задачах управления риском// Прикладная эконометрика. №2 (10). 2008, С.91-137.
- 8. Пеникас Г.И., Симакова В.Б. Управление процентным риском на основе копулы-GARCH моделей // Прикладная эконометрика. 2009., № 1 (13). С. 3 - 36.
- 9. Князев А.Г., Шемякин А.Е, Лепехин О.А., Кангина Н.Н «Байесовские копулярные модели статистической зависимости национальных фондовых индексов». 2014
- 10. Nelsen, Roger B. An Introduction to Copulas. New York: Springer, 2006. 269p.

- 11. Kim, G., Silvapulle, M., Silvapulle, P. Comparison of semiparametric and parametric methods for estimating copulas// Computational Statistics and Data Analysis. 2007. Vol. 51 (6). pp. 2836-2850.
- 12. Engel, R.F. Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate GARCH / R.F. Engel, K. Sheppard // National Bureau of Economic Research. 2001. N 8554.

МОДЕЛИ ОЦЕНКИ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ДИАГНОСТИЧЕСКО-РЕМОНТНОГО КОМПЛЕКСА СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Абу-Абед Фарес Надимович
Тверской государственный технический университет
г.Тверь, 170026, просп. Комсомольский, 5, каб. 513; aafares@mail.ru
Мартынов Дмитрий Валентинович
Тверской государственный технический университет
г.Тверь, 170026, наб. Аф. Никитина, 22, каб. 403; idpo@tstu.tver.ru

Аннотация

Перспективным направлением совершенствования ремонта сложных территориально-распределённых технических систем (ТРТС), организующихся на промышленно-производственных, ресурсодобывающих базах, является ремонтно-диагностического комплекса сложных систем (ДРК СС). ДРК СС в общем случае включает в свой состав участки контроля работоспособности, диагностирования составных элементов, применяемых в ТРТС, а также участки, укомплектованные оборудованием, необходимым технологическим измерительными средствами, инструментами и оснасткой для проведения текущего ремонта сменных элементов (СЭ). Для обеспечения ремонта ДРК СС оснащается средствами электроснабжения, комплектами запасного имущества и принадлежностей (ЗИП) и эксплуатационной документацией. Предполагается, что личный состав, осуществляющий ремонт, обладает соответствующей квалификацией. Проведение анализа функционирования подобных ДРК СС – проблема, актуальная для многих технологических сфер.

Наиболее часто ДРК СС может быть представлена сетью массового обслуживания (CeMO). Исследование такой системы при функциях распределения времени обслуживания заявок отличного от экспоненциального затрудняет использование аналитических моделей, поэтому наиболее эффективным является применение методов имитационного моделирования.

В статье представлены основные принципы создания обобщённых моделей сложных комплексов и рассматриваются аспекты структурного подхода к имитационному моделированию таких систем.

Разработанная программная реализация двух моделей ДРК СС позволяет осуществить симуляцию процесса их функционирования с последующей оценкой характеристик, наиболее важной из которых является среднее время обслуживания заявки в сети, а также определить необходимое количество каналов на каждом из участков. Модель также предусматривает возможность использования бета-распределения — в

качестве априорного — для задания величин продолжительности работ и ряд других случайных распределений. Разработанная модель может быть агрегирована в общую модель исследования процессов эксплуатации ТРТС.

Программное средство реализовано на объектно-ориентированном языке программирования С# с использованием интегрированной среды разработки (IDE) ПО Microsoft Visual Studio 2010.

1. Введение

Важной проблемой при разработке и дальнейшей эксплуатации ДРК СС в ТРТС, является максимизация эффективности их работы для обеспечения высоких производственно-экономических показателей, что невозможно осуществить, не произведя тщательный выбор и конфигурационных параметров и не найдя оптимальных настроек.

Процесс устранения отказов и неисправностей сложных технических систем включает в себя предварительную проверку работоспособности, выявление факта неисправности (отказа) – контроль, локализацию места неисправности – диагностика и устранение отказа – ремонт. Поступающие в ремонт СЭ (заявки) в случае их действительной неработоспособности проходят последовательно контроль исправности, диагностику с целью локализации неисправности и непосредственно ремонт с использованием соответствующей оснастки и ЗИП [1]. В ряде случаев первые этапы – контроля и диагностики – целесообразно объединить и обеспечить их прохождение в одной подсистеме. Это обусловлено логической взаимосвязью данных процессов и их совместной локализацией в технических системах. Прошедшие ремонт СЭ повторно проходят контроль исправности, и при выявлении неисправности процесс повторяется. Если ремонт проведён успешно, СЭ возвращаются для пополнения израсходованных комплектов эксплуатационных ЗИП.

Подобные модели ДРК СС широко распространены и используются в технических системах различных отраслей, поэтому в дальнейшем рассматриваются ДРК СС именно с такой структурой и поведением [9].

При создании данных моделей для их последующего анализа с целью максимизации эффективности неизбежно затрагиваются вопросы распределения продолжительностей интервалов времени обслуживания заявок на различных участках, интервалов времени прихода единиц нагрузочных потоков. Все это, начиная непосредственно с создания модели, адекватной реальному объекту, позволяют определить методы компьютерного имитационного моделирования.

2. Структура моделей ДРК СС

Исходя из вышеописанных особенностей функционирования ДРК СС, он может быть представлен как CeMO с соответствующими структурными схемами (рисунок 1 и 2).

Поступающие из ТРТС СЭ представляют собой входной поток для ДРК СС. При этом в некоторых моделях требуется обеспечить разделение входной нагрузки на два потока с разной интенсивностью. Работоспособные СЭ, попавшие на вход ДРК СС по ложной регистрации отказа (вероятность Рл), сразу попадают на выходной поток. Остальные последовательно проходят раздельные или совмещённые контроль, диагностику и, далее, ремонт на соответствующих участках.

Каждый из участков состоит из нескольких линий. Прошедшие ремонт СЭ с вероятностью $P_{\text{рем}}$ на входе после повторного контроля уходят на выходной поток, а с вероятностью $P_{\text{рем}} = 1 - \overline{P_{\text{рем}}}$ на участок диагностики и, в последующем, на участок ремонта и т.д.

СеМО состоят из нескольких типовых узлов расположенных последовательно, т.е. представляют собой совокупность нескольких СМО [2].

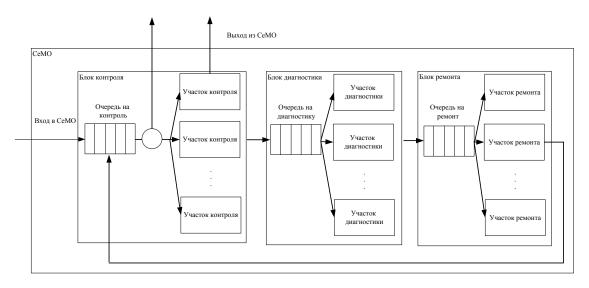


Рисунок 1. Представление ДРК СС CeMO с дифференцированными этапами контроля-диагностики

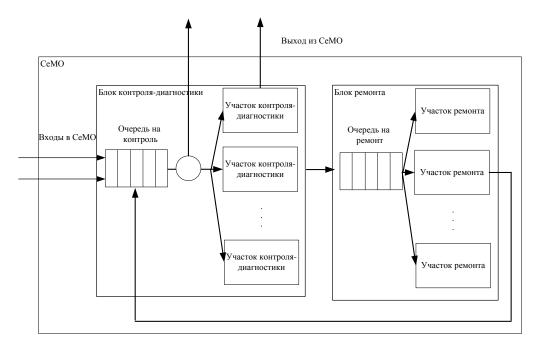


Рисунок 2. Представление ДРК СС СеМО с двумя источниками нагрузки

Все заявки, обслуженные в одном узле, направляются в следующий узел. Другими словами, выходной поток одного узла CeMO является входным потоком для следующего [5].

Точный расчёт характеристик таких CeMO возможен только в случае, если все потоки заявок являются пуассоновскими, а все времена обслуживания — случайными величинами, распределёнными по экспоненциальному закону. В других случаях возможен лишь приближенный расчёт характеристик CeMO.

При расчёте характеристик многофазных CeMO необходимо учитывать следующее [4]:

если на вход СМО поступает несколько потоков заявок, то интенсивность полного потока заявок в этой СМО равна сумме интенсивностей отдельных потоков;

если на вход СМО поступает часть заявок из некоторого потока, интенсивность которого равна λ , то интенсивность входного потока заявок в СМО можно определить по формуле: λ вх(t) = $P\lambda$ (t), где P — вероятность попадания заявки во входной поток;

интенсивность выходного потока в СМО (т.е. потока обслуженных заявок) равна интенсивности входного потока.

Заявки, поступающие на обслуживание в СМО, образуют поток заявок. Элементы СМО, обслуживающие заявки, создают каналы обслуживания.

Отличие структурных схем первой и второй моделей ДРК СС обусловлено особенностью областей их использования. ДРК СС, в структуре которой предусмотрено разделение потоков входящих заявок на два, является более гибкой и позволяет тонко настраивать процесс поступления запросов на обработку. С другой стороны, модели с более тщательной дифференциацией этапов предремонтного обслуживания, разделяющего ее на две отдельные фазы контроля и диагностики, способны более точно отразить аспекты реальной системы, если в ней применяется именно разделённая проверка СЭ.

В большинстве случаев интервалы времени между моментами поступления заявок и/или времена обслуживания заявок в СМО представляют собой случайные величины, т.е. в большинстве случаев заранее точно неизвестно, когда поступит очередная заявка и сколько времени займёт её обслуживание. Поэтому теория систем массового обслуживания основана на математическом аппарате теории вероятностей и математической статистики.

Наиболее точный расчёт характеристик возможен для СМО, в которых поток заявок является пуассоновским (простейшим). Пуассоновский поток заявок обладает свойствами реккурентности, стационарности, ординарностии отсутствия последействия.

Если при этих условиях время обслуживания заявок на каждом участке подчиняется экспоненциальному закону, то в этом случаи модель CeMO легко описывается системой дифференциальных уравнений.

Однако на практике время обслуживания более адекватно может быть представлено с помощью бета-распределения [8].

3. Распределение продолжительности выполнения работ в моделях ДРК СС

В СМО, в которых процесс обслуживания подвержен влиянию случайных воздействий [4] принимается, что продолжительность работ является случайной величиной. Предполагается, что случайные величины продолжительности работ

подчинены принятому для данной СМО закону распределения, причём тип распределения принимается одинаковым для всех работ. Что касается параметров распределения, то последние задаются для каждой работы их ответственными исполнителями на основе либо нормативных данных, либо априорных соображений, либо своего производственного опыта.

В некоторых СМО задаются три параметра: нижняя граньа области определения (оптимистическое время), верхняя грань в (пессимистическое время) и мода распределения m (наиболее вероятное время).

В других системах задаются всего два параметра – оценки а и b. Практически во всех СМОаприорно принимается, что плотность распределения временных работ обладает тремя свойствами: а) непрерывностью, продолжительности унимодальностью, в) двумя неотрицательными точками пересечения этой плотности с осью абсцисс. Простейшим распределением с подобными свойствами является бетараспределение, которое обычно постулируется на практике. Общий распределения характеризуется, помимо наличия большого количества случайных факторов, каждый из которых в отдельности оказывает незначительное, несущественное влияние, наличием нескольких, также случайных, факторов, число которых невелико, а влияние существенно. В результате воздействия существенных факторов распределение вероятностей обычно делается асимметричным. Именно такого рода обстоятельство имеет место при реализации подавляющего большинства входящих в сетевой проект работ. Отсюда вытекает возможность выбора бета-распределения в качестве априорного типового.

Анализ большого количества статистических данных (хронометражи времён реализации отдельных работ, нормативные данные и т. д.) также подтверждает возможность использования бета-распределения в качестве априорного.

Формула плотности бета-распределения имеет следующий вид:

$$B(p,q,x) = \begin{cases} \frac{1}{B(p,q)} x^{p-1} & \text{if } 0 \le x \le 1, \\ 0 & \text{if } x < 0, x > 1 \end{cases}$$

где В(p,q) – бета-функция, причём

$$B(p,q) = \int_{0}^{1} x^{p-1} (1-x)^{q-1} dx = \frac{G(p)G(q)}{G(p+q)}, \quad (2)$$

а гамма-функция $\Gamma(z)$ определяется по формуле

$$\Gamma(z) = \int\limits_0^\infty e^{-t}\,t^{z-1}dt,$$

причём для целых z функция $\Gamma(z) = 1 \times 2 \times ... \times (z - 1) = (z - 1)!$ Начальный момент r-го порядка определяется формулой

$$\frac{1}{B(p,q)} \int_{0}^{1} x^{r+p-1} (1-x)^{q-1} dx = \frac{B(p+r,q)}{B(p,q)}.$$
 (3)

При r = 1 получаем математическое ожидание

$$Mx = \frac{p}{p+q}. (4)$$

При r = 2 получаем дисперсию

$$Dx = \frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}.$$
 (5)

Плотность вероятности времени работы, распределённого по закону бетараспределения на отрезке [a, b] имеет вид [4]:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)^{\alpha+\beta-1}B(\alpha,\beta)}(t-a)^{\alpha-1}(b-t)^{\beta-1} & \text{при a} \leq t \leq b \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Так, например, для построения теоретико-вероятностного аппарата системы PERT, полагают, что продолжительность произвольной работы есть случайная величина, распределённая по закону бета-распределения на отрезке [a, b], а параметры закона распределения — математическое ожидание M и дисперсия σ^2 — определяются по формулам:

$$M = \frac{a + 4m + b}{6}$$
, $\sigma^2 = \frac{(b - a)^2}{36}$,

где a, b и m - соответственно, оптимистическая, пессимистическая и наиболее вероятная (мода) оценки, задаваемые ответственными исполнителями работы.

4. Жизненный цикл системы и сдвиг модельного времени

После входа заявки в CeMO возможно с заданной вероятностью прекращение цикла обслуживания и выход из ДРК СС.По выходу из подсистемы ремонта заявки возвращаются в подсистему контроля, с заданной вероятностью продолжая обслуживание или покидая ДРК СС.

Количество мест в накопителях каждого узла не ограничено, все подсистемы без отказов.В моделируемой СеМО используется дисциплина очереди – принцип, в соответствии с которым поступающие на вход обслуживающей системы требования выбираются из очереди на обслуживание, – определяемая правилом FIFO (FirstIn, FirstOut).

В существующей реализации имитационных моделей модельное время продвигается дискретно, по принципу продвижения модельного времени до очередного события.

Модельное время сдвигается вперёд не на фиксированную величину, а точно до времени наступления самого раннего из очередных событий, что имеет ряд преимуществ: события рассматриваются и моделируются в моменты их свершения, и одновременно, если у них одинаковое время появления. Промежутки времени, когда в модели ничего не происходит, пропускаются без особых затрат машинного времени.

Возможный вариант сдвигов времени при наступлении основных – приводящих к изменению состояния системы – событий имеет вид, представленный на рисунке 2.

Временные диаграммы для заданных CeMO, представляющие продвижение модельного времени в соответствии с наступлением событий по данному принципу, будут выглядеть следующим образом:

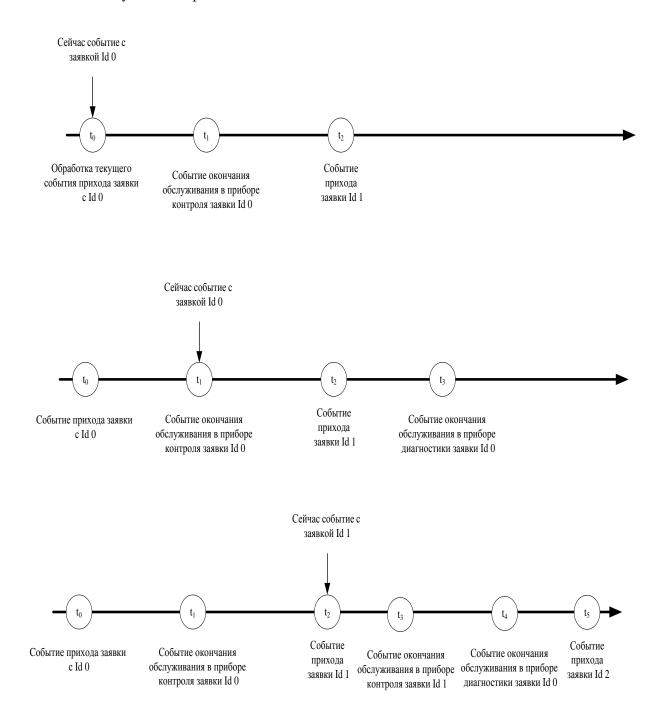


Рис 3. Сдвиг модельного времени

5. Алгоритм моделирования функционирования ДРК СС

При реализации программных моделей CeMO целесообразно использовать объектноориентированный подход. При этом структура обобщённых в единую CeMO элементов выглядит следующим образом:

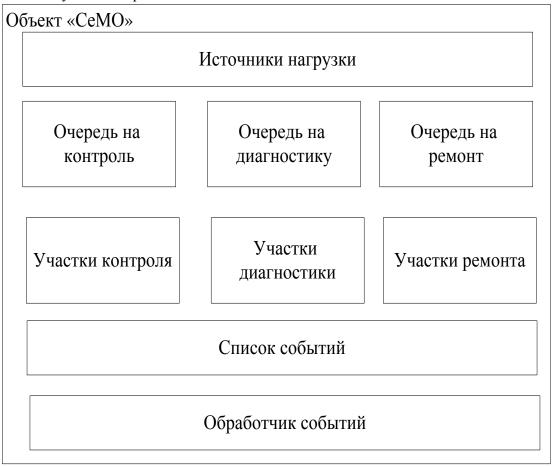


Рис 4. Структура СеМО

При наступлении каждого основного события, которое имитируется выборкой ближайшего события из списка текущих событий, происходит сдвиг модельного времени и удаление данного события из списка как обработанного. Основные этапы для моделирования объекта со структурной схемой, предусматривающей более одного источника нагрузки и объединённое контрольно-диагностическое обслуживание, имеют следующую последовательность (рис. 5).

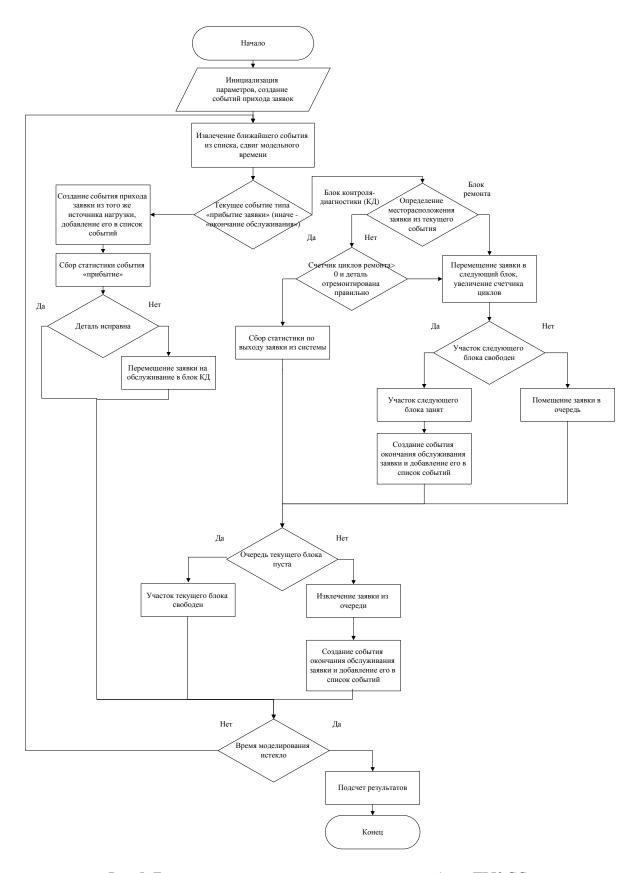


Рис 5. Блок-схема алгоритма моделирования работы ДРК СС

6. Реализация СеМО и процесса её функционирования

Все элементы, входящие в состав CeMO, а также объекты и понятия, необходимые для реализации функциональной и структурной моделей заданных CeMO представляют собой соответствующие сущности — экземпляры классов. Некоторые из классов объединены в библиотеки, как относящиеся к одной категории объектов.

Классы, использующиеся для представления структурной организации модели:

библиотека компонентов СМО ComponentsLibrary, включающая:

класс заявки Request;

класс участка обслуживания Device;

различные перечисления, характеризующие такие сущности, как тип участкаТуре и его состояние State, текущее месторасположение заявки Location в системе и т.д. (реализуются соответствующими полями свойств перечисления типов – enum);

класс СМО. Данный класс формируется из соответствующих реальному объекту абстрактных элементов, входящих в состав CeMO: участков обслуживания, очередей и т.д.

Для реализации функциональных составляющих моделей используются:

класс события BasicEvent, возникающего в системе, с соответствующим типом ТуреEvent;

класс обработчика событий HandlerEvent, происходящих при функционировании СМО;

библиотека генераторов входящих заявок, работающих в соответствии с заданным законом распределения CBGeneratorsRV (все классы унаследованы от родительского абстрактного класса Distribution)

ExponentialDistribution;

GammaDistribution;

BetaDistribution:

UniformDistribution;

Probability.

Для сбора, промежуточной и финальной обработки, а также формирования представления результатов созданы:

класс сборщика статистики GarbageStatistic;

класс ведения логированияLogModeling.

В качестве среды разработки программного средства для моделирования CeMO выбрана среда разработки программного обеспечения IDE MicrosoftVisualStudio 2010. Выбор обусловлен широким набором инструментальных средств для написания и отладки кода, наличием встроенных библиотек с классами генераторов случайных чисел (ГСЧ), создающими достаточно равномерную последовательность псевдослучайных значений. Приложение реализовано на основе объектно-ориентированном языка программирования С# [6].

Одним из инструментов VisualStudio 2010, позволяющим с большой наглядностью продемонстрировать архитектуру приложения, является DependencyGraph (граф зависимостей), использующий язык DGML (DirectedGraphMarkupLanguage). Данный инструмент используется для анализа исходного кода и визуализации связей между различными артефактами кода приложений (классами, интерфейсами, пространствами имён и т.п.).

Для представления инфраструктуры созданного приложения и документирования кода построены соответствующие диаграммы зависимостей. Диаграмма зависимостей по пространствам имён:

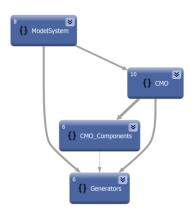


Рисунок 6. Диаграммы зависимостей классов по пространствам имён

Для достижения приемлемого быстродействия работы программного приложения осуществлено разделение непосредственно процессов моделирования и взаимодействия приложения с пользователем путём организации многопоточного исполнения. Проводится разделение потоков для осуществления моделирования работы СеМО, причём симуляция функционирования каждой сети происходит независимо от другой, параллельно, и для взаимодействия с пользователем программы.

7. Описание разработанного программногоприложения для моделирования ДРК СС

В приложении присутствует ряд настроек, обеспечивающий пользователю более комфортную работу (выбор языка, возможность ведения логирования этапов моделирования по всем основным событиям), а также меню соответствующих команд старта и останова процесса.

Внешнее оформление рабочего пространства пользователя реализовано в соответствии со структурными схемами заданных СеМО, что обеспечивает наглядность и удобство при инициализации её параметров и позволяет сразу получить представление об основных принципах функционирования [7].

Настраиваемые параметры разделены по группам в соответствии с логикой структуры CeMO: выделены подсистема контроля, подсистемы диагностики и ремонта, отдельно представлен блок характеристик по формированию входных потоков заявок. В панели настроек системы также осуществляется задание времени моделирования.

К обязательным параметрам настройки сети массового обслуживания, относятся: задание количества участков в узлах контроля, диагностики и ремонта;

выбор законов распределения интервалов поступления заявок в систему;

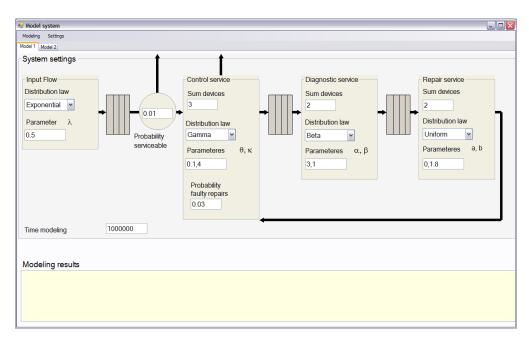
выбор законов распределения интервалов обслуживания во всех узлах обслуживания; задание параметров всех законов распределения;

задание вероятности попадания в системы заявки, не требующей полного цикла обслуживания (исправной);

задание вероятности некорректного ремонта, т.е. вероятности повторения цикла полного обслуживания.

При выборе следующих законов распределения случайных величин требуется ввод параметров:

для экспоненциального — λ ; для гамма-распределения — θ и k; для бета-распределения — α и β ; для равномерного распределения — a и b.



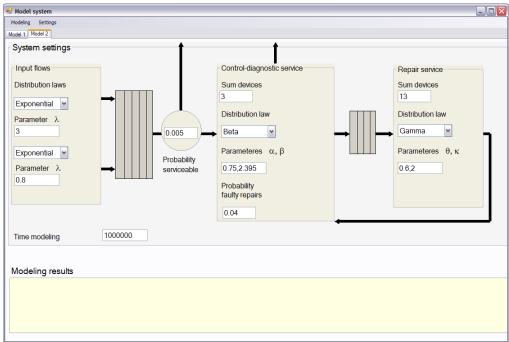


Рис 7. Интерфейс разработанного программного средства

В текстовое окно, расположенное ниже интерфейса ввода информации, выводятся данные о текущем состоянии работы приложения: запись о необходимости ожидания завершения процесса моделирования и, по его окончанию, результаты работы модели.

Наиболее важной искомой характеристикой является, в первую очередь, среднее время обслуживания заявки в системе. Именно этот параметр является ключевым для оценки эффективности работы системы в целом.

Производя программные прогоны моделей с использованием различных параметров, возможно определить, какая подсистема вносит наибольшую задержку в работу комплекса. Это в дальнейшем позволит скорректировать её настройки и оптимально подобрать конфигурацию узла, в том числе и определить необходимое количество участков обслуживания, обеспечивающих поддержание коэффициента загрузки в допустимых пределах. Таким образом, программная модель ДРК СС, осуществляющая моделирование его функционирования, используя основные понятия теории систем массового обслуживания и методы имитационного моделирования, позволяет предсказать поведение исследуемой системы и даёт возможность теоретическим путём, не проводя экспериментов с реальным оборудованием, произвести расчёт данных, требующихся для совершенствования работы конкретногоДРК СС.

Окно вывода результатов моделирования содержит следующую информацию:

Time modeling: 1000000,17214081

Number of requests not served during the simulation: 1 Number of requests served during the simulation: 500252

Average time input intervals: 1,99898885592053

Average time service: 2,5555980944717

8. Разработка моделей CeMO в GPSS

Для оценки качества разработанного программного средства было произведено моделирование CeMO средствами общецелевой системы моделирования GPSS [3].

С учётом принципов построения моделей в среде GPSS алгоритм симулирования процесса функционирования заданных СеМО в общем виде сводится к следующим пунктам:

- 1. Обеспечить генерацию входящий транзактов с экспоненциальным распределением интервалов времени прибытия;
- 2. Описать маршрут следования транзактов:
 - а. поместить транзакт в объект оборудования «очередь контроля»;
 - b. если дальнейшее обслуживание не требуется удалить транзакт из системы;
 - с. переместить транзакт в объект оборудования «многоканальная СМО контроля»;
 - d. освободить место в «очередь контроля»;
 - е. обслужить транзакт в «многоканальная СМО контроля»;
 - f. если транзакт ранее успешно прошёл полный цикл обслуживания удалить транзакт из системы;
 - g. переместить транзакт в объект оборудования «многоканальная СМО диагностики»;
 - h. освободить место в «очередь диагностики»;
 - і. обслужить транзакт в «многоканальная СМО диагностики»;
 - і. поместить транзакт в объект оборудования «очередь ремонта»;
 - k. переместить транзакт в объект оборудования «многоканальная СМО ремонта»;
 - 1. освободить место в «очередь ремонта»;

- m. обслужить транзакт в «многоканальная СМО ремонта»;
- n. переместить транзакт в объект оборудования «очередь контроля» и перейти на пункт с;
- 3. Обеспечить обслуживание транзактов во всех многоканальных СМО в соответствии с выбранными распределениями.

Маршрут для второй модели CeMO выглядит схожим образом, за исключением объединения этапов прохождения контроля-диагностики. Однако алгоритм имеет одно важное дополнение: в данном случае обеспечивается поступление заявок в CeMO из двух источников нагрузки, т.е. необходимо предусмотреть наличие двух генераторов входных потоков транзактов. Заявки из обоих потоков поступают в одну очередь, предваряющую многоканальную CMO контроля-диагностики.

При создании модели СеМО необходимо учитывать тот факт, что вероятности завершения обслуживания транзакта в системе и выход из неё на момент первичного вхождения в систему и на момент завершения цикла (т.е. после прохождения обслуживания во всех участках – контроля, диагностики, ремонта, вторичного контроля) различны. Первая вероятность соответствует поступлению в систему изначально исправной детали, которая не требует дальнейшего обслуживания, а вторая – неудачному сеансу обслуживания в системе, в ходе которого не была восстановлена функциональность детали, т.е. неудачному ремонту.

Для технической реализации данной особенности необходимо вначале установить, на каком этапе обслуживания находится активный транзакт, и только потом разыгрывать CB и направлять его по дальнейшему маршруту в соответствии с заданной вероятностью.

