

Взаимообмен сложности и точности систем кодирования источника непрерывного сигнала

А.К. Цыцулин, Ш.С. Фахми

Аннотация. Предложены критерий эффективности кодирования источника непрерывных сообщений с учетом сложности кодера и функционал, связывающий точность передачи непрерывного сигнала со скоростью передачи и сложностью кодера, восходящий к их среднему гармоническому. На конкретных примерах показана корректность предложенного метода оценки эффективности приближения к энтальпии различных методов кодирования изображений.

Ключевые слова: скорость кода, сложность кодирования, критерий качества кодирования.

Введение

После того, как К. Шеннон [1] определил *идеальное* кодирование как обеспечивающее равенство пропускной способности C и энтропии H (эпсилон-энтропии H_ϵ) источника, сформировались два научно-технических направления: кодирование источника и кодирование канала [2, 3]. В силу нацеленности на достижение этого идеала кодирование источника названо «эффективным кодированием» [3, 4]. Поэтому главной характеристикой кодера источника традиционно считается его «эффективность», характеризуемая, во-первых, *коэффициентом сжатия* скорости кода, определяемым как отношение $R_{\text{вх}}/R_{\text{вых}}$ скорости кода на входе кодера – *тривиальной* статистики – к скорости кода на выходе – *минимальной достаточной* статистике [4]. С другой стороны, «эффективность» характеризуется степенью приближения скорости кода на его выходе $R_{\text{вых}}$ к энтропии H (эпсилон-энтропии H_ϵ) источника [5]. Учет этих требований – сжатия и приближения к энтальпии приводит к выражению для эффективности *кодирования*:

$$E = K_{\text{сж.}} \frac{H_\epsilon}{R_{\text{вх.}}} = \frac{R_{\text{вх.}} H}{R_{\text{вх.}}^2}. \quad (1)$$

Синтез кодера источника традиционно использует опорную триаду: априорную информацию, критерий качества и ограничения. На практике синтез системы передачи информации включает различные виды ограничений, в первую очередь, мощности в канале задержки (рассмотренной К. Шенноном в качестве *примера* ограничения) [6], широкополосности кодера [7-10], длины блоков [2, 3].

Вместе с тем разработчики методов «эффективного» кодирования упоминают о возможных ограничениях при синтезе кодера, в первую очередь, о сложности кодера, не включая эти ограничения в формулировку задачи синтеза системы связи [11, 5]. Характерно, что при этом задача уменьшения вычислительной сложности рассматривается отдельно от задачи определения требуемой разрядности вычислений в кодере [12]. Формализованный учет сложности кодеров непрерывных источников, стимулированный созданием и развитием СБИС [13], систем на кристалле [14] и видео-

систем на кристалле [9], требует пересмотра понятия «эффективное» кодирование.

Выше понятие «эффективности» кодирования ставилось в кавычки потому, что идеальная по Шеннону система, обеспечивающая предельную «эффективность» в смысле равенства пропускной способности и энтропии и в смысле соотношения (1), должна включать элементы, характеризующие бесконечной сложностью. В частности, требование *бесконечной сложности* кодера источника непрерывного сигнала для достижения *конечной скорости* передачи информации через канал очевидно хотя бы из того, что коэффициенты базисных функций и коэффициенты передачи *оптимального* конечномерного кодирующего фильтра имеют континуальные значения, требующие бесконечной емкости памяти для их хранения. Бесконечные затраты информационного ресурса (сложности) при конечном полезном эффекте (скорости передачи) означают нулевую эффективность использования этого ресурса. Отсюда возникает противоречие, которое может быть устранено лишь дополнением понятия «эффективность кодирования» другим понятием – *эффективность кодера* (кодека), учитывающим сложность достижения «эффективности кодирования».

1. Обобщенный показатель эффективности системы передачи информации о непрерывном источнике

В круг учитываемых величин, связанных с кодированием источника (показателей качества системы), должны войти не только точность передачи (ошибка) и скорость передачи, но и сложность. Известно, что эти величины взаимосвязаны: *«Оптимизацию видеокodeка надо делать (минимум) по трем параметрам: по битовой скорости, по искажению и по вычислительной сложности. Все они влияют друг на друга. Например, оптимизация соотношения скорость/искажение достигается за счет повышения сложности кодирования, "быстрые" алгоритмы оценки движения часто имеют низкую вычислительную сложность за счет снижения эффективности кодирования и т. д. Эффективность кодирования и слож-*

ность кодирования являются настоящими антиподами» [15].

