

Адаптивная оптимизационная модель для задач оперативного планирования листопрокатного производства

С.И. Файнштейн

Аннотация. В работе рассматриваются вопросы оперативного планирования листопрокатного производства. Задачи планирования ставятся как задачи распределения работ в одностадийных системах с многокритериальными ограничениями специального вида. Для их решения предлагается адаптивная оптимизационная модель, включающая целевую функцию, зависящую от настроечных штрафных констант, и эффективный эвристический пороговый алгоритм. Содержательное описание объекта соответствует реальным условиям листопрокатных цехов Магнитогорского металлургического комбината.

Ключевые слова. Методы многокритериальной оптимизации, задачи с ограничениями, эвристические алгоритмы, оперативное планирование, листопрокатное производство.

Введение

Реальные NP-трудные задачи, возникающие при оперативном планировании листопрокатного производства, имеют ряд особенностей. К ним относятся сверхбольшой размер пространства поиска; большое количество ограничений (технических общих и специальных инструкций), которое зачастую делает невозможным построение даже одного допустимого решения; необходимость настройки программного обеспечения в соответствии с реальными данными; жёсткие требования ко времени, которое займёт процесс оперативного планирования.

Кроме того, при оптимальном планировании листопрокатного производства возникает ещё одна проблема. Допустимые переналадки оборудования задаются большим количеством многокритериальных ограничений, ранжированных по степени «тяжести» нарушений. В силу большого количества взаимоисключающих ограничений поиск решения осуществляется на области недопустимых решений. В то же время нарушение

этих ограничений влечёт за собой брак товарной продукции, пропорциональный степени «тяжести» допущенных нарушений.

Традиционный подход к решению подобных задач заключается в замене ограничений на штрафные функции с последующей свёрткой отдельных частных критериев исходной многокритериальной задачи и получением обобщённого целевого критерия. Затем производится либо минимизация полученного обобщённого критерия (например, [1]), либо минимизация отдельных частных критериев методом последовательных уступок [2]. Для рассматриваемых задач это приводит к генерации решений с грубыми технологическими нарушениями.

В силу большого количества ограничений в задачах оперативного планирования листопрокатного производства каждый частный критерий соответствует целой группе ограничений определённого типа, внутри которой начисление штрафов происходит пропорционально степени тяжести допущенных нарушений. Для того чтобы отличать решения с «лёгкими» нарушениями от

решений, содержащих «тяжкие» нарушения технологии, необходимо контролировать распределение штрафных сумм не только между отдельными частными критериями, но и между отдельными элементами (работами).

Наши исследования в течение последних трёх лет показали, что предложенная адаптивная оптимизационная модель и эвристический пороговый SF-алгоритм позволяют оперативно формировать планы без «тяжких» технологических нарушений для задач оптимального планирования, возникающих при производстве [3-4], складировании [5] и отгрузке [6] листопрокатной продукции.

1. Общая математическая модель

Задача упорядоченного разбиения с ограничениями (I).

Условие. Дано конечное множество A , целое положительное m , $m \geq 1$, целое положительное ограничение на суммарную длину L_0 . Каждый элемент $a \in A$ имеет целую положительную длину $l(a)$; диапазон $[L_1(a), L_2(a)]$, где $L_1(a), L_2(a) \in \mathbb{Z}^+$, $1 \leq L_1(a) < L_1(a) + l(a) \leq L_2(a) \leq L_0$; k целых положительных характеристик $\langle g_1(a), g_2(a), \dots, g_k(a) \rangle$ и два вектора целых положительных ограничений $\langle D_1^1, \dots, D_k^1 \rangle, \langle D_1^2, \dots, D_k^2 \rangle$, $k \geq 2$. Для каждого a задано множество $Q(a)$ допустимых номеров последовательностей, $Q(a) \subseteq 1 \dots m$, и целая положительная стоимость $c(a_i^j)$ выполнения i -й работы в j -й последовательности. На множестве A заданы несимметричные бинарные отношения β и $prec$. Отношение β задаёт несовместимость последовательного соединения двух элементов $\beta(a_i, a_j) = 0$, если a_i и a_j совместимы, и в противном случае $\beta(a_i, a_j) \neq 0$. Отношение $prec$ задаёт отношение строгого предшествования двух элементов: если $a_i \in O(a_j)$ – множеству элементов, предшествующих a_j , то $prec(a_i, a_j) = 1$, в противном случае $prec(a_i, a_j) = 0$.