Текст программы для модели CeMO с одним источником нагрузки и дифференцированными этапами контроля-диагностики:

```
Simulate
           INITIAL X$c,0
           INITIAL X$t,0
           Control STORAGE 3
           Diagnostic STORAGE 2
           Repair STORAGE 2
           GENERATE (EXPONENTIAL (1,0,2))
           ASSIGN 1,0
           QUEUEWaitServiceInControl
           TRANSFER 0.01, Service, NotService
NotService DEPART WaitServiceInControl
          TRANSFER , LeaveCeMO
           ENTER Control
Service
           DEPART WaitServiceInControl
           ADVANCE (GAMMA(2,0,4,0.1))
           LEAVE Control
           TESTGP1, 0, ContinueService
           TRANSFER 0.03, LeaveCeMO, ContinueService
                     QUEUE WaitServiceInDiagnostic
ContinueService
           ENTER Diagnostic
           DEPART WaitServiceInDiagnostic
           ADVANCE (BETA(2,0.5,3,0.1,0.9))
           LEAVE Diagnostic
           QUEUE WaitServiceInRepair
           ENTER Repair
           DEPART WaitServiceInRepair
           ADVANCE (UNIFORM(2,0,1.8))
           LEAVE Repair
           ASSIGN 1+,1
           OUEUE WaitServiceInControl
           TRANSFER , Service
```

```
LeaveCeMO SAVEVALUE t+,M1
SAVEVALUE c+,1
SAVEVALUE aveT,(X$t/X$c)
TERMINATE
GENERATE 1000000
TERMINATE 1
```

Текст программы для модели CeMO с двумя источником нагрузки и объединённым контролем-диагностикой:

```
Simulate
           INITIAL X$c,0
           INITIAL X$t,0
           ControlDiagnostic STORAGE 3
           Repair STORAGE 13
           GENERATE (EXPONENTIAL(1,0,1/3))
           ASSIGN 1,0
           Transfer , InQueue
           GENERATE (EXPONENTIAL (2, 0, 1.25))
           ASSIGN 1,0
InQueue
        QUEUE WaitServiceInControl
           TRANSFER 0.005, Service, NotService
NotService DEPART WaitServiceInControl
          TRANSFER ,LeaveCeMO
Service
          ENTER ControlDiagnostic
           DEPART WaitServiceInControl
           ADVANCE (BETA (2, 0.1, 1, 1, 5.5)); M[x]=0.23846
           LEAVE ControlDiagnostic
           TEST G P1,0,ContinueService
           TRANSFER 0.04, LeaveCeMO, ContinueService
                      QUEUE WaitServiceInRepair
ContinueService
           ENTER Repair
           DEPART WaitServiceInRepair
           ADVANCE (GAMMA(2,0,2,0.6))
           LEAVE Repair
           ASSIGN 1+,1
           QUEUE WaitServiceInControl
           TRANSFER , Service
LeaveCeMO SAVEVALUE t+,M1
           SAVEVALUE c+,1
SAVEVALUE aveT,(X$t/X$c)
           TERMINATE
           GENERATE 1000000
           TERMINATE 1
```

9. Модификация разработанной моделей СеМО

Для сокрощения временных затрат на средниие времена обслуживания в моделях, и как следствие уменьшения машинного времени моделирования СеМО, предлагаетсязаменить стандартный класс MSVisualStudio 2010 beta_distribution следующим:

```
public class BetaDistribution : Distribution
{
  private double alpha;
  private double beta;
  GammaDistribution gamma1;
  GammaDistribution gamma2;
  publicBetaDistribution(double alpha, double beta)
  {
   if (alpha > 0 && beta > 0)
   {
```

115

```
this.alpha = alpha;
this.beta = beta;
gamma1 = new GammaDistribution(alpha, 1.0);
gamma2 = new GammaDistribution(beta, 1.0);
}
else
{
throw new ArgumentOutOfRangeException("Parameters must be positive");
}
public override double GetRV()
{
double u = gamma1.GetRV();
double v = gamma2.GetRV();
return u / (u + v);
}
}
```

В данном распределении значения носителя — случайной величины x лежат в пределах от 0 до 1: $x \in [0, 1]$.

10. Сравнительный анализ реализаций моделейСеМО

Процесс моделирования с заданными параметрами (использованы параметры, представленные на рис. 5) показал следующие результаты:

Характеристика	Программное средство	Модификация	GPSS World
Среднее время обслу-			
живания в первой	2.545	2.540	2.555
модели СеМО			
Среднее время			
обслуживания во	1.873	1.869	1.840
второй модели СеМО			

Показатели различаются сотыми долями, что доказывает корректность работы и эффективность разработанного программного приложения. Различие объясняется использованием разных ГСЧ СВ, распределённых равномерно на интервале $\{0,1\}$ и использованием различных алгоритмов генерации случайных величин с заданным распределением.

Относительно продолжительности моделирования, т.е. машинного времени имитации, отражающего затраты ресурса времени компьютера, измерения показали:

Характеристика	Программное средство Модификация		GPSS World
Машинное время моделирования первой CeMO	~12.3 c	~12.2 c.	~12.4 c
Машинное время моделирования второй СеМО	~77 c	~65 c	~54 c

Такой результат доказывает аналогичную производительность реализаций модели в обеих средах.

11. Заключение

В результате рассмотрения особенностей построения ДРК СС для ТРТС выявлена общая структура подобных систем, что позволило создать соответствующие структурные и функциональные схемы таких объектов. Полученные представления легли в основу моделей ДРК СС, созданных с применением аппарата теории систем массового обслуживания. Благодаря применению инструментария компьютерного моделирования, с использованием соответствующих имитационного статистических испытаний и теории случайных чисел, а также вероятностных распределений, удалось разработать программные модели, адекватные реальным объектам ДРК СС. Достижение аналогии работы позволило производить по выработанной схеме моделирования их функционирования виртуальные испытания данных комплексов, что и является важнейшим условием для анализа ДРК СС. Проведение анализа позволит усовершенствовать работу систем путём нахождения наиболее оптимальных настроек, и, как следствие, максимизировать эффективность работы всей ТРТС.

Подводя итоги результатов использования различных реализаций моделей, можно сказать о таких преимуществах созданного программного средства, как:

наглядность представления моделируемой СМО;

прозрачность и доступность интерфейса;

простота использования;

отсутствие необходимости выполнения предварительных расчётов при инициализации параметров;

вывод результатов в доступной и понятной форме;

защита от ввода недопустимых параметров.

К недостаткам созданного программного приложения можно отнести меньшую информативность отчёта (определяется меньшее количество характеристик функционирования CeMO и статистических параметров), что объясняется спецификой и требованиями технического задания.

При этом разработанная программа не уступает модели, написанной в системе GPSSWorld, по точности и быстродействию.

Предложенная модификация прогрммного средства позволило значительно сократить машинное время моделирования СеМО.

Литература

- 1. Абу-Абед Ф.Н.Имитационное моделирование процессов ремонтно-технического обслуживания нефтяных скважин. Программные продукты и системы. 2010. № 4. С. 43.
- 2. Абу-Абед Ф.Н., Аверкин В.Н., Кордюков Р.Ю., Щербинко А.В.Имитационное моделирование системы ремонта и технического обслуживания буровых установок. Ремонт, восстановление, модернизация. 2011. № 4. С. 19-21.

- 3. Алиев Т.И.Погрешности моделирования высоконагруженных систем в GPSS WORLD. Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 1. С. 70-75.
- 4. Алиев Т.И. Характеристики дисциплин обслуживания заявок с несколькими классами приоритетов Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 1987. № 6. С. 188.
- 5. Арепин Ю.И., Допира Р.В., Смоляков А.А., «Военная кибернетика: Методология создания автоматизированных систем управления техническим обеспечением». ЗАО НИИ ЦПС Тверь 2006. 204 с.
- 6. Биллиг В.А.Основы объектного программирования на С# (С# 3.0, VisualStudio 2008): учебное пособие / В. А. Биллиг. Москва, 2010. Сер. Основы информационных технологий.
- 7. Гаммер М.Д., Сызранцев В.Н., ГолофастС.Л. Имитаторы на базе программноаппаратной платформы в техническом образованииГаммер М.Д.;М-во образования и науки Российской Федерации, Тюменский гос. нефтегазовый ун-т. Новосибирск, 2011.
- 8. Голенко-Гинзбург Д.И. Стохастические сетевые модели планирования и управления разработками. Монография. Воронеж, Издательство «Научная книга», 2010.
- 9. Мартынов Д.В., Абу-Абед Ф.Н., Кордюков Р.Ю., Сергиенко С.В. Имитационная модель оценки производительности ремонтно-диагностического комплекса. Программные продукты и системы. 2015. № 1 (109). С. 107-116.
- 10. Мартенс Т., Вальрайвенз Дж., Брунэел Г. Приоритетные системы массового обслуживания: от вероятностных производящих функций к конечным вероятностям. Системы массового обслуживания. Том 55 Выпуск 1, 2007 год, С. 27-39.

СЦЕНАРИЙ ПЕРЕХОДА К ХАОСУ В МОДЕЛИ РАЗРЯДА С НЕЛИНЕЙНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ

Буров Дмитрий Анатольевич ИСА РАН, BMK МГУ sarretdim@ya.ru

Аннотация

В работе на основе имеющихся экспериментальных данных [1] и некоторых нелинейных моделей проводимости [2] получена простейшая схема газового разряда, описываемая нелинейными обыкновенными дифференциальными уравнениями (ОДУ). Для этого при идентификации параметров проводимости использовался метод наименьших квадратов. Главной целью данной работы является установление сценария перехода к хаосу в полученной модели. Исследования проводились численно с применением неявных и явных конечно-разностных методов интегрирования высокого порядка (из семейств линейных многошаговых методов и методов Рунге-Кутты). Было найдено несколько каскадов удвоения периодов предельных циклов, а также циклы из субгармонического гомоклинического каскадов Обнаружено И [3]. явление мультистабильности.

1. Введение

В физике плазмы и, в частности, в физике разрядов хорошо известен эффект зависимости проводимости (величины, обратной сопротивлению) от различных параметров окружающей среды, на которые влияет сам разряд: температура, концетрация ионов, плотность и т. д. Это приводит к нелинейным процессам. Такие эффекты регистрируются экспериментально [1], однако для прямого численного моделирования оказываются либо чересчур сложны, либо временные затраты на такие вычисления не оправдываются. Другими словами, реальная точность аппроксимации зачастую является избыточной для решения инженерных задач, в следствие чего исследователи прибегают к упрощённым моделям.

Интерес представляет нелинейное воздействие разряда самого на себя, так как этот вариант соотносится с реальными процессами. При таком воздействии возможны периодические и даже хаотические решения, кроме того, колебания тока в разряде иногда являются предпочтительными в экспериментах по сравнению с устойчивыми решениями. Это обуславливает интерес к упомянутым упрощённым моделям.

В данной статье мы исследовали работу электрической цепи, схема которой приведена в работе [1]. В качестве нелинейной модели разряда был выбран один из предложенных в работе [2] вариантов, содержащий несколько параметров. Для идентификации этих параметров по имеющимся экспериментальным данным мы пользовались методом наименьших квадратов (МНК), предварительно фильтруя сигнал с осциллограммы.

Целью исследования было получить подходящую систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), описывающую физические процессы в электрической цепи, то есть добиться принципиального сходства расчётных данных с экспериментом; установить сценарий перехода к хаосу.

2. Вывод уравнений

Принятые обозначения: U — потенциал источника напряжения, R_b — сопротивление балласта (резистора), C — ёмкость конденсатора, q_c — заряд на конденсаторе, L — индуктивность катушки, R_d — сопротивление (нелинейное) газового разряда, I, I_c , I_d — величины токов.

Записывая уравнения по правилу Кирхгофа для замкнутого контура, имеем:

$$I = I_c + I_d,$$

$$U = IR + I_d R_d + L \frac{dI_d}{dt},$$

$$\frac{q_c}{C} = I_d R_d + L \frac{dI_d}{dt},$$

$$\frac{dq_c}{dt} = I_c.$$
(1)

Для замкнутости этой системы необходимо ещё одно уравнение, описывающее закон, по которому изменяется сопротивление разряда R_d . Мы воспользовались первой из предложенных в работе [2] моделей, которую автор называет полиномиальной.

Введём величину $G' = R_d^{-1}$ (проводимость). Обозначим правую часть нелинейного дифференциального уравнения, описывающего G', через F, и упростим остальные уравнения в ур.(1). в следствие того, что система является чрезвычайно жёсткой (некоторые коэффициенты уравнений отличаются в 10^{12} раз), мы вводим безразмерный параметр σ , которым уменьшаем разброс порядков. Положим $G = \sigma G'$, и, кроме того, для всех функций, зависящих от времени, изменим масштаб по принципу $f(t) = g(\sigma t) \rightarrow g(\tau) = f(\tau/\sigma)$ (тем самым увеличив характерное время в σ раз), где f — это оригинальная функция, а g — новая.

После всех этих преобразований, приводя к безразмерному виду, получим систему уравнений:

$$\begin{cases}
\frac{dx}{dt} = \alpha y - \beta \frac{x}{z}, \\
\frac{dy}{dt} = \frac{1}{R_b} (\gamma - \delta y) - \kappa x, \\
\frac{dz}{dt} = F\left(\frac{z}{\sigma}, x\right),
\end{cases} \tag{2}$$

где $\alpha=4.3252595*10^8$, $\beta=2.94117647*10^3$, $\gamma=7$, $\delta=1.470588235*10^5$, $\kappa=10^{-3}$. В качестве бифуркационного всюду в этом исследовании был принят параметр R_b . Рассмотренный в данной работе интервал значений этого параметра обозначим за $\mathbf{B}=[4439,5250]$.

3. Модель разряда

Подставляя правую часть в ур. (2) и учитывая безразмерный параметр, получим следующую систему ОДУ:

$$\begin{cases}
\frac{dx}{dt} = \alpha y - \beta \frac{x}{z}, \\
\frac{dy}{dt} = \frac{1}{R_b} (\gamma - \delta y) - \kappa x, \\
\frac{dz}{dt} = a_2 (x + a_1)^2 - (b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0),
\end{cases} \tag{3}$$

где параметры a_i, b_i получены с помощью идентификации и равны, соответственно:

$$a_2 = 330, \quad b_3 = 0,$$

 $a_1 = 0, \quad b_2 = 13.298,$
 $b_1 = 293.4,$
 $b_0 = 0.$

$$(4)$$

Учитывая зафиксированные параметры, дивергенция правой части системы отрицательна тогда и только тогда, когда $2b_2z+\beta/z+\delta/R_b+b_1>0$, что, в свою очередь, выполняется для $R_b \in \textbf{\textit{B}}$ и для любого z>0 (отрицательные значения не имеют физического смысла).

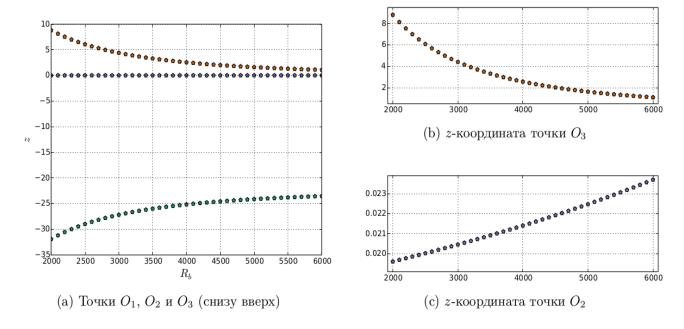
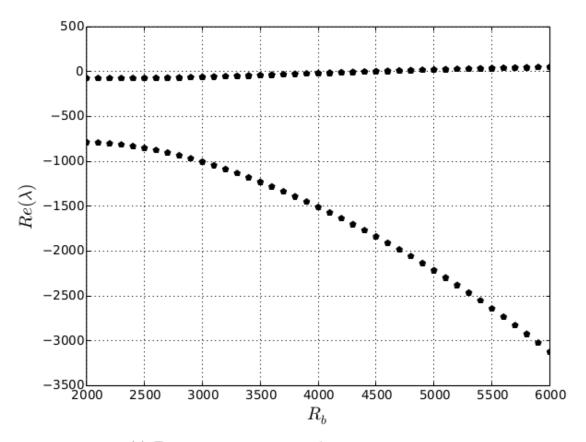


Рис. 2. – Решения уравнения (5) в зависимости от R_b

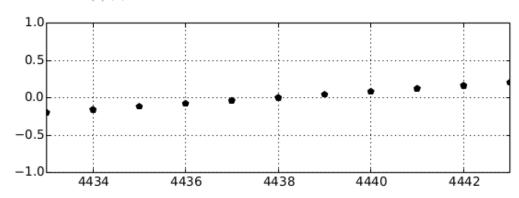
Для $R_b \in \mathbf{B}$ и зафиксированных параметров существуют три особые точки, координаты которых при исследовании на тип и устойчивость были найдены численно при решении кубического уравнения на z-координату (рис. 2):

$$R_b^2 b_2 \kappa^2 z^3 + z^2 \left(R_b^2 b_1 \kappa^2 + \frac{2 R_b \beta \delta \kappa}{\alpha} b_2 \right) + z \left(\frac{2 R_b \beta \delta \kappa}{\alpha} b_1 - a_2 \gamma^2 + \frac{\beta^2 \delta^2}{\alpha^2} b_2 \right) + \frac{\beta^2 \delta^2}{\alpha^2} b_1.$$

Точка O_1 не соответствует физическому смыслу задачи, точка же O_2 , согласно расчётам, является седлоузловой на всём рассматриваемом интервале значений параметров. Результаты численного исследования собственных значений якобиана правой части ур. (3) в точке O_3 приведены на рис. 3. Эта точка имеет одно отрицательное и два комплексно сопряжённых значения, действительная часть которых меняет свой знак при $R_b^{\approx}4438$ (рис. 3b). Таким образом, при этом значении параметра происходит первая бифуркация Андронова-Хопфа.



(а) Действительная часть собственных значений



(b) Действительная часть комплексно сопряжённых значений

Рис. 3. – Собственные значения якобиана в точке O_3 в зависимости от R_b

4. Результаты

Все расчёты были выполнены с помощью программы, написанной с использованием сторонних библиотек, в частности, NumPy и SciPy [4, 5]. Для интегрирования ОДУ применялись 1) метод с переключением между неявным методом обратного дифференцирования пятого порядка (для жёстких задач) и методом Адамса двенадцатого порядка (для нежёстких задач) [6]; 2) явные методы Рунге-Кутты-Дормана-Принса пятого и восьмого порядков [7].

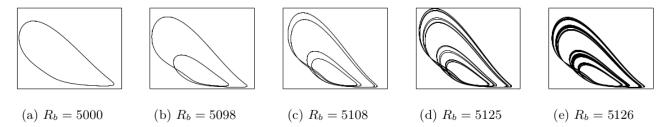


Рис. 4. – Каскад Фейгенбаума (циклы периодов 1, 2, 4, 16 и хаотический аттрактор) Табл. 1.Найденные циклы

R_b	Период	R_b	Период	R_b	Период
4439.0-5012.0	1	5135.4	42	5203.5	8
5014.0-5098.0	2	5138.3-5139.1	6	5210.0	12
5100.0-5116.0	4	5139.2-5139.5	12	5215.5	6
5118.0-5124.3	8	5139.6	24	5222.00	32
5124.4-5125.3	16	5141.7	28	5222.25	8
5125.4–5125.5	32	5142.9	20	5222.50-5222.75	4
5125.6	64	5146.2	8	5222.75-5225.00	1
5126.2	24	5154.5	7	5225.25-5226.00	2
5127.3	20	5154.6	14	5226.25	4
5128.3-5128.4	12	5159.4	9	5226.50	8
5128.5	24	5169.4-5186.7	5	5236.50	4
5131.7	14	5191.1	7	5241.00	7
5133.5-5133.6	10	5195.5	6	5243.75	3
5133.7	20	5195.6	12	5244.00	6
5133.8	60	5203.0	4		

Обнаруженные циклы приведены в табл. 1. В частности, для значений бифуркационного параметра $R_b \in [4438, 5125.6]$ найден каскад удвоений периодов предельных циклов (рис. 4). Также были найдены циклы из субгармонического (рис. 5а-5c), равно как и из гомоклинического каскадов (рис. 5d).

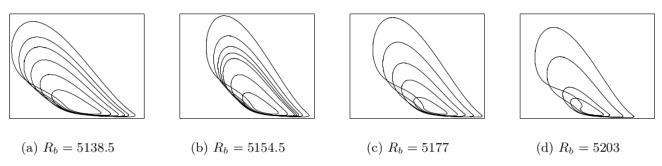


Рис. 5. – Некоторые циклы из субгармонического (6, 7, 5) и гомоклинического (4) каскадов

Помимо этого, был обнаружен еще один устойчивый предельный цикл, сосуществующий в системе вместе с основным — так называемое явление мультистабильности (рис. ба и бb), а также несколько удвоений его периода и последний цикл из каскада Шарковского — цикл периода три (рис. 6с). Это решение могло появиться в результате седлоузловой бифуркации для циклов, что является предметом возможных дальнейших исследований.

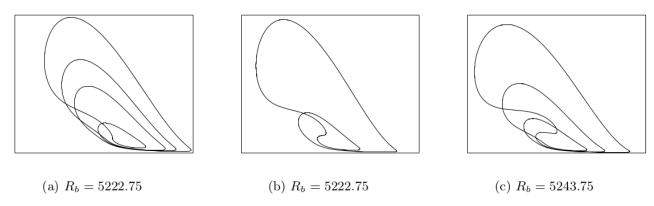


Рис. 6. – Мультистабильность в системе и цикл периода три

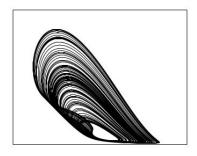


Рис. 7. – Пример хаотического движения ($R_b = 5200$)

5. Заключение

В работе рассмотрена модель электрической цепи, полученная при помощи экспериментальных данных и нелинейной модели газового разряда. Найден целый ряд устойчивых периодических решений, показан характер усложнения динамики системы, и кроме того, обнаружено явление мультистабильности.

Литература

- 1. A. Klimov, V. A. Bityurin, M. Sidorenko, I. Moralev, B. Tolkunov, A. Efimov, P. Kazansky, A. Grigorenko, L. Polyakov, O. Ryabkov, N. Evstigneev, I. Kochetov и V.L. Bychkov. «Vortex control by non-equilibrium plasma». B: 52nd Aerospace Sciences Meeting. American Institute of Aeronautics and Astronautics, янв. 2014.
- 2. J. Koprnicky. «Electric conductivity model of discharge lamps». Автореферат. Paul Sabatier University, 2007.

- 3. Н. А. Магницкий. Теория динамического хаоса. М.: ЛЕНАНД, 2011, с. 320.
- 4. S. van der Walt, S. C. Colbert и G. Varoquaux. «The NumPy array: a structure for efficient numerical computation». B: Computing in Science & Engineering 13.2 (2011), c. 22–30.
- 5. E. Jones, T. Oliphant и P. Peterson. SciPy: Open source scientific tools for Python. 2001.
- 6. A. C. Hindmarsh. «ODEPACK, A Systematized Collection of ODE Solvers». B: Scientific Computing. Под ред. R. S. Stepleman. T. 1. IMACS Transactions on Scientific Computation. North-Holland, Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1983, c. 55–64.
- 7. E. Hairer, S. P. Nørsett и G. Wanner. Solving Ordinary Differential Equations I. Nonstiff Problems. T. 8. Springer Series in Computational Mathematics. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1993, c. 528.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ РАНДОМИЗИРОВАННОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Дубнов Ю.А., Дубнов И.А.

Институт системного анализа Федерального исследовательского центра «Информатика и управление», Московский физико-технический институт (Государственный университет) yury.dubnov@phystech.edu

Аннотация

Работа посвящена развитию метода энтропийно-робастного оценивания и концепции рандомизированного прогнозирования, декларированных в [1,2]. В данном исследовании акцент сделан на оценке точности прогнозов рандомизированных моделей и разработке методов её повышения. Тестирование проводится на примере задачи прогнозирования численности мирового населения по ретроспективным данным ООН. В работе приводится сравнение точности прогнозов, полученных посредством использования традиционных и робастных статистик.

1. Введение

Концепция рандомизированного прогнозирования (РП) базируется на представлении параметров математической модели в виде дискретных или непрерывных случайных величин интервального типа. Характеристиками модели в таком случае являются не сами значения параметров, а функции распределения, восстановление которых представляет основную задачу этапа оценивания, в то время как основным «инструментом» оценивания служит принцип максимизации энтропии [1,2].

Идеологически метод энтропийно-робастного оценивания близок к распространенному байесовскому подходу. Формула Байеса позволяет на основе знаний о функции правдоподобия и априорных распределениях получить некоторую апостериорную плотность для параметров модели [3]. Максимизация энтропии, в свою очередь, позволяет получить апостериорную плотность без каких-либо предположений о функции правдоподобия, что придает данному методу свойства робастности. Кроме того, если в байесовском

подходе апостериорная плотность используется для вычисления точечных оценок параметров, например, выбираются средние значения или точка максимума апостериорной плотности, то для получения рандомизированного прогноза используется весь ансамбль случайных векторов. Как будет показано далее, именно статистическая обработка ансамбля моделей позволяет получить наиболее перспективные результаты. Стоит отметить, что такая практика усреднения результатов, так называемый, «блендинг» моделей зарекомендовала себя и повсеместно применяется в области машинного обучения [4,5].

Для расчёта численности мирового населения используется феноменологическая модель экспоненциального роста с переменными коэффициентами рождаемости и смертности. В отличии от принятой в ООН сценарной методики для прогнозирования численности населения [6], построение рандомизированного прогноза не потребует никаких дополнительных предположений о параметрах модели и, особенно, о распределении ошибок измерений.

В разделе 2 приводится краткое описание модели и метода энтропийно-робастного оценивания, в разделе 3 описана схема эксперимента и приведены входные данные, и, наконец, результаты исследования приведены и проанализированы в разделе 4.

2. Построение модели и описание метода оценивания

В отличие от моделей численности населения отдельных стран и регионов, мировое население является закрытой системой, не подверженной влиянию миграции. Рассмотрим динамическую систему, описывающую изменение численности мирового населения под влиянием таких процессов как рождаемость (B) и смертность (M)

$$\frac{dE(t)}{dt} = B(t) - M(t) = (b - m)E(t) \tag{1}$$

Линейная зависимость потоков рождаемости и смертности от величины численности является одним из наиболее распространенных приближений при построении прогностических моделей [7].

С другой стороны, характер зависимости коэффициентов рождаемости (b) и смертности (m) как от величины численности (E), так и от времени (t) остается неизвестным, что порождает огромное разнообразие возможных моделей, отличающихся сложностью вычислений и точностью прогнозов [2]. Рассмотрим случай линейной зависимости коэффициентов b и m от времени:

$$b=b_0+\alpha t, \qquad m=m_0+\beta t.$$

Тогда уравнение (1) будет иметь аналитическое решение вида

$$E(t) = E_0 exp \left(\left((b_0 - m_0) + \frac{1}{2} (\alpha - \beta)t \right) t \right),$$

$$E_0 = E(t_0), \quad b_0 = b(t_0), \quad m_0 = m(t_0).$$

Переходя от коэффициентов рождаемости и смертности к результирующему коэффициенту воспроизводства r(t) = b(t) - m(t) и дискретным измерениям времени с шагом h, получим следующую модель

$$\begin{split} E_{i}(r,u_{r}|E_{0},h) &= E_{0} exp \big((r+u_{r}i)ih \big), & i \in [0,N), \\ r &= b_{0} - m_{0}, & u_{r} &= \frac{1}{2} (\alpha - \beta)h. \end{split} \tag{2}$$

Здесь N- количество точек на интервале оценивания за исключением начальной точки E_0 , величины E_0 и h определяются данными интервала оценивания, а параметры r и u_r полагаются неизвестными случайными величинами, совместная плотность распределения которых определена на прямоугольнике

$$J = I_r \cup I_{u_r}, \qquad I_r = [r^-, r^+], \qquad I_{u_r} = [u_r^-, u_r^+].$$

Ошибки измерений моделируются независимым аддитивным случайным шумом не-известной природы

$$\varepsilon_i \in L_i = [\varepsilon_i^-, \varepsilon_i^+], \quad i \in [0, N).$$

с совместной плотностью распределения

$$Q(\varepsilon) = \prod_{i} q_i(\varepsilon_i), \qquad \varepsilon = \{\varepsilon_i, i \in [0, N]\} \in L = \bigcup_{i} L_i.$$

Тогда рандомизированная модель динамики численности населения может быть представлена в виде

$$v[i] = E_i(r, u_r | E_0, h) + \varepsilon_i, \qquad i \in [0, N), \tag{3}$$

где E_i определяется выражением (2).

Для вычисления функций плотности распределения параметров модели $P(r,u_r)$ и шумов измерений $Q(\varepsilon)$ используется метод энтропийно-робастного оценивания, подробно описанный в [1]. Приведем здесь лишь основные его этапы.

Задача энтропийно-робастного оценивания формулируется следующим образом:

$$H(P(r,u_r),Q(\varepsilon)) = -\int_I P(r,u_r) ln P(r,u_r) dr du_r - \int_L Q(\varepsilon) ln Q(\varepsilon) d\varepsilon \to \prod_i (4)$$

при ограничениях на класс функций P и Q

$$\int_{I} P(r, u_r) dr du_r = 1, \qquad \int_{L} Q(\varepsilon) d\varepsilon = 1,$$

и на баланс выхода модели v[i] с измеренными данными y_i

$$\mathbb{E}^{P}\left[E_{i}(r, u_{r}|E_{0}, h)\right] + \mathbb{E}^{Q}\left[\varepsilon_{i}\right] = y_{i}, \qquad i \in [0, N). \tag{5}$$

Экстремальная задача (4) является традиционной задачей функционального вариационного исчисления и решается с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа [2]. Решением этой задачи являются функции плотности распределения экспоненциального класса:

$$P(r, u_r) = \frac{\exp(-\sum_{i} \lambda_i E_i(r, u_r | E_0, h))}{\int_{I} \exp(-\sum_{i} \lambda_i E_i(r, u_r | E_0, h)) \, dr \, du_r},$$
 (6)

$$Q(\varepsilon) = \frac{\exp(-\sum_{i} \lambda_{i} \varepsilon_{i})}{\int_{L} \exp(-\sum_{i} \lambda_{i} \varepsilon_{i}) d\varepsilon'}$$
(7)

где множители Лагранжа λ_i являются решением системы балансовых ограничений (5) и находятся численными методами.

3. Схема эксперимента и входные данные

Входными данными для задачи прогнозирования являются данные ООН о численности мирового населения с 1960 по 2015 гг., представленные в таблице 1. Причем весь набор входных данных делится на интервал оценивания (1960-1995гг.) и интервал тестирования (1995-2015гг.).

