

Об универсальности алгоритмов прогноза крупных событий в сложных системах¹

А.Б. Шаповал, М.Г. Шнирман

Аннотация. Вопреки популярной гипотезе о непредсказуемости моделей с самоорганизующейся критичностью (СОК) [0], в этой статье впервые установлено, что крупные события в СОК-модели возникновения землетрясений (вида Манна) прогнозируемы с достаточной эффективностью. Прогноз основан на затишье перед крупными событиями. Эффективность оценивается с помощью диаграммы ошибок.

Ключевые слова: самоорганизующаяся критичность, прогноз, диаграмма ошибок.

Введение

Одним из основных классов информационных технологий являются методы прогноза. Во многих случаях мы не располагаем эффективными математическими моделями, позволяющими предсказывать динамику процессов на основе дифференциальных уравнений или отображений, как это делается в классических задачах естествознания. Кроме того, для ряда систем неэффективны традиционные вероятностные алгоритмы прогноза. Однако нам во многих случаях оказываются доступны временные ряды, которые характеризуют состояние объекта в последовательные моменты времени, и ставится задача на основе этой информации предсказывать катастрофические события. Наиболее развитым этот подход является в теории прогноза землетрясений, где удается работать с незнанием и искать предвестники катастроф, располагая предысторией системы. Естественно, возникает соблазн использовать эти подходы для предсказания поведения в некоторых модельных задачах для того, чтобы

выяснить, насколько универсальными являются применяемые алгоритмы, разработанные на основе небольшого круга конкретных прикладных задач [1,2]. Принципиально важный для прогноза катастроф алгоритм в приложении к классической модели теории самоорганизованной критичности – «модели кучи – песка» и рассматривается в настоящей работе.

В этой работе поставлена и решена задача прогноза больших событий для модели образования землетрясений, свойства которой имеют общие черты с реальной сейсмичностью. Мы использовали предвестники, которые прогнозируют реальные землетрясения с высокой эффективностью [3].

Каталоги землетрясений обладают специфическими особенностями по сравнению с другими пространственно-временными рядами. Во-первых, сейсмические данные не точны. Магнитуды, представленные различными каталогами (Global Hypocenters Data Base NEIC, Centroid Moment Tensor Catalogue CMT, ISC), могут отличаться на несколько процентов. Более того, с течением времени (месяцев или лет)

¹ Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ 08-05-00215-а и научного фонда Финансовой академии при Правительстве РФ.

происходят уточнения координат и магнитуды произошедших землетрясений. Во-вторых, в конкретном регионе землетрясения отделены друг от друга по временной оси (в то время как, например, климатические данные можно измерять непрерывно). Естественно, можно исследовать результаты непрерывных наблюдений Земли вблизи потенциальных очагов землетрясений. Однако механизм зарождения землетрясений до сих пор полностью не изучен, поэтому нет единого признанного мнения, какие именно геофизические величины следует измерять для прогноза землетрясений.

Алгоритмы прогноза, опирающиеся на анализ временных рядов, выделяют пространственно-временные зоны, в которых ожидается землетрясение [4]. Говорят, что объявляется *тревога* на территории, которая получается проектированием выделенной зоны вдоль временной оси (на пространственные координаты). Напротив, проекция на временную ось определяет продолжительность тревоги. Землетрясение предсказано, если оно произошло во время тревоги в указанном месте пространства. Эффективность алгоритма прогноза можно измерять в терминах непредсказанных землетрясений и продолжительности тревог [5,6]. Естественно, чем эти величины меньше, тем эффективнее алгоритм. Однако уменьшение количества непредсказанных землетрясений обычно происходит за счет увеличения продолжительности тревог. Приходится находить определённый баланс. Например, алгоритм М8 [7], наверное, наиболее апробированный к сегодняшнему дню, за 1992–2003 годы предсказал семь землетрясений с магнитудой $m=8$ из девяти произошедших, тогда как выделенные пространственно-временные зоны занимают примерно 28% рассматриваемого пространства-времени. Для землетрясений с $m=7.5$ результат прогноза несколько хуже [3]. Подробное описание алгоритма и его результатов можно найти в [3,8,9].