Вопрос. Существует ли разбиение множества A на m попарно непересекающихся упорядоченных множеств A_1, A_2, \dots, A_m со следующими ограничениями:

- ограничением на суммарную длину последовательности A_j :

$$1. \sum_{i=1}^{count(j)} l(a_i^j) \leq L_0, \text{ где } j = 1 \dots m, count(j) -$$

количество элементов A_j ;

- ограничением на диапазон длины:

$$2. \sum_{i=1}^{p-1} l(a_i^j) \geq L_1(a_p^j), \sum_{i=1}^{p-1} l(a_i^j) + l(a_p^j) \leq L_2(a_p^j),$$

где $j = 1 \dots m, p = 1 \dots count(j)$;

- ограничениями на порядок следования элементов:

$$3. -D_r^2 \leq g_r(a_{i+1}^j) - g_r(a_i^j) \leq D_r^1, \text{ где } j = 1 \dots m, i = 1 \dots count(j) - 1, r = 1 \dots k;$$

$$4. \beta(a_i^j, a_{i+1}^j) = 0, \text{ где } j = 1 \dots m, i = 1 \dots count(j) - 1;$$

- ограничением на размещение элемента в j -ю последовательность:

$$5. \text{ для } a_i^j : j \in Q(a_i^j), \text{ где } j = 1 \dots m, i = 1 \dots count(j);$$

- ограничением на предшествования элементов:

$$6. \sum_{k=1}^m \sum_{p=1}^{count(k)} prec(a_p^k, a_i^j) \times$$

$$\times sg(\sum_{r=1}^p l(a_r^k) - \sum_{r=1}^{i-1} l(a_r^j)) = 0,$$

где $j = 1 \dots m, i = 1 \dots count(j)$, $sg(x) = 1$ при $x > 0$, $sg(x) = 0$ при $x \leq 0$;

7. со специальными ограничениями, зависящими от конкретных технологических условий: например:

- с ограничениями на суммарные длины подпоследовательностей элементов, «близких» в каком-то смысле по характеристикам $g_i, i = 1 \dots k$;

- при критерии минимизации суммарной стоимости выполнения всех работ:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{p=1}^{count(k)} c(a_p^k) \rightarrow \min.$$

Задача (I) заключается в составлении расписания для одностадийной обслуживающей системы с m параллельными неидентичными приборами с учётом последствий системы при критерии минимизации суммарной стоимости выполнения всех работ [7]. Кроме того, искомое расписание должно удовлетворять ограничениям специального вида, задающим допустимость/недопустимость переналадки при-

боров. Все важные частные случаи этой задачи являются NP-полными [3].

Целевая функция стоимости. Пусть ограничениям (1-6) соответствует система целых положительных штрафов

$$\{F_0, F_r^i (i = 1, 2; r = 1 \dots k), F_1 \dots F_5\} \quad (1)$$

где F_0 – штраф за превышение допустимой суммарной длины последовательности, F_1 – штраф за единицу длины вне диапазона, F_r^i – штрафы за превышение допустимой разности характеристик соседних элементов, F_2 – штраф за несовместимость соседних элементов, F_3 – штраф за размещение в недопустимую последовательность, F_4 – штраф за нарушение отношения предшествования между двумя элементами, F_5 – штраф за единицу стоимости, превышающей минимальную стоимость выполнения i -го требования $h_i = \min_{j \in Q(a_i^j)} \{c(a_i^j)\}$.