Разделение данных служит целям тестирования полученной модели на точках, не входящих в интервал оценивания (out-of-sample predictions), причем соотношение длин интервалов оценивания и тестирования может варьироваться в зависимости от целей прогнозирования. На этом этапе проверяются различные методы статистической обработки ансамбля траекторий рандомизированной модели для получения наиболее точного точечного прогноза. В частности, будет показано, что построение прогноза на основе традиционных статистик, таких как, среднее значение и максимум апостериорной вероятности, проигрывает по точности своим более робастным аналогам, таким как, медиана и взвешенное среднее [9].

Таблица 1. Ретроспективные данные

			<u> </u>					
		Интервал оценивания						
год	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995
числ., млрд чел.	3.0350	3.3260	3.6848	4.0657	4.4366	4.8412	5.2827	5.7058

Интервал тестирования			
2000	2005	2010	2015
6.1160	6.5146	6.9243	7.3495

Источник: UN data service, URL: http://data.un.org

Отличительными особенностями данного эксперимента являются, во-первых, малый объем данных и, во-вторых, отсутствие достоверной информации о законе распределения ошибок измерений. Последнее обстоятельство не позволяет применить методы оценивания, основанные на использовании функции правдоподобия, такие как метод максимального правдоподобия и байесовский подход. С другой стороны, метод энтропийноробастного оценивания позволяет восстановить апостериорную плотность вероятности как для параметров модели (6), так и для ошибок измерений (7).

Еще одним неотъемлемым этапом метода рандомизированного прогнозирования является задача генерации ансамбля случайных векторов согласно полученным энтропийнооптимальным функциям плотности. Для этих целей может использоваться как классический метод исключений, также известный как метод Неймана, так и перспективный алгоритм Метрополиса — Гастингса, позволяющий многократно ускорить вычисления для плотностей больших размерностей [8]. Объем выборки для генерации случайных векторов выбран равным $K = 10^5$.

Выбранные интервалы значений для параметров модели включают возможность как положительного, так и отрицательного трендов изменения скорости роста мирового населения:

$$I_r = [-0.02, 0.08],$$
 $I_{u_r} = [-0,002, 0,002],$ $L_i = [-0.2, 0.2],$ $i \in [0, N).$

4. Результаты тестирования

Предсказания модели в точках интервала тестирования вычисляются по формуле (2) для каждой пары значений r_k и $(u_r)_k$ при заданных шаге h и начальной точке $E_0 = E(t_0^{tst})$ с учетом поправки коэффициента воспроизводства r на удаленность t от начальной точки интервала оценивания по следующей формуле:

$$r_k^{tst} = r_k + (u_r)_k t.$$

Таким образом, для каждой пары сгенерированных значений параметров модели $\{r_k^{tst}, (u_r)_k^{tst}\}$ строится отдельная кривая роста, образуя ансамбль прогнозных траекторий.

Особый интерес представляют сечения прогнозных траекторий в точках интервала тестирования. Графики эмпирической плотности распределений полученных прогнозных значений во всех точках за исключением начальной представлены на рисунке 1. На графиках отмечены красным цветом вертикали истинных значений (E_i^{real}) , а также указаны величины среднего по ансамблю (mean) и стандартного отклонения (σ) .

Полученные распределения зависят от модельной функции (2) и вида энтропийнооптимальной плотности для параметров модели (6) и, в общем случае, могут существенно отличаться от нормального распределения. Именно поэтому средние показатели численности могут отклоняться от истинных значений, а величина стандартного отклонения неограниченно возрастать под влиянием «тяжелых» хвостов.

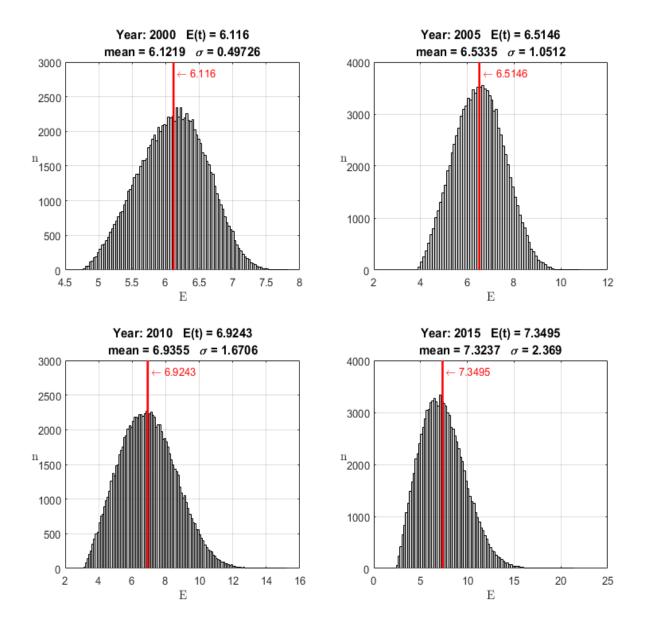


Рис. 1. – Тестирование рандомизированной модели

Для каждой прогнозной траектории рассчитывается величина среднеквадратической ошибки (root mean square error) от кривой реальных данных

$$rmse = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i} \left(E_{i}^{real} - E_{i}^{fit} \right)^{2}}$$
 (8)

и средняя относительная ошибка (mean absolute percentage error):

$$mape = \frac{100\%}{N} \sum_{i} \left| \frac{E_i^{fit} - E_i^{real}}{E_i^{real}} \right|. \tag{9}$$

Например, оценка параметров модели (2) методом наименьших квадратов (ordinary least square) позволяет построить прогнозную кривую с погрешностями

$$rmse_{OLS} = 0.381$$
, $mape_{OLS} = 4.35 \%$.

Отметим, что согласно теореме Гаусса-Маркова МНК является наиболее эффективным методом оценки параметров только для линейных моделей и только в случае нормально распределенных ошибок. В случае нелинейных моделей с неизвестным законом распределения ошибок метод наименьших квадратов существенно уступает энтропийноробастному оцениванию, особенно в условиях малого объема данных.

Вычислим аналогичным образом погрешности нескольких точечных прогнозов и сравним их между собой по метрикам RMSE (8) и MAPE (9). В таблице (2) сведены результаты тестирования для следующих оценок:

- кривая, построенная по методу наименьших квадратов;
- кривая, построенная с наиболее вероятными значениями параметров, соответствующими максимуму апостериорной плотности распределения;
- кривая, построенная со средними значениями параметров, обладающими совместной плотностью (6);
- кривая средних значений, полученная усреднением по ансамблю;
- кривая, соответствующая медианным значениям по ансамблю;
- кривая, полученная взвешенным усреднением по всему ансамблю с весами, обратно пропорциональным величине среднеквадратической ошибки:

$$E_i = \frac{1}{N} \sum_k w_k \left(E_i^{fit} \right)_k, \qquad w_k = \frac{1}{rmse_k}.$$

Таблица 2. Результаты тестирования

метод вычисления	RMSE	MAPE			
Точечные оценки параметров					
Метод наименьших квадратов	0.381	4.35 %			
Точка максимума апостериорного распределения (МАР)	0.352	4.12 %			
Средние значения параметров	0.171	1.74 %			
Усреднение по ансамблю траекторий					
Средний по ансамблю прогноз	0.1208	1.037 %			
Медианный по ансамблю прогноз	0.0646	0.516 %			
Взвешенное среднее	0.0231	0.199 %			

Полученные результаты подтверждают гипотезу о перспективности использования робастных оценок среднего для вычисления точечных прогнозов. Кроме того, усреднение результатов рандомизированного прогнозирования по всему ансамблю случайных векторов оказывается на порядок точнее в терминах среднеквадратической ошибки по сравнению с точечными оценками параметров модели.

Несмотря на то, что использующийся в эксперименте набор данных не является эталонным для оценки точности прогнозов рандомизированных моделей, а представляет конкретную практическую задачу, полученные результаты демонстрируют закономерность, свойственную рандомизированному прогнозированию в целом.

Все полученные в ходе выполнения работы результаты являются строго воспроизводимыми, для вычислений использовался ПК с 4-х ядерным процессором Intel(R) Core(TM) i7 CPU 920 @ 2.67 GHz. и 12 Gb оперативной памяти. В плане вычислительных ресурсов наиболее затратным этапом тестирования является генерация ансамбля случайных векторов, поэтому методы точечных оценок, не требующих генерации всего ансамбля значений, имеют значительно меньшую вычислительную сложность. С другой стороны, усреднения по ансамблю траекторий оказывается более эффективными.

Дальнейшая работа будет посвящена проверке полученных результатов на других наборах данных и исследованию влияния объема входных данных на точность энтропийно-робастного оценивания, а также построению более сложных математических моделей с целью уточнения прогноза численности мирового населения.

5. Заключение

В работе рассмотрены процессы построения и тестирования рандомизированной модели данных на примере задачи прогнозирования численности мирового населения. Проведено качественное сравнение с некоторыми наиболее распространенными методами оценки математических моделей и показана эффективность метода энтропийно-робастного оценивания в условиях неизвестности функции правдоподобия и малого объема данных.

В работе также рассмотрены несколько методов статистической обработки результатов рандомизированного прогнозирования. Результаты экспериментов показывают, что обработка всего ансамбля возможных траекторий, оказывается эффективнее построения прогнозных кривых на основе точечных оценок параметров модели, хоть и требует значительно больших вычислительных ресурсов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ № 16-07-00743 «Методы и информационные технологии качественного анализа процедур энтропийно-оптимального оценивания и прогнозирования при ограниченных и больших объемах данных».

Литература

- 1. Popkov, Y.S.; Dubnov, Y.A.; Popkov, A.Y. New Method of Randomized Forecasting Using Entropy-Robust Estimation: Application to the World Population Prediction. Mathematics 2016, 4, 16. URL: http://www.mdpi.com/2227-7390/4/1/16.
- 2. Попков А.Ю., Зубарев Д.В. Параллельная реализация алгоритма решения задачи энтропийно-робастного оценивания на вычислительных системах гетерогенной архитектуры // Информационные технологии и вычислительные системы, 2015, № 4, с. 16-25.
- 3. А. Зельнер. Байесовские методы в эконометрии. // пер. с англ. Г.Г. Пирогова и Ю.П. Федоровского М.: Статистика, 1980 438 с.
- 4. Opitz, D.; Maclin, R. Popular ensemble methods: An empirical study. // Journal of Artificial Intelligence Research, 1999, 11, pp.169–198.
- 5. Zhou Zhihua. Ensemble Methods: Foundations and Algorithms. Chapman and Hall, 2012.
- 6. World Population Prospects: The 2015 Revision, Methodology of the United Nations Population Estimates and Projections; Working Paper No. ESA/P/WP.242; Department of Economic and Social Affairs, Population Division: New York, NY, USA, 2015.
- 7. Капица С.П. Общая теория роста населения Земли. М.: Наука, 1999.
- 8. Siddhartha Chib and Edward Greenberg: "Understanding the Metropolis-Hastings Algorithm". American Statistician, 1995, 49(4), pp.327–335.
- 9. Hoaglin, David C.; Frederick Mosteller; John W. Tukey. Understanding Robust and Exploratory Data Analysis. John Wiley & Sons., 1983, pp.404–414..

ИЗУЧЕНИЕ САМООРГАНИЗУЮЩИХСЯ ПЛАСТОВЫХ СИСТЕМ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ДОБЫЧЕЙ УГЛЕВОДОРОДОВ

Мухина А.Г. РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина Адрес: 119991, Москва, Ленинский пр-т, 65. Электронный адрес: mukhina.a@gubkin.ru

Аннотация

Рассматривается возможность применения синергетического анализа и концепции самоорганизации при решении задачи адаптивного управления пластовой системой. Проводится исследование изменения характеристик пласта и способности к восстановлению его геологической структуры в течении эксплуатации. При этом наблюдение за поведением пластовой системы осуществляется как на краткосрочных интервалах жизненного цикла эволюции месторождения, так и в долгосрочной перспективе. Предложен вариант формирования интегрированной модели «Жизнь пласта», позволяющей учесть основные этапы развития динамической системы, её реакции на внешние воздействия. Выявляются параметры порядка, определяющие момент перехода к следующему этапу разработки месторождения.

1. Введение

Неполнота информации, полученной в результате сейсмических исследований, а также сложность, неоднородность, многокомпонентность пластовой системы определяет необходимость применения методов комплексного анализа состояния пласта. Кроме этого, существенную роль играет влияние факторов внешнего воздействия, которое неизбежно приводит к структурным и параметрическим изменениям элементов системы. Зачастую такие изменения трудно предсказать заранее. Неопределённость внешней среды также оказывает воздействие на поведение и продуктивность пласта. Поэтому обращение к методам синергетического анализа и интегрированного моделирования является эффективным инструментом управления сложной пластовой системой.

Изучение самоорганизующейся природыпродуктивного пласта обретает всё больше оснований к поиску средств и методики еёисследования. Изменяющиеся в процессе управления структура и свойства самого объекта управления, которым является продуктивный пласт, определяют его как объект синергетического анализа. В свою очередь, это позволяет выявить тенденции развития и целесообразность будущей эксплуатации пластовой системы.

2. От краткосрочных прогнозов к синергетическому анализу

Исходные данные, параметры и структура цифровой геологической модели являются неопределёнными в силу сложности пластовой системы и прямого доступа к её исследованию. Поэтому современная схема управления разработкой месторождений по замкнутому контуру (рис. 1), охватывающая полный жизненный цикл разработки месторождения, обязательно включает блок адаптации модели, позволяющий постепенно снижать степень неопределённости промысловой информации[12,14,20]. Алгоритмы адаптации также способствуют принятию эффективных управленческих решений в краткосрочном периоде исследования пластовой системы относительно всего жизненного цикла месторождения. Перспективным инструментом автоматизированной адаптации для решения вышеперечисленных вопросов выступает множественный ансамбль фильтр Калмана (EnsembleKalmanFilter, EnKF)[8,10,15], позволяющий сгенерировать группу возможных реализаций модели, а также использующий рекуррентный характер уточнения параметров[7,11]. На рис. 1. алгоритм фильтра Калмана используется в рамках блока адаптационных (ассимиляционных) процедур, выделенных пунктирной линией в форме прямоугольника.

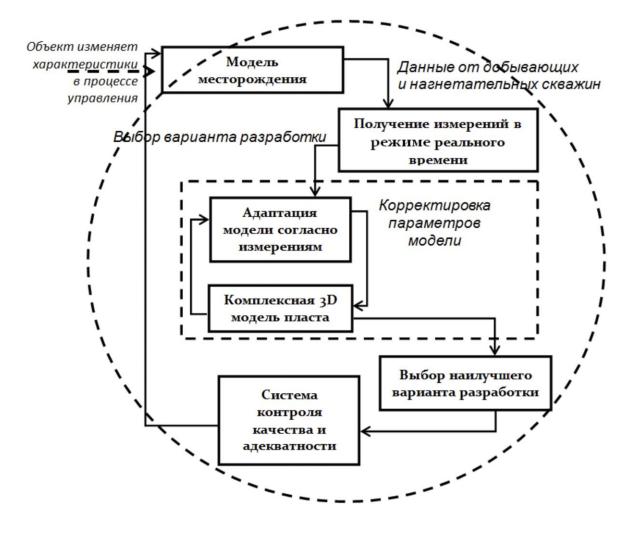


Рис. 1. Управление разработкой месторождения по замкнутому контуру (пунктирная линия в форме прямоугольника охватывает блок адаптации модели в краткосрочном периоде, а линия в форме окружности отображает управление на крупномасштабном временном интервале)

В качестве экспериментального подтверждения эффективности применения алгоритма фильтра Калмана получены результаты адаптации гидродинамической модели месторождения Брюгге (Bruggecase)[19]. Согласно наблюдениям, полученным в режиме реального времени, производилась настройка на историю разработки (historymatching) и осуществлялось уточнение околоскважинных регионов пласта, обладающих высокой степенью неопределённости информации по коллекторным характеристикам (пористость, проницаемость, коэффициент песчанистости).

Начальная геологическая модель пласта представлена следующим образом: пласт разбит на слои, каждый слой разбит на ячейки. Каждой ячейке соответствуют статические параметрыm(характеристики породы), динамические параметрыu (свойства флюида) и измерения от скважин d (индикаторы процесса разработки). Каждая ячейка цифровой трёхмерной модели пласта характеризуется набором фильтрационно-емкостных и петрофизических свойств породы.

Динамическая модель описывается нелинейной системой и зависит от малоизвестных статических параметров $m \in R^{N_m}$, которые уточняются с помощью итерационной процедуры алгоритма фильтра Калмана.

$$\frac{du(t)}{dt} = F(u;m) + \varepsilon^{m}(t) - \partial u + a m u ч e c r a s modeль c u c m e m ы (2.1)$$

В выражении (2.1)u(t) характеризует изменение динамических параметров во времени, $\varepsilon^m(t)$ - ошибка модели. Предполагается, что модель ограничена измерениями d, поступающими в моменты времени $t_1, t_1, ..., t_{N_t}$. Измерения связаны со статическими параметрами следующим нелинейным отношением:

$$d_n = g_n(u(t_n), m) + \varepsilon_n^d \in R^{N_d}$$
(2.2)

Для перехода от нелинейной системы к линейной (и последующего применения алгоритма фильтра Калмана) вводится вектор состояния, включающий набор статических параметров (m), динамических параметров (u) и расчетных данных (g).

$$y_{n:} = \begin{Bmatrix} m \\ u_n \\ g_n \end{Bmatrix} \in R^{N_m + N_u + N_d}$$
 (2.3)

Таким образом, отношение между вектором состояния и измерениями линейно:

$$d_n = Hy_n + \varepsilon_n^d, (2.4)$$

где Н- матрица выборки измерений из вектора состояния, содержит 0 и 1.

Необходимо отметить, что для эксплуатационных скважин измеряются дебит q, забойное давление $p_{3a\delta}$ и обводнённость w, для водонапорных (нагнетательных) — только забойное давление. Задаются ограничения по забойному давлению и дебиту для отдельных скважин или куста в зависимости от условий среды, этапа эксплуатации пласта и целей добычи на данной стадии. К примеру, согласно одному из экспериментов по адаптации месторождения Брюгге, минимальное призабойное давление для эксплуатационных

скважин составляет 725 ф/кв. дюйм, или 725 рsi, а тот же показатель для водонапорных скважин - 2610 ф/кв. дюйм.

Результаты автоматизированной адаптации пласта Брюгге выявили перспективы применения модели фильтра Калмана (а именно, его иерархического типа — HierarchicalEnKF, HEnKF), так как значения конечных ансамблей вектора описания пласта наилучшим образом коррелировались с фактическими начальными данными.

Однако при охвате достаточно длительных периодов разработки, под влиянием нелинейных процессов, протекающих при этом в пластовой системе, фильтр Калмана теряет свою предсказательную силу. Описание системы на крупномасштабных интервалах обретает нелинейный динамический характер, а такие средства адаптации, как фильтр Калмана, эффективны при работе преимущественно с линейными динамическими системами. Поэтому уместно рассматривать двухуровневый цикл управления разработкой пласта. На рис. 1 пунктирной линией в форме окружности отражен второй уровень управления, характеризующийся крупным временным масштабом. А в пределах такого уровня проводится адаптация модели месторождения на интервалах меньшего временного масштаба, и корректировка параметров пласта при этом осуществляется в режиме реального времени с помощью рекурсивного инструмента фильтра Калмана.

рассмотрении разработки В крупном временном масштабе неопределённость модели, связанная с эволюцией месторождения в ходе разработки, вносит существенную погрешность[1]. Жизненный цикл месторождения отражает переход от одних методов повышения нефтеотдачи к другим (рис. 2). Причем такой переход происходит тогда, когда экономическая целесообразность эксплуатации месторождения падает, а соответствующий показатель достигает критического значения. Например, на практике установлено, что максимальная депрессия на пласт (разность между показателями пластового и забойного давлений $\Delta P = P_{nn}$ - P_{3a6}) не должна превышать 5МПа[5]. Пластовая система теряет свой энергетический потенциал в ходе эксплуатации, а методы повышения нефтеотдачи искусственно продлевают ее добычные возможности. Например, феномен реэксплуатации месторождения подтверждает тенденцию к самоорганизации сложной, открытой, нелинейной пластовой системы[7].

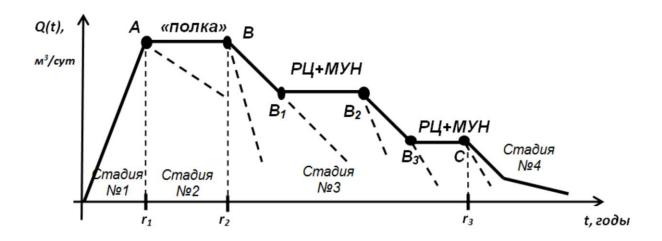


Рис. 2. Жизненный цикл месторождения с учётом разных вариантов разработки

На рис. 2 отражён график жизненного цикла разработки месторождения[5], рассматривается добыча газа, поэтому на оси ординат отмечаются значения дебита газа. Периоды относительно стабильной добычи углеводорода именуются «полкой», при падении дебита нефти обращаются к методам увеличения нефтеотдачи (МУН), а также проводятся реабилитационные циклы (РЦ). Переход от одной стадии добычи к другой характеризуется достижением критических значений основных показателей состояния пласта (на рис. 2 параметры отмечены r_i , где i – номер предшествующей стадии добычи флюида). Например, ориентируясь на дебит нефти [м³/сут]), отражённый на графике, а также на ряд других характеристик (годовой отбор газа [млрд м³], средние значения забойного давления [МПа] и депрессии), можно сформулировать текущие критерии управления с перспективой на рациональную эксплуатацию пласта. Такие критерии в контексте самоорганизации и характеризуют как параметры порядка, то есть при достижении определённых значений этих параметров происходит согласованное приводящее к самоорганизации пласта, функционирование подсистем, восстановлению его первоначального состояния[23]. На графике рис. 2 можно заметить различные варианты развития динамики дебита нефти в зависимости от системы проектирования разработки пласта, а также условий и методов добычи: пунктирной линией приводятся сценарии динамики дебита в том случае, если процедуры по увеличению добычи флюида не предпринимаются (пунктирные линии от точек B_1 , B_3), либо по причине снижения продуктивности пласта происходит существенное падение добычи флюида (пунктирные линии от точек A, B, B_2, C). Таким образом, отдельные интервалы графика в рамках каждой стадии представляют собой простейшие бифуркационные диаграммы; r_1 , r_2 , r_3 – моменты бифуркации; A,B, B_1 , B_2 , B_3 , C–точки бифуркации. В качестве параметров порядка (вектор у) для пластовой системы предложен вектор характеристик как структуры коллектора (геологические характеристики), так и динамики его продуктивной способности (гидродинамические характеристики). С помощью векторауобозначены важнейшие из таких параметров:

$$y = \begin{bmatrix} k_n \\ k_{np} \\ h_{2\phi\phi} \\ k_{npo\phi} \\ q \\ p_{3a\delta} \\ W \end{bmatrix}, \qquad (2.5)$$

где *геологические* характеристики: k_n — коэффициент пористости, k_{np} — коэффициент проницаемости, $h_{9\phi\phi}$ — эффективная нефтенасыщенная толщина; *гидродинамические* характеристики: k_{npod} — коэффициент продуктивности; q — дебит; p_{3ab} — забойное давление; W — обводнённость.

Синергетический анализ месторождения как объекта управления выявил особенности и характеристики, которые вносят неопределённость при долгосрочных прогнозах и требуют учета при моделировании на продолжительном интервале времени. Актуальность такой постановки задачи определяется тем, что процесс разработки месторождения имеет продолжительный жизненный цикл и содержит несколько этапов. При этом объединяются в единое целое результаты использования адаптивных моделей

на различных временных горизонтах. Наблюдения задинамикой месторождения показывают, что этотсложный крупномасштабный объектизменяет структуру и свойства в процессе управления (рис. 3). А геологические структуры, составляющие структуру пласта, а также коллекторные свойства (пористость, проницаемость, коэффициент песчанистости) проявляют тенденцию к самоорганизации[5,6,17]. Особенно проявляется способность к восстановлению характеристик при исследовании кинетики поражения пласта. То есть в процессе эксплуатации неизбежно ухудшаются коллекторские свойства пласта, однако в продолжении жизненного цикла разработки система стремится к восстановлению первоначально присущего ей значения проницаемости.

Интегрированный подход к управлению объектом предполагается неклассический взгляд на особенности процесса управления, и они заключаются в следующем. В классическом понимании при управлении объектом сам он и его основные характеристики остаются неизменны, а управляющие воздействия могут изменяться в зависимости от текущей среды рассмотрения и условий. Однако в синергетическом понимании объект управления изменяет свои свойства, и с помощью специальных процедур адаптации на каждом этапе уточняются его характеристики.

Природный фактор вызывает необходимость решения задачи **адаптивного управления** пластовой системой, причём на каждом этапе жизненного цикла развития системы требуется уточнять её характеристики и структуру. Таким образом, в отличии от классической постановки задачи идентификации, в процессе управления объект *изменяет* структуру и характеристики (рис. 3).

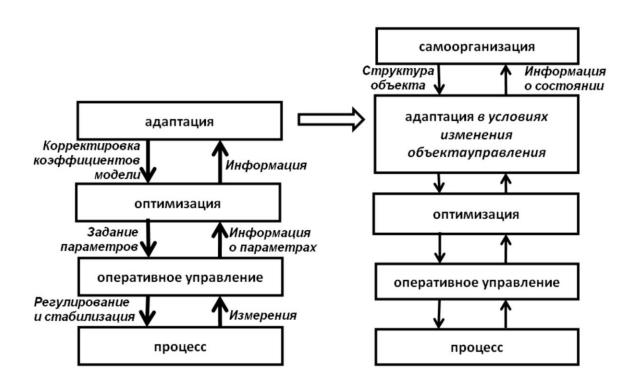


Рис. 3. Схема реализации адаптивного управления с учётом изменения свойств объекта

Интересен переход от блока оптимизации к самоорганизации. На схеме (рис. 3) блоку самоорганизации предшествует блок адаптации, который отвечает за выбор коэффициентов математической модели, уточняя её и, тем самым, способствует определению критериев управления.

Важность этапа адаптации сложно не заметить в силу изменяющихся условий развития коллектора, а также ошибок, содержащихся в значениях наблюдений от скважин. К слову, наличие ошибок измерений характеристик добычи приводит в дальнейшем к росту ошибки прогнозирования показателей разработки для отдельных скважин. Такие ошибки являются результатом влияния как случайных, так и систематических погрешностей. Причём *случайные* погрешности вызваны неоднородностью пластовой системы и непосредственно погрешностями наблюдений. Сказывается и использование некорректных петрофизических зависимостей, что влечёт за собой накопление *систематической* погрешности.

Процедура адаптации, отражая уточнение объекта управления, учитывая его поведение в текущий момент рассмотрения, способствует повышению степени изученности объекта и построения откорректированной его модели.

Синергетический анализ показателей разработки месторождения

Поскольку созревание нефтегазосодержащей материнской породы, а также формирование аккумуляций углеводородов являются динамическими процессами, им присущи характерные черты самоорганизации структуры, воспроизводимости тенденцийизменения параметров, описывающих развитие гетерогенной, открытой, нелинейной природы пластовой системы[1,2]. В работах А.Х. Мирзаджанзаде, Н.П. Запивалова, В.Н. Казакова, В.С. Захарова подчёркивается актуальность синергетического подхода к анализу процессов нефтедобычи и геологических структур, составляющих пласт. Подтвердить адекватность синергетического анализа жизненного цикла пласта, а также раскрыть цель построения интегрированной модели «Жизнь пласта» позволили результаты экспериментов по фрактальному анализу временных рядов показателей разработки (гидродинамических исследований скважин, ГДИС*).

Так как рассматриваемая система (месторождение) динамически изменяется в ходе разработки, то можно говорить о ней как об объекте синергетических исследований. Синергетический анализ, как междисциплинарное направление, предполагает объединение информации, полученной при проведении экспериментов в области различных научных направлений (геологических, химических, геофизических, экономических) с целью уточнения информации о пласте и, соответственно, снижения неопределённости. Большое число характеристик пласта, а также его открытая, многокомпонентная природаопределяет применение междисциплинарного, интегрированного подхода к организации проектирования и управления разработкой системы высокого уровня строения и развития. Причём ограничения, накладываемые на входные данные в случае рассмотрения системы на крупномасштабном временном интервале, будут зависеть не только от описания текущего состояния пласта (наблюдения от скажин), но и от географических условий локализации продуктивного региона, наличия разрабатываемых

_

^{*} В иностранных источниках термин ГДИС чаще всего упоминается словосочетанием "Welltesting".

залежей в окрестностях исследуемой пластовой системы, внешних воздействий, направленных на структуру пласта на протяжении всего времени его эксплуатации.

Наблюдая за динамикой модификации временных рядов скважинных данных, можно сделать предварительные заключения о фрактальном характере динамики параметров добычи флюида, напрямую связанных с описанием геологической структуры, образующей рассматриваемую пластовую систему. Б. Мандельброт определил понятие фрактала(от англ. «fracture» - излом) как структуру, состоящую из частей, которые в каком-то смысле подобны целому. Важнейшей предпосылкой применимости теории фракталов для моделирования пластовых систем является масштабная инвариантность составляющих её геологических структур, или их самоподобие, а также характерное «фрактальное» представление динамики показателей добычи флюида (например, кривая изменения дебитов, забойного давления, или каротажные диаграммы пористости[4]).Исследователь М.А. Садовский, изучая характерные размеры блоков земной коры, обнаружил, что блок пго иерархического уровня является частью более крупного (n-l)-ого уровня и включает в себя определенное количество более мелких блоков (n+1)-ого уровня. Количественное соотношение между блоками определяется универсальным шагом иерархической Размер этого шага составляет величину 3,0-3,5. Таким образом, подтверждается масштабная инвариантность строения геологической среды.

Фрактальная характеристика горных пород и их поровых систем характеризуется единой степенной зависимостью «размер - частота встречи», причём чем меньше размер элемента типичной конфигурации, тем больше их число. Степенной закон, свойственный фрактальным объектам, можно представить следующей функциональной зависимостью:

$$N_i = C(\frac{1}{r_i})^D, \tag{3.1}$$

где r_i — размер элемента структуры или множестваили, иначе, единица длины, используемая для определения размера элемента i-го порядка величин; N_i — число (*частота встречи*) элементов данного i-го размера; C — коэффициент пропорциональности; D — показатель степени, называемый фрактальной мерностью.