Обобщенный показатель эффективности кодирования должен учитывать не только меру приближения к энтальпии источника с помощью показателя (1), но и то обстоятельство, какими информационными средствами достигнуто данное приближение, в первую очередь – какой сложностью кодера.

В соответствии с методологией оптимизации радиоэлектронных устройств по совокупности показателей качества [16,17] целесообразно сформировать функционал, включающий взвешенную сумму частных показателей качества. Вектор весовых коэффициентов при показателях качества в системном анализе принято называть «вектором концепции системы» [18]. Очевидно, что в различных системах эти вектора могут существенно различаться, что и приводит к существованию множества различных оптимальных систем связи [16]. Например, даже при равенстве весовых коэффициентов при скорости передачи и ошибке передачи системы кодирования непрерывных источников в телевизионном вещании и в аэрокосмических системах наблюдения существенно различаются в соотношении весовых коэффициентов при сложности кодера и декодера. В телевизионном вещании в силу огромных тиражей приемников существенный вес имеет сложность декодера, в аэрокосмических системах связи в силу жестких массогабаритных ограничений передатчиков имеет вес бортового кодера.

Для обеспечения общего информационного подхода к решению задачи оптимизации системы связи необходимо все частные показатели качества привести к единому виду, имеющему размерность информации (бит и т. п.). В частности, учет деградации отношения сигнал/помеха следует характеризовать потерей полезной информации ΔI , вычисляемой как логарифм отношения фактической ошибки к минимально возможной (в частности, имеющейся во входном сигнале непрерывного источника, подлежащем кодированию). Следуя методике векторного синтеза системы связи [16], целесообразно сформировать обобщенный показатель эффективности P , включающий «вектор концепции системы» $\{c_i\}$ и совокупность

$\{P_i\}$ частных информационных показателей качества системы связи – потери полезной информации ΔI , скорости передачи R , сложности W_k кодера и сложности W_d декодера. Так как все частные информационные показатели качества системы связи связаны с ошибкой передачи ϵ , то ниже они будут обозначаться как $P_i(\epsilon)$:

$$P = c_0 \Delta I(\epsilon) + c_1 R(\epsilon) + c_2 W_k(\epsilon) + c_3 W_d(\epsilon) \rightarrow \min. \quad (2)$$

Для выявления основных свойств обобщенного показателя качества рассмотрим его частный случай при $c_3 = 0$, характерный для бортовых систем прикладного телевидения, акцентирующих внимание на сложности кодера:

$$P = c_0 \Delta I(\epsilon) + c_1 R(\epsilon) + c_2 W_k(\epsilon) \rightarrow \min. \quad (3)$$

Обобщенный показатель эффективности кодирования (2) и (3) позволяет объективно сравнивать произвольные кодеры, отличающиеся по всем параметрам – ошибке передачи, скорости передачи и сложности, если зафиксировать выборку испытательных сигналов.

Искомый минимум P при вариации назначаемой ошибки передачи ϵ может быть найден аналитически, если известны статистические свойства источника и зависимости сложности и скорости передачи от назначаемой ошибки. Известно [16], что обобщенный показатель качества допускает множество решений. Это разнообразие решений, в первую очередь, связано с отмеченным взаимообменом скорости передачи и сложности кодера [15].

2. Взаимообмен скорости передачи и сложности кодирования

Взаимосвязь скорости передачи и сложности кодирования при идеальной передаче сигналов дискретного источника по дискретному каналу (вероятность ошибки $p_\epsilon \rightarrow 0$ при скорости передачи R , меньшей пропускной способности C) известна с работ К. Шеннона [1] и Р. Фано [2]. Эта взаимосвязь относится к фундаментальным положениям теории кодирования [3]: для канала с аддитивным белым гауссовским шумом и с неограниченной полосой частот вероятность ошибки пропорциональна экспоненте от произведения скорости передачи R на длину блока T :

$$P_\epsilon = 2^{-RT}. \quad (4)$$

Можно отождествить длину блока со сложностью кодера [2] и считать этот известный принцип теории связи не только как возможность достижения нулевой вероятности ошибки передачи дискретного сигнала через дискретный канал связи при неограниченной длине блоков, но и как *взаимообмен скорости передачи и сложности кодера* при достижении заданного уровня ошибки. Этот принцип теории связи распространяется и на смешанную систему связи, включающую непрерывный источник и дискретный канал. Практические системы кодирования непрерывных сигналов (к которым относятся изображения), такие как выполняемые по стандартам MPEG, включают в себя и кодер источника, и кодер канала. Здесь будем акцентировать внимание лишь на кодере источника, полагая сложность кодера канала фиксированной и выступающей при оценке сложности кодера в целом в роли аддитивной константы. Для получения оценок влияния сложности кодера на точность передачи в такой модели кодирования непрерывных сигналов целесообразно рассмотреть частный случай кодирования сигнала с финитной функцией плотности вероятности, для которых при критерии максимума ошибки [19] существует идеальное кодирование (равенство скорости создания информации источником и скорости передачи в канале). Для них формула энтальпии [20], связывающая нижнюю границу скорости H_ϵ передачи сигнала с его известным спектром амплитуд $\{A_k\}$ сигнала и с задаваемой ошибкой ϵ , вычисляется как сумма логарифмов спектрального отношения сигнал/шум:

$$H_\epsilon = \sum_{k=1}^n \log \frac{|A_k|}{\theta}, \quad \epsilon = \theta n \sum_{k=1}^n |A_k|. \quad (5)$$

Так же, как и при кодировании дискретного источника, энтальпия (5) является нижней гранью скорости передачи R для достижения заданной ошибки ϵ :

$$H_\epsilon \leq R \rightarrow C. \quad (6)$$

Вместе с тем, так же как и при кодировании дискретного источника, на точность передачи влияет и сложность W_k кодера. Конечно, изуче-

ние сложности системы имеет целью ее уменьшение при выполнении условия заданного качества системы [21, 22]. Ниже рассматривается методика проектирования кодеров источника непрерывного сигнала, в которой сложность кодера является не столько ограничением при минимизации ошибки передачи, сколько частным информационным показателем качества системы, входящим в обобщенный показатель (2).

Первое приближение к оценке сложности кодера источника может быть сделано на основе вычисления энтропии источника через логарифм энтропийной мощности [3] и, следовательно, достижения нижней границы скорости передачи дискретного по времени стационарного процесса с помощью взятия первой конечной разности. Эта операция при кодировании реальных изображений, т. е. нестационарных случайных полей, используется в различных вариантах дифференциальной импульсно-кодовой модуляции [1-4], в частности, при реализации пирамидально-рекурсивных методов кодирования [9], но уже не исчерпывает требуемой сложности кодера источника.

Известно [21,22], что требуемая сложность W вычислений логарифмически связана с задаваемой ошибкой:

$$W \rightarrow \log \frac{1}{\varepsilon}. \quad (7)$$

При использовании двоичных логарифмов сложность, так же как и скорость передачи, измеряется в битах и имеет смысл взвешенной суммы количества вентилей и числа операций (шагов алгоритма) кодирования источника. При приложении теории сложности вычислений к кодированию источников непрерывных сигналов обычно стремятся к снижению степени зависимости числа операций кодера от числа отсчетов сигнала. Известно, что сложность спектрального преобразования, часто составляющего ядро кодера источника, может иметь оценку $O(n \log n)$ и за счет распараллеливания вычислений может быть уменьшена до $O(n)$ [13,11]. Эту зависимость сложности от числа отсчетов $O(n)$ можно обобщить с учетом точности представления операндов (входных сигналов и значений базисных функций). С точностью до аддитивной константы, учитывающей операции синхронизации, эpsilon-сложность

(т. е. минимальная сложность [22]) кодера источника, так же как и эpsilon-энтропия, может быть представлена суммой логарифмов спектрального отношения сигнал/ошибка:

$$\dot{W}_\varepsilon = \sum_{k=1}^n \log \frac{|A_k|}{\theta}. \quad (8)$$

На практике сложность кодера, так же как и скорость передачи, рассматривают как нормированную величину, относя их к информационным затратам на один пиксел. Ввести учет сложности в проектирование системы связи можно несколькими способами, в частности, сложность можно ввести как ограничение при пропускной способности в уравнении связи [8]. Ниже, аналогично введению понятия эpsilon-энтропии с задержкой [6], введем *понятие эpsilon-энтропии с ограничением сложности* $H_{\varepsilon w}$, определяемой как нижняя грань скорости передачи R для достижения заданной ошибки ε при ограничении сложности W кодера непрерывного источника. Так как дополнительное ограничение неизбежно ведет к увеличению скорости передачи, то общие условия передачи (6) трансформируются к виду:

$$H_\varepsilon \leq H_{\varepsilon w} \leq R \rightarrow S. \quad (9)$$

Опираясь на экспериментальные исследования по взаимнообмену скорости передачи и сложности кодирования [15,23], можно считать, что, как и в формуле (4) для дискретного канала, требуемое предельное количество информации R и сложность W оказывают одинаковое влияние на ошибку передачи. Вместе с тем, в отличие от формулы (4) для дискретного источника, ни скорость передачи, ни сложность кодера не могут быть сделаны сколь угодно малыми за счет другой из этих величин, а имеют нижние границы (5) и (8). Такое положение при любом способе вычисления эpsilon-энтропии – и при среднеквадратической мере ошибки, и при ограничении максимума ошибки – может быть записано аналитически в виде, объединяющем эpsilon-энтропию с ограничением сложности $H_{\varepsilon w}$ и эpsilon-сложности W_ε кодирования в виде функционала, восходящего к колмогоровским средним, а именно, гармоническому среднему, отличающемуся от гармонического среднего отсутствием множителя числа слагаемых:

$$H_\epsilon = \frac{H_{\epsilon W} W_\epsilon}{H_{\epsilon W} + W_\epsilon} \quad (10)$$

Эпсилон-энтропия H_ϵ (5) задает предел эпсилон-энтропии с ограничением сложности $H_{\epsilon W}$ и эпсилон-сложности W_ϵ . Этот предел достигается лишь при условии использования разложения Карунена–Лоэва и стремлении к бесконечности доступной сложности W_k описания базисных функций и операций вычисления соответствующих скалярных произведений. При этом формула (10) переходит в формулы (5) и (8):

$$\lim_{H_{\epsilon W} \rightarrow \infty} \lim_{W_\epsilon \rightarrow \infty} H_\epsilon = H_\epsilon$$

Так как эпсилон-энтропия по определению является нижней гранью количества информации, необходимого для достижения заданной ошибки, то ошибка, вычисляемая из формулы для эпсилон-энтропии, будет минимальной ошибкой, выступающей нижней гранью значения ошибки при соответствующей скорости кода:

$$\epsilon \geq \epsilon_{\min} = 2^{H_\epsilon} \quad (11)$$

С учетом формулы взаимодействия скорости передачи и сложности кодера нижняя грань достижимой ошибки составит (Рис. 1):

$$\epsilon \geq \epsilon_{\min} = 2^{-\frac{H_{\epsilon W} W_\epsilon}{H_{\epsilon W} + W_\epsilon}} \quad (12)$$

Начальный этап проектирования кодера источника на основе выражений (9) и (10) иллюстрируется Рис. 2, показывающим взаимосвязь трех важнейших величин: ошибки передачи, скорости передачи и сложности (ϵ - R - W). Из него видно, что при одной и той же ошибке передачи ϵ_1 переход от способа кодирования Z_1 к способу кодирования Z_2 ценой перехода от сложности W_1 к большей сложности W_2 обеспечивает лучшее приближение к эпсилон-энтропии: $R_2 < R_1$. Уменьшение назначаемой ошибки в соответствии с формулами (5), (11), (12) ведет к увеличению эпсилон-энтропии и сдвигу границы реализуемых кодов на Рис. 1 вправо и вверх, на Рис. 2 влево и вверх.

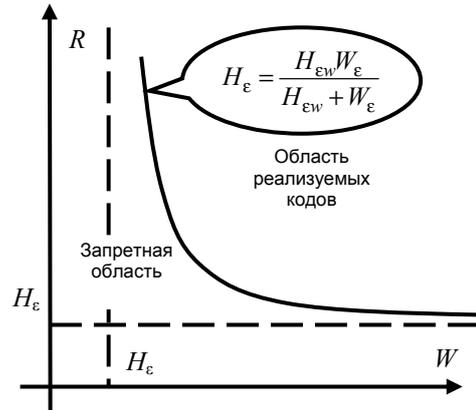


Рис. 1.

Важной иллюстрацией взаимодействия сложности кодера источника и приближения к эпсилон-энтропии является метод создания библиотек базисов для кодирования сигналов с большой априорной неопределенностью. Для достижения максимального сжатия кодер существенно усложняется введением множества устройств хранения информации о различных совокупностях базисных функций и устройства выбора наиболее эффективного из них [25]. Эта же тенденция существенного увеличения сложности для относительно небольшого увеличения сжатия видеоинформации наблюдается и при переходе от стандарта MPEG-2 к стандарту MPEG-4. Вместе с тем сложность различных кодеров при сопоставимых коэффициентах