Штрафы суть стоимостная форма ограничений (1-6), величины штрафов являются настройечными константами, подбираемыми во время прогона программы на реальных данных, градация штрафов соответствует степени «тяжести» нарушений ограничений.

Припишем любому разбиению задачи (I) стоимость, которая является аддитивной функцией штрафов, начисленных за нарушения ограничений (1-6) и за превышение минимальной стоимости выполнения всех требований. Таким образом, на всём множестве разбиений U задачи (I) будет определена целевая функция стоимости, отражающая количество и «тяжесть» допущенных нарушений ограничений. Для этого припишем операции размещения элемента в последовательность вещественную стоимость как аддитивную функцию от положительных штрафов, начисленных по всем параметрам операции. Тогда стоимость операции размещения элемента a в j -ю последовательность можно определить следующим образом:

$Cost(a, j, 1) = 0$ при размещении a в пустую последовательность;

$Cost(a, j, p)$ при размещении a в p -ю позицию последовательности длины $p-1$:

$$\begin{aligned} & \sum_{r=1}^k (F_r^1 \times sg(g_r(a_p^j) - g_r(a_{p-1}^j) - D_r^1) + F_r^2 \times sg(g_r(a_{p-1}^j) - g_r(a_p^j) - D_r^2)) + \\ & F_0 \times sg(\sum_{i=1}^p l(a_i^j) - L_0) + F_1 \times sg(L_1(a_p^j) - \sum_{i=1}^{p-1} l(a_i^j)) \times (L_1(a_p^j) - \sum_{i=1}^{p-1} l(a_i^j)) + \\ & F_1 \times sg(\sum_{i=1}^{p-1} l(a_i^j) + l(a_p^j) - L_2(a_p^j)) \times (\sum_{i=1}^{p-1} l(a_i^j) + l(a_p^j) - L_2(a_p^j)) + \\ & F_2 \times \beta(a_{p-1}^j, a_p^j) + F_3 \times \chi("j \notin Q(a_p^j)") + \\ & F_4 \times \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^{count(k)} prec(a_i^k, a_p^j) \times sg(\sum_{r=1}^i l(a_r^k) - \sum_{r=1}^{p-1} l(a_r^j)) + F_5 \times (c(a_p^j) - h_i), \end{aligned} \quad (2)$$

где χ – характеристическая функция предиката, равная 1, если предикат имеет значение «истина», и нулю в противном случае; sg – функция знака, $sg(x) = 1$ при $x > 0$ и 0 при $x \leq 0$, $h_i = \min_{j \in Q(a_i^j)} \{c(a_i^j)\}$.

Определим стоимость последовательности A_j : $Cost(A_j) = \sum_{p=1}^{count(j)} Cost(a, j, p)$ и стоимость полного разбиения

$$u f(u) = \sum_{j=1}^m Cost(A_j). \quad (3)$$

Таким образом, на всем пространстве разбиений U задачи (I) определена штрафная оценочная функция $f(u) = \sum_{j=1}^m Cost(A_j)$ и задача с

ограничениями (I) сводится к задаче безусловной оптимизации (II): $f(u) \rightarrow \min$, где $u \in U$.

Задача условной оптимизации (III). Заметим, что стоимость (2) размещения элемента a в j -ю последовательность является вкладом $Cost(a)$ элемента a в стоимость полного разбиения и равна сумме штрафов, начисленных за нарушения ограничений, имевшие место при размещении элемента a . При решении задачи безусловной оптимизации (II) невозможно отличить решения с большим количеством «дешёвых» нарушений (приемлемых с точки зрения технологии) от решений с грубыми нарушениями (брак), в которых велики штрафные вклады отдельных элементов. Заранее ограничить сверху функцию $Cost(a)$ нельзя, так как в области недопустимых решений она ограничена сверху только значением $+\infty$.