Подтверждая фрактальность процесса добычи нефти и газа, представляется возможным сделать предположения осохранении *тенденции* изменения и*интенсивностии* добычи в долгосрочной перспективе[3,9]. А эта информация существенно уточняет модель жизненного цикла пласта, позволяет оценить адекватность принятия управленческих решений, способствует обоснованному выбору критериев управления и снижает неопределённость модельных представлений системы, что, в свою очередь, способствует обоснованию экономической эффективности проекта и целесообразности дальнейшей разработки коллектора. РаботыМитюшина А.И., Разбегиной Е.Г., Аксельрода С.М., Михайлова Н.Н. и других исследователей обращены к изучению фрактальных характеристик как пластовой системы в целом, так и динамических показателей добычи углеводородов, которые отражают тенденции в развитии пласта и обоснования использования результатов фрактальных расчётов для долгосрочных прогнозов. В работе А.Х. Мирзаджанзаде, Хасанова М.М., Бахтизина Р.Н. [1] приведена закономерность между определённым режимом работы скважины и соответствующему диапазону величины показателя фрактальности.

Разработанное математическое обеспечение (на основе функционала пакета MATLAB и его инструментариев) позволяет определить фрактальность временных рядов данных (расчёт показателя Хёрста H, индекса локальной стабильности μ , определение фрактальной размерности ряда D). Для рядовданных, имеющих фрактальные свойства, величина показателя степени Хёрста должна отвечать условию 0.55 < H < 0.95. Установлено, что для многих природных процессов устойчиво выполняется следующее соотношение:

$$R/S \sim \tau^{H}, \tag{3.2}$$

где ${\bf R}$ — размах временного ряда — разность наибольшего и наименьшего накопленного отклонения от текущего среднего (на данном интервале времени ${\bf \tau}$); ${\bf S}$ — стандартное отклонение ряда на том же интервале; ${\bf H}$ — показатель Хёрста.

В качестве экспериментального подтверждения актуальности синергетических исследований предложены результаты фрактального анализа ГДИС газовых скважин Заполярного, Ямбургского и Уренгойского нефтегазоконденсатных месторождений. Все три случая рассматривают территорию сеноманской залежи. Итоги исследований отражают фрактальность поведения показателей разработки и геологических структур, составляющих пластовую систему. В качестве примера приведём результаты исследований с помощью программного обеспечения временного ряда дебитов по скважине 160Уренгойской площади нефтегазоконденсатной залежи пласта БУ-16 УНГКМ (в табл. 1 представлены данные временного ряда дебитов):

Таблица 1. Динамика изменения дебитов нефти (от скважины 160 Уренгойской площади нефтегазоконденсатной залежи пласта БУ-16 УНГКМ)

Дата	Q, т/сут
октябрь, 2004	1,70
ноябрь, 2005	1,2
декабрь, 2006	3,5
октябрь, 2007	6,4
ноябрь, 2008	3,5
сентябрь, 2009	13,2
октябрь, 2010	3,4
февраль, 2011	9,3
май, 2011	6,7
декабрь, 2011	9,3
март, 2012	4,5

На рис. 4 представлен исходный временной ряд дебитов нефти. По графику визуально подтверждается свойство самоподобия данных временного ряда. Показатель Хёрста H=0,6, индекс локальной стабильности μ =0,4 а фрактальная размерность D=2-0,6=1,4. Необходимо заметить, что значение фрактальной размерности ряда определяет сложность, хаотичность динамики системы. Индекс локальной стабильности локальной стабильности отражает склонность к сохранению тенденции динамики параметра(μ <0,5), либо отсутствие закономерности изменения этого же параметра (μ <0,5), т.е. нестабильное поведение ряда.Причём если μ \approx 0,5, то дальнейшее поведение временного

ряда сложно предсказать в данных условиях, поскольку процесс развития системы можно описать как случайный.

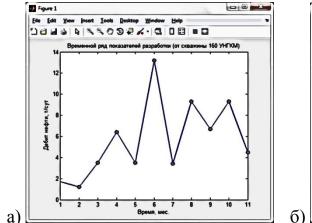




Рис. 4. Временной ряд дебитов нефти(а – от скважины куста 160 пласта БУ-16 УНГКМ; б - от скважины № 16281 пласта БУ-16 УНГКМ).

По оси абсцисс откладываются временные моменты, в которые происходила фиксация значений дебитов, а по оси ординат — значения дебитов $Q(в \ T/cyT)$

Однако вариант динамики на рис. 4 не проявляет сильной тенденции к сохранению поведения показателя разработки – показатель Херста Н=0,6, что ближе к случайному поведению параметра. Если же взять в качестве исходной информации временной ряд дебитов от скважины № 16281 Уренгойской площади нефтегазоконденсатной залежи пласта БУ-16 УНГКМ, то фрактальные показатели будут существенно выше: Н=0,9, что выражается в чётком трендовом поведении графика (пунктирная кривая на рис. 4, б). Индекс локальной стабильности µ=0,1 позволяетпредположить сохранениевосходящей тенденции добычи флюида в будущем периоде, по продолжительности сопоставимом с исследуемым. Таким образом, значения показателя Херста, индекса локальной стабильности и фрактальной размерности ряда предлагается определить характеристиками информативности поведения сложных повышения систем результатам синергетического анализа ГДИС.

Для гидродинамических исследований кустов скважин №208, 310 УКПГ-1С сеноманской залежи Заполярного нефтегазоконденсатного месторождения (рассматривается этап добычи после скачка пластового давления) показатель Херста Н варьируется от 0,63 до 0,94, а индекс локальной стабильности µ, в свою очередь, охватывает диапазон от 0,51 до 0,06. Это отражает, что процесс добычи обретает со временем устойчивую тенденцию к изменению. Причём величина показателя Херста значительно возрастает после скачка пластового давления (соответственно, индекс локальной стабильности снижает свою величину по мере разработки пластовой системы, табл. 2,а и 2,б), что говорит о наиболее выраженном трендовом поведении показателя разработки на этапах активной эксплуатации пласта (этап №2 на рис. 5). Экспериментальный анализ выявил чёткую тенденцию к самоорганизации пласта ивоспроизводимости параметров добычи среди продуктивных регионов Заполярного и Уренгойского месторождений сеноманской залежи.

Таблица 2, а. Значения показателя Херста H, фрактальной размерности D и индекса локальной стабильности μ , рассчитанным по дебитам скважин Заполярного

месторождения. Первый этап добычи газа (2005 – 2008 гг.)

№ скважины	Показатель Н	Индекс µ	Размерность D
2081	0,76	0,24	1,24
2085	0,72	0,28	1,28
2087	0,76	0,24	1,24
3101	0,67	0,33	1,33
3103	0,66	0,34	1,34
3105	0,58	0,42	1,42

Таблица 2, б. Значения показателя Херста H, фрактальной размерности D и индекса локальной стабильности μ , рассчитанным по дебитам скважин Заполярного месторождения. Второй этап добычи газа (2008 – 2011 гг.)

№ скважины	Показатель Н	Индекс µ	Размерность D
2081	0,95	0,05	1,05
2085	0,95	0,05	1,05
2087	0,94	0,06	1,06
3101	0,93	0,07	1,07
3103	0,92	0,08	1,08
3105	0,94	0,06	1,06

ГДИС выбраны в качестве приоритетного направления синергетических исследований, так как показатели и мониторинг скважинного фонда комплекса разработки месторождения определяет интенсивность извлечения флюида и отражает перспективы дальнейшей разработки месторождения. Кроме того, поведение показателей добычи как в краткосрочном периоде, так и в долгосрочных масштабах формируют представление о состоянии пластовой системы в целом и позволяют сделать обоснованные предсказания о динамике жизни пласта на будущих этапах эксплуатации (рис. 2).

3. О диссипативной природе геологических структур пласта

Итоги фрактального анализа временных рядов параметров добычи флюида позволяют раскрыть и всесторонне изучить самоподобную, масштабно инвариантную, диссипативную природу структур, составляющих продуктивный пласт.

Представление о *диссипативных* структурах с 1967 г. активно разрабатывается выдающимся учёным и исследователем И. Пригожиным и его школой[†]. Ввиду нелинейности геологической структуры и её открытой природы, на «переходных» эволюционных этапах развития (точки бифуркации) появляется тенденция к генерации подобных новых структур. А в открытых системах могут возникать стационарные неравновесные состояния свысокой степенью упорядоченности[21].Причём формирование новой структуры происходит в момент *фазового перехода*, то естыпри достижении системой неких пороговых значений параметров, когда наблюдается переход

[†] Эбелинг В., Образование структур при необратимых процессах. Введение в теорию диссипативных структур.

к качественно новому её состоянию. На рис. 5[21] представлен график энтропии S как функции объёма V, причём точка с абсциссой $V_{\kappa pum}$ может быть интерпретирована как момент бифуркации системы, то есть переход к новому состоянию. Такое явление можно объяснить с позиции теории самоорганизованной критичности. Множество сложных природных систем естественным образом эволюционируют к критическому состоянию, в котором малое событие вызывает цепную реакцию, которая может повлиять на систему в целом. Не исключение и геологические системы, эволюция которых описывается кинетикой поражения пласта, упомянутой выше.

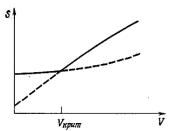


Рис. 5. Зависимость энтропии (S) от объёма (V) до фазового перехода ($V_{\text{крит.}}$) и после него[21]

Авторы работы [22] отмечают, что эволюция является направленным процессом адаптации, ведущим к самоорганизации живой материи. Действительно, самоорганизующиеся, саморегулирующиеся процессы характерны для развития типичных систем природного происхождения. Пластовые системы на протяжении жизненного цикла претерпевают множество техногенных вмешательств и естественных изменений структуры. Однако спустя некоторое время состояние пласта возвращается к априорному, изначально характерному для него.

4. Заключение

Долгосрочные рекомендации по управлению разработкой пластовой системы приведут к снижению эксплуатационных затрат и помогут избежать возможные экономические потери по применению методов повышения извлечения флюида. Кроме этого, комплексный, многокритериальный анализ развития пласта позволит сократить время, затрачиваемое на решение задач гидродинамического моделирования и расчётов, связанных с добычей флюида в тех случаях, где это целесообразно. Также построение интегрированных моделей пласта будет способствовать выбору подходящих критериев управления и возможности адаптировать управляющие воздействия к текущему состоянию пласта и внешней среды.

Выдающийся немецкий учёный Г. Хакен в работе «Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии» отмечает: «Синергетика — в высшей степени живая наука. Для меня очень важно донести до читателя её идеи и показать, как эти идеи становятся основой для интерпретации процессов самоорганизации».

Разработка рекомендаций по повышению эффективности управления добычей нефти и газа, совершенствование методов адаптации гидродинамической модели пласта будут способствовать совершенствованию методов и принципов управления сложной многокомпонентной системой. А учёткомплексного представления о параметрах и структуре месторождения и его самоорганизующемся, эволюционном характере развития

позволит реализовать процесс моделирования согласно условиям и особенностям развития месторождения. Это позволит получить эффективные показатели извлечения углеводорода, соблюдая при этом передовые и экологически приемлемые технологии разработки.

Литература

- 1. Мирзаджанзаде А.Х., Хасанов М.М., Бахтизин Р.Н., Этюды о моделировании сложных систем нефтедобычи; нелинейность, неравновесность, неопределенность: монография. Уфа: Изд. «Нефтегазовое дело», 2009.
- 2. Казаков В.М., «Некоторые аспекты теории охраны недр при разработке месторождений нефти и газа» // Газовая промышленность. 2012. №1. с. 16-19.
- 3. Митюшин А.И., Разбегина Е.Г., Фрактально-статистический анализ процесса добычи углеводородов, М., МАКС-Пресс, 2010.
- 4. Аксельрод С.М., «Теория фракталов и её применение в геологии и геофизике (по материалам публикаций в американской печати)»// *Научно-технический вестник* «*Каротажник*», № 92, 2002 г., стр. 9-35.
- 5. Запивалов Н.П., «Динамика жизни нефтяного месторождения»//*Нефтегазовая геология. Теория и практика.* М., 2011, №3.
- 6. Захаров В.С., «Анализ динамических характеристик временных рядов смещений земной поверхности по данным GPS» // Электромагнитные волны и электронные системы. $-2004.-\text{т.9.}-\text{N}_{2}5.$
- 7. L. Grigoriev, N. Kazakov, Prospective Approaches to Field Model Adjustment over Oil Production Process.//2012 IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production.
- 8. Aanonsen S.I., Naevdal G., Oliver D.S., Reynolds A.C., Valles B., The Ensemble Kalman Filter in Reservoir engineering a Review.//SPE Journal, September 2009, pp. 393-409.
- 9. Janett Balg, Diffusion on Fractals (Master Thesis). Technische Universität Chemnitz, Fakultät für Naturwissenschaft, Institut für Physik, 2006.
- 10. Eugenia Kalnay, Shu-Chih Yang, Takemasa Miyoshi, Hong Li, and Junjie Liu, After Buenos Aires (2008): Ensemble Kalman Filter Potential. *WWRP/THORPEX Workshop on "4D-VAR and Ensemble Kalman Filter Intercomparisons"*, Buenos Aires, Argentina, November, 2008.
- 11. Л.И. Григорьев, Н.В. Казаков, Корректировка среднего значения ансамбля в алгоритме множественного фильтра Калмана для повышения качества адаптации характеристик пласта по фактическим показателям разработки// *Труды Российского государственного университета нефти и газа И.М. Губкина*, №4, 2011.
- 12. Гутман И.С., Балабан И.Ю., Геостатистика в промыслово-геофизических исследованиях. Учебное пособие. М.: Издательский центр РГУ нефти игаза имени И.М. Губкина, 2011.
- 13. Григорьев Л.И., Мухина А.Г., Изюмов Б.Д., Формирование модели «Жизнь пласта» для повышения эффективности управления разработкой месторождения.//Вестник ЦКР Роснедра, Москва, 2015 г., стр. 6-15.
- 14. Ayyub B., Klir G., Uncertainty Modeling and Analysis in Engineering and the Sciences, Chapman & Hall/CRC, Taylor & Francis Group, Boca Raton (Florida), 2006.
- 15. Evensen G., Data assimilation: The Ensemble Kalman Filter, Springer-Verlag, Berlin, 2nd edition, 2009.

- 16. Arnold D., Demyanov V., Tatum D., Christie M., Rojas T., Geiger S., Corbett P., Hierarchical benchmark case study for history matching, uncertainty quantification and reservoir characterization//ELSEVIER, *Computers and Geosciences*, 50 (2013), pp.4-15
- 17. Flake Garry William, The Computational Beauty of Nature. Computer Explorations of Fractals, Chaos, Complex Systems, and Adaptation. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England, 2001.
- 18. Marian C. Hanna, David Gray, Tooney Fink, David Mitchell, Barrie Jose, Dick Willott, Geophysical Applications Using Geophysics for Hydrocarbon Reserves and Resources Classification and Assessment, Chapter №5 «Uncertainty in Geophysical Predictions». *Chief Geophysicist Forum (CSEG)*, December 2011.
- 19. Bianco A., Cominelli A., Dovera L. (E&P Division), Naevdal G., Valles B. (Iris), History Matching and Production Forecast Uncertainty by Means of Ensemble Kalman Filter: A Real Field Application, *SPE 107161*, 2007.
- 20. Suping Peng, Jincai Zhang, Engineering Geology for Underground Rocks. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
- 21. В. Эбелинг, Образование структур при необратимых процессах. Введение в теорию диссипативных структур (в переводе с нем. А.С. Доброславского под ред. Ю.Л. Климонтовича). М., Мир, 1979 г.
- 22. Cizek F., Hodanova D., Evolution als Selbstregulation, Jena, 1971.
- 23. Михайлов Н.Н., «Физика пласта», М. МАКС Пресс, 2008.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ В МОДЕЛИ ЭКОНОМИКИ РОССИИ С ДВУМЯ ВИДАМИ КАПИТАЛА

Оленёв Н.Н. ВЦ ФИЦ ИУ РАН, РУДН, МФТИ(ГУ) 119333 Россия, Москва, ул.Вавилова 40, nolenev@mail.ru

Аннотация

В работе предложена новая модель экономики с двумя видами капитала. Представлен метод косвенной идентификации внешних параметров модели по статистическим временным рядам макроэкономических показателей России 2008-2014 гг. Предполагается, что старый капитал, созданный еще в совестское время, начиная с 2008 г. только выбывает, а новый капитал растет за счет инвестиций в основные фонды и выбывает вследствие старения этих фондов. Процедура идентификации модели параллельные вычисления на кластерном включает суперкомпьютере. При этом используется системный подход к идентификации параметров модели экономики: сразу ищутся параметры всей системы уравнений модели, а не ее уравнений по отдельности. В этом случае задача идентификации модели является частным случаем задачи глобальной оптимизации. Для оценки ошибок идентификации в работе апробирован новый критерий близости временных рядов. Идентифицированная модель может использоваться для численных сценарных расчетов при прогнозировании развития экономики и оценки последствий принимаемых решений.

Ключевые слова: модель российской экономики, идентификация параметров, параллельные вычисления, критерий близости временных рядов, сценарные расчеты.

1. Введение

В [1] рассмотрено приложение параллельного программирования в МАТLAB к задаче идентификации открытой динамической модели экономики типа Рамсея по статистическим данным России 2000-2006 гг. В результате идентификации был определен момент окончания роста за счет загрузки имеющихся производственных мощностей (2008 г.) [1] и показана необходимость перехода к структурным изменениям в экономике [2]. Фактически этот результат был получен в конце 2006 г. и впервые представлен студентам МФТИ на февральском 2007 г. семинаре Intel.

Идентификация модели дала неожиданный результат: определенный ею темп деградации капитала μ оказался отрицательным, μ = -0.075. На первый взгляд, это обесценивает использование модели Рамсея для анализа российской экономики, так как положительный по экономическому смыслу параметр амортизации капитала принимает отрицательное значение. Но странный результат можно переинтерпретировать и в результате получить новое знание — открытие. Отрицательный темп выбытия капитала означает, что капитал откуда-то прибывает с темпом, превышающим ввод новых производственных фондов. И действительно, такой процесс в начале 2000-х годов имел место. В 90-е годы XX века в результате потери управляемости при переходе к рынку капитал, созданный в советские годы, перестал использоваться с полной загрузкой мощностей. Другими словами в это время возник некий эффективный капитал, составляющий примерно четверть от всего учитываемого капитала, реально используемый в процессе производства товаров и услуг. После кризиса 1998 г. начался процесс импортозамещения, улучшилась управляемость экономикой, и часть неиспользуемого до этого времени капитала стала возвращаться в производственный процесс.

Но это же означает, что такой механизм роста, обусловленный в большей части не созданием новых производственных мощностей, а возобновлением работы остановленных в 90-е годы предприятий, не вечен, поскольку старый капитал ограничен объемом, оставшимся от советских времен. В [1] была сделана оценка момента времени, когда процесс возобновления работы старых производственных мощностей закончится. Оказалось, что этот процесс возобновления работы старых мощностей после 2000 года закончится примерно через восемь лет.

$$T = \frac{1}{|\mu|} \ln \frac{K_s}{K_0} = \frac{\ln 4}{0.075} \approx 8$$
.

Здесь $K_{\scriptscriptstyle S}$ - величина реального капитала, учитывемого статистическими органами (она почти не менялась в эти годы), а $K_{\scriptscriptstyle 0}$ - начальная величина эффективного капитала в 2000 г.

Несмотря на грубость оценки, она оказалось достаточно точной. Как раз в 2008 г. случился кризис в реальном секторе российской экономике, который отнесли на случившийся в том же году мировой финансовый кризис. Но если другие страны БРИК только замедлили экономический рост, то экономика России испытала в 2009 г. согласно официальным данным падение ВВП на 7.9%.

Итак, при косвенной идентификации модели типа Рамсея по данным 2000-2006 гг. был обнаружен момент структурного перехода от одной модели роста к другой.

В работе [3] идентифицирован блок производства в модели экономики с двумя видами капитала (старым и новым) по квартальным статистическим данным экономики России 1995-2003 гг. Модель предназначалась для оценки теневого оборота и от производственного блока требовалось воспроизвести сезонные колебания в выпуске, связанные с меняющимся количеством рабочих дней от квартала к кварталу. Получилось, однако, что амплитуда колебаний, воспроизводимых производственным блоком, оказалась слабее представленных в статистике. Эту дилемму удалось разрешить, предположив, что в структуре живой рабочей силы (труда L) имеется "балласт" (труд, учитываемый статистикой, но не приносящий добавленную стоимость).

$$L(t) = k(L_s(t) - L_0)$$

В этом соотношении L(t) — эффективный труд, $L_{S}(t)$ — труд, учитываемый статистикой, L_{0} — балласт, а k — коэффициент фактической занятости оставшихся после вычитания балласта.

В настоящей работе мы не будем учитывать сезонных колебаний, а используем схему описания производства с двумя видами капитала для оценки возможности экономического роста в реалиях, сложившихся после исчерпания загрузки старых мощностей. При этом для оценки параметров модели рассматриваем не квартальные, а годовые статистические данные 2008-2014 гг.

Заметим, что к полученным в результате идентификации модели экономики оценкам внешних параметров этой модели следует относиться критически. Для оценки учтойчивости прогнозирования по идентифицированной модели нужно проводить анализ множеств идентификации, подобный тому, какой был сделан в работе [4] для анализа идентифицированной в [1] модели типа Рамсея.

2. Описание модели экономики с двумя видами капитала

Для описания выпуска Y(t) народного хозяйста России, то есть валового внутреннего продукта (ВВП) в постоянных ценах 2008 г., здесь мы в отличие от [1-4] для простоты описания будем использовать степенную производственную функцию от трех производственных факторов: двух видов капитала (старого A(t), нового B(t)) и труда (среднегодовой численности занятых в экономике L(t)):

$$Y(t) = Y_0 \left(\frac{A(t)}{A_0}\right)^{\alpha} \left(\frac{B(t)}{B_0}\right)^{\beta} \left(\frac{L(t)}{L_0}\right)^{\lambda},\tag{1}$$

где Y_0 , A_0 , B_0 , L_0 — значения соответствующих величин в начальный период, например, в данном исследования в 2008 г. Параметры степенной производственной функции $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\lambda > 0$ имеют обычный экономический смысл эластичности выпуска по соответствующему производственному фактору, как в производственной функции типа Кобба-Дугласа. При этом в частном случае однородной производственной функции

 $\lambda = 1 - \alpha - \beta$. Последнее равенство не обязано выполняться в условиях российской экономики, но его можно использовать для сокращения числа искомых параметров на начальном этапе процесса трудоемкой идентификации, когда уточняются границы изменения параметров.

В отличие от [3] здесь в соответствии с (1) предполагается, что «старый» и «новый» капитал не суммируются в общем капитале и, следовательно, по-разному влияют на суммарный выпуск. Считаем, что капитал состоит из двух частей: старого капитала A(t), который только падает с темпом $\mu_A > 0$, так что

$$\frac{dA}{dt} = -\mu_A A(t), \ A(t_0) = A_0, \tag{2}$$

и нового капитала B(t) , который растет за счет инвестиций J(t) и падает с темпом $\mu_{\!\scriptscriptstyle B} > 0$, так что

$$\frac{dB}{dt} = J(t) - \mu_B B(t), \ B(t_0) = B_0. \tag{3}$$

В (2)-(3) момент времени t_0 – это момент начала расчета, здесь равный 2008 г. Параметры деградации мощностей, т.е. темпы $\mu_A > 0$, $\mu_B > 0$ наряду с параметрами производственной функции (1) предстоит определить косвенным образом.

Полагаем, что число занятых в экономике L(t) растет с постоянным темпом $\gamma > 0$.

$$\frac{dL}{dt} = \gamma L(t) , \ L(t_0) = L_0 . \tag{4}$$

Так же, как в [1], для идентификации модели по временным рядам статистики 2008-2014 гг. наряду с данными по занятости L(t) применяем данные по макроэкономическим показателям, входящим в баланс ВВП Y(t) по его использованию, а также эвристические соотношения, полученные из анализа имеющейся статистки по экономике России 2008-2014 гг.

Анализ статистических данных 2008-2014 г. показал, что на этом интервале времени для замыкания модели можно использовать те же эвристические уравнения для связи компонентов ВВП, что и предложенные в [1]:

$$E(t) = \varepsilon Y(t)/p(t), \qquad (5)$$

$$I(t) = t(Y(t) - p(t)E(t))/q(t), \tag{6}$$

$$J(t) = \xi (Y(t) + q(t)I(t))/s(t), \tag{7}$$

где параметры $\varepsilon > 0$, t > 0, $\xi > 0$, а индексы относительных цен на экспорт p(t), импорт q(t) и инвестиции s(t) на интервале времени 2008-2014 гг. заданы статистическими временными рядами, а на прогнозном интервале времени — сценарием.

Конечное потребление Q(t) в постоянных ценах ВВП 2005 г. как в модели, так и в статистике рассчитываем по балансу

$$Q(t) = Y(t) - s(t)J(t) + q(t)I(t) - p(t)E(t).$$
(8)

В соотношениях (1)-(8) требуется идентифицировать десять положительных параметров: девять параметров, указанных выше ($\alpha>0$, $\beta>0$, $\lambda>0$, $\gamma>0$, $\mu_A>0$, $\mu_B>0$, $\varepsilon>0$, t>0, $\xi>0$), и еще один параметр для оценки начального значения старого капитала A_0

$$\eta = \frac{A_0}{Y_0} > 0, \tag{9}$$

имеющий смысл отношения эффективного старого капитала к начальному выпуску. Все десять искомых параметров можно идентифицировать с помощью параллельных вычислений на кластерном суперкомпьютере по сетке на заданных интервалах изменения этих параметров.

Начальное значение нового капитала B_0 при заданном темпе деградации $\mu_B > 0$ можно оценить по имеющейся статистике 1992-2008 гг. для инвестиций J(t).

$$B_0 = \int_{t_1}^{t_0} J(\tau) \exp(-\mu_B(t_0 - \tau)) d\tau.$$
 (10)

Соотношения (1)-(10) задают модель экономики России с двумя видами капитала. Эти соотношения позволяют рассчитать временные ряды макроэкономических показателей модели (макропоказателей) L(t), Y(t), A(t), B(t), E(t), I(t), J(t), Q(t), если взять из статистики набор из известных начальных значений макропоказателей в 2008 г. и задать какой-нибудь набор из десяти перечисленных выше искомых параметров.

3. Параллельные вычисления в идентификации параметров модели

Обычно параметры производственной функции определяют по данным экономической статистики для временных рядов переменных, непосредственно входящих в производственную функцию. В этом случае качество оценки определяют на основе статистических критериев (коэффициента детерминации, информационного критерия и т.д.). Такой подход возможен, когда имеются все необходимые данные для оценки параметров, т.е. даны статистические временные ряды и для производственных факторов, и для выпуска. Но данным по капиталу для экономики Росии, приводимым статистическими органами доверять нельзя (см. [1]), поскольку статистические органы учитывают огромный капитал, созданный еще в советские годы, неоднократно переоцененный в условиях сильной инфляции, а также резервный капитал, числящийся на балансе предприятий. Шести-семи процентный рост экономики в 2000-е гг. при практически неизменном капитале (взятом из статистики), медленно растущей занятости (около 1.1%) и явно неулучшившимся уровнем образования занятых, объяснить на основе

производственной функции нельзя. Для оценки параметров производственной функции нужно оценить эффективный капитал, реально используемый в производстве. Так же, как это было сделано в [1], эту оценку можно сделать за счет косвенной идентификации параметров всей модели.

При косвенной идентификации параметры выбираются на основе того или иного критерия близости всех сравниваемых со статистикой макропоказателей. В естественных науках принято использовать среднеквадратическое отклонение. Его аналогом в экономике является критерий Тейла [5], который оценивает близость временных рядов в относительных величинах, что дает возможность учесть близость экпоненциально растущих макропоказателей, которые в экономике часто являются желанными.

Для одновременного сравнения близости расчетных и статистических временных рядов нескольких макроэкономических показателей используется та или иная свертка критериев близости расчета и статистики кажого макропоказателя, например, среднегеомерическое критериев Тейла для всех сравниваемых макропоказателей. Но оптимальное значение критерия Тейла (минимум), так же как и оптимальное значение среднеквадратического отклонения, равно нулю. Для того чтобы оптимум по близости одного макропоказателя не скрывал сильное отклонение статистики от расчета по модели у другого макропоказателя, в свертке критериев близости лучше использовать не критерий Тейла для каждого макропоказателя, а вычитать критерий Тейла из единицы (максимального значения для критерия Тейла), устремляя свертку критериев к максимуму. В настоящей работе впервые апробирован новый критерий близости, предложенный в [6]. Он связан с критерием Тейла простой зависимостью: единица минус критерий Тейла в квадрате. Такое простое преобразование позволяет значительно сократить вычисление критерия, что чрезвычайно важно в трудоемких задачах с частым вычислением этого критерия в разных точках гиперкуба возможных сочетаний параметров.

Для оценки качества косвенной идентификации параметров всей модели используют метод множеств идентификации [4], но это отдельное трудоемкое исследование, его предполагается представить в отдельной работе.

Заметим, что найти параметры производственной функции, внутренне согласованные с поведением других переменных модели весьма сложно в силу чрезвычайно большого высокопроизводительные возможных вариантов. Однако вычисления суперкомпьютере позволяют найти параметры производственной функции, согласованные с поведением других переменных математической модели экономики. Каждый из десяти неизвестных параметров модели задан в определенном интервале. Если каждый из интервалов разбит сеткой на сто точек, то полное число сочетаний будет 10^{20} . Это очень перебора, однако. большое число ДЛЯ полного залача перебора идеально распараллеливается.

Огромный возможный набор сочетаний значений параметров не позволял до появления кластерных суперкомпьютеров точно определять эти значения. Использование высокопроизводительных параллельных вычислений на суперкомпьютере благодаря достаточно полному перебору позволяет точно решить задачу идентификации параметров сложных математических моделей экономических систем.

Дело в том, что в моделях экономики имеется немало параметров, которые не удается найти напрямую из данных экономической статистики. В случае же, когда данных

статистики хватает, качество исходных статистических данных, как правило, таково, что их хватает только для определения интервалов, в которые попадают параметры модели. Кроме того, и начальные значения некоторых переменных модели часто оказываются неизвестными и поэтому должны рассматриваться как такого рода параметры.