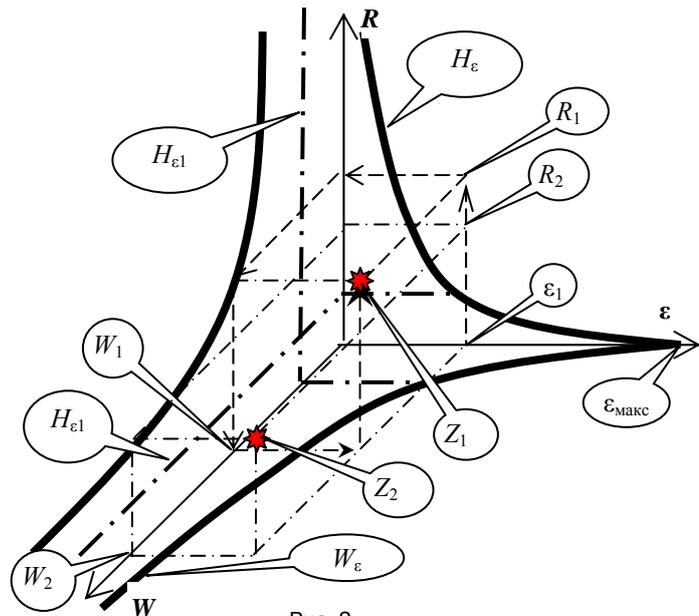
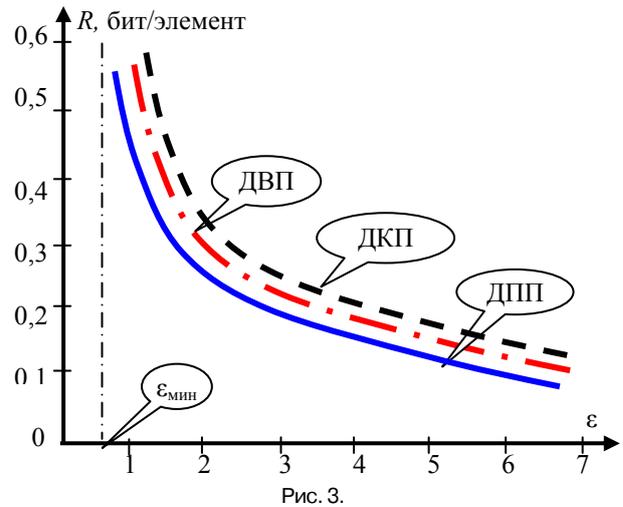


Рис. 2.

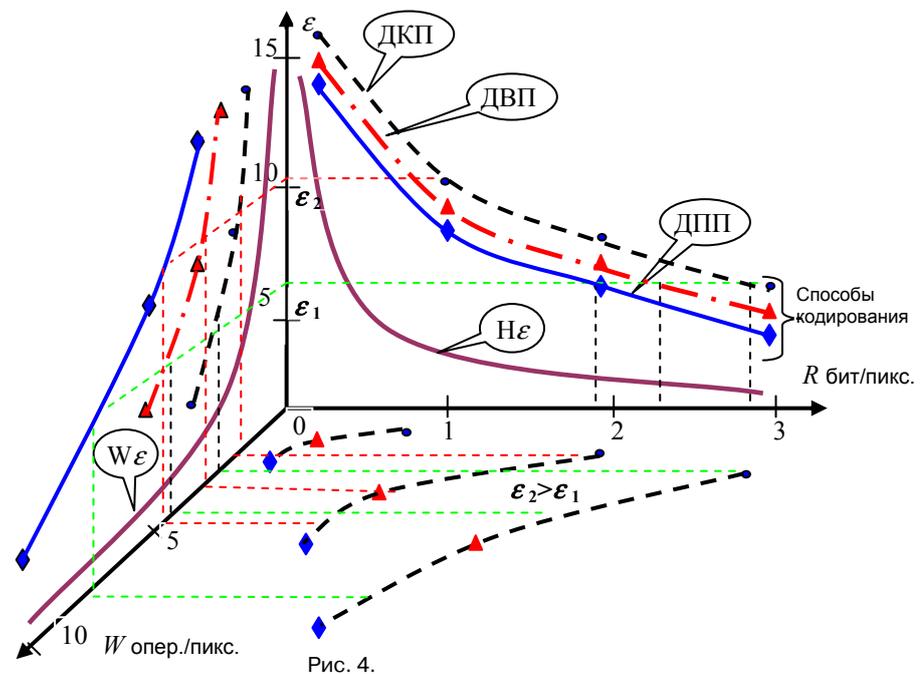
сжатия может существенно отличаться. Например, при кодировании динамических сюжетов использование трехмерного дискретного косинусного преобразования (3D ДКП) позволяет на несколько порядков сократить сложность кодера источника по сравнению с кодером MPEG-4 [26]. Это обусловлено, во-первых, тем, что ДКП является асимптотически оптимальным (при больших размерах фрагментов) разложением стационарного сигнала с экспоненциальной автокорреляционной функцией, хорошо аппроксимирующей реальные изображения. Во-вторых, эти два вида кодеров оптимальны для различных характеристик изменения сюжета во времени: MPEG-4 ориентирован на слежение за объектами, а 3D ДКП выделяет любые изменения в сюжете.