Определённые проблемы в оценке эффективности прогноза могут возникнуть из-за малой представительности прогнозируемых землетрясений. Поэтому имеет смысл применить алгоритмы прогноза к модельным каталогам, длина которых ограничена только техническими возможностями компьютера.

В 1987 году Бак и другие ввели «решётчатую» модель (БТВ), которая порождает закономерности, наблюдаемые в сейсмичности [10,11]. Динамика модели характеризуется медленным случайным накоплением напряжений, их быстрым детерминистским пересыпанием и диссипацией на границе. Численный эксперимент показывает, что спустя некоторое время после начала эволюции накопление напряжений и диссипация на границе уравниваются друг друга, и система оказывается в критическом состоянии (обзоры моделей и открытые вопросы представлены в [12-15]).

Грубой иллюстрацией модели является образование кучи песка на квадратном столе при случайном падении песчинок. Образование высоких куч приводит к пересыпанию песка. Диссипация происходит, когда песчинки падают со стола.

Модель БТВ быстро завоевала популярность. Ее обобщения используются при изучении таких различных феноменов, как вспышки на солнце [16], фондовый рынок [17,18], физика плазмы [19]. Мы остановимся на простой модификации модели, близкой к модели Манна [20], где детерминистское перераспределение напряжений заменено на случайное. В результате многие статистические закономерности сохраняются [21], включая механизм возникновения крупнейших событий [22].

Адаптированные предвестники алгоритма М8 применялись для прогноза крупных событий на решётчатых моделях в работе [24]. В ней проведен сравнительный анализ прогнозируемости моделей землетрясений с помощью предвестников алгоритма М8, в частности, модели БТВ. Оказалось, что она обладает очень слабой предсказуемостью, причем прогноз сильных событий основан на некотором затишье. В реальности, напротив, перед сильными землетрясениями, как правило, происходит увеличение активности [25].

Наша цель — адаптировать предвестники алгоритма М8 к простой модификации модели Манна. Согласно [22], сценарий сильных событий в этой модели и в модели БТВ похожи. В настоящей работе установлено, что настраивая предвестники алгоритма М8 на конкретную модель, удастся добиться достаточно эффективного

прогноза, сравнимого с результатом алгоритма М8. Однако сценарий сильных событий остается инвертированным по отношению к реальности (вместо активизации — затишье).

В разделе 1 формализовано понятие прогноза в соответствии с [6]. Раздел 2 адаптирует предвестники алгоритма М8 к модели БТВ и ее модификациям. Построение модели проведено в разделе 3. Раздел 4 описывает численные результаты прогноза.

1. Алгоритмы прогноза и их эффективность

Исходными данными прогноза является каталог $K_{\mu, J}$ землетрясений, которые произошли на некотором временном множестве J и имеют магнитуду m_{μ} . Магнитуда — это характеристика землетрясений, грубо описывающая выделенную энергию. Землетрясения с малыми магнитудами, скажем, с $m < 3$, происходят часто, практически не принося ущерба обществу. Крупные землетрясения, напротив, происходят редко, но они могут привести к серьезным катастрофам. Например, недавнее землетрясение в Индонезии (26.12.2004, $m = 9.2$), крупнейшее за последние сорок лет, привело к сотням тысячам человеческих жертв. На самом деле, каталоги землетрясений содержат также информацию о месте землетрясений. Однако в нашей модели крупные события занимают весь пространственный объём [23], поэтому пространственные характеристики для прогноза крупных событий не рассматриваются.

Цель прогноза — заранее предсказать землетрясения, магнитуда которых превосходит некоторое m_0 . Их будем называть *целевыми*. Задача прогноза формулируется в терминах предвестников и тревог [25]. *Предвестник* — это характеристика каталога, найденная по определенному правилу с помощью информации о прошедших землетрясениях. Если численное значение характеристики попадает в некоторое (аномальное) множество I , то объявляется *тревога* на следующие T единиц времени. Число T и критическое множество I подбираются и затем фиксируются. В качестве I обычно выбирают полуинтервал числовой оси. Прохождение некоторого критического значения приводит к объявлению тревоги.