Неизвестные параметры экономической модели определяют косвенным образом, сравнивая выходные временные ряды переменных модели с доступными статистическими временными рядами. В качестве критериев близости расчетного X(t) и статистического $X_s(t)$ временных рядов какого-либо макрожкономического показателя удобно использовать новый индекс N_x , предложенный в [6]. Этот индекс функционально связан с индексом неравенства Тейла [5], однако требует меньшего числа вычислений, что чрезвычайно важно в случае трудоемкой параллельной идентификации.

$$N_X = 2 \left(\sum_{t=t_0}^{t_n} X(t) X_S(t) \right) / \left(\sum_{t=t_0}^{t_n} \left(X^2(t) + X_S^2(t) \right) \right).$$
 (11)

Чем ближе индекс N_{X} (11) к единице, тем ближе сравниваемые временные ряды.

Свертка критериев N_X для сравниваемых макропоказателей X=L,Y,E,I,J,C может быть представлена в виде степенной функции. В частном случае равноправности макропоказателей в виде их произведения.

$$C = \prod_{X=L,Y,E,I,J,C} N_X. \tag{12}$$

Параллельные вычисления основаны на распараллеливании циклов, осуществляющих полный перебор значений искомых параметров в заданных интервалах их изменения с последовательно уменьшающимся шагом равномерной разбивки интервалов.

В серии параллельных вычислений был осуществлен перебор указанных выше десяти параметров модели. Оптимальные значения параметров определялись косвенным образом, сравнивая по введенной свертке критериев N_X . В предварительных расчетах найдены следующие значения параметров модели: $\alpha = 0.27$, $\beta = 0.38$, $\lambda = 0.35$, $\gamma = 0.011$, $\mu_A = 0.067$, $\mu_B = 0.027$, $\varepsilon = 0.293$, $\iota = 1.005$, $\xi = 0.177$, $\eta = 1.7$. Амортизация нового капитала оказалась ниже амортизации старого.

4. Заключение

В результате трудоемких параллельных вычислений с использованием технологий MPI [7], MATLAB [8] и глобальных методов параллельной оптимизации [9-10] получены предварительне результаты идентификации внешних параметров модели. Идентифицированная модель используется для проведения сценарных прогонозных расчетов для экономики России.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (номер проекта 14-11-00432).

Литература

- 1. Оленев Н.Н., Печенкин Р.В., Чернецов А.М. Параллельное программирование в МАТLAB и его приложения. М.: ВЦ РАН. 2007. 120 с.
- 2. Оленев Н.Н. Исследование влияния структурных изменений на экономику России// Вестник Российского университета дружбы народов. Серия:Экономика. 2015, № 1. С.150-157.
- 3. Оленев Н.Н. Параллельные вычисления для идентификации параметров в моделях экономики// Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах. Материалы четвертого международного научно-практического семинара и всероссийской молодежной школы. / Под ред. чл.-корр. РАН В.А.Сойфера, Самара, 2004. С. 204-209.
- 4. Каменев Г.К., Оленев Н.Н. Исследование устойчивости идентификации и прогнозирования российской экономики на модели Рамсея // Математическое моделирование, 2014. М.: Том. 26. № 9. С.3-17.
- 5. Theil H. Economic Forecasts and Policy. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1961.
- 6. Olenev N. Parallel algorithms of global optimization in identification of an economic model// CEDIMES Scientific Seminar at Dorodnicyn Computing Centre Moscow: CEDIMES-Russie occ., Vol. 1, No. 1, 2015. P.45-49.
- 7. Оленев Н.Н. Основы параллельного программирования в системе MPI. М.: ВЦ PAH. 2005. 80 с. DOI: 10.13140/RG.2.1.4912.1767
- 8. Оленев Н.Н., Печенкин Р.В., Чернецов А.М. Параллельное программирование в MATLAB и Simulink с приложениями к моделированию экономики. М.: ВЦ РАН, 2015. 124 с.
- 9. Гергель В.П., Горбачев В.А., Оленев Н.Н., Рябов В.В., Сидоров С.В. Параллельные методы глобальной оптимизации в идентификации динамической балансовой нормативной модели региональной экономики // Вестник ЮУрГУ, №25 (242), 2011. С.4-15. (Сер. "Математическое моделирование и программирование", вып.9.)
- 10. Гергель В.П., Оленев Н.Н., Рябов В.В., Баркалов К.А., Сидоров С.В. Глобальная оптимизация в идентификации многосекторной модели экономики Нижегородской области // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2013. № 3-1. С. 223-230.

МЕТОД ЭНТРОПИЙНОГО ОЦЕНИВАНИЯ БЕТА-КОЭФФИЦИЕНТА В ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ АКТИВОВ (CAPITAL ASSET PRICING MODEL)

Пронин Вячеслав Вячеславович

Место выполнения работы: ИСА РАН, кафедра системных исследований МФТИ (ГУ) Адрес: 125475, г. Москва, ул. Клинская, д.10, кор.2, кв.120 E-mail: vvp005@mail.ru

Аннотация

Рассматривается один из методов анализа финансовых инвестиций, позволяющий определить уровень будущей доходности того или иного финансового актива с помощью выборки данных о доходности прошлых периодов, непосредственно учитывающий степень риска актива в качестве ключевого показателя на пути к принятию окончательного решения со стороны субъекта, проявляющего рациональную активность на финансовом рынке. Применение метода осуществляется с использованием классической модели ценообразования финансовых активов (Capital Asset Pricing Model), теоретическая фундаментальность которой имеет место быть даже в комплексных условиях современной спекулятивной экономики. Для технической реализации качественно нового способа определения бета-коэффициента в дискретном случае модель анализируется как инструмент с рандомизированными векторами данных. Заключительной частью исследования является наглядное демонстрационное исследование работы алгоритма на реальных финансовых активах российского рынка акций.

1. Введение

В условиях современного мира инвестиционная деятельность во многом является определяющим звеном процесса функционирования всей рыночной экономики в целом как единого механизма. Именно инвестиции способствуют развитию большинства рыночных систем. Соответственно, оптимизация процесса инвестирования постоянно является одним из наиболее актуальных вопросов экономики. В данной работе в качестве объектов исследования выступают различные финансовые инструменты, доступные на соответствующих торговых площадках.

2. Область исследования и математическая модель

Научный интерес представляет инвестиционный анализ механизма ценообразования акций и возникающая в данном контексте задача оптимального выбора инвестиционного портфеля, получившая название портфельной теории с основополагающим принципом предпочтения инвестора, согласно которому при прочих равных условиях инвесторы предпочитают больший доход и меньший риск [4]. Диверсификация инструментария в этом случае влечет за собой уменьшение риска, поскольку в общем случае стандартное отклонение доходности портфеля будет меньше, чем средневзвешенные стандартные отклонения доходности ценных бумаг, которые составляют этот портфель [5]. Свое развитие теория получила в виде модели ценообразования активов - Capital Asset Pricing Model (САРМ). Эта модель дополнительно включает в себя два ключевых предположения, описывающих совершенный рынок ценных бумаг: одинаковую информированность инвесторов и наличие базового уровня доходности [7].

Ключевая идея модели САРМ состоит в рассмотрении доходности актива как суммы двух составляющих — безрисковой ставки и так называемой премии за риск, которая, вообще говоря, является случайной величиной. Таким образом, основное соотношение имеет вил:

$$R = r_{rf} + (r_m - r_{rf})\beta,$$

где R — ожидаемая доходность актива, r_{rf} — безрисковая ставка, r_m — доходность рынка в целом, а β — коэффициент, отражающий связь доходности отдельного актива с доходностью всего рынка.

Систематический риск не может быть уменьшен, однако его можно компенсировать за счет соответствующей премии за риск, которая определяется как разница между доходностью рыночного портфеля и процентной ставкой по безрисковым активам. На конкурентном рынке ожидаемая премия за риск изменяется прямо пропорционально бетакоэффициенту. Премия за риск по і-й ценной бумаге рассчитывается следующим образом:

$$Pr_i = (r_m - r_{rf})\beta_i$$

Для применения модели САРМ на практике в любом случае используются исторические данные доходности. Бета-коэффициент является основным фактором, отражающим эффект взаимных корреляций доходности бумаг анализируемой компании с доходностью ценных бумаг, обращающихся на данном рынке. Он выражает меру систематического риска для акций компании и характеризует вариабельность ее доходности по отношению к среднерыночной доходности. Величина коэффициента определяется на основе анализа ретроспективных данных статистическими службами, анализирующих мировые фондовые рынки. Значение бета-коэффициента, как правило, близко к единице, и в точности равняется единице, если говорить о рынке в среднем.

Существует достаточное число алгоритмов, позволяющих найти приблизительное значение бета-коэффициента для конкретной ценной бумаги. Классический подход к оценке параметра β в модели CAPM основан на регрессионном анализе доходности акции относительно доходности фондового индекса, т.е. на фондовом методе.

Данный подход к оценке доходности различных российских компаний может быть затруднен по целому ряду причин, и тогда практическое оценивание значений параметров осуществляется по малому количеству данных, не отличающихся достоверностью, что в конечном итоге влечет за собой необходимость трансформации исходной модели данных с детерминированными параметрами в новую, рандомизированной модель данных (РМД).

Пусть проведено s измерений, а вход имеет n параметров. Тогда, согласно теории [2], связь между входом, выходом и ошибками измерений описывается соотношением

$$v = F[X + \eta, a] + \xi$$

Первый, наиболее общий и часто встречающийся на практике в условиях фондового рынка и рыночной экономики как таковой случай подразумевает непрерывность рандомизированной модели данных и, соответственно, аналогичный характер бета-коэффициента как случайной величины. Тогда объектом оценивания являются функции плотности распределения вероятностей. В этой ситуации вводится функционал правдоподобия, максимизация которого по всем функциям ПРВ из заданного класса и при наличии информации о входе и/или выходе РМД определяет наилучшую оценку [1].

Робастная энтропийная оценка функций плотности распределений вероятностей параметров \mathbf{a} и шумов $\boldsymbol{\eta}$ и $\boldsymbol{\xi}$ определяется решением следующий оптимизационной задачи:

$$\mathcal{H}[P(\mathbf{a}, W(\eta), Q(\xi)] \to max,$$

где \mathcal{H} - функционал обобщенной информационной энтропии Больцмана, в который переходит наш функционал правдоподобия путем элементарных преобразований.

В нашем случае в качестве РМД-модели выступает САРМ, β — ключевая случайная величина. Добавим к базовой формуле шумы входа и выхода — тоже случайные величины.

$$R = r_{rf} + \beta (r_m - r_{rf}) + \xi,$$

где s — количество данных в выборке; R — вектор выхода, размерность — s, компоненты — значения доходности актива; r_{rf} — вектор входа, размерность — s, компоненты — безрисковые ставки; β — случайный параметр; r_m — входные данные, размерность — s, компоненты - значения доходности рынка; ξ — шумы выхода, размерность — s.

Таким образом, модель ценообразования активов в непрерывном случае подлежит стандартному рассмотрению как РМД с одним случайным непрерывным по распределению параметром и зашумленным выходом. Тогда задача нахождения плотностей распределений вероятностей случайного параметра и шумов сводится к решению оптимизационной задачи при наборе ограничений и известных классах распределений р, w, q, которые предполагаются известными.

3. Машинный алгоритм

Однако в современной рыночной экономике неизбежно возникают ситуации, требующие принятия оптимальных решений в несколько иных условиях неопределенности, ведь далеко не всегда параметр модели непрерывен, тогда нас интересует не плотность распределения вероятностей, а дискретное соответствие. По получении закона распределения надо выявить пару значений «интервал + максимальная вероятность», проводя отбор по второму элементу пары. В качестве анализируемого периода будем рассматривать один календарный год, векторы данных снимаем помесячно, что в итоге дает 12 фиксированных значений акций для каждого закрытия и открытия торговой сессии. Дополнительно подчеркнем предположение равномерного распределения шумов строго в линейном интервале [-0,1;0,1]. Задаем точность определения $E\beta$, количество интервалов N для β и df – интервальный шаг. Схема предлагаемого машинного алгоритма, определяющего $E[\beta(t_i)] = F_x(\mathbf{r_m}(t_i), r_{rf}(t_i), \xi(t_i), \mathbf{R}(t_i))$, где F_{x-} функционал, задаваемый алгоритмом имитационной модели, среднеквадратичное отклонение β как случайного параметра, вектор f(i), i=1,...,N – вероятность попадания β в і-й интервал, выполнена по стандартам [3] и представлена ниже, включая подпрограмму 1, которая выдает статистику попаданий бета в различные интервалы.

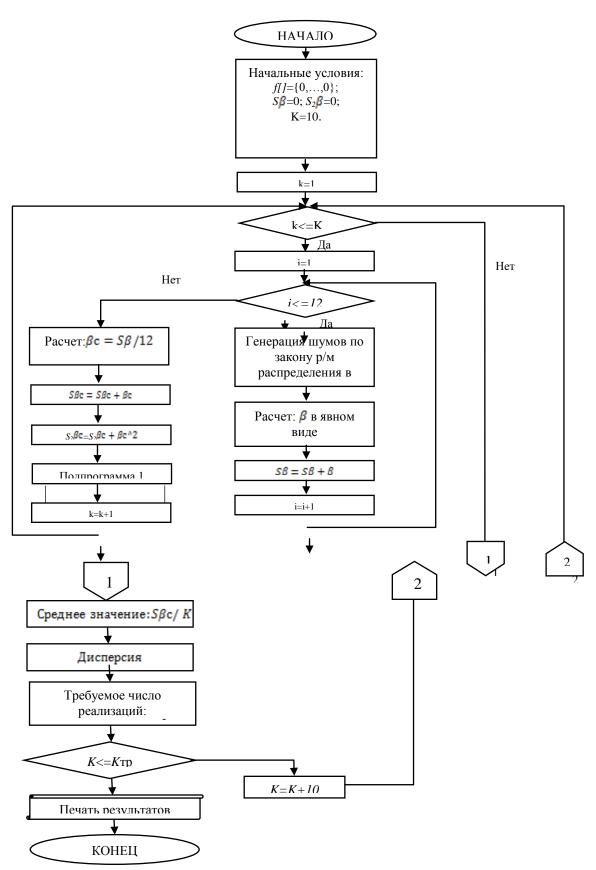


Рис. 1. – Пошаговая схема предлагаемого вычислительного алгоритма

Для практической реализации поставленной задачи были использованы данные из открытых источников, а именно исторические котировки компании «UTair» и ряды значений индекса ММВБ за 2006-2007 гг. - значения стоимости акции на момент открытия и закрытия торгов. Следовательно, для получения значения доходности за один день мы должны величину разности цен открытия и закрытия разделить на цену открытия, чтобы далее получить выборку по доходностям в более удобном виде

$$R_i = (P_C - P_O)/P_O$$

В качестве безрисковой доходности выбираем величину инфляции за рассматриваемый период. Для оценки целесообразности применения метода энтропийного оценивания логично произвести сравнение фактических результатов применения представленной в работе метода и классического метода линейной регрессии, реализация которого с помощью продукта Excel, входящего в программный пакет Microsoft Office, не вызывает дополнительных сложностей.

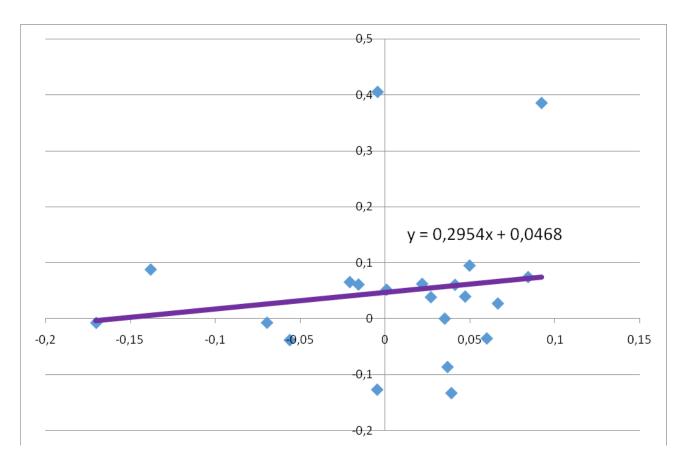


Рис. 2. Зависимость доходности акции компании «UTair» от доходности индекса ММВБ

Коэффициент линии тренда для зависимости доходности акции компании «UTair» от доходности рынка, являющийся оценкой бета-коэффициента первого порядка, составляет 0.2954.

4. Сопоставление результатов расчетов

В случае если параметр β является непрерывной случайной величиной, распределенной по нормальному закону, решаем задачу с использованием среды разработки MATLAB, используя стандартную надстройку Optimization Toolbox, и получаем следующие результаты: $E[\beta]$ =0.3150 при дисперсии 1.6442. В свою очередь, при дискретности бетакоэффициента как случайного параметра исследуемой модели в той же компьютерной среде разработанный алгоритм при df=0.05, N = 200 и рассматриваемом отрезке [-5;5] позволяет нам получить идентификатор интервала 117. Соответственно, в реальных условиях рыночной неопределенности мы принимали бы какое-либо решение на перспективу, исходя из уточненного прогноза - среднего значения коэффициента по найденному интервалу [0,30;0,35]., т.е. 0,325. Значение 0.3150 из непрерывного случая принадлежит найденному по результатам работы машинного имитационного алгоритма интервалу из закона распределения - проверка успешна; пример показателен.

5. Заключение

Нам удалось формально описать модель ценообразования финансовых активов как рандомизированную, с ключевым случайным параметром и зашумленными выходными данными, и представить алгоритм прогнозирования ее ключевого параметра на основе метода робастно-энтропийного оценивания. Проведено демонстрационное исследование реальных финансовых активов российского рынка акций. На примере конкретного финансового инструмента подход реализован практически, с использованием выборки данных из открытых источников.

Конечные результаты, полученные с использованием разработанного алгоритма, реализующего масштабный теоретический подход к решению задачи современной экономики, могут быть использованы для прогнозирования будущей доходности финансовых активов и принятия взвешенных инвестиционных решений в условиях неопределенности различными субъектами рынка.

Одним из возможных направлений развития работы может являться оценка степени необходимой корректировки решений со стороны субъектов финансового рынка в сторону оптимальности в различных рыночных ситуациях в зависимости от внешних условий и глобальных тенденций на фондовом рынке.

Литература

1. Ю.С. Попков, А.Ю. Попков, Ю.Н. Лысак (ИСА РАН, Москва) «Оценивание характеристик рандомизированных статических моделей данных (энтропийно-робастный подход)», 2013.

- 2. Ю.С. Попков «Тория Макросистем: Равновесные модели» Изд. 2-е М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013
- 3. Новицкий В. О., Карпов В. И. «Методология исследования и моделирования сложных систем управления для предприятий и компаний зернового сектора АПК», Ж. Информационные технологии. М.: Изд-во «Новые технологии», -2010. №9. С.50-52
- 4. Markowitz, Harry «Portfolio Selection», The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1. pp. 77-91, March 1952
- 5. Sharpe, William «Portfolio Theory and Capital Markets. McGraw-Hill Trade», 1970
- 6. Fama, Eugene F. and French, Kenneth R. «The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence» CRSP Working Paper No. 550; Tuck Business School Working Paper, August 2003

ЭЛЕМЕНТЫ АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ УПРАВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ СРЕДОЙ МЧС РОССИИ

А.А. Рыженко

ФГБОУ ВО Академия Государственной противопожарной службы МЧС России, 129366 Москва, ул. Бориса Галушкина, 4, каф. ИТ УНК АСИТ, litloc@rambler.ru

Аннотация

Рассматривается особенность логического построения многоуровневой системы информационной средоймета корпорации, поддержки управления охватывающей существующие структуры территориально распределенных подразделений примередействующей концепцииединой программной платформы МЧС России. Особенностьюразрабатываемой модели является принцип «невмешательства», основанный на идеологии «системы систем» на фасетном множестведанных.

1. Введение

Массовое внедрение разноформатных информационных систем и технологий на рабочих местах структур МЧС России привело к значительному усложнению процесса формирования сопроводительной документации, а такжепоследовательности принятия оперативных решений как в повседневной деятельности, так и в оперативном режиме при ЧС и пожарах. Первым граничным рубежом, обозначенным подразделением информационной поддержки, отмечен II квартал 2014 года. Согласно анализа статистических данных по потокам документации, многие подразделения более 80% времени затрачивают на подготовку отчетов разного уровня. Например, в 2014 году оперативный дежурный центра управления в кризисных ситуациях (ЦУКС) должен ежедневно подавать около 80 отчетов, хранящих сводные данные в разных формах. На текущий момент, количество отчетов выросло более чем на 20%. При этом, поцесс передачи данных, а также обработки на местах до сих пор носит в большей мере полуавтоматический режим.

Аналогичная ситуация просматривается и вовтором сценарии: в оперативном режиме, при ЧС выше объектового уровня дистанционно собирается экспертная комиссия. Использование закрытых каналов глобальной сети позволяет распространить

необходимую информацию как в файловой форме, так и в режимевидеотрансляции. Тем не менее, процесс формирования единой информационной среды на визуальнойкартогорафической основе для оперативной команды не доступен в связи с фактическим отсутствием единой программной геоинформационной основы. Как следствие, время, затраченное на процесс принятия решений, превышает нормативный показатель в несколько раз, что существенно влияет на локализацию и ликвидацию ЧС.В качестве выхода из данной ситуации, на уровне Министерства в декабре 2014 года предложена концепция аппаратно-программного комплекса (АПК) «Безопасный город», регламентирующая порядок внедрения единой информационной платформы [1].

Дальнейшее развитие программы показало несостоятельность подхода снизу для формирования программной платформы государственной единой **VDOBHЯ** метакорпорации. Ошибочным является недостаточный уровень проработки существующей логической управляющей структуры, использование революционного механизма внедрения, что в данных условиях невозможно [2]. Как следствие, в течении 2015 года разработаны нормативные документы, регламентирующие особенности формирования и использования технической платформы, a также концепцию использования существующих программно-аппаратных узлов [3, 4].

Анализ текущих результатов позволил систематизировать проблемную составляющую, выявить закономерности и ключевые узловые точки, что позволило обосновать состоятельность одной из ключевых задач Концепции – использование существующих аналоговых и цифровыхаппаратных компонентов в качестве технологической основы.

2. Систематизация проблемных моментов

Итоги Всероссийского сбора МЧС России (февраль 2016 года) продемонстрировали, что основные предложения со стороны внешних разработчиков для Концепции касаются в основном решений частных локальных задач, что породило больше проблемных моментов при внедрении и адаптации на местах [5]. В результате, научному сообществу предложено сформировать современную модель конструирования единого информационного пространства, способного:

- быть независимым в основе, т.е. внешние изменения не должны мешать действующему функционалу как самой системы в целом, так и локальным системам на рабочих местах;
- использовать существующие и используемые технологии независимо от принадлежности к разным классам аппаратного и программного обеспечения;
- внедрять новые компоненты в пассивном режиме, т.е. без дополнительных посредников и конвертеров, что обеспечит эволюционный режим совершенствования платформы;
- предоставлять решения на оперативном уровне в произвольном формате по графику и по требованию не зависимо от текущей деятельности;
- документально обеспечивать план действий по формированию и сопровождению РСЧС в повседневном и оперативном режимах с учетом существующей обстановки, а также расстановки и мониторинга состояния привлекаемых сил и средств;

- обоснование и синхронизацию стратегических планов возможного развития произвольного уровня, начиная от объектового уровня и до государственного, на уровне Министерств:
- планирование и сопровождение межведомственных отношений как внутри государства, так и при проведении трансграничных и внешних операций.

Дополнительным фактором является календарный план программы импортозамещения, предписывающий внедрение отечественных аналогов программного и аппаратного обеспечения в профессиональную деятельность МЧС России в течении двух лет, что вносит ряд ограничений [6].

В данных условиях попытки использования определенного теоретического направления для формализации возможных отношений между потоками данных единого информационного пространства в пределах метакорпорации привели к дополнительным проблемным моментам, связанными с механизмом адаптации программного ядра. В результате дальнейших исследований предложена матрично-иерархическая пирамидальная системапостроенная по методологии BPM (business performance management) на фасетном множестве данных (рис. 1).

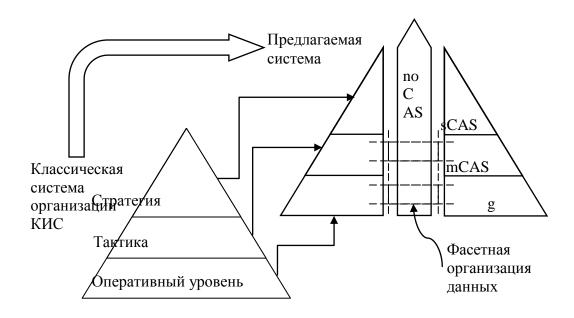


Рис. 1. – Матрично-иерархическая пирамидальная система на фасетном множестве данных

Особенности моделирования уровней пирамиды рассмотрены в работах ранее [7, 13, 14].

3. Определение теоретической платформы неадаптивной системы

Далее приводится описание элементовмоделипрограммного ядра с использованиемметодологии неадаптивных систем поддержки управления, не приспосабливающихся к изменяющимся условиям работы объекта управления, и не меняющие структуры и параметров в процессе управления [8].

Для описания управляемых процессов разрабатываемой системы примененаоткрытаягруппа на аддитивной функции, где каждый атомарный элемент — система. Используется описательная формулировка теории множеств Колмогорова А.Н. [9]. В качестве развития, заложенныследующие принципы: «элемент как система» и «система как элемент» в едином целом, предполагающие ячеистую систему обработки данных. Формирование матриц правил используются как в узлах иерархии деревьев, так и классической свободной форме произвольного фасета[10]. На базе полученной технологии разработан механизм, позволяющий объединять иерархию логических высказываний в виде базы ассоциаций (БА) и базы правил (БП) произвольной ячейки по аналогии с реляционной базой данных на множестве связей (рис. 2)[12, 14].

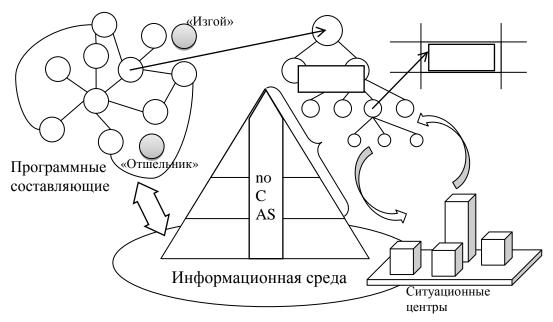


Рис.2. – Формирование программного ядра единого информационного пространства

Учтены также независимые аппаратно-программные комплексы и отдельные системы — «отшельники» и «изгои», основанные на параллельных или векторных технологиях. Технология взаимодействия в основном основана на использовании кроссплатформенных механизмов, таких как XMLилиXDTO для Windowsopueнтированных систем или noSQL для открытых систем.

В качестве формы хранения правила предлагается алгебраическая форма, предложенная Вавиловым Н.Е. на множестве элементов, удовлетворяющих аксиомам Цермело-Френкеля [11]. Для исключения математических парадоксов типа «задача брадобрея» использован простой аппарат постулатов, что определяет устранение коллизий при параллельной обработке альтернативных потоков данных. Особенностью данного механизма является, предложенное Колмогоровым А.Н., разделение форм моделирования на объекты, управляемые процессы и используемые ресурсы. В представленной работе рассмотрено только одно направление – моделирование управляемых процессов. Пример использования в форме простых алгебраических выражений представлен частным случаем

в форме взаимодействия двух независимых программных платформ отображения компьютерной графики в работе [12].

4. Особенности алгебраического представления правил

При построении базы ассоциаций нет формальных ограничений на левую часть классического продукционного правила в форме (ecnu < ycnoвue > mo < ccылка на ячейку фасета БП>». Например, построениеформы фасета, где ячейка имеет только четыре границы, в ссылке указываетформу <math>(shave + ue no copus + ue no sep + ue no copus + ue

Переход к фасетным системам организации данных при построении алгебраической формы правой части продукционных правил БП позволил сократить время на обработку в несколько раз, поскольку один цикл обработки цифровых данных в 2-4 раза быстрее лингвистической (1 и 2 байта на хранение одного символа соответственно), представленной определенным алфавитом. Также необходимо учесть особенность разрабатываемой модели программного ядра, где закладываются три классических элемента неадаптивных систем [8]:

- стабилизирующий, обеспечивающий поддержание текущих значений переменных констант в рамках допустимого диапазона;
- программный, обеспечивающий проведение сопровождающих информационных ресурсов согласно план-стратегии и/или IT-моделипо времени;
- следящий, обеспечивающийизменение управляемых параметров для стабилизации показателей центральной системы поддержки управления.

Некоторая унификация элементов, позволила определить формулы представления данных с множеством итоговых значений в пределах заданного показателя целого для правого и левого базиса (группа на аддитивной функции)[12]:

(на множестве положительных элементов – правило правой руки)

$$\sum_{i=0}^{n} a_{i} \underset{m}{\to} [1, m], \text{где } n \in [1, \infty), m \in [0, n]$$
 (1)

 a_i — элемент множества, m — целое, n — произвольный элемент; (на множестве отрицательных элементов — правило левой руки)

$$\sum_{j=k}^{\infty} a_j \underset{l}{\to} [l, -1], \text{где } k \in [-\infty, -1), l \in [0, k]$$
 (2)

 a_j — элемент множества, l— целое, k — произвольный элемент. Для области допустимых значений необходимо учесть два условия:

- координатыконтура отображают не значение, а смещение относительно начала координат;
- координатные оси **Ох** и **Оу** симметричны, могут использоваться как прямо, так и обратно (**x**,**y**) и (**y**,**x**), что вполне допускается правилами аффинных преобразований координат.