Корректность предложенного функционала иллюстрируется сравнительной оценкой зависимости скорости кодирования R при заданной среднеквадратической ошибке ϵ и использовании различных методов кодирования источника (Рис. 3). Эти эксперименты на представительной выборке сюжетов показали [27], что дискретное пространственное преобразование (ДПП, без перехода в спектральную область) позволяет снизить скорость передачи по сравнению с вейвлет-преобразованием (ДВП, с переходом в спектральную область и использованием локальных интервалов задания базисных функций) в 1,2 раза и по сравнению с дискретным косинусным преобразованием (ДКП, с переходом в спектральную область) в 1,3 раза [9, 29], а уменьшение назначаемой ошибки при любом методе ведет к увеличению скорости передачи, и к увеличению сложности кодера (Рис. 4).

Переход от одного способа кодирования к другому соответствует взаимобмену скорости передачи и сложности кодера, предельные воз-



можности которого описываются формулами (9) и (10). Преимущество ДПП обусловлено нестационарностью сигналов реальных изображений, так как кодирование с преобразованием в спектральную область предполагает стационарность сигнала в пределах фрагмента. Этот тезис полностью относится к ДКП и, в меньшей мере, к вейвлет-преобразованию. Поэтому можно утверждать, что размер фрагмента при кодировании изображений выбирается не только исходя из ограничения сложности, но и с учетом нестационарности реальных сигналов.



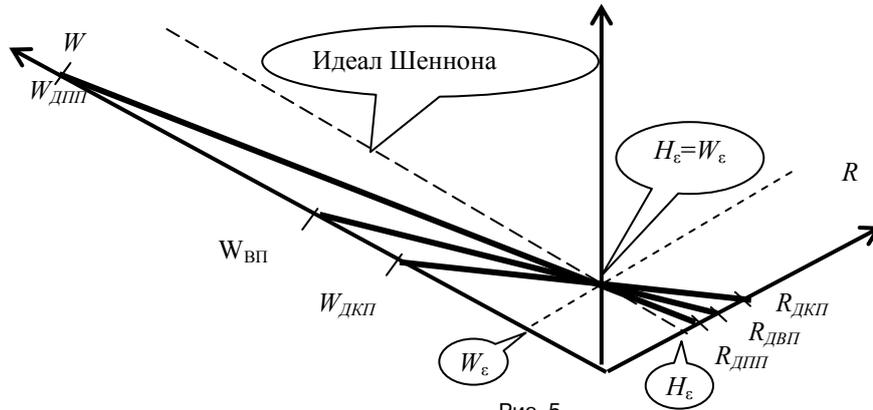


Рис. 5.

Наглядное представление взаимодействия скорости и сложности, соответствующего формуле (10), может быть дано номограммой, аналогичной известной в оптике (Рис. 5).

Ее анализ показывает, что численные значения скорости передачи и сложности кодирования в эксперименте хорошо совпадают с предложенным функционалом (10): линии, соединяющие сложность и скорость передачи для каждого из методов кодирования, пересеклись в одной точке на вертикальной оси номограммы, которая соответствует энтальпии кодера источника. Полезным свойством предложенного метода оценки эффективности кодера является возможность оценки энтальпии кодируемого сигнала по номограмме Рис. 5. Например, удалось оценить, что дискретно-пространственное преобразование не только ценой почти трехкратного усложнения кодера позволяет снизить скорость передачи на 30% по сравнению с вейвлет-кодированием, но и обеспечивает в среднем скорость передачи, лишь на 25% большую, чем энтальпия кодируемого изображения.

3. Обобщенный показатель эффективности с учетом взаимодействия скорости передачи и сложности кодирования

Выбор того или иного способа кодирования непрерывного источника означает выбор конкретного соотношения коэффициентов c_1 и c_2 в векторе концепций в критерии (3), а выбор назначаемой ошибки означает выбор отношения коэффициента c_0 при потере полезной инфор-

мации к коэффициентам c_1 и c_2 . Взаимообмен скорости передачи и сложности при фиксированной ошибке передачи представлен ниже в таблице, в которой каждому из рассмотренных способов кодирования непрерывного источника сопоставлено соответствующее значение соотношения коэффициентов c_1 и c_2 в векторе концепций в критерии (3).