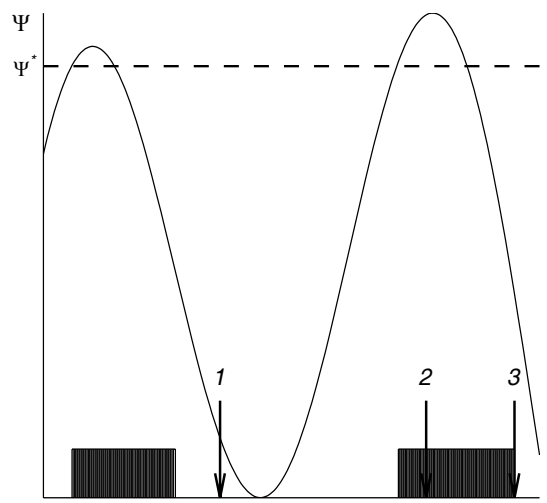


Рис. 1. Схема объявления тревог предвестником Ψ

Предыдущее описание можно сформулировать более строго. Для этого фиксируются параметры предвестника: времена $w > 0$, $T > 0$ и множество числовой оси T . *Предвестник* в момент времени t определяется как *произвольный функционал* $\psi(t)$, определенный на каталоге $K_{\mu, [t-w, t]}$, предшествующем моменту времени t . Тогда, если $\psi(t) \in I$, то, говорят, что объявлена (включена) *тревога* на интервале $[t, t+T)$. Тревога заканчивается (выключается) в момент времени $t+T$ или при появлении целевого землетрясения, в зависимости от того, что наступит раньше. Последовательные интервалы времени с включенной тревогой образуют *периоды повышенной вероятности (ППВ)* для целевых землетрясений. Землетрясение, которое произошло в течение ППВ называется *предсказанным*. В противном случае землетрясение называется *непредсказанным*.

Понятие тревоги иллюстрируется Рис. 1. На нём изображена эволюция абстрактного предвестника Ψ во времени. На рассматриваемом временном интервале произошли три землетрясения, обозначенные 1, 2, 3, и показанные вертикальными стрелками. Множеством I является полуинтервал $[\Psi^*, \infty)$. В результате объявления тревог образовано два ППВ. Они обозначены прямоугольниками. Землетрясения 2 и 3 предсказаны, а землетрясение 1 — нет. Землетрясение 2 оказывается внутри ППВ, поскольку

во время землетрясения 2 значения предвестника Ψ принадлежат множеству I .

Следуя [6], для определения эффективности прогноза обозначим через n долю непредсказанных целевых землетрясений, а через τ — долю времени тревог. Например, если за 100 единиц времени тревога (ППВ) длилась 20 моментов, причем произошло 4 целевые землетрясения, из которых 3 предсказаны, то $n = 0.25$, а $\tau = 0.2$. Потери прогноза ε определяются как $n + \tau$. Естественно полагать, что эффективность прогноза увеличивается с уменьшением ε .

Существуют два элементарных предвестника. При оптимистическом подходе предвестник Ψ_0 никогда не объявляет тревогу ($\Psi_0(t) \notin I \forall t$). Тогда $n = 1$, $\tau = 0$, $\varepsilon = 1$. При пессимистическом подходе предвестник Ψ_1 объявляет тревогу всегда ($\Psi_1(t) \in I \forall t$). Тогда $n = 0$, $\tau = 1$, $\varepsilon = 1$. Можно ожидать, что случайный прогноз также приведет к $\varepsilon \approx 1$ (соответствующая теорема сформулирована и доказана в [6]). Поэтому естественно считать эффективность прогноза нулевой (прогноз не эффективен), если $\varepsilon \approx 1$. Для простоты количественно определим эффективность как $1 - \varepsilon$.

Потери эффективного прогноза должны оказаться существенно меньше единицы. Например, при прогнозе сильнейших землетрясений удается получить $\varepsilon < 0.6$ [7]. Существуют и другие факторы, определяющие качество предвестников, например, устойчивость потерь или количество ложных тревог. Ложная тревога — это ППВ, во время которого не было землетрясений.