Координаты смещений областей допустимых значений для разных показтелей целогобудут:

$$-$$
 для $(-1) + 1 = {-2, -1, 1, 2}$ $-2 = (-1, 1);$ $2 = (1, -1);$ $-1 = (-1, 0)$ и $1 = (0, 1);$ $-$ для $(-2) + 2 = {-4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4}$ $-4 = (-2, 2);$ $4 = (2, -2);$ $-3 = (-2, 1);$ $3 = (2, -1);$ $-2 = (-2, 0);$ $2 = (1, -1);$ $-1 = (-1, 0)$ и $1 = (1, 0).$

В качестве примера рассмотрим потоковую передачу блоками зашифрованного видеосигнала: информационный поток состоит из *двух* каналов трансляции, заложено *пять* информационных сообщений. В *первый* информационный поток заложено *шесть* сообщений в течение заданного промежутка времени. Из них истинных заложено только *три* (*две* промежуточные и *третья* итоговая). Следовательно, отправляется все *шесть* сообщений, но *три* из них будут ложные (внесение избыточности), но не выпадающие из общего канала связи. На другой поток заложено *пять* сообщений, а проектом только *две*. Следовательно, *три* из них ложные. Общая сумма всех переданных сообщений не может выйти за заложенный верхний предел ограничения передачи данных по каналам трансляции.

В результате обработки, получено правило (ключ дешифровки):

$$[3+2_5+1_5]+[3+2_5] \xrightarrow{5} 5.$$

Аналогичное правило можно построить для следующего сценария: в ночное время суток возник очаг возгорания в жилом доме. На вызов выехала первая бригада из шести человек (четыре ствола). Порыв ветра перенес очаг на соседнее высотное жилое здание. Привлечена вторая бригада из пяти человек (три ствола). Со временем очаги возгорания были локализованы. Но возник новый очаг в малоэтажном здании, расположенном между соседними высотками. При физическом отсутствии третьей оперативной бригады (временной, до прибытия основной) был сформирован проект привлечения сил и средств из существующих, но без вмешательства в текущий процесс ликвидации очагов пожара. Проект тушения третьего очага пожара состоит из двух действующих на выезде бригад, заложено пять членов формируемой бригады (три ствола для тушения). В первой оперативной бригаде шесть действующих членов. Из них проектом выделено три (два основных и третий «на подхвате»). Следовательно, постоянно действуют все шесть членов бригады, но три из них останутся в первой бригаде, не выпадая из процесса тушения начального очага. В другой бригаде пять членов команды, а проектом предполагается только двое. Следовательно, трое из них остаются на втором очаге. Общая сумма всех членов команд не может выйти за заложенный верхний предел ограничения наличия состава в бригадах.

5. Заключение

Формы представления данных усложняются параллельно с ростом и укрупнением корпоративных информационных систем тактического и стратегического уровней. Масштабная глобализация информационных ресурсов требует новых подходов к обработке потоковой информации. Широко используемая тенденция усиления аппаратной части не может развиваться без внесения существенных изменений в алгоритмическую основу, что уже заметно как для основных элементов систем (процессор, видеокарта и т.п.), так и для более масштабных (ЦОД, ЦХД, облачные технологии). С другой стороны,

теоретические наработки, в связи со значительным развитием практической составляющей информационных систем и технологий, могут быть эффективно применены и внедрены.

На текущий момент, полученная форма представления данных используется в системах:

- дистанционной поддержки управления для расследования пожаров на объектах нефтепереработки[13];
- поддержки управления центров управления в кризисных ситуациях субъектов РФ [14];
 - поддержки управления страховым фондом документации МЧС России [12].

Литература

- 1. Распоряжение Правительства РФ № 2446-р от 03.12.2014 г. «Концепция построения и развития аппаратно-программного комплекса «Безопасный город»
- 2. Как создать единое информационное пространство в АПК «Безопасный город» URLhttp://www.secuteck.ru/articles2/security-director/kak-sozdat-edinoe-informatsionnoe-prostranstvo-v-apk-bezopasnyy-gorod/ (дата посещения 03.03.2016).
- 3. Временные единые требования к техническим параметрам сегментов аппаратнопрограммного комплекса «Безопасный город» № 14-7-5552 от 29.12.2014 г.
- 4. Методические рекомендации АПК «Безопасный город» построение (развитие), внедрение и эксплуатация № 2-4-87-12-14 от 22.02.2015 г.
- 5. Всероссийский сбор по подведению итогов деятельности РСЧС, выполнения мероприятий гражданской обороны в 2015 году и постановке задач на 2016 год. URL
 - http://www.mchs.gov.ru/activities/results/2016_god/Tezisi_vistuplenij_na_Vserossijskom _sbor (датапосещения 03.03.2016)
- 6. Постановление Правительства РФ № 1236 от 16.11.2015 г. «Об установлении запрета на допуск программного обеспечения, происходящего из иностранных государств, для целей осуществления закупок для обеспечения государственных и муниципальных нужд»
- 7. Рыженко А.А. Когнитивный центр управления комплексной безопасностью пространственно-распределенных объектов с массовым пребыванием людей / Топольский Н.Г., Тетерин И.М., Чухно В.И., Рыженко А.А. // Технологии техносферной безопасности: интернет-журнал. 2014. Выпуск № 6 (58). 7 с. Режим доступа: http://ipb.mos.ru/ttb
- 8. Классификация автоматизированных систем управления (АСУ) в промышленности. URLhttp://starkproject.com/automation/factory-automation/1892-klassifikacziya-avtomatizirovannyx-sistem-upravleniya-asu-v-promyshlennosti.html(дата посещения 03.03.2016 г.)
- 9. Колмогоров А.Н. Теория информации и теория алгоритмов. М.: Наука, 1987, 304 с.
- 10. Никифоров В.О., Слита О.В., Ушаков А.В. Интеллектуальное управление в условиях неопределенности: учебное пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2011. 226 с.
- 11. Вавилов Н.Е. «Не совсем наивная теория множеств». URL patryshev.com/books/set-int.pdf (датапосещения 03.03.2016)
- 12. Рыженко А.А. Дуальное моделирование обработки графических данных системы поддержки управления аварийно-восстановительными мероприятиями.

- Монография. / Н.Г. Топольский, И.А. Максимов, А.А. Рыженко; под общей редакцией доктора технических наук, профессора Н.Г. Топольского. М.: Академия ГПС МЧС России, 2014.-149 с.
- 13. Зуев Н.Ю., Хабибулин Р.Ш., Рыженко А.А. Компьютерная реализация экспертной системы для расследования пожаров на объектах нефтепереработки. Технологии техносферной безопасности: интернет-журнал. − 2015. Выпуск № 2 (60). − 5 с. Режим доступа: http://ipb.mos.ru/ttb
- 14. Рыженко А.А. Адаптивная система поддержки деятельности центров управления в кризисных ситуациях. Монография. / Н.Г. Топольский, Р.Ш. Хабибулин, А.А. Рыженко, М.В. Бедило. М.: Академия ГПС МЧС России, 2014. 151 с.

О НОВОМ ПОДХОДЕ К МНОГОАГЕНТНОМУ ИМИТАЦИОННОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

Сенченко Р.В.

«Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС» г. Москва, r.v.senchenko577@gmail.com Крапухина Н.В.

«Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС» г. Москва, krapuhina@mail.ru

Аннотация

В работе предлагаются новые подходы к организации архитектуры многоагентной имитационной модели, механизмы взаимодействия транспортных агентов между собой и с дорожной средой. Важной особенностью предлагаемого подхода является использование новой математико-алгоритмической модели интеллектуального транспортного агента, базирующейся на методах искусственного интеллекта и теории конечных автоматов. Предложенные модели воспроизводят системные свойства транспортных потоков, позволяют повысить качество и детальность моделирования процессов, происходящих в транспортных потоках.

1. Введение

Современная теория транспортных потоков представляет собой разветвленную область научных знаний. Существует большое количество моделей, описывающих транспортные потоки и системы на разном уровне детализации и с применением различных подходов и математических аппаратов: начиная от алгебраических уравнений и структур на графах и заканчивая дифференциальными уравнениями в частных производных, вариационными задачами и имитационными моделями [1-2]. Большой прикладной интерес получили итерационные алгоритмы распределения транспортных потоков в контуре дорожной системы, основывающиеся на идее транспортного равновесия [3].

Широкое распространение компьютерной техники, разнообразных средств регистрации состояния транспортного потока (главным образом - средств видео регистрации), а также развитие методов и алгоритмов распознавания дорожных сцен и объектов из видеопотока позволили фиксировать состояние реального транспортного потока. В результате анализа накопленных массивов данных были обнаружены и частично объяснены новые пространственно-временные структуры, возникающие в плотном транспортном потоке [4]. При этом классические представления о системных свойствах транспортных потоков, выраженные в идее существования фундаментальной диаграммы «плотность-поток» [4-5], не согласовываются с эмпирическим данными, не могут предсказать или объяснить новые обнаруженные свойства. Модели классической теории транспортных потоков, воспроизводящие фундаментальную диаграмму и относящиеся, главным образом, к гидродинамическому классу моделей транспортных потоков, оказываются неадекватными реальности. Основной акцент при моделировании транспортных систем смещается на инструментарий многоагентных имитационных моделей, описывающих транспортные потоки на нижнем уровне с точностью до отдельных участников дорожного движения.

Новый теоретический базис для исследования транспортных потоков и их свойств основывается на следующих обнаруженных фундаментальных эмпирических системных свойствах [4]. В транспортном потоке выделяют три фазы: свободный поток ($Free\ flow$), синхронизированный поток ($Synchronized\ flow$) и поток с широко движущимся кластером ($wide\ moving\ Jams$), тогда как классическая теория транспортных потоков не различает фазы F и J, объединяя их в одну фазу $nnomhoro\ nomoka$. При этом основные cucmemhologo свойства mpahcnopmhologo мормулируются в терминах фазовых переходов между фазами F, S, J:

- Переход $F \to S$ из фазы свободного потока **F** в фазу синхронизированного плотного потока **S** является фазовым переходом 1-ого рода.
- Переход $F \to S$ может быть как индуцированным, так и спонтанным в окрестности одного и того же «узкого места» в транспортной сети; при этом вероятность спонтанного $F \to S$ перехода является возрастающей функцией величины транспортного потока.
- В синхронизированном плотном потоке S возможен спонтанный переход $S \to J$ в фазу J плотного транспортного потока с широко движущимся кластером.

В дальнейшем в данной работе, говоря про системные свойства транспортных потоков, мы будем подразумевать перечисленные выше свойства фазовых переходов.

2. Системный анализ современных многоагентных транспортных моделей

На настоящий момент существует большое разнообразие математических моделей достаточно хорошо и реалистично описывающих движение агентов по выбранной дорожной полосе [1, 2, 5], а также набор моделей смены полосы движения [6]. Именно эти модели закладываются в основу современных многоагентных имитационных моделей транспортных систем и соответствующего программного обеспечения [7].

В работах [8, 9] авторами одними из первых рассматриваются вопросы функционирования группы взаимодействующих конечных автоматов. В работе [8]

исследуется поведение одиночного агента в условиях среды, реагирующей на его действия случайным образом. На каждое действие агента среда может ответить штрафом или его отсутствием (нештрафом); было показано, что в таких условиях можно построить конечный автомат, обладающий целесообразным поведением, т.е. таким поведением, при котором математическое ожидание величины полученного штрафа минимально. Эти идеи были развиты далее на случай взаимодействия двух и более конечных автоматов, показана принципиальная возможность воспроизведения целесообразного поведения группой автоматов при некоторых ограничениях на множества допустимых действий (выходных сигналов) и состояний [9]. Предложенные подходы могут быть приспособлены для моделирования движения множества участников автотранспортного движения. Вместе с тем, несмотря на широко развитую общую теорию многоагентных систем [8-10], соответствующих методов И моделей, современные многоагентные описывающие транспортные потоки, до сих пор представляются весьма и весьма упрощенными, не обладающими достаточной интеллектуальностью.

Детальный анализ современных моделей транспортных систем на основе многоагентного подхода выявил три существенных недостатка.

Первый существенный недостаток заключается в одношаговой логике поведения агентов в транспортном потоке. Агенты в существующих подходах лишены возможности планировать сложные маневры в транспортном потоке [2]. Встречающийся достаточно часто в реальности маневр перестроения на соседнюю полосу движения, последующее опережение и перестроение на исходную полосу с целью обогнать медленного участника движения в существующих моделях может быть реализован разве что в результате случайной последовательности одношаговых маневров. При этом модель агент не предусматривает целенаправленного совершения данного маневра. Воспроизведение более сложного поведения, такого как, так называемое, «шашечное движение» становится исключительно маловероятным. В терминах теории конечных автоматов указанный недостаток может быть интерпретирован, как недостаточная емкость памяти агента.

Второй существенный недостаток заключается в отсутствии целеполагания агентов. Агенты движутся в транспортном потоке беспорядочно, а в основу логики их поведения закладываются достаточно простые правила маневрирования, зачастую, схожие с так называемыми «жадными стратегиями» поведения [2, 5]. Например, в существующих моделях типичен случай, когда агент перестраивается сразу же, лишь только соответствующая модель смены полосы движения диагностирует возможность совершения такого перестроения.

Для адекватного описания движения агентов в транспортном потоке, напротив, нужно учитывать упорядоченность дорожного движения. Так правила дорожного движения предписывают занимать определенные полосы движения для совершения дальнейших маневров поворота на перекрестках и развилках. Кроме того, в городских условиях среди всех полос движения транспортному агенту следует выбирать, как правило, ту полосу движения, осредненные динамические характеристики на которой близки к динамическим характеристикам его собственного комфортного режима движения.

Третий существенный недостаток заключается в отсутствии конкуренции между транспортными агентами. Конкуренция между участниками дорожного движения за возможность езды в целевом скоростном режиме по той или иной полосе движения является причиной возникновения системных свойств транспортного потока, таких как спонтанные фазовые переходы типа $F \to S$, $S \to F$ и $J \to F$. Характер

конкурентного поведения участников дорожного движения позволяет разделять последних на классы или типы, такие как, например, «агрессивный водитель», «водитель альтруист» и т.д.

Действительно, рассмотрим пример простейшего конкурентного взаимодействия между двумя агентами при совершении маневра перестроения. У первого агента возникает возможность пропустить или не пропустить перестраивающегося агента, а у второго возникает возможность учесть соответствующее решение первого агента или же проигнорировать его и совершить маневр в несогласованном режиме (агрессивно). Положительное или отрицательное решение возникающего конкурентного спора существенно влияет на динамические характеристики агентов. Так, если первый агент пропускает второго, то он, как правило, согласовывает скорость своего движения со скоростью второго. В противном случае, при несогласованном (агрессивном) маневрировании второго агента первому придется совершить оперативное согласование своей скорости, а в ряде случаев и экстренное торможение. Подобные конкурентные споры широко возникают в транспортном потоке и являются одной из причин фазового перехода вида $S \rightarrow J$.

На основе проведенного в работе [4] детального исследования эмпирических данных, полученных с видео датчиков на скоростных автомагистралях, а также выявленных пространственно-временных структур транспортного потока, была получена модель Кернера-Кленова-Шрекенберга. Выраженная стохастическим клеточным автоматом с достаточно простыми и немногочисленными правилами смены состояний ячеек автомата, эта модель, однако, более полно учитывает логику движения одиночного транспортного средства в потоке. Как следствие, модель хорошо согласуется с эмпирическими данными. Заложенные в эту модель правила поведения участников дорожного движения частично устраняют перечисленные авторами недостатки.

Современные результаты теории многоагентных систем, а также согласующийся с ними опыт Кернера, Кленова и Шрекенберга убедительно показывают, что системные свойства транспортных потоков могут быть воспроизведены на моделях только в условиях повышения интеллектуальности используемых агентов.

В настоящей работе излагаются новые системные подходы к организации архитектуры многоагентной имитационной модели, механизмы взаимодействия транспортных агентов между собой и с дорожной средой.

3. Архитектура модели

Предлагаемая в работе многоагентная имитационная модель имеет трехуровневую архитектуру, представленную на рисунке 1. Каждый последующий уровень связан с предыдущем и детализирует его.

На первом уровне транспортная сеть представляется ориентированным графом, задающим топологию транспортной сети.

На втором уровне модели описываются дорожные линии, разветвления, перекрестки и иные элементы транспортной сети. Для этого с каждым ребром ассоциируется специальный объект — «дорожная среда», поддерживающий два основных механизма: интерфейс обмена сигналами и информацией между транспортными агентами (расположенными на третьем уровне), а также интерфейс взаимодействия различных

дорожных сред между собой. Входы и выходы дорожных сред соединяются между собой в соответствии с транспортным графом первого уровня.

На третьем уровне модель описывает динамику движения отдельных транспортных средств, каждое из которых может принимать решения о замедлении или ускорении, о начале маневра перестроения или обгона и пр. В модели это соответствует функционированию множества транспортных агентов — интеллектуальных объектов, движущихся внутри дорожных сред. Агент может опрашивать среду об окружающем его состоянии, после чего на основе, разработанной авторами модели, принимать решения о дальнейшем дорожном поведении.

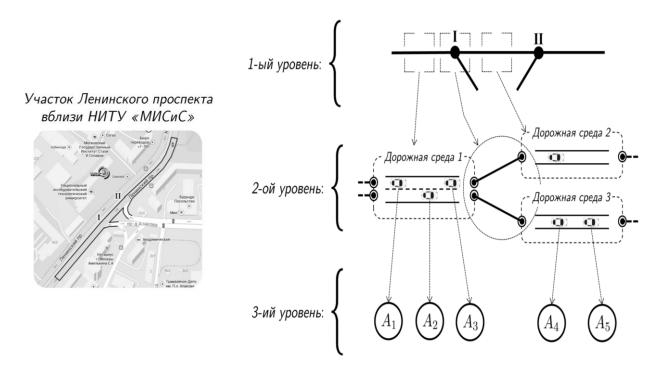


Рис 1. Архитектура многоагентной имитационной модели на примере участка Ленинского проспекта в окрестности НИТУ «МИСиС», г. Москва

Отличительная особенность предлагаемой архитектуры многоагентной имитационной модели заключается в структуре 2-ого и 3-его уровней модели, а также во взаимодействии их элементов.

4. Структура дорожной среды

Агенты — в соответствии с общей теорией многоагентных систем — существуют в рамках некоторой среды, могут взаимодействовать друг с другом и со средой. В данной работе классическая система «агент — среда» специализируется под проблематику моделирования транспортных систем и приобретает вид системы «транспортный агент — дорожная среда».

Под *дорожной средой* авторами понимается виртуальное пространство, обладающее эксплицитно выраженной направленной геометрической структурой. Это означает, что в рамках дорожной среды существует ограничение на направления перемещения транспортных агентов, а для описания устройства виртуального пространства

используются естественные для транспортной проблематики геометрические представления.

Геометрическая информация о структуре дорожной среды описывается авторами с помощью системы соединенных между собой *полиномиальных сплайнов порядков 1, 2 и 3*. Не нарушая общности, считаем, что ось единичной полосы дорожного полотна представляется в виде:

$$G(s) = a \cdot s^3 + b \cdot s^2 + c \cdot s + d, \qquad 0 \le s \le l$$

где аргумент s интерпретируется, как расстояние вдоль сплайна от его начала при s=0 и до его конца при s=l; точки $a,b,c,d\in\square^2$ считаются заданными. Криволинейная координата s является естественным дескриптором положения транспортных средств на дорогах и рассматривается в дорожных терминах, как километраж от начала соответствующего сплайна до текущего положения агента. На рисунке 2 проиллюстрировано описание геометрической структуры, так называемого nepezoha-участка дорожного полотна между двумя перекрестками. Изложенный подход пригоден также и для других типовых участков транспортной системы.

Геометрические элементы дорожной среды



Рис. 2. Геометрическое устройство двухполосной однонаправленной дорожной среды

В современных геоинформационных системах, например, в открытой картографической системе OpenStreetMap, геометрическая информация об устройстве транспортной сети хранится с помощью системы взаимосвязанных ломаных линий [11] — полиномиальных сплайнов порядка 1. Скругление некоторых участков сети с помощью полиномиальных сплайнов порядков 2 и 3 позволит получить не учитываемую в других работах геометрическую характеристику дорожного полотна в точке s — радиус кривизны R(s). Эта характеристика оказывает существенное влияние на скорость движения транспортного потока и должна учитываться интеллектуальным транспортным агентом при выработке того или иного решения о режимах своего движения.

Радиус кривизны R(s) дорожного полотна G(s) в точке s быть выражается следующей формулой:

$$R(s) = \frac{\left|G'(s)\right|^3}{\left|G'(s) \times G''(s)\right|}$$

Приведенная формула, ввиду фиксированной структуры используемых в работе сплайнов, допускает преобразование в более компактную форму. Для вычисления радиуса кривизны R(s) авторами построен эффективный алгоритм с трудоемкостью O(1).

Перемещаясь в контуре дорожной среды, транспортные агенты образуют различные логико-пространственные конфигурации. Во многих моделях используются такие понятия, как «предшествующий/последующий агент», «предшествующий/последующий слева/справа агент», «агент с примыкающей полосы движения» и т.д. [1, 10, 12]. Дорожная среда должна поддерживать соответствующее информационное наполнение. С этой целью логико-пространственную конфигурацию агентов в контуре виртуального пространства дорожной среды предлагается представить в виде набора сильно связных списков, см. рисунок 3.

Массив связных списков является структурированным множеством агентов, находящихся в текущей дорожной среде. Это множество обладает следующими отличительными особенностями:

- 1. каждый список моделирует отдельное подмножество агентов, расположенных на соответствующей полосе движения;
- 2. списки агентов расположены в массиве, начиная со списка, моделирующего крайнюю правую полосу движения;
- 3. элементы списков, ссылающиеся на транспортных агентов, упорядочены по возрастанию пространственной координаты s.

Массив списков

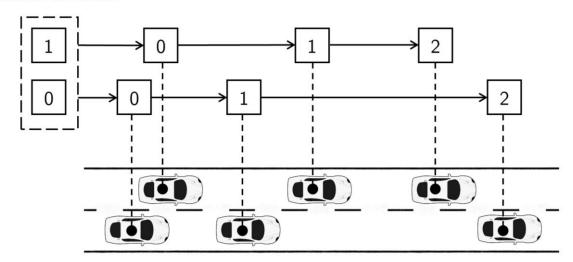


Рис. 3. Схема логического устройства виртуального пространства дорожной среды

В данной работе предполагается, что списки состоят из так называемых агентных ссылок. Агентная ссылка — это структура данных, состоящая из указателей на других транспортных агентов, составляющих шаблон окружения для выбранного агента. Агентные ссылки предназначаются для описания логико-пространственного расположения транспортных агентов в контуре виртуального пространства дорожной среды и моделируют принцип ограниченности представления из теории многоагентных систем, см. рисунок 4.

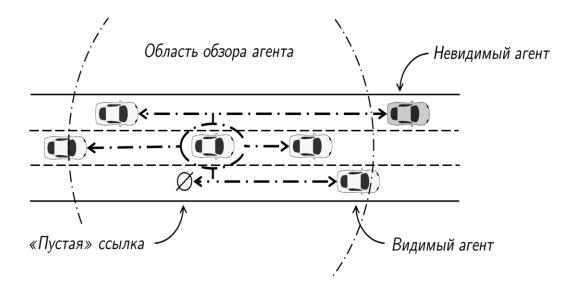


Рис. 4. Устройство агентных ссылок и области обзора агента

В случае дорожной среды, описывающей перегон, агентная ссылка представляет собой набор из шести пар индексов вида $\langle i,j \rangle$, где i — номер списка, а j — номер элемента i -ого списка. Эти пары индексов указывают местоположения предшествующего и последующего агентов на текущей полосе движения, а также на левой и правой примыкающих полосах. При этом, если некоторый агент не присутствует в контуре дорожной среды, то ссылка имеет «пустое» значение \varnothing .

Использование агентных ссылок позволяет получать агенту исчерпывающую информацию о пространственном расположении окружающих агентов в границах его области обзора.

Предложенный подход может быть применен для единообразного описания сразу множества типовых участков дорожной сети. На рисунке 5 проиллюстрирован предлагаемый подход для описания дорожной среды «Основная дорога — примыкающая дорога». При моделировании логики поведения транспортного агента в такой дорожной среде необходимо также учитывать поведение агентов на примыкающей дорожной полосе. Для этого в структуру агентной ссылки вводится дополнительный компонент, позволяющий получить соответствующую информацию. Аналогичным образом легко получить описания для перекрестков, пересечений и ветвлений дорог, съездов и пр.

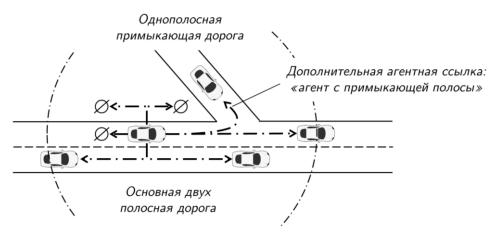


Рис 5. Пример устройства агентных ссылок в дорожной среде с примыкающей дорогой

5. Структура транспортного агента

Структура транспортного агента при реализации в математико-алгоритмической модели отражает следующие особенности реального участника дорожного движения:

- возможностью ограниченно просматривать текущую дорожную сцену и ее геометрическое пространство;
- **6.** возможностью посылать и/или получать информационные сигналы от других агентов в рамках текущей дорожной сцены;
- **7.** на основании совокупности полученной информации принимать решение о том или ином режиме дорожного движения, необходимости совершения того или иного маневра.

Здесь под дорожной сценой мы понимаем локальную информацию о текущем состоянии дорожной среды, доступную для считывания выбранным транспортным агентом.

Возможность ограниченного просмотра текущей дорожной сцены, а также возможность посылки/получения сигналов от окружающих агентов реализуется с помощью посылки соответствующего сигнала-запроса дорожной среде и получения сигнала-ответ от нее. Приведем список основных сигналов, посылаемых агентом дорожной среде:

- 3) Сигнал «Как устроена среда?» в качестве ответного сигнала дорожная среда присылает количество полос в текущей окрестности агента, типы разделительных линий между ними, а также радиус кривизны.
- 4) Сигнал «Где я нахожусь?» в качестве ответного сигнала дорожная среда присылает номер занимаемой агентом полосы движения и расстояние s, отсчитанное от начала дорожного полотна до текущего положения агента.
- 5) Сигнал «*Кто вокруг меня?*» в качестве ответного сигнала дорожная среда присылает ссылки на соседних агентов. Обращение по этим ссылкам (их разыменование) позволяет агенту получить информацию о динамических характеристиках окружающих агентов.

В реальных условиях данная информация может быть получена от систем видео регистрации и систем распознавания дорожных сцен и объектов.

На рисунке 6 проиллюстрирована некоторая транспортная ситуация, в которой два выделенных агента посылают информационные сигналы-запросы дорожной среде.

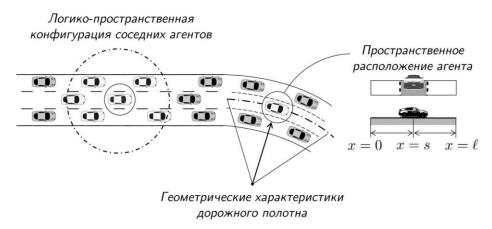


Рис 6. Схема информационного наполнения ответных сигналов дорожной среды

Последний пункт заявленных свойств транспортного агента отвечает за его интеллектуальную составляющую. Для описания сложного поведения агентов в транспортном потоке, моделирования эффектов агентного взаимодействия, конкуренции и целеполагания, авторами предлагается новая модель интеллектуального транспортного агента, основанная на аппарате конечных автоматов и элементах продукционных экспертных систем.

Новизна предлагаемой модели заключается в использовании новой информации о состоянии дорожной среды (более полный учет логико-пространственного расположения агентов, а также геометрических параметров дорожной среды), а также и интеграции предложенных в данной работе подходов и известных моделей класса следования за лидером и смены полосы движения в приложении к транспортной проблематике.

Изложим основные идеи разработанного подхода. В основу модели интеллектуального транспортного агента закладывается модель конечного автомата, см. рисунок 7. Множество состояний конечного автомата $Z = \{z_0, z_1, \dots, z_n\}$ используется для явного выделения возможных вариантов поведения транспортного агента в различных ситуациях.

Начальному состоянию z_0 соответствует ситуация, в которой агент движется по выбранной полосе движения в режиме следования за лидером. Состояния z_1 и z_2 соответствуют ситуации, когда агент целенаправленно ускоряется (эффект переускорения в терминологии теории трех фаз Кернера [4]) или замедляется в транспортном потоке с целью обогнать или пропустить агента на примыкающих дорожных полосах. Состояния z_3 и z_4 соответствуют ситуации, в которой агент непосредственно совершает маневр перестроения на левую или правую примыкающую полосу движения соответственно.

Структура конечного автомата используется для выделения основного состояния z_0 и набора состояний, являющихся промежуточными этапами сложных многошаговых дорожных маневров. Находясь в каждом конкретном состоянии, транспортный агент обладает целеполагающим контекстом и, в соответствии с ним, принимает решение о движении в том или ином динамическом режиме. При этом с каждым состоянием

конечного автомата ассоциируется собственная модель, показывающая, какой именно скоростной режим агент выберет для движения, см. рисунок 7 в части режимов движения (б) и (в). Так для описания динамики движения в состоянии z_0 авторами данной работы используется модель ACC (Adaptive Cruise Control), являющаяся комбинацией моделей CAH (Constant-Acceleration Heuristic) и IDM (Intelligent Driver Model) [9]. Модель ACC разработана Трайбером, Кестингом и Хельбингом на основе эмпирических данных, полученных с видеорегистраторов, и поэтому является наиболее совершенной моделью следования за лидером на настоящий момент.

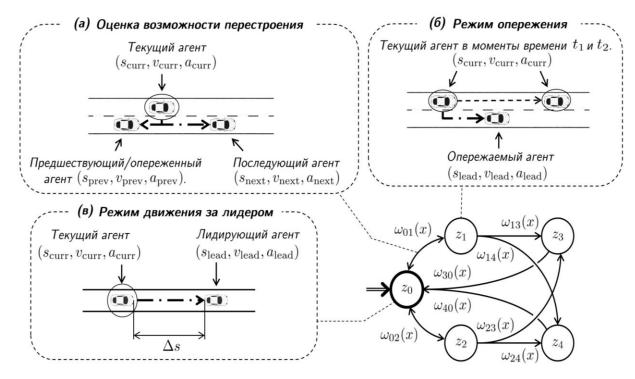


Рис 7. Структура конечного автомата в модели интеллектуального транспортного агента

Для описания переходов между состояниями конечного автомата в модели транспортного агента используются элементы продукционных экспертных систем. С каждым состоянием $z_k \in Z$ связывается набор продукционных правил $\{\omega_{km}\}$, выраженных предикатами $\omega_{km}(x): X \to \{0,1\}$ на пространстве X совокупной получаемой от дорожной среды информации, см. рисунок 7 в части оценки возможности перехода (а). Каждый предикат $\omega_{km}(x)$ описывает логику перехода из состояния z_k в состояние z_m ; переход считается возможным, если предикат приобретает истинное значение.