Сгруппировав слагаемые в (3) относительно штрафных констант, можно представить обобщённый критерий (3) в виде суммы ранжиро-

ванных по важности частных критериев, каждый из которых связан со своим типом ограничений. Если воспользоваться для решения этой задачи методом последовательных уступок [2], то минимизации частных критериев будет происходить без учёта распределения штрафных сумм между отдельными элементами разбиения, что на практике приводит к решениям с грубыми технологическими нарушениями.

Чтобы контролировать величину суммарного штрафа, начисляемого на каждый отдельный элемент, введём в задачу (II) дискретный параметр t , принимающий конечный набор значений: $t = 1..s+1$, где s – суммарное количество ограничений (1-7) и частных критериев оптимизации задачи (I).

Определим также дискретную функцию $p(t)$ такую, что $p(t) = F_t$ при $t = 1..s$ и $p(s+1) = +\infty$, где $\{F_1, \dots, F_s\}$ – система штрафов (1), отсортированных в порядке возрастания. Параметр t имеет смысл номера итерации порогового алгоритма; штрафы, упорядоченные в порядке возрастания, играют роль естественных энергетических уровней для порогового алгоритма; $u(t)$ – текущее разбиение, построенное на t -й итерации, $u(s+1)$ – полное решение.

Сформулируем новую задачу условной оптимизации (III):

$f(u) \rightarrow \min$, при $Cost(a, t) < p(t)$ для любых $a \in A$, $t = 1..s+1$, $u \in U$, где $Cost(a, t)$ – стоимость размещения элемента a в разбиении $u(t)$, вычисленная согласно (2), $p(t) = F_t$ при $t \leq s$ и $p(s+1) = +\infty$, $\{F_1, \dots, F_s\}$ – система штрафов (1), отсортированных в порядке возрастания.

2. Эвристический пороговый SF-алгоритм (Sorted Fines - algorithm)

Задача упорядоченного разбиения с ограничениями имеет пространство поиска порядка $O(n!)$. Поэтому для ее решения целесообразно воспользоваться методом разбиения задачи на подзадачи. Для этого нужен алгоритм, осуществляющий постепенное построение решения минимальной стоимости. Допустимость добавления нового элемента в решение будет определяться текущим значением стоимостного предела размещения, которая будет постепенно

увеличиваться в процессе построения решения, что позволит алгоритму выходить из «ловушек» локальных минимумов. Отсортированные в порядке возрастания значения положительные штрафы и отрицательные премии будут играть роль естественных энергетических уровней и задавать стоимостные пределы размещения на каждой итерации алгоритма.

Перед началом работы исходный набор всех элементов сортируется (тип сортировки также является настроечной константой), затем полученная последовательность разрезается в тех местах, где стоимость соединения двух последовательных элементов превышает $MinCut$ или $MaxCut$ (минимальную и максимальную стоимости разреза). Затем полученные последовательности размещаются с установленным стоимостным пределом. В случае отсутствия размещений такой стоимости последовательности размещаются поэлементно оптимальным образом среди уже размещённых элементов.

Когда размещения с установленным пределом стоимости заканчиваются, происходит переход на новый энергетический уровень. Увеличивается текущая стоимость размещения, неразмещённые элементы вновь сортируются, разрезаются и размещаются.

Параметр t имеет смысл номера итерации порогового SF-алгоритма, $p(t)$ – значение стоимостного предела размещения текущего элемента в решении на итерации с номером t . Штрафы F_1, \dots, F_s , стоимость минимального разреза $MinCut$, ограничение на стоимость минимального разреза $MaxCut$, общее ограничение на стоимость размещения $Limit$, а также тип сортировки $Sort$ являются настроечными константами и подбираются во время прогона программы на реальных данных.

SF-алгоритм.

Шаг 1. Сортируем штрафы в порядке возрастания F_1, \dots, F_s . Устанавливаем номер итерации $t=1$, $p(t) = F_1$, общее ограничение на стоимость размещения $Limit$, общее ограничение на стоимость минимального разреза $MaxCut$, величину минимального разреза $MinCut$, где $MinCut < F_1$, $MinCut < MaxCut$, $MaxCut < Limit$, $Limit \leq F_s$.