Устойчивость потерь ε особенно актуальна при прогнозе землетрясений, когда количество целевых событий мало. Чтобы определить устойчивость потерь, рассматривают семейство алгоритмов $(\tilde{\psi}, \tilde{I}, \tilde{T})$, которые получают малыми изменениями исходной тройки (ψ, I, T) . В результате вместо одной пары (n, τ) , характеризующей эффективность алгоритма, получается семейство пар $\{\tilde{n}, \tilde{\tau}\}$. Если (n, τ) -диаграмма оказалось «кучной», т. е. малым изменениям алгоритма соответствуют малые изменения его выходных данных, то, говорят, что потери ус-

тойчивы. Эта идея легко формулируется количественно в статистических терминах [5,6].

Итак, чтобы задать алгоритм прогноза, нужно ввести тройку (ψ, I, T) , в которой ψ является предвестником, I определяет аномальные значения предвестника, на которых он «срабатывает» и объявляет тревогу продолжительности T . Результатом алгоритма является пара (n, τ) , определяющая эффективность прогноза. Сумма $n + \tau$, естественно, не единственная возможность оценить эффективность прогноза. Обсуждение других возможностей можно найти в [5].

2. Определение предвестников

Цель раздела — адаптировать три предвестника сильнейших землетрясений. Следуя [7], их вычисляют в скользящем временном окне, предшествующем моменту вычисления, и обозначают Ψ_N , Ψ_Z и Ψ_D . Функционал Ψ_N — это количество землетрясений, размер которых несколько меньше размера целевых землетрясений. Их можно называть *предцелевыми*.

Предвестник Ψ_Z описывает взвешенную сумму размеров предцелевых землетрясений, нормированную их количеством (это аналог концентрации Журкова [26]). Для вычисления предвестника Ψ_D находят среднее количество предцелевых землетрясений за время, равное длине скользящего окна. Функционал Ψ_D равен отклонению от этого среднего.

Следуя [7], через $\psi_N(t; m_-, w)$ обозначается количество землетрясений, произошедших на интервале $[t-w, t)$ и имеющих магнитуду $m > m_-$. Это число интерпретируется как интенсивность землетрясений в скользящем временном окне длины w .

Отклонение активности событий от линейной аппроксимации определяется функцией $\psi_D(t; m_-, w, t_2)$:

$$\begin{aligned} \psi_D(t; m_-, w, t_2) &= \\ &= \psi_N(t; m_-, w - t_2) - \\ &- \psi_N(t - w; m_-, t - w - t_2) \cdot (t - t_2) / (t - w - t_2), \end{aligned}$$

где t_2 — начальное время каталога землетрясений K_{J_f} . Положим

$$S(t; m_-, m_+, w, \beta) = \sum 10^{\beta(m-m_-)},$$

где суммирование производится по тем землетрясениям каталога, которые произошли на временном интервале $[t-w, t)$ и имеют магнитуду из $[m_-, m_+)$; $\beta > 0$ — некоторая константа. Функция S — это «взвешенная» сумма количества землетрясений, в которой редкие (они же большие) землетрясения имеют больший вес. При $\beta = 0$ функция S отличается от ψ_N только наличием верхней границы m_+ рассматриваемых магнитуд.

Пусть

$$\psi_Z(t; m_-, m_+, w, \beta) = S(t; m_-, m_+, w, \beta) / (\psi_N(t; m_-, w) - \psi_N(t; m_+, w))^{2/3}. \quad (1)$$

В сейсмичности функция ψ_Z описывает концентрацию землетрясений. Функция ψ_Z возрастает при растущем числителе или убывающем знаменателе. Первое означает большое число сильных событий при практически неизменной активности. Второе — аномально малое количество рассматриваемых событий.