Для описания логики перехода из основного состояния z_0 в состояния z_3 и z_4 , т.е. для совершения немедленного маневра перестроения — авторами используются предикаты $\omega_{03}(x)$ и $\omega_{04}(x)$, основанные на модели смены полосы движения MOBIL (Minimizing Overall Braking Induced by Lane Changes), разработанной Трайбером и Кестингом [6]. Указанная модель описывает условия, при которых маневр перестроения будет

безопасным и выигрышным с точки зрения скоростных характеристик перестраивающегося агента.

Для состояний z_1-z_4 и оставшихся предикатов $\omega_{km}(x)$ в современных открытых научных источниках нет готовых математических моделей. По этой причине авторами разработаны дополнительные модели, описывающие соответствующие элементы модели интеллектуального транспортного агента.

Так состояния z_1 и z_2 описывают линейное ускорение и замедление транспортного агента соответственно вплоть до достижения некоторой целевой скорости движения. Предикат $\omega_{10}(x)$ прогнозирует время до наступления условий, в которых транспортный агент сможет перейти в состояние z_3 или z_4 (совершить маневр перестроения). Если это время превышает некоторый заранее заданный порог ожидания $t_{\rm thr}$, то агент *отказывается* от совершения маневра и возвращается в состояние z_0 . В противном случае агент остается в состоянии z_1 или z_2 до тех пор, пока не станут истинными предикаты $\omega_{13}(x)$ или $\omega_{14}(x)$.

Аналогично устроена логика поведения агента в состояниях z_3 и z_4 . В настоящей работе авторами предполагается, что процесс смены полосы движения агентом необратим. Если агент физически начал маневр перестроения и некоторым образом перешел в состояния z_3 или z_4 , то он должен завершить маневр и вернуться в основное состояние z_0 следования за лидеров уже в новых условиях.

6. Преимущества предлагаемого подхода

Предложенный подход в своей минимальной реализации сопоставим с моделью Кернера-Кленова-Шрекенберга, воспроизводит системные свойства транспортных потоков, выраженные основными фазовыми переходами [4, 5]. Однако, предложенный подход имеет ряд существенных перспективных преимуществ по сравнению с моделью Кернера-Кленова-Шрекенберга.

Во-первых, модель обладает ярко выраженной модульной структурой и позволяет гибко заменять ее составные элементы. При этом не возникает необходимости в перепроектировке и/или во внесении изменений в соответствующее программное обеспечение. Например, модель ACC в основном состоянии z_0 может быть с легкостью заменена некоторой другой, равно как и может быть заменена любая продукция в структуре переходов конечного автомата.

Во-вторых, модель позволяет итерационно добавлять и учитывать новые детали в логике поведения транспортных агентов даже в случае, если она имеет нетривиальную структуру. Таковой может быть, например, логика поведения маршрутных транспортных средств, общественного транспорта, транспортных средств медицинского, пожарного и иных назначений. К указанному преимуществу модели относится и учет геометрической информации о структуре пространства дорожной среды, что особенно важно для моделирования движения на крутых поворотах и виражах.

В-третьих, модель позволяет в рамках единой многоагентной имитационной модели и единой математическо-алгоритмической модели транспортного агента моделировать гетерогенные по своей структуре транспортные потоки, состоящие из агентов с разной логикой поведения. Это возможно, поскольку логика поведения агента инкапсулирована в

его внутреннюю модель, а дорожная среда не опирается на особенности устройства транспортных агентов и рассматривает их с позиции «черного ящика». При этом добавление дополнительных переменных позволяет учитывать различные характеристики агентов, например, такие как физические и динамические габариты [13].

Подчеркнем, что в изложенном подходе нет принципиального ограничения на количество различных конечных автоматов, закладываемых в логику поведения агентов.

С одной стороны, агенты могут задаваться конечными автоматами одинаковой структуры, однако различаться значениями параметров моделей, ассоциированных с каждым состоянием z_k . Например, придавая параметрам модели АСС состояния z_0 значения из различных числовых диапазонов можно добиться высокоскоростного поведения агентов или же, наоборот, низкоскоростного, с различными профилями ускорения и комфортными дистанциями до лидирующего автомобиля.

Варьирование параметров в предикатах переходов ω_{km} , например в модели MOBIL и др., позволяет регулировать особенности маневрирования в транспортном потоке для различных типов автомобильных средств. Таким образом, имеется возможность описания типовых динамических режимов движения транспортных агентов.

С другой стороны, в системе могут присутствовать сразу множество типов агентов с различными по своей структуре конечными автоматами. Это может быть использовано, как основа для выделения разнящихся по логике поведения типов агентов: легковые автомобили с произвольным маршрутом следования, средства общественного транспорта (маршрутные автомобили и автобусы), грузовой транспорт и т.д. Так, в логику поведения агентов, описывающих средства общественного транспорта, должны быть включены дополнительные состояния конечного автомата, позволяющие моделировать движение по замкнутому маршруту, а также остановки в фиксированных местах.

7. Заключение

Предложенная имитационная многоагентая модель транспортной системы, а также архитектура устройства дорожной среды и новая математико-алгоритмическая модель интеллектуального агента реализованы программно на языке программирования С++ с использованием библиотек Qt, OpenGL, boost. Численные эксперименты показывают, что предложенный подход воспроизводит системные свойства транспортных потоков, такие как фазовые переходы от свободного потока к плотному (в рамках которого выделяют фазы синхронизированного потока и фазы широко движущегося кластера) [4, 5].

В рамках предлагаемого подхода авторами разработана модель транспортного агента, новизна которой заключается в более полном использовании информации о состоянии дорожной среды, а также в интеграции предложенных в данной работе подходов и известных моделей класса следования за лидером и смены полосы движения в приложении к транспортной проблематике. Отличительной особенностью предлагаемой модели является использование для описания транспортных агентов аппарата конечных автоматов, правила переходов между состояниями которого

описываются продукционными правилами, что позволяет придать поведению транспортного агента интеллектуальный характер.

Модель интеллектуального транспортного агента развивается и дополняется авторами, уточняются недостающие элементы модели на основе распознавания реальных транспортных потоков с систем стационарных видеорегистраторов.

Архитектурное решение «дорожная среда — транспортный агент» рассматривается авторами, как новый *паттер проектирования* систем многоагентных имитационных систем, обеспечивающий последним свойства модульности, гибкости и масштабируемости. Составные элементы спроектированной модульным образом, что позволяет при необходимости заменять тот или иной элемент модели с минимальными трудозатратами.

Литература

- 1. Швецов В. И. Математическое моделирование транспортных систем // Автоматика и Телемеханика 2003. №11.
- 2. Семенов В. В. Математическое моделирование динамики транспортных потоков мегаполиса // ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. 2004.
- 3. Шатунов А.А.. Сравнительный анализ алгоритмов распределения транспортных потоков // XI Всероссийская конференция «Методологические проблемы управления макросистемами». Материалы докладов. Апатиты: КНЦ РАН, 2016. С. 89-92.
- 4. Kerner B. S. Introduction to Modern Traffic Flow Theory and Control: The Long Road to Three-Phase Traffic Theory. Berlin: Springer 2009.
- 5. Введение в математическое моделирование транспортных потоков: Учебное пособие / Издание 2-е, испр. и доп. А. В. Гасников и др. Под ред. А. В. Гасникова. М.: МЦНМО, 2013.-427 с.
- 6. Treiber, M., Kesting, A. Modeling Lane-Changing Decisions with MOBIL // Traffic and Granular Flow'07 2009. №1. C. 211-221.
- 7. Бекмагамбетов, М.М., Кочетков, А.В. Анализ современных программных средств транспортного моделирования // Исследования, конструкции, технологии. 2012. №6. С. 25-34.
- 8. Цетлин М.Л. О поведении конечных автоматов в случайных средах // Автоматика и телемеханика. 1961 №10. т. XXII С. 1345-1354.
- 9. Стефанюк В.Л., Пример задачи на коллективное поведение двух автоматов // Автоматика и телемеханика 1963. №6. т. XXIV С. 781-784.
- 10. Тарасов В.Б. От многоагентных систем к интеллектуальным организациям: философия, психология, информатика. М.: Эдиториал УРСС, 2002. 352 с.
- 11. OpenStreetMap (OSM): http://www.openstreetmap.org/, Дата обращения: 15 марта 2016 г.
- 12. Kesting A., Treiber M., Helbing D. Enhanced Intelligent Driver Model to Access the Impact of Driving Strategies on Traffic Capacity. // Phil. Trans. R. Soc. 2010.
- 13. Маширин А.В. Эмпирическое определение приведенных единиц транспортного потока // XI Всероссийская конференция «Методологические проблемы управления макросистемами». Материалы докладов. Апатиты: КНЦ РАН, 2016. С. 51-52.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ ОБРАЩЕНИЙ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ В СЛУЖБУ ТЕХНИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКИ

Багатурия Виктория Васильевна Московский государственный университет леса, Московская обл., 141005, Московская обл., г. Мытищи-5, ул. 1-я Институтская, д. 1, МГУЛ, bagaturiya@mail.ru

Сусов Роман Владимирович Московский государственный университет леса, Московская обл., 141005, Московская обл., г. Мытищи-5, ул. 1-я Институтская, д. 1, МГУЛ, susovroman@mail.ru

Аннотация

Данная статья посвящена исследованию процесса обработки обращений пользователей в службу технической поддержки. В ходе исследования построена модель обработки заявок службой технической поддержки в нотации ARIS eEPC. Модель позволяет оценить нагрузку по обработке заявок, которую может выдержать служба технической поддержки в заданной конфигурации, выявить узкие места, снижающие пропускную способность службы технической поддержки, а также формализовать и систематизировать процесс обработки обращений с целью дальнейшей автоматизации работы службы технической поддержки.

1. Введение

Повсеместное распространение технологий естественным образом приводит к повышению требований к уровню технической поддержки пользователей высокотехнологичных продуктов, таких как электронные устройства, системы связи, программно-аппаратные комплексы, информационные системы, базы данных, программное обеспечение, а также услуг по обеспечению их непрерывной работоспособности для коммерческих и других организаций.

Вследствии этого растет количество компаний, которые специализируются на предоставлении услуг технической поддержки ("Help Desk" или "Service Desk") другим организациям по модели аутсорсинга. Получение услуг технической поддержки по модели аутсорсинга позволяет обеспечить постоянную доступность услуг технической поддержки для организаций с минимальнымии затратами по сравнению с содержанием собственной службы.

Говоря о технической поддержке нельзя не упомянуть концепцию ITIL (IT Infrastructure Library) [1], основанную на процессном подходе к управлению [2] и описывающую организацию работы компаний, занимающихся предоставлением услуг технической поддержки. Важным компонентом ITIL является соглашение об уровне предоставления услуг (Service Level Agreement, SLA) - формальный договор между заказчиком и поставщиком, содержащий согласованный уровень качества предоставления услуг. Например в SLA могут быть оговорены дни и часы, когда техническая поддержка будет предоставляться и максимальное время реакции на обращение. Наличие подобных условий в SLA повышает актуальность и важность вопроса о гарантированном выполнении взятых на себя обязательств компаниями, предоставляющими услуги техни-

ческой поддержки. Для того, чтобы гарантированно выполнять такого рода обязательства, необходимо иметь адекватную оценку по нагрузке, которую может выдержать служба технической поддержки с учетом требований, накладываемых SLA, выявлять узкие места в процессе обработки заявок, для того, чтобы укладываться в требования SLA, а также иметь формализованное представление процесса обработки заявок с целью разработки и внедрения информационной системы для его автоматизации. Для решения этих задач авторами предпринята попытка моделирования процесса обработки обращений в одной из компаний, специализирующейся на аусорсинге услуг по разработке, модернизации, а также технической поддержке информационных систем и баз данных.

2. Подход к решению поставленных задач на основе имитационного моделирования

Службу технической поддержки и присущие ей процессы по обработке обращений можно рассматривать как систему - комбинацию элементов, образующих единый комплекс, направленный на достижение общей цели [3] - желательное состояние или результат поведения [4], заключающейся в обработке всех поступающих обращений. Рассмотрение службы технической поддержки как системы позволяет для построения модели применять общие принципы построения моделей систем. При этом для исследования статических свойств исследуемого объекта используется аналитическое моделирование, а для исследования динамических свойств – имитационное моделирование. Аналитическое моделирование позволяет проводить исследование системы на основе математической модели, представленной в виде алгебраических, дифференциальных и других уравнений, и предусматривает осуществление однозначной вычислительной процедуры, приводящей к их решению. Имитационное моделирование позволяет проводить исследование системы в виде алгоритмов, описывающих функционирование исследуемой модели путем последовательного выполнения большого количества элементарных действий.

Имитационное моделирование в настоящее время считается одним из наиболее эффективных методов исследования сложных систем, поведение которых зависит от воздействия случайных факторов [5], что свойственно рассматриваемой службе технической поддержки. Имитационные модели позволяют учитывать большое количество различных деталей и факторов без серьезных упрощений модели, в том числе многочисленные случайные воздействия на систему, что позволяет повысить адекватность модели действительному состоянию исследуемой системы.

При имитационном моделировании воспроизводится процесс функционирования системы во времени с сохранением логической структуры и заданной последовательности действий, что позволяет наблюдать за ходом процесса в течение определенного периода и получать данные о состояниях процесса в любые моменты времени, что дает возможность оценить характеристики системы, выявить узкие места процесса, спрогнозировать поведение системы, и на основе этой информации выработать рекомендации по совершенствованию процесса [6]. Исходя из этого, для решения поставленных задач как нельзя лучше подходит имитационное моделирование, которое хорошо зарекомендовало себя для решения такого рода задач [7,8,9,10]. В настоящее время существует множество различных

технологий, позволяющих проводить имитационное моделирование, таких как ARIS, CPN, GPSS, Arena, Powersim, AnyLogic и других. На основе сравнительного анализа ряда технологий моделирования, проведенного авторами в [11,12], а также обзора инструментальных сред, проведенного в [13], в качестве технологии и инструментальной среды для моделирования процесса обработки обращений в службу технической поддержки выбрана ARIS [14], как наиболее подходящая для решения поставленных задач.

ARIS (Architecture of Integrated Information Systems) — одна из наиболее популярных технологий моделирования процессов, в которой интегрировано множество различных методов, от описания процессов до реализации прикладных систем, автоматизирующих выполнение этих процессов. Технология ARIS реализована в наборе программ ARIS Toolset, в котором может осуществляться построение моделей, их отладка и прогон. Первая стадия формализации в описании сложных систем и процессов состоит в разделении этого описания на отдельные виды. Основная цель такого разделения — уменьшение сложности описания. В одном виде описания рассматривают тесно связанные составляющие и абстрагируются от остальных. В ARIS выделяются пять видов представлений: организационное описание (кто делает?), функциональное описание (что делает?), описание выходов (что получается?), а также процессное описание (как делает?).

В соответствии с данными видами представлений выделено пять основных типов моделей: организационные модели, функциональные модели, информационные модели, модели входов/выходов и процессные модели, объединяющие в себе элементы всех остальных моделей. Технология ARIS не накладывает ограничений на последовательность подготовки пяти видов представления. Процесс анализа и проектирования можно начинать с любого из них, в зависимости от конкретных условий и целей, стоящих перед исполнителями [6]. Достоинство такого подхода заключается в том, что при анализе системы каждому аспекту можно уделять достаточное внимание, не отвлекаясь на его связь с другими аспектами. И только после детального изучения всех аспектов можно перейти к построению интегрированной процессной модели, отражающей все существующие связи между моделями [6]. Вместе с тем, если система не слишком сложна, можно сразу перейти к построению и исследованию процессной модели и ограничиться ей.

Каждая модель рассматривается как поля в специальной базе данных, называемой репозиторием. Репозиторий является ядром информационной системы, реализующей технологию ARIS. Он оказывает решающее воздействие на эффективность применения моделей. Интеграция различных типов моделей становится возможной именно благодаря хранению их в едином репозитории. Также благодаря этому возможно митациионное моделирование процессов. Ядро имитационного моделирования интегрировано в ARIS Toolset, благодаря чему модели процессов, описанные в нотациях, поддерживаемых ARIS, например в нотации eEPC (extended Eventdriven Process Chain), используются как основа для имитационного моделирования. Функциональность имитационного моделирования в ARIS позволяет исследовать, как выполняются процессы во времени, а также оценить пропускную способность и загруженность ресурсов.

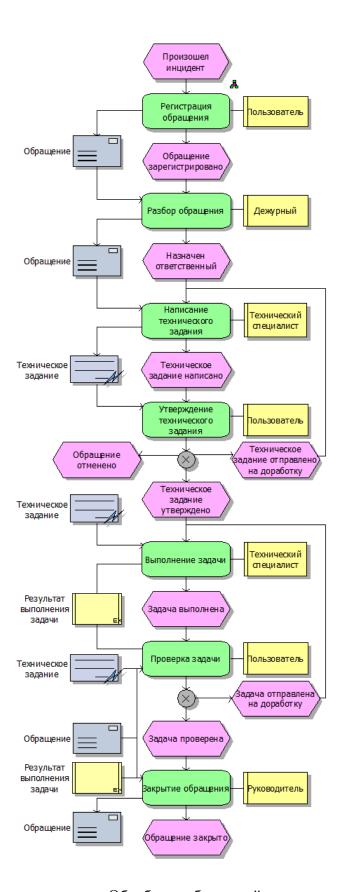
3. Построение модели процесса «Обработка обращений»

Модель процесса «Обработка обращений» (рисунок) построена на базе наиболее характерных для нотации «eEPC» объектов: «Function» — выполняемая сотрудником функция, «Position» — тип сотрудника, выполняющего функцию, «Event» — событие, предшествующее функции или следующее за функцией, «Information carrier» — информация в электронном виде, необходимая для выполнения функции или порождаемая в ходе выполнения функции, «Module» — необходимые заказчику технические изменения обслуживаемой системы, появившиеся в результате выполнения задачи специалистом.

Алгоритм работы процесса «Обработка обращений» представляет собой цепочку функций, последовательно выполняемых пользователями (сотрудниками заказчика) и сотрудниками службы технической поддежки. Процесс обработки обращений запускается по одному начальному событию с заданной периодичностью. Порядок наступления всех остальных событий определяется логической схемой процесса и приоритетом наступления события, заданной в предшествующей ему точке разветвления.

Для проведения имитационного моделирования процесса «Обработка обращений» экспертным путем были определены параметры объектов модели типа «Function», задано количество сотрудников для каждого объекта модели типа «Position», а также построена вложенная модель типа «Instantiation model» для первого по порядку объекта модели типа «Event».

В табл. 1 приведено количество сотрудников для каждого объекта модели типа «Position». Под количеством сотрудников заказчика подразумевается все пользователи фирм заказчиков, которые могут обращаться в службу технической поддержки для решения возникающих у них технических проблем в ходе эксплуатации информационных систем и баз данных или запросов на реализацию новых требований. Время выполнения каждого объекта модели типа «Function» определяется в диапазоне между минимальным и максимальным временами ее выполнения в соответствии с равномерным законом распределения вероятностей. Временные параметры выполнения каждой функции приведены в табл. 2. Для генерации потока событий с необходимой периодичностью начальное событие процесса «Обработка обращений» включает вложенную модель типа «Instantiation model», которая определяет порядок и цикличность генерации потока событий. В модели процесса «Обработка обращений» начальным является событие «Произошел инцидент», параметры которой приведены в табл. 3.



Модель процесса «Обработка обращений» в нотации еЕРС

Табл. 1. – Параметры объектов типа «Position»

Должность	Количество сотрудников
Пользователь	90
Дежурный	1
Технический специалист	5
Руководитель	1

Табл. 2. – Параметры объектов типа «Function»

Функция	Мин. Время вы- полнения, ч:м:с	Макс. Время вы- полнения, ч:м:с
Регистрация обращения	00:05:00	00:30:00
Разбор обращения	00:10:00	00:30:00
Написание технического задания	01:00:00	03:00:00
Утверждение технического задания	00:30:00	24:00:00
Выполнение задачи	02:00:00	10:00:00
Проверка задачи	00:30:00	24:00:00
Закрытие обращения	00:10:00	01:00:00

Табл. 3. – Параметры модели «Произошел инцидент»

Параметр	Значение
Начало рабочего дня, ч:м	09:00
Окончание рабочего дня, ч:м	18:00
Продолжительность рабочего дня в часах	9
Количество рабочих дней в неделю	5
Среднее количество обращений в день	7

В соответствии с данными настройками в течении рабочего дня с 9.00 до 18.00 создается 7 обращений в техническую поддержку. Моменты поступления обращений подчинены нормальному закону распределения вероятностей, выбранному в соответствии с мето-

дом, предложенным в [15]. Этот цикл повторяется каждый рабочий день с понедельника по пятницу в течении 5 рабочих дней недели.

4. Результаты имитационного моделирования процесса "Обработка обращений"

В результате прогона модели в модуле ARIS Simulation стала доступна для анализа кумулятивная статистика выполнения процесса "Обработка обращений" по объектам типа "Function" (табл. 4) и объектам типа "Position" (табл. 5).

Табл. 4. – Статистика по объектам типа "Function" в процессе "Обработка обращений"

Функция	Количество обрабо- танных функций	Время обработки, д:ч:м:с
Регистрация обращения	35	0000:10:17:13
Разбор обращения	35	0000:11:10:22
Написание технического за- дания	44	0003:23:27:03
Утверждение технического задания	44	0022:21:23:14
Выполнение задачи	30	0007:09:28:47
Проверка задачи	30	0017:09:02:22
Закрытие обращения	27	0000:13:51:16

Табл. 5. – Статистика по объектам типа типа "Position" в процессе "Обработка обращений"

Должность	Количество об- работанных функций	Время работы, д:ч:м:с	Коэффици- ент исполь- зования	Количе- ство че- ловек
Пользова- тель	65	0017:19:19:36	0,09	90
Дежурный	35	0000:11:10:22	0,18	1
Технический специалист	74	0011:08:55:50	0,87	5
Руководи- тель	27	0000:13:51:16	0,21	1

Перед тем, как делать выводы на основе анализа полученной статистики необходимо оценить степень доверия к построенной имитационной модели. Для этого необходимо проанализировать влияние на выходные переменные модели изменений во входных данных, значительная часть которых носит вероятностный характер, в частности, моменты поступления обращений в службу технической поддержки. Необходимо выяснить, при ка-

ком разбросе этих входных данных сохраняется справедливость сделанных по результатам моделирования выводов, для чего необходимо повторить эксперимент некоторое количество раз с различными входными данными, учитывающими вероятностное распределение входного потока обращений. Для этого воспользуемся предложенным в [15] методом, следуя которому необходимо определить количество прогонов модели n, необходимое для оценки параметров модели с заданной точностью методом доверительных интервалов по формуле $n=(\sigma Z_{a/2})^2/d^2$, где σ - стандартное отклонение, $Z_{a/2}$ - двусторонняя стандартная нормальная статистика, d- доверительный интервал. Зададим $d=\sigma/3$. Экспертно можно принять достаточной уровень достоверности 95%, при котором $Z_{a/2}=1.96$. Таким образом, $n=(1.96\sigma)^2/(\sigma/3)^2=35$. Т.е. для получения заданного уровня достоверности необходимо провести не менее 35 прогонов имитационной модели, что и было сделано. По полученным в результате прогонов данным рассчитаны коэффициенты вариации k выходных переименных имитационной модели по формуле $v_k = \frac{\sigma}{x}*100\%$, где $\sigma = \sqrt{D_n(X)}$,

 $x_n^- = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $D_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_i)^2$, σ - стандартное отклонение, D – выборочная статистиче-

ская дисперсия, \bar{x} - среднее значение выборки. Для полученных коэффициентов вариации рассчитаны \bar{k} - среднее значение коэффициента вариации выходные переменных по формуле $\bar{k} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k k_i$ и σ_k - стандартное отклонение коэффициентов вариации выходные пере-

менных по формуле $\sigma_k = \sqrt{D_k(K)}$, где $D_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (k_i - \overline{k})^2$. Полученные в результате рас-

чета низкие значения $\overline{k}=0.023543$ и $\sigma_k=0.020051$ позволяют сделать вывод, что выходные переименные рассматриваемой имитационной модели обладает низкой степенью чувствительности к распределению вероятностей во входном потоке обращений и с уровнем достоверности 95% полученные результаты моделирования можно использовать для формулировки выводов.

Основной вывод заключается в том, что коэффициент использования для технического специалиста является слишком высоким. Учитывая, что дежурный каждый день назначается из числа технических специалистов, то физически дежурный и технические специалист это одно и тоже лицо, поэтому коэффициент загрузки будет составлять (0,18 + 0,87), что превышает единицу. Суммарное время работы пяти технических специалистов, выполняемых функции "Разбор обращения", "Написание технического задания", "Выполнение задачи" составляет (0000:11:10:22 + 0003:23:27:03 + 0011:08:55:50), что существенно превышает сорокачасовую рабочую неделю в пересчете на одного человека. Все это означает, что при текущем потоке обращений уже имеют место ожидания в процессе обраобтки обращений пользователей, что может привести к нарушению условий соглашений о предоставлении услуг пользователям. Функции "Разбор обращения", "Написание технического задания", "Выполнение задачи" потеницально являются узкими местами данного процесса, которые могут быть устранены с помощью как найм дополнительных сотрудников, перераспределение таких приемов, функциональной ответственности, изменений организацонной структуры конструирование другой конфигурации процесса обработки обращений службой

технической поддержки. Поиск конкретных вариантов устранения этих узких мест является предметом отдельного будущего исследования, и может быть осуществлен например, в соответствии с методикой, предложенной в [16]. Кроме этого актуально еще одно направление исследования - стоимостной анализ функций процесса обработки обращений.

5. Заключение

Построенная модель процесса "Обработка обращений" позволила систематизировать и формализовать порядок работы компании, занимающейся технической поддержкой. На основе анализа статистики, полученной в результате имитационного моделирования процесса "Обработка обращений", стало возможным утверждать, что при текущей конфигурации служба технической поддержки работает с перегрузками на грани своих возможностей и дальнейший рост обслуживаемых пользователей потребует принятия дополнительных мер для обеспечения своевременности предоставления услуг, что является темой отдельного будущего исследования.

Литература

- 1. Официальный сайт ITIL. Режим доступа: https://www.axelos.com/best-practice-solutions/itil
- 2. Хаммер, М. Реинжениринг корпорации: Манифест революции в бизнесе / М. Хаммер, Дж. Чампи: Пер. с англ. СПб.: Издательство С.-Петербургского университета, 1997. 332 с.
- 3. Клиланд, Д. Системный анализ и целевое управление / Д. Клиланд, В. Кинг; Пер. с. англ. М., "Сов. радио", 1974. 280 с. с ил.
- 4. Антонов, А.В. Системный анализ. Учеб. для вузов / А.В. Антонов. М.: Высш. шк., 2004. 454 с.: ил.
- 5. Снетков, Н.Н. Имитационное моделирование экономических процессов: Учебнопрактическое пособие — М.: Изд. центр ЕАОИ, 2008. — 228 с.
- 6. Каменнова, М.С. Моделирование бизнеса. Методология ARIS. / М.С. Каменнова, А.И. Громов, М.М. Ферапонтов, А.Е. Шматалюк, 2001. 333 с.
- 7. Barjis J., Shishkov B. UML based business systems modeling and simulation. In Proceedings of 4th International EUROSIM Congress "Shaping future with simulation". Aula Conference Centre Delft, The Netherlands, June 26-29, 2001.
- 8. Nikolaidou M., Anagnostopoulos D., Tsalgatidou A. Business process modeling and automation in the banking sector: a case study. I. J. of SIMULATION Vol. 2 No. 2, pp. 65-76.
- 9. Paul R.J., Giaglis G.M., Hlupic V. Simulation of Business Processes. The American Behavioral Scientist, 42(10):1551-1576, 1999.
- 10. Tarumi H., Matsuyama T., Kambayashi Y. Evolution of Business Processes and a Process Simulation Tool. In Proceedings of the Sixth Asia Pacific Software Engineering Conference, Takamatsu, Japan, 7-10 December 1999, pp. 180-187.
- 11. Сусов Р.В., Багатурия В.В. О выборе методов и инструментов моделирования бизнес-процессов // Человеческие ресурсы и управление бизнес-процессами в современных социально-экономических системах: тенденции, проблемы и перспективы.

- Материалы Всероссийской научно-практической конференции. Волгоград М.: OOO "Глобус", 2010. с. 225-231.
- 12. Сусов Р.В. Оценка применимости технологий моделирования для различных этапов жизненного цикла управления бизнес-процессами // Перспективы науки. -2012. № 1(28). с. 86-89.
- 13. Jansen-Vullers M.H., Netjes M. Business Process Simulation A Tool Survey. Mode of access: http://www.daimi.au.dk/CPnets/workshop06/cpn/papers/Paper05.pdf
- 14. Август-Вильгельм Шеер. Моделирование бизнес-процессов. М.: Изд. АОЗТ "Просветитель", 2000.-205 с.
- 15. Сусов Р.В., Багатурия В.В. Метод оценки чувствительности имитационной модели бизнес-процесса к закону распределения вероятностей длительности интервалов между поступлением заявок // Вестник МГУЛ Лесной вестник. 2011. № 5. с. 198-202 (0,6 п.л.).
- 16. Сусов Р.В., Самолдин А.Н. Выявление и устранение узких мест в бизнес-процессах организации // Наука и бизнес: пути развития. 2013. № 10(28). с. 131-137.