Шаг 2. Объединяем все неразмещённые a_i элементы в одну последовательность, сортиру-

ем сортировкой *Sort*. Если $MinCut \geq MaxCut$, осуществляем переход на шаг 4. Иначе проверяем стоимости соединения всех последовательных элементов a_i и a_{i+1} . Если эта стоимость больше $MinCut$, то «разрезаем» последовательность между элементами a_i и a_{i+1} .

Шаг 3. Размещаем столбцы, полученные на шаге 2. Перебираем последовательности A_j , $j = 1..m$. Столбец присоединяется к последнему элементу текущей последовательности, если стоимость размещения столбца не превосходит $p(t)$.

Шаг 4. Столбцы, не размещенные на шаге 3, делятся и размещаются поэлементно оптимальным образом. Для каждого элемента вычисляется стоимость и позиция оптимального размещения внутри каждой последовательности, затем выбирается размещение минимальной стоимости. Если стоимость не превосходит $p(t)$, то элемент размещается. Шаг повторяется до тех пор, пока есть размещения стоимости не более $p(t)$.

Шаг 5. Полагаем $MinCut = F_t$, $t = t + 1$, $p(t) = F_t$.

Если $p(t) \leq Limit$, то переходим на шаг 2. Иначе переходим на шаг 6.

Шаг 6. Отсортированные элементы, не размещенные на предыдущих итерациях, размещаются согласно шагу 4 со стоимостным пределом, равным $+\infty$.

Вычислительная сложность SF-алгоритма. Вычислительная сложность SF-алгоритма равна $O(sn^3)$, где n – количество размещаемых элементов, s – суммарное количество ограничений.

3. Практическое применение модели

Рассмотрим одно из практических приложений предложенной модели – задачу о формировании графика очередности проката полос на стане 2000 горячей прокатки Магнитогорского металлургического комбината [4]. Неформально эту задачу можно сформулировать следующим образом.

Из портфеля заказов на текущие сутки (около 250-300 слитков металла) нужно сформировать не более 7 упорядоченных последовательностей (монтажных партий) – суточный план работы стана. Каждый заказ имеет некоторый набор исходных признаков: толщину, ширину и

длину прокатанной полосы, группу выкатываемости, ГОСТ, назначение и другие. Разбиение заказов по монтажным партиям производят с учетом ограничения на длину монтажа и большого количества ограничений, определяющих допустимость переналадки прокатного стана.

На ММК формированием монтажей занимается высококвалифицированный диспетчер. Анализ суточных планов, составленных диспетчером, показал, что допустимого решения, удовлетворяющего всем ограничениям, не существует, реальные планы всегда содержат то или иное количество нарушений технологических инструкций. К наиболее тяжким нарушениям относятся нарушения по ширине и толщине, за исключением специальных случаев диспетчер руководствуется эвристическим правилом «катать от широкого к узкому, от тонкого к толстому». На основе имеющихся технологических инструкций была разработана система положительных штрафов за каждый тип нарушений (Табл. 1).

Табл. 1. Система штрафов

| | | |
|---|-----------------|--|
| 1 | ShtrafW1W2 | Перестройка от широкого к узкому с шагом более 250 мм |
| 2 | BigShtrafW1W2 | Перестройка от узкого к широкому с шагом не мене 6 мм и не более 250 мм |
| 3 | 2BigShtrafW1W2 | Перестройка от узкого к широкому с шагом более 250 мм |
| 4 | ShtrafG1G2 | Недопустимая перестройка по группе выкатываемости |
| 5 | ShtrafLength | Превышение предельного объема единовременного проката |
| 6 | ShtrafDiap | Штраф, начисляемый за 1 км полосы, размещенный в недопустимом километровом диапазоне |
| 7 | VeryBigShtraf | Большой штраф. Начисляется за превышение предельного значения общей длины монтажа |
| 8 | 9VeryBigShtraf | Очень большой штраф за размещение слишком тонких и/или широких заказов в трех первых монтажах после перевалки опорных валков |
| 9 | ConstP1,ConstP2 | Настроечные константы для вычисления значения функции штрафа за скачки по толщине |