3. Модель

3.1. Основные понятия

В этом разделе описана одна из модификаций модели Манна [20]. Квадратная решетка площади $L \times L$ содержит песчинки. Количество песчинок h_{ij} в произвольной клетке (i, j) решетки равно 0 или 1. Каждый момент времени начинается с падения новой песчинки в наугад выбранную клетку (i, j) решетки. Если полученное количество песчинок осталось меньше двух, то ничего больше в этот момент времени не происходит. В противном случае начинается перераспределение песка. Клетка (i, j) отдает свои две песчинки двум ближайшим соседям:

$$h_{ij} \longrightarrow h_{ij} - 2 \quad (2)$$

$$h_{\text{сосед1}} \longrightarrow h_{\text{сосед1}} + 1, \quad h_{\text{сосед2}} \longrightarrow h_{\text{сосед2}} + 1. \quad (3)$$

У внутренней клетки решетки четыре ближайших соседа. Выбор пары соседей происходит с равной вероятностью. Если клетка (i, j) находится на границе решетки, но не на углу, то с вероятностью $1/2$ одна песчинка покинет решетку — происходит диссипация. Для угловых клеток вероятность диссипации больше.

В результате перераспределения песка может появиться новая клетка (k, l) с $h_{kl} = 2$. Тогда к ней применяются правила (2), (3). Если появилось несколько таких клеток (в результате первого перераспределения их может оказаться две), то они перебираются в произвольном порядке. Перераспределение по правилам (2), (3) происходит до тех пор, пока все h_{ij} не окажутся равными 0 или 1. Легко показать, что описанное перераспределение с вероятностью 1 закончится за конечное число шагов [14] благодаря диссипации на границе. После этого начинается следующий момент времени.

Процесс перераспределения песка называется *землетрясением*. Его *размер* — это количество клеток, собравших по крайней мере две песчинки во время перераспределения, посчитанное с учетом кратности. *Магнитуда* — это десятичный логарифм размера. Землетрясение магнитуды m , произошедшее в момент времени t обозначается $Q(m, t)$.

Правила перераспределения (2), (3) близки к правилам модели Манна [20]. Единственное отличие состоит в том, что в модели Манна клетки (i, j) с $h_{ij} = 2$ теряют *все* свои песчинки ($h_{ij} \rightarrow 0$), которые передаются по одной ближайшим соседям. Согласно [21], такое изменение правил перераспределения слабо влияет на модельные закономерности.

3.2. Закон повторяемости землетрясений

Спустя некоторое время после начала эксперимента медленное накопление песчинок и эпизодическая быстрая диссипация на границе решетки уравнивают друг друга. Говорят, что система достигает динамического равновесия. Чтобы описать статистические закономерности динамического равновесия, формируют каталог $K_{\mu, J}$ модельных землетрясений

$Q(m, t)$, $m \in J$, $t \in J$. Через $|K|$ обозначается количество событий в каталоге K .

Модельный каталог $K_{\mu, J}$ построен для решетки 256×256 . Временной интервал J , отделённый от начала эксперимента на 10^6 моментов времени, имеет длину 10^6 (т. е. $J = [10^6, 2 \cdot 10^6)$). Наименьшая магнитуда μ землетрясений, заносимых в каталог, выбрана 2.6. Такой выбор μ уменьшает полный каталог примерно на треть.

Пусть $\varphi(s)$ — это доля землетрясений каталога $K_{\mu, J}$, размер которых больше, чем s (доля вычисляется именно в каталоге $K_{\mu, J}$, а не в полном каталоге $K_{0, J}$). График функции $\varphi(s)$ в двойном логарифмическом масштабе сейсмологи называют *графиком повторяемости землетрясений*. Согласно [20, 27], при достаточно длинном каталоге функция $\varphi(s)$ не зависит ни от начального распределения песчинок в решетке, ни от порядка перебора клеток (i, j) с $h_{ij} 2$, и является степенной (асимптотически по L) при $s < s^*$, где $s^* \cong L^2$. Тот факт, что степенной график повторяемости не является результатом настройки каких-либо параметров, в литературе получил название самоорганизующейся критичности [10].

График повторяемости на Рис. 2а не выглядит линейным. Это результат способа представления данных. Большие события, не удовлетворяющие степенному закону, искажают степенное распределение в основной части графика (так как вносят вклад в $\varphi(s)$). Линейный участок функции $\log(\varphi)$ на графике повторяемости становится заметнее при увеличении размера решётки [28].