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ САМООРГАНИЗУЮЩИХСЯ КАРТ ДЛЯ КЛАССИФИКАЦИИ МНОГОМЕРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ В УСЛОВИЯХ МАЛОЙ ВЫБОРКИ

Юлин С.С. AO «КБ «ЛУЧ» Рыбинск, 152934, julin.serg@gmail.com *Паламарь И.Н.*

Рыбинский государственный авиационный технический университет имени П.А. Соловьева Рыбинск, 152919, irina.palamar@mail.ru

Аннотация

В данной работе более глубоко рассмотрены теоретические обоснования ранее разработанной нами порождающей вероятностной модели для решения задачи классификации многомерных временных рядов в условиях малого объема обучающей выборки. В частности, получено выражение вычисления совместного распределения случайных величин модели, а также описаны преимущества метода нечетких самоорганизующихся карт для решения задачи оценки параметров модели. Полученные теоретические результаты подтверждены экспериментально при решении задачи автоматизации контроля качества изготавливаемых деталей в авиационной промышленности.

1. Введение

Эта работа является продолжением ранее написанных нами работ [1, 2] на тему разработки порождающей вероятностной модели со скрытыми состояниями для классификации многомерных временных рядов в условиях малой выборки, обучаемую путем построения нелинейных главных многообразий методом самоорганизующихся карт (NPM-PGM – Nonlinear Principal Manifolds - Probabilistic Graphical Model). В отличие от преды-

дущих работ, в данной работе мы в аналитическом виде сформулировали выражение для вычисления совместной плотности случайных величин модели NPM-PGM, а также описали преимущество обучения модели методом самоорганизующихся карт перед обучением модели ЕМ-алгоритмом.

Разработанная нами модель предназначена для классификации в условиях малого объема обучающей выборки. Под обучающей выборкой малого объема подразумевается сильно зашумленная обучающая выборка. Малое количество обучающих данных не позволяет сформировать статистически значимое представление об объекте исследования в результате того, что вследствие малого количества проведенных экспериментов не удается отделить шумовые составляющие от полезной информации об объекте. В особенности это относится к задачам обработки временных рядов, полученных в результате измерений параметров некоторого физического объекта, причем в самом объекте и в механизме измерений шум присутствует естественным образом.

Основной идеей разработанной нами ранее модели NPM-PGM является то, что каждое скрытое состояние модели ассоциируется с узлом самоорганизующейся карты таким образом, что:

- множество скрытых состояний модели эквивалентно множеству узлов карты;
- оценка распределения вероятностей переходов между скрытыми состояниями модели выполняется путем подсчета частоты переходов между узлами карты. При этом под «переходом» понимается следующее. Пусть дан временной ряд $O=\{\overline{o}_1\ ,\overline{o}_2\ ,...,\overline{o}_t,...,\overline{o}_T\}$ и множество узлов карты $W=\{\overline{w}_1\ ,\overline{w}_2\ ,...,\overline{w}_u\ ,...,\overline{w}_N\}$, тогда между двумя узлами $\overline{w}_i\in W$ и $\overline{w}_j\in W$, i,j=1..N существует переход если:

$$\overline{w}_{i} = \min_{u=1..N} \|\overline{w}_{u} - \overline{o}_{t-1}\|^{2},
\overline{w}_{j} = \min_{u=1..N} \|\overline{w}_{u} - \overline{o}_{t}\|^{2};$$
(1)

- данные в скрытом состоянии модели и соответственно в узлах карты имеют многомерное нормальное распределение;
- оценка математического ожидания в распределении вероятностей наблюдений данных в скрытом состоянии равна значению соответствующего узла карты, номер которого равен номеру этого состояния.

Модель NPM-PGM была построена с учетом сформулированного нами ряда требований, которые должны быть выполнены для предотвращения переобучения на малом количестве обучающих данных:

- модель должна обладать малым количеством свободных параметров;
- модель должна быть порождающей с параметрическим способом оценки плотности вероятности, так как такой подход подразумевает наличие регуляризации в виде ограничений на форму закона распределения;
- метод обучения, отличный от EM-алгоритма, так как EM-алгоритм обладает плохой сходимостью при малом количестве обучающих данных.

В данной работе мы рассмотрим подробнее каждое из этих требований и их выполнение в контексте ранее предложенной нами модели NPM-PGM. В пункте 2 будет представлено аналитическое выражение для вычисления совместной плотности случайных величин в модели NPM-PGM, которое составлено с учетом требовании минимизации числа свободных параметров и с учетом нормального распределения данных в скрытых состояниях модели. В пункте 3 будет обосновано применение нечетких самоорганизующихся

карт, как альтернатива ЕМ-алгоритму для оценки параметров модели при решении задачи оценки параметров смеси нормальных распределений.

2. Совместное распределение случайных величин в модели NPM-PGM

За основу предложенной модели NPM-PGM взята структура Скрытой Марковской Модели, которая представляет собой граф из двух типов случайных величин, соответствующих двум типам вершин (наблюдаемым и скрытым), и ребер между ними, соединяющих вершины. Ребра характеризуют зависимость вершин и соединяют их, исходя из следующих двух правил условной независимости (*d-separation*):

- наблюдаемая вершина \overline{x}_t в текущий момент времени зависит только от скрытой вершины h_t , в которой находится процесс в текущий момент;
- скрытая вершина h_{t} , соответствующая текущему моменту времени, зависит только от скрытой вершины h_{t-1} , соответствующей предыдущему моменту времени.

Совместное распределение случайных величин заданных на такой модели представляет собой произведение двух условных распределений вероятностей $p(\overline{x}_t \mid h_t)$ и $p(h_t \mid h_{t-1})$, t=1..T, составленных в соответствии с этими двумя правилами.

Порождающие модели основываются на оценке параметров распределения вероятностей наблюдения данных в каждом классе. Параметрическая оценка основывается на том, что точный вид функции плотности распределения полностью определяется конечным набором параметров, которые можно оценить по некоторой статистической выборке, например методом максимального правдоподобия. Модель NPM-PGM построена исходя из требования минимизации количества свободных параметров, и поэтому для описания распределения $p(\overline{x}_t \mid h_t)$ выбрано многомерное нормальное распределение с общей дисперсией всех компонент вектора-признаков. Многомерное нормальное распределение с полной матрицей ковариации имеет $n+n^2$ свободных параметров, с диагональной матрицей ковариации — n+n свободных параметров, с общей дисперсией всех компонент — n+1 свободных параметров, где n — количество компонент вектора признаков.

Исходя из того, что распределение наблюдаемых данных в случае малого количества обучающих данных лучше всего описывается многомерной гауссовской плотностью с общей дисперсией, то распределение $p(\overline{x}, | h)$ запишем как

$$p(\overline{x}_t \mid h_t) = \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \beta}\right)^{n/2} \cdot \exp\left\{-\frac{\left\|\overline{w}_{h_t} - \overline{x}_t\right\|^2}{2 \cdot \beta}\right\},\tag{2}$$

где β – дисперсия карты (единая для всех узлов самоорганизующейся карты);

 \overline{w}_{h} — значение узла самоорганизующейся карты;

n — размерность пространства признаков.

Так как переменная h, характеризующая скрытое состояние, является дискретной случайной величиной, то её оценка распределения по методу максимального правдоподо-

бия сводится к оценке частоты наблюдений реализации данной случайной величины. Оценка распределения переходных вероятностей в Марковской цепи $p(h_t \mid h_{t-1})$, выполненная по принципу максимума правдоподобия смещена. Смещение оценки устраняется при увеличении объема выборки. В связи с невозможностью увеличения объема выборки выполним оценку по методу апостериорного максимума (*Maximum a posteriori* (MAP)). Априорно сопряженным распределением к распределению переходов в Марковской цепи является распределение Дирихле. Добавление априорно сопряженного распределения выполняет функцию регуляризации и не дает модели переобучаться при малом количестве обучающих данных. Тогда распределение $p(h_t \mid h_{t-1})$ запишем как

$$p(h_{t} \mid h_{t-1}) = \frac{a_{h_{t-1}, h_{t}} + \xi_{h_{t}}}{\sum_{u=1}^{N} a_{h_{t-1}, u} + \sum_{u=1}^{N} \xi_{u}},$$
(3)

где a_{ij} — количество переходов из состояния с номером i в состояние с номером j , $i=0..N,\,j=1..N$;

 ξ_i – параметр распределения Дирихле.

Так как какая-либо дополнительная информация о наиболее или наименее вероятных переходах отсутствует, то будем предполагать, что ξ_i принимает одно и то же значение, одинаковое для всех i.

Совместное распределение случайных величин предлагаемой вероятностной модели запишем как

$$p(\overline{h}, X) = \prod_{t=1}^{T} \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \beta} \right)^{n/2} \cdot \exp \left\{ -\frac{\left\| \overline{w}_{h_{t}} - \overline{x}_{t} \right\|^{2}}{2 \cdot \beta} \right\} \cdot \frac{a_{h_{t-1}, h_{t}} + \xi}{\sum_{u=1}^{N} a_{h_{t-1}, u} + \sum_{u=1}^{N} \xi},$$

$$(4)$$

где T — длина многомерного временного ряда;

 $X = \{\overline{x}_1\,,\overline{x}_2\,,...,\overline{x}_t,...,\overline{x}_T\}$ — многомерный временной ряд, представляющий собой упорядоченный набор векторов признаков \overline{x}_t , где t=1..T;

h — скрытая переменная, дискретная случайная величина, принимающая значения равные номеру узла самоорганизующейся карты от 1 до N;

 \overline{w}_i — значение узла самоорганизующейся карты в R^n , n — размерность пространства признакового описания данных, i=1..N;

 a_{ij} — количество переходов из состояния (узла) с номером i в состояние (узел) с номером j , i=0..N , j=1..N ;

 ξ – параметр распределения Дирихле;

 β – дисперсия карты (единая для всех узлов самоорганизующейся карты);

 $p(h_{t} \mid h_{t-1})$ — условное распределение вероятности перехода в текущее состояние из предыдущего;

 $p(\overline{x}_{t}\mid h_{t})$ — условное распределение вероятности попадания элемента временного ряда \overline{x} в состояние h в момент времени t .

3. Обоснование оценки параметров модели NPM-PGM методом нечетких самоорганизующихся карт

Обучение порождающих вероятностных моделей со скрытыми состояниями, как правило, сводится к задаче разделения смеси распределений (задаче кластеризации). В частности при обучении Скрытых Марковских Моделей по принципу максимума правдоподобия оценка параметров модели сводится к решению задачи разделения смеси распределений по фиксированному количеству состояний, используя ЕМ-алгоритм. Недостатками ЕМ-алгоритма являются: медленная сходимость; чувствительность к начальным значениям; плохая сходимость при большом количестве скрытых состояний. Особенно сильно это проявляется когда компоненты смеси не очень хорошо разделены и/или размер обучающей выборки мал [3].

Альтернативой ЕМ-алгоритму являются алгоритмы на основе топографического отображения, в частности, модифицированные версии алгоритма построения самоорганизующейся карты Кохонена (Self-Organising Map – SOM). SOM основана на преобразовании пространства исходных данных высокой размерности в пространство карты низкой размерности и реализует отображение с сохранением топологических свойств. Обучение карты с использованием функции соседства способствует формированию топологического упорядочивания на карте и помогает уйти от локальных минимумов в процессе обучения. Недостатком алгоритма SOM является то, что он недостаточно точно оценивает плотность распределения вероятностей исходных данных, поэтому был разработан ряд модификации и улучшений классического алгоритма SOM: BSOM (Bayesian Self-Organising Map) [3], GTM (Generative Topographic Mapping) [4], kMER (kernel-based maximum entropy) [5], SSOM (Soft Self-Organising Map) [6], STVQ (Soft Topographic Vector Quantization) [6]. Данные алгоритмы позволяют устранить недостатки ЕМ-алгоритма при решении задачи оценки параметров смеси гауссовских распределений и в тоже время позволяют точнее оценивать параметры плотности, чем стандартный алгоритм SOM.

В работе [7] М. Ван Халле произвел сравнение некоторых теоретико-вероятностных методов построения точечной аппроксимации нелинейного главного многообразия (карты). Сравнение методов основывается на теоретико-информационном критерии взаимной информации (Mutual Information – MI), выраженном в соблюдении следующих принципов:

- максимума взаимной информации между входами $\overline{x}_1,\overline{x}_2,...,\overline{x}_m \in R^n$ и выходами карты $\overline{w}_v \in M_k, v=1..N$;
 - минимума взаимной информации между узлами карты.

Требование максимизации взаимной информации между входами и выходами карты обусловлено необходимостью максимально точной аппроксимации (без потери информации) данных сеткой узлов карты. Требование минимизации взаимной информации между узлами карты обусловлено необходимостью отсутствия статистической зависимости (перекрытия) между узлами карты с целью уменьшения переобучения [7].

Результат сравнительной оценки методов построения карт по количеству взаимной информации между узлами карты приведен в таблице 1.

Таблица 1 — Сравнительная оценка методов построения карт по количеству взаимной информации между узлами карты

Название метода	Количество взаимной информации между узлами карты, бит
1. «Самоорганизующиеся смеси» (selforganizing mixture networks) — X. Инь, Н. Элинсон (2001) [8]	3,67
 2. «Нечеткие самоорганизующиеся карты» (Soft Self-Organizing Map – SSOM) – Т. Грейпл, М. Бургер, К. Обермайер (1997) [6] 	2,03
3. «Топографическое отображение на основе ядерных функций» (kernel-based topographic map formation) – М. Ван Халле (2000) [5]	4,01

Следует обратить внимание на то, что методы построения точечной аппроксимации нелинейных главных многообразий рассматриваются в качестве методов разделения гауссовских смесей для решения задачи обучения модели NPM-PGM. При этом условие независимости узлов карты обусловлено также Марковским предположением: так как узлы карты связаны со скрытыми состояниями, то зависимость между узлами карты приводит в зависимости между скрытыми состояниями, что в свою очередь приводит к нарушению Марковского предположения независимости состояний и нарушению эргодичности. Негативное влияние зависимости скрытых состояний на оценку матрицы переходных вероятностей модели показано в работах [9, 10]. Исходя из этих соображений, а также из того, что меньшая зависимость между узлами карты приводит к меньшему переобучению, наилучшим методом разделения гауссовских смесей при малом количестве обучающих данных является метод SSOM, так как он обладает наименьшим количеством взаимной информации между узлами карты.

Подробное описание процедуры обучения модели приведено в наших предыдущих работах [1, 2]. Отметим, что процедура обучения происходит итеративно путем выполнения следующих операций:

- переоценка узлов карты методом SSOM;
- оценки переходов между узлами карты;
- вычисление функции правдоподобия модели (выражение 4) алгоритмом прямогообратного хода;
- в случае роста правдоподобия обучение продолжается, в противном случае обучение останавливается.

Здесь следует обратить внимание на отличие классического алгоритма построения самоорганизующихся карт Кохонена (SOM) от алгоритма построения нечетких самоорганизующихся карт (SSOM):

- метод SOM предполагает, что в процессе обучения выполняется принцип «победитель забирает всё» ($Winner\ Take\ All WTA$);
- метод SSOM предполагает, что в процессе обучения выполняется принцип «победитель забирает большинство» (Winner Take Most WTM), в результате чего переоценка всех узлов карты происходит при каждой эпохе обучения, то есть фактически радиус соседства затрагивает все узлы карты. В результате этого распределение данных в каждом узле карты носит нормальный характер, то есть может быть описано гауссовской функцией (выражение 2). Это было показано в работе «Фазовые переходы в самоорганизующейся карте» (Грейпл, Бургер, Обермайер, 1997) [6].

4. Применение модели NPM-PGM для классификации профилограмм поверхностей деталей машин

Ранее нами в работе [11] был представлен способ экспресс-диагностики шероховатости поверхностного слоя деталей машин на основе модели NPM-PGM. В данной работе мы приведем более детальное описание исходных данных эксперимента, а также выполним сравнение точности классификации со *state-of-the-art* вероятностными моделями.

С целью автоматизации процесса проведения контроля и анализа качества поверхностного реализована слоя деталей машин система автоматической классификации типов шероховатости поверхностного слоя детали на основе предложенной вероятностной модели. Современные профилометры при измерении параметров шероховатости позволяют получить через USB-интерфейс цифровой сигнал профилограммы. Для различных режимов обработки определенного материала формируется обучающая статистическая выборка. Проводится обучение модели. диагностики выполняется как процедура сравнения полученных профилограмм с заранее подготовленными (с использованием обучающей выборки) моделями разных классов шероховатости. В режиме диагностики производится классификация предъявляемого сигнала, по результатам которой и принимается решение о соответствии параметров шероховатости определенному качеству обработки поверхности.

Преимущества применения предложенной модели NPM-PGM для данной задачи состоит в том, что требуется меньшее количество обучающих данных для достижения высокого качества классификации, что положительно сказывается на затраченных средствах и времени диагностики поверхности деталей машин при исследовании новых материалов и методов обработки, избавляя от процесса формирования объемной обучающей выборки.

Для экспериментального исследования предложенной модели были использованы данные, полученные с профилографа-профилометра TR-200 путем измерения обработанной поверхности. В качестве экспериментальных образцов использовались поверхности, полученные при обработке заготовки (валик ступенчатый) на токарновинторезном станке токарными проходными резцами, оснащенными пластинками из твердого сплава. Условия обработки различались: числом оборотов шпинделя, скоростью резания, подачей, радиусом при вершине резца (рисунок 1, таблица 2).

Различные условия обработки приводят к различным классам шероховатостей поверхностей.

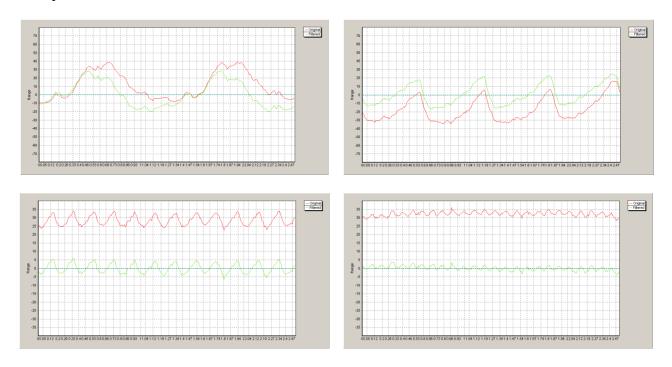


Рис. 1. – Примеры профилограмм различных типов шероховатости поверхности

Проведем сравнительную оценку моделей НММ (Скрытые Марковские Модели), HCRF (Условные Случайные Поля со Скрытыми Состояниями) и предложенной модели (NPM-PGM) в решении задачи классификации профилограмм поверхностей. Параметры моделей описаны в таблице 3, а результат классификации – в таблице 4.

Таблица 2 – Описание данных для оценки качества классификации

Название	MFCC-спектры профилограмм поверхностей
Описание	Профилограммы поверхности деталей машин
Описание	полученные с профилометра TR-200
Количество признаков	13
Количество	8
классов	o
Количество обучающих экземпляров	1
каждого класса	1
Количество тестовых экземпляров	10
каждого класса	10
Источник	Лабораторные образцы деталей

Таблица 3 – Параметры моделей классификации

Параметры классификаторов	НММ	HCRF	NPM-PGM
Метод инициали- зации	Метод k-средних	Случайными значе- ниями	Случайными значения- ми
Априорный закон распределения	Многомерное га- уссово распределение с полной матрицей ковариации	_	Многомерное гауссово распределение с общей дисперсией
Алгоритм обуче- ния	ЕМ-алгоритм	Квазиньютоновский алгоритм оптимизации – BFGS	Алгоритм, описанный в работе [1]
Количество скры- тых состояний	7	7	7

Таблица 4 – Сравнительная оценка точности моделей классификации

	HMM	HCRF	NPM-PGM
Обучающий набор профи-			
лограмм			
Точность	1,0000	1,0000	1,0000
Полнота	1,0000	1,0000	1,0000
F-мера	1,0000	1,0000	1,0000
Тестовый набор профило-			
грамм			
Точность	0.8125	0.8125	1,0000
Полнота	0.8750	0.8750	1,0000
F-мера	0.8425	0.8425	1,0000

Исходя из экспериментальных результатов, можно сделать вывод, что предложенная модель может быть успешно использована для классификации типов шероховатости поверхности, показывая лучшую точность классификации, чем модели HMM и HCRF на малом наборе обучающих данных. HCRF проигрывает в точности классификации NPM-PGM в связи с тем, что является дискриминантной моделью и для корректной оценки параметров разделяющей гиперплоскости необходимо большее количество обучающих данных. HMM проигрывает в точности классификации NPM-PGM в связи с тем, что EM-алгоритм склонен сходиться к локальному максимуму при малом количестве обучающих данных, а также в связи с большим количеством параметров, чем у модели NPM-PGM, за счет использования полной матрицы ковариации.

Полученные экспериментальные результаты нельзя считать в полной мере статистически значимыми, так как для анализа качества классификации была использована тестовая выборка малого объема. Для получения корректных оценок точности классификаторов требуется производить дальнейший сбор данных и формирование выборки.

5. Заключение

В данной работе рассмотрены теоретические обоснования ранее разработанной нами порождающей вероятностной модели для решения задачи классификации многомерных временных рядов в условиях малого объема обучающей выборки (NPM-PGM). В частности, представлено выражение вычисления совместного распределения случайных величин модели, а также описаны преимущества и обосновано применение метода нечетких самоорганизующихся карт для решения задачи оценки параметров модели. Модель NPM-PGM может быть успешно использована для классификации многомерных временных рядов при малом наборе обучающих данных, что было экспериментально показано на примере решения задачи классификации профилограмм поверхностного слоя деталей машин.

Литература

- 1. Юлин, С. С. Порождающая графическая вероятностная модель на основе самоорганизующейся карты / И. Н. Паламарь, С. С. Юлин // Труды СПИИРАН. Санкт-Петербург. 2014. № 2. С. 227 247.
- 2. Yulin, S. S. Probabilistic Graphical Model Based on Growing Neural Gas for Long Time Series Classification / I. N. Palamar, S. S. Yulin // Modern Applied Science. Canada (Toronto). 2015. V.9. № 2. P. 109 116.
- 3. Yin, H. Bayesian self-organising map for Gaussian mixtures / H . Yin, N.M.Allinson // IEE Proc.-Vis. Image Signal Process. 2001. Vol. 148. № 4. P. 234 240.
- 4. Bishop, C. M. GTM: A principled alternative to the self-organizing map / C. M. Bishop, M. Svenson, C. K. I. Williams // Proc. International Conference in Artificial Neural Networks (ICANN'96). 1996. P. 165–170.
- 5. Van Hulle, M. M. Kernel-based equiprobabilistic topographic map formation / M. M. Van Hulle // Neural Computat. 1998. Vol. 10. № 7. P. 1847–1871.
- 6. Graepel, T. Phase transitions in stochastic self-organizing maps / T. Graepel, M. Burger, K. Obermayer // Physical Rev. 1997. Vol. 56. № 4. P. 3876–3890.
- 7. Hulle, M. Kernel-based topographic map formation achieved with an information theoretic approach / M. W. Hulle // Neural Networks. 2002. Vol. 15. P. 1029 1039.
- 8. Yin, H. Self-organizing mixture networks for probability density estimation / H. Yin, N. M. Allinson // IEEE Transactions on Neural Networks. 2001. Vol.12. P. 405 411.
- 9. Havre Z. Overfitting hidden Markov models with an unknown number of states / Z. V. Havre, J. Rousseau, N. White, K. Mengersen // Proc. International Society for Bayesian Analysis. 2014.
- 10. Gunst, M. Asymptotic behavior of Bayes estimators for hidden Markov models with application to ion channels / M. Gunst, O. Shcherbakova // Mathematical Methods of Statistics. 2009. Vol. 17, Iss. 4. P. 342–356.
- 11. Юлин, С. С. Способ экспресс-диагностики шероховатости поверхностного слоя деталей машин на основе вероятностной модели со скрытыми состояниями / И. Н. Паламарь, С. С. Юлин // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. Москва. 2014. Т.2. № 1. С. 27 33.

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ «РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ И	5
АНАЛИЗ ДАННЫХ»	3
АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ОТКРЫТЫХ	
КОЛЛЕКЦИЙ, ПРИМЕНИМЫХ ДЛЯ	
ТЕСТИРОВАНИЯ МЕТОДОВ ОДНОВРЕМЕННОГО	5
КАРТИРОВАНИЯ И ЛОКАЛИЗАЦИИ ПО	3
ВИДЕОПОТОКУ	
Боковой А.В., Яковлев К.С.	
ЛИНЕАРИЗАЦИЯ КВАНТИЛИ ФУНКЦИИ ПОТЕРЬ,	
ЗАВИСЯЩЕЙ ОТ ВЕКТОРА МАЛЫХ СЛУЧАЙНЫХ	14
ПАРАМЕТРОВ С ОГРАНИЧЕННЫМ НОСИТЕЛЕМ	14
Васильева С.Н., Кан Ю.С.	
МЕТОД ОБНАРУЖЕНИЯ И РАСПОЗНАВАНИЯ	
ДЕФЕКТОВ ЛИСТОВОГО СТЕКЛА	19
Зыков И.И.	
РЕКУРРЕНТНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ	
АВТОРЕГРЕССИИ ГЕГЕНБАУЭРА С ПОМЕХОЙ В	24
ВЫХОДНОМ СИГНАЛЕ	24
Иванов Д.В., Иванов А.В., Шакурова Ю.Ф.	
НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ И	
ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ РАВНООБЪЕМНЫХ ЖЕСТКИХ	33
ФРЕЙМОВ	33
Капорин И.Е.	
РАЗРАБОТКА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ	
МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ ОБРАБОТКИ	
НАБОРА ИЗОБРАЖЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ	39
МЕТОДАМИ МИКРОСКОПИИ	
Герк Е.А., Курочкин И.И.	
ИССЛЕДОВАНИЕ МЕРЦАЮЩЕГО АРТЕФАКТА НА	
ФАНТОМЕ В РЕЖИМЕ ЦВЕТОВОГО	44
ДОПЛЕРОВСКОГО КАРТИРОВАНИЯ	44
Леонов Д.В., Кульберг Н.С., Фин В.А.	
О ЗАДАЧЕ КОРРЕКТНОГО СОПОСТАВЛЕНИЯ 3D-	
МОДЕЛИ ОБЪЕКТА С 2D-ИЗОБРАЖЕНИЕМ	50
Нгуен Зуй Тхань	30

МНОГОСЛОЙНАЯ СЕГМЕНТНО-СТРУКТУРНАЯ	
МОДЕЛЬ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОГО АНАЛИЗА	54
ИЗОБРАЖЕНИЙ ВАРИАНТНЫХ СТРУКТУР	34
Рыбаков К.А., Паламарь И.Н.	
ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ ГОМОМОРФНЫХ ФИЛЬТРОВ	
С АДАПТИВНЫМ НЕЛИНЕЙНЫМ	
ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ	66
РЕНТГЕНОВСКИХ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТОМОГРАММ	
Усанов М. С., Кульберг Н. С.	
МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ НАВИГАЦИОННЫХ ДАННЫХ	
БПЛА ПО ИЗОБРАЖЕНИЮ ГРУППЫ МАЯКОВ	75
Хитьков В. В., Паламарь И. Н.	
ИССЛЕДОВАНИЕ СТОЙКОСТИ НЕКОТОРЫХ	
КРИПТОГРАФИЧЕСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ	
КЛЮЧЕВОГО ПОТОКА К ЛОГИЧЕСКОМУ	84
КРИПТОАНАЛИЗУ	
Эли А.Н.	
СЕКЦИЯ «СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И	91
МОДЕЛИРОВАНИЕ»	<i>)</i> 1
ПРИМЕНЕНИЕ АППАРАТА КОПУЛА - ФУНКЦИЙ	
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЗАИМОЗАВИСИМОСТИ	91
ФИНАНСОВЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ	71
Ефимкин А.А., Добров Д.В.	
МОДЕЛИ ОЦЕНКИ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ	
ДИАГНОСТИЧЕСКО-РЕМОНТНОГО КОМПЛЕКСА	101
СЛОЖНЫХ СИСТЕМ	101
Абу-Абед Ф.Н., Мартынов Д.В.	
СЦЕНАРИЙ ПЕРЕХОДА К ХАОСУ В МОДЕЛИ	
РАЗРЯДА С НЕЛИНЕЙНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ	118
Буров Д.А.	
СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ	
РАНДОМИЗИРОВАННОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ	125
Дубнов Ю.А., Дубнов И.А.	
ИЗУЧЕНИЕ САМООРГАНИЗУЮЩИХСЯ	
ПЛАСТОВЫХ СИСТЕМ ПРИ УПРАВЛЕНИИ	133
ДОБЫЧЕЙ УГЛЕВОДОРОДОВ	133
Мухина А.Г.	

ЭКОНОМИКИ РОССИИ С ДВУМЯ ВИДАМИ	147
КАПИТАЛА	147
Оленёв Н.Н.	
МЕТОД ЭНТРОПИЙНОГО ОЦЕНИВАНИЯ БЕТА-	
КОЭФФИЦИЕНТА В ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ	
ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ АКТИВОВ (CAPITAL ASSET	154
PRICING MODEL)	
Пронин В.В.	
ЭЛЕМЕНТЫ АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ	
ПОДДЕРЖКИ УПРАВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ	161
СРЕДОЙ МЧС РОССИИ	101
Рыженко А.А.	
О НОВОМ ПОДХОДЕ К МНОГОАГЕНТНОМУ	
ИМИТАЦИОННОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ	168
ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ	108
Сенченко Р.В., Крапухина Н.В.	
МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ	
ОБРАЩЕНИЙ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ В СЛУЖБУ	182
ТЕХНИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКИ	162
Багатурия В.В., Сусов Р.В.	
ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ НА ОСНОВЕ	
НЕЧЕТКИХ САМООРГАНИЗУЮЩИХСЯ КАРТ ДЛЯ	
	191
КЛАССИФИКАЦИИ МНОГОМЕРНЫХ ВРЕМЕННЫХ	1/1
КЛАССИФИКАЦИИ МНОГОМЕРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ В УСЛОВИЯХ МАЛОЙ ВЫБОРКИ	171

Научные труды

IV Всероссийская научная конференция молодых ученых с международным участием

ИНФОРМАТИКА, УПРАВЛЕНИЕ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

Труды IV Всероссийской научной конференции молодых ученых с международным участием

TOM II

В авторской редакции

Подписано в печать 05.06.2016. Формат $60 \times 84 \ 1/8$. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 27,87. Тираж 100 экз.

Отпечатано в Центре инженерной печати ООО «Наукоемкие технологии» 170023, Тверская область, г. Тверь, ул. Маршала Конева, 12, к. 435.