Стоимость монтажа складывается из суммы стоимостей переналадок между всеми парами соседних заказов и суммы штрафов, начисляемых отдельно на каждый заказ монтажа: штраф за попадание в недопустимый диапазон; штраф за превышение предельного объема единовременного проката; штраф за превышение пре-

дельной длины монтажа и штраф за попадание в недопустимый монтаж. Стоимость j -го монтажа, состоящего из $z[j]$ заказов равна

$$\sum_{i=1}^{z[j]-1} C[a_i, a_{i+1}] + \sum_{i=1}^{z[j]} (OverV[a_i, j] + OverLength[a_i, j] + Diap[a_i, j] + WrongM[a_i, j]),$$

где стоимость переналадки $C[a_i, a_{i+1}] = Ct[a_i, a_{i+1}] + Cw[a_i, a_{i+1}] + Cg[a_i, a_{i+1}]$, Ct – стоимость переналадки по толщине; Cw – стоимость переналадки по ширине; Cg – стоимость переналадки по группе выкатываемости.

$$Ct = \begin{cases} ConstP1 + ConstP2(abs(dt) - Step2) / Step2 \\ 0, \text{ если } Ct < ConstP1, \end{cases}$$

где dt – разность толщин заказов a_i и a_{i+1} , $Step2$ – предельный шаг внутри диапазона толщины заказа a_{i+1} .

$$Cw = \begin{cases} ShtrafW1W2 - \text{от широкого к узкому} \\ \quad \text{с шагом } > 250 \text{ мм} \\ BigShtrafW1W2 - \text{от узкого к широкому} \\ \quad \text{с шагом } \leq 250 \text{ мм} \\ 3BigShtrafW1W2 - \text{от узкого к широкому} \\ \quad \text{с шагом } > 250 \text{ мм} \\ 0 - \text{от широкого к узкому с шагом } \leq 250 \text{ мм.} \end{cases}$$

$$Cg = \begin{cases} ShtrafG1G2 - \text{нарушение по группе} \\ \quad \text{выкатываемости} \\ 0, \text{ если нарушения нет.} \end{cases}$$

$OverV[a_i, j]$ – суммарный штраф за превышение предельных объемов единовременного проката:
 $OverV[a_i, j] = (LongS1[a_i, j] + LongS2[a_i, j] + LongS3[a_i, j]) \times ShtrafLength,$

где $LongS1[a_i, j]$, $LongS2[a_i, j]$, $LongS3[a_i, j]$ – превышения предельного объема единовременного проката в км по «одноширинным», «однотолщинным» и «тонким» последовательностям.

$OverLength[a_i, j]$ – штраф за превышение предельного значения общей длины j -го монтажа, равный настроечной константе $VeryBigShtraf$ или нулю, если превышения нет.

$Diap[a_i, j]$ – суммарный штраф за размещение заказа a_i в недопустимом километровой зоне монтажа j , равный произведению километража, находящегося в недопустимом диапазоне, на $ShtrafDiap$ (настроечную константу).

$WrongM[a_i, j]$ – штраф за размещение заказа a_i в недопустимом монтаже, равный $9VeryBigShtraf$ или нулю, если нарушения нет.

Программный продукт для оперативного составления суточных планов работы прокатного стана 2000 был опробован в условиях ЛПЦ-10. Для идентификации алгоритма был произведен сравнительный анализ планов работы стана 2000 горячей прокатки, составленных диспетчером и программой для одних и тех же суточных портфелей заказов (Табл. 2 и Табл.3).