Учет взаимодействия скорости передачи информации и сложности кодера, формализуемый формулой (10), позволяет найти минимум в критерии (3), который достигается при оптимальных значениях скорости $H_{\epsilon w_0}$ и сложности W_{ϵ_0} . Подставляя формулу (10) в формулу (3), получаем:

$$P = c_0 \Delta I(\epsilon) + c_1 H_{\epsilon w} + c_2 W_{\epsilon} = c_0 \Delta I + c_1 H_{\epsilon w} + c_2 \frac{H_{\epsilon} H_{\epsilon w}}{H_{\epsilon w} - H_{\epsilon}}. \quad (13)$$

Дифференцируя полученное выражение по энтальпии с ограничением скорости $H_{\epsilon w}$ и приравнявая производную нулю, получаем:

$$H_{\epsilon w_0} = H_{\epsilon} \left(1 + \sqrt{\frac{c_2}{c_1}}\right); H_{\epsilon_0} = H_{\epsilon} \left(1 + \sqrt{\frac{c_1}{c_2}}\right). \quad (14)$$

Скорость передачи и сложность при различных методах кодирования

Метод	Относительная скорость передачи	Относительная сложность	c_1/c_2
ДКП	1,62	1	2,6
ДВП	1,5	1,5	4
ДПП	1,25	3,5	16
Триангуляция	1,1	10	100
Преобразование Карунеа-Лозва	1	∞	∞

В результате учета взаимобмена скорости передачи и сложности при реализации оптимального кодирования, ведущего к соотношениям (14) и обеспечивающего равенство в формуле (12), критерий оптимальности кодера (3) приводится к виду:

$$P=c_0\Delta I+(\sqrt{c_1}+\sqrt{c_2})^2 H_\varepsilon. \quad (15)$$

При известных зависимостях потери информации и энтальпии от назначаемых ошибок можно найти оптимальную ошибку передачи, то есть оптимальную деградацию отношения сигнал/шум в ходе кодирования и передачи. В частности, для одномерных сигналов с амплитудой A с учетом зависимости потери информации и кодовой энтальпии от минимальной ошибки [20]

$$\Delta I = \log \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\min}}; H_\varepsilon = \log \frac{A}{\varepsilon - \varepsilon_{\min}},$$

получаем $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min} \frac{c_0}{c_0 - (\sqrt{c_1} + \sqrt{c_2})^2}$. (16)

Формула для оптимального значения ошибки передачи показывает, в частности, что искомый экстремум качества кодера достигается не для любых векторов концепции системы, а только для таких, в которых весовой коэффициент потери полезной информации превышает среднее геометрическое весовых коэффициентов скорости передачи и сложности кодера.

При оптимизации кодирования многомерных сигналов должны также решаться задачи достижения максимума качества информации [10] и распределения сложности между различными узлами (функциями) кодера, например, распределение памяти между числом базисных функций и их разрядностью [24]. Учет этих дополнительных требований при кодировании многомерных сигналов ведет к тому, что вектор концепции в критерии (3) и его следствиях (14) – (16) не может назначаться произвольно, а должен учитывать потенциальное количество информации в передаваемом непрерывном зашумленном сигнале.

Изложенная методика концептуального проектирования кодеров непрерывных источников на основе введенного обобщенного показателя качества (3) и взаимобмена скорости передачи и сложности кодера (10) позволяет оптимизи-

ровать проектирование, особенно актуальное при реализации кодеров в виде СБИС и СФ-блоков [14].

Заключение

Предложен критерий (3) эффективности кодера непрерывного источника, включающий взвешенную (на основе вектора концепции системы) сумму потери полезной информации, скорости передачи и сложности кодера.

Предложен функционал (10), связывающий точность передачи непрерывного сигнала со скоростью передачи и сложностью кодера, восходящий к их среднему гармоническому, и на конкретных примерах различных методов кодирования изображений показана корректность предложенной аппроксимации взаимобмена этих величин.

Показано, что в системе, оптимизированной по критерию (3) с учетом взаимобмена скорости передачи и сложности (10), ошибка передачи зашумленных непрерывных сигналов определяется минимальной ошибкой (лимитируемой входным шумом) и соотношением (16) компонентов вектора концепции системы.