3.3. Выбор целевых землетрясений и настройка предвестников

Так как представление данных на Рис. 2а ставит под сомнение даже существование скейлинга (степенного закона), то рисунок заведомо не позволяет найти верхнюю границу скейлингового интервала размеров. Однако очевидно,

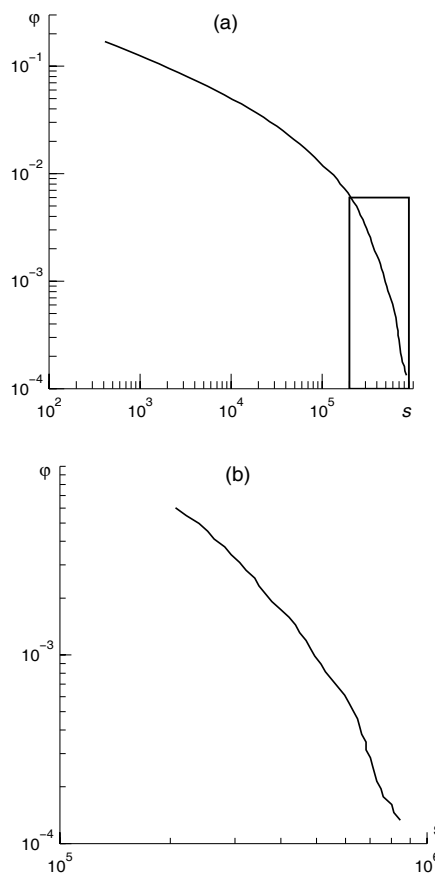


Рис. 2. График повторяемости $\varphi(s)$ — доля землетрясений, размер которых больше s , в каталоге $K_{\mu, J}$, $\mu = 2.6$, $|J| = 10^6$, $|K_{\mu, J}| \approx 700,000$

что она находится левее, чем 10^5 . А целевые землетрясения, к которым применяются алгоритмы прогноза, выбраны существенно правее, чем 10^5 . Зона целевых землетрясений взята в рамку на Рис. 2а и увеличена на Рис. 2б.

Для прогноза модельных землетрясений используются функционалы Ψ_N , Ψ_D и Ψ_Z . Для функционала Ψ_N тревога объявляется при $\Psi_N < \Psi_N^*$, для функционала Ψ_D при $\Psi_D < \Psi_D^*$ и для функционала Ψ_Z при $\Psi_Z < \Psi_Z^*$ (неравенства определяют критические интервалы I из определения алгоритма прогноза). Таким образом, предвестники «срабатывают» при уменьшении активности.

Предвестники Ψ_N , Ψ_Z и Ψ_D зависят от параметров. Параметрами алгоритмов прогноза

также являются множество критических значений I и интервал T , на который объявляется тревога. Чтобы их зафиксировать, выбран учебный каталог, который предшествует исследуемому каталогу $K_{\mu, J}$. Путем варьирования параметров алгоритмов найдены и зафиксированы те, при которых сумма ошибок $n + \tau$ достигает наименьшего значения.

На самом деле процедура выбора несколько сложнее, поскольку естественно зафиксировать параметры для всех целевых землетрясений, а потери ε зависят от m_0 . Приходится оптимизировать не отдельные значения $\varepsilon(m_0)$, а какие-то их осреднения. Выбор осреднения не однозначен. Здесь использованы значения m_0 , равные 5.4, 5.45, ..., 5.8, и минимизирована взвешенная сумма $\varepsilon(m_0)$, где веса обратно пропорциональны числу целевых землетрясений.

4. Численные результаты прогноза

4.1. Эффективность для различных целевых землетрясений

Описанные выше предвестники применялись для различных целевых землетрясений каталога $K_{\mu, J}$. В результате по каждой магнитуде m_0 , определяющей нижнюю границу целевых землетрясений, вычислены n и τ , доли непредсказанных землетрясений и времени тревог, и

их сумма $