Табл. 2. Сравнение планов диспетчера и программы по количеству нарушений

| Нарушения (шт.) | Диспетчер | Программа |
|--------------------------|-----------|-----------|
| По ширине | 3 | 0 |
| По толщине | 16 | 17 |
| По группе выкатываемости | 17 | 8 |
| Итого: | 36 | 25 |

Табл. 3. Распределение длин монтажей

| Монтаж (км) | №1 | №2 | №3 | №4 | №5 | №6 | №7 |
|-------------|-----|-----|-----|----|-----|----|-----|
| Диспетчер | 46 | 96 | 95 | 96 | 101 | 96 | 105 |
| Программа | 168 | 150 | 112 | 70 | 125 | 5 | 6 |

Анализ показал, что применение программы позволяет увеличить длину монтажа без увеличения общего количества нарушений. Увеличение длины монтажа, в свою очередь, позволяет в полтора раза увеличить количество заказов, прокатанных без замены валков.

4. Основные выводы и результаты работы

Создана адаптируемая оптимизационная модель и эффективный эвристический алгоритм для решения задач оперативного планирования листопрокатного производства. Предложенная модель обладает следующими достоинствами.

1. Разработан унифицированный метод сведения задачи с ограничениями (I) к задаче условной оптимизации (III), позволяющий генерировать решения с некоторым количеством нарушений ограничений.

2. Гибкая система настроечных штрафов позволяет адаптировать алгоритм к реальным данным и оперативно менять критерии оптимизации.

3. Контроль за стоимостью размещения отдельного элемента позволяет строить решения с минимальным количеством грубых технологических нарушений.

4. Генерация решения происходит за полиномиальное время, что позволяет осуществлять оперативное управление производством.

Автор благодарит профессора Уфимского государственного авиационного технического университета Загидуллина Р.Р. за полезное обсуждение рассмотренной в работе задачи.

Литература

1. Д.И. Батищев, Э.Д. Гудман, И.П. Норенков, М.Х. Прилуцкий. Метод комбинирования эвристик для решения комбинаторных задач упорядочения и распределения ресурсов // Информационные технологии. – 1997. – №2. – С. 29–32.
2. Е.С. Вентцель Исследование операций / М.: Советское радио, 1972. – 552 с.
3. Д.Х. Девятов, С.И. Файнштейн, А.Б. Белявский, В.Е. Торчинский. Эвристическая оптимизационная модель для NP-полных задач разбиений с ограничениями, возникающих при оперативном планировании листопрокатного производства // Информационные технологии. – 2009. – №9 С.16-20)
4. Д.С. Каплан, Д.Х. Девятов, А.Б. Белявский, С.И. Файнштейн, В.Е. Торчинский. Алгоритм оперативного планирования посадки металла в печи листопрокатного стана // Сталь. – 2007. – №2. – С. 130 - 133.
5. Д.С. Каплан, Д.Х. Девятов, С.И. Файнштейн, В.Д. Тутарова, А.Н. Калитаев. Эвристический полиномиальный алгоритм оперативного планирования размещения готовой продукции на складах металлургических предприятий // Автоматизация и современные технологии. – 2009. – №6.
6. Д.Х. Девятов, С.И. Файнштейн, В.Д. Тутарова, А.Н. Калитаев. Оперативное планирование отгрузки готовой продукции со складов металлургических предприятий // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2008. – №4. – С. 36 - 40.
7. В.С. Танаев, В.С. Гордон, Я.Н. Шафранский. Теория расписаний. Одностадийные системы / М.: Наука, 1984. – 384 с.

Файнштейн Светлана Ильдаровна. Старший преподаватель кафедры вычислительной техники и прикладной математики Магнитогорского государственного технического университета. Окончила МГУ в 1982 году. Имеет 20 публикаций. Область научных интересов – разработка эффективных эвристических и приближённых алгоритмов для решения NP-трудных задач большой размерности. Адрес электронной почты: swetlana@mgn.ru.