Литература

1. Шеннон К. Работы по теории информации в кибернетике. М.: ИЛ, 1963. – 830 с.
2. Фано Р. Передача информации. Статистическая теория связи. М.: Мир, 1965. – 439 с.
3. Оливер Б. Эффективное кодирование. В кн. Теория информации и ее приложения. Под ред. Харкевича А. А. М.: Физико-математическая литература. 1959, 328с.
4. Цифровое кодирование телевизионных изображений/ И. И. Цуккерман, Б. М. Кац, Д. С. Лебедев и др.; под ред. И. И. Цуккермана. – М.: Радио и связь, 1981. – 240 с.
5. Свириденко В.А. Анализ систем со сжатием данных. М.: Связь, 1977. 184с.
6. Горбунов А.К., Пинскер М.С. Эпсилон-энтропия с задержкой при малой среднеквадратической ошибке воспроизведения// проблемы передачи информации.- 1987.-Т. 23. № 2-с-3-8.
7. Хромов Л.И., Цыцулин А.К., Куликов А.Н. Видеоинформатика.-М.:Радио и связь, 1991. – 192с.
8. Хромов Л.И. Теория информации и теория познания. СПб, РФО, 2006.-200с.
9. Твердотельная революция в телевидении/Березин В. В., Умбиталиев А. А., Фахми Ш. С., Цыцулин А. К., Шипилов Н. Н. – М., Радио и связь, 2006. – 312 с.
10. Цыцулин А. К. Теория линейного кодирования зашумленных сигналов. Вопросы радиоэлектроники, сер. Техника телевидения, 2009, вып. 2, с. 16–40.

11. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. М: Радио и связь, 1985. 248с.
12. Борисов Ю. И. Первая отечественная система на кристалле с быстродействующими ЦАП/АЦП 600 Мвыборок/с по двум квадратурным каналам // Электроника: наука, технология, бизнес. 2004. № 2. С. 36–42.
13. Сверхбольшие интегральные схемы и современная обработка сигналов.- под ред. С. Гуна, Х. Уайтхауса, Т. Кайлата. – М.: Радио и связь, 1989. – 470с.
14. Немудров В. Г., Мартин Г. Системы на кристалле. Проблемы проектирования и развития. М.: Техносфера, 2004. – 216 с.
15. Ричардсон Я. Видеокодирование. H.264 в MPEG-4 - стандарты нового поколения М., Техносфера, 2005.– 368с.
16. Гуткин Л.С. Оптимизация радиоэлектронных устройств. М.: Сов. радио, 1975, 366с.
17. Окунев Ю.Б., Плотников В. А. Принципы системного подхода к проектированию в технике связи. М.: Связь, 1976, 184с.
18. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. М., Наука, 1981. – 488 с.
19. Колмогоров А. Н. Теория информации и теория алгоритмов. М.: Наука, 1987.- 304с.
20. Цыцулин А.К., Фахми Ш. С., Зубакин И.А. Решения уравнения связи// материалы конференции «Научно-технические проблемы в промышленности» к 100-летию НИИ«ВЕКТОР»/ СПб.: 12-14 ноября 2008. С. 53-54.
21. Клир. Системология. М.: Радио и связь, 1990. – 544 с.
22. Трауб Дж., Васильковский Г., Вожьяковский Х. Информация, неопределенность, сложность. М.: Мир, 1988. – 184 с.
23. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005.
24. Зубакин И. А., Цыцулин А. К. Моделирование влияния ограничения сложности кодера на качество кодирования изображений с преобразованием. Вопросы радиоэлектроники, сер. Техника телевидения, 2006, вып. 2, с. 32–40.
25. Reichel J., Ziliani F. Method of selecting among N “spatial video codes” the optimum codes for a same input signal. International Application Number: PCT/IB2003/005852. Priority Data: 17.12.2002.
26. Умбиталиев А.А. Перспективы развития цифрового телерадиовещания: комплексное решение внедрения цифрового телевидения в регионах. Вопросы радиоэлектроники, сер. Техника телевидения, 2008, вып. 2, с. 3–8.
27. Зубакин И.А., Фахми Ш.С. Классификация нестационарных изображений и разработка методики оценки алгоритмов кодирования источника//Науч. тех. вестник СПбГУ ИТМО. 2010. № 2(66). С. 54- 59.
28. Зубакин И.А., Фахми Ш.С., Шагаров С.С. Адаптивные алгоритмы кодирования видеoinформации//Приборы. 2010. № 4. С. 28-31.

Цыцулин Александр Константинович. Заместитель директора по научной работе ФГУП «НИИТ». Доктор технических наук, профессор. Область научных интересов: проектирование видеосистем на кристалле. E-mail: atsytsulin@mail.ru

Фахми Шакиб Субхневич. Ведущий научный сотрудник БЦСП ФГУП «НИИТ». Кандидат технических наук. Область научных интересов: проектирование видеосистем на кристалле. E-mail: Shakecbf@mail.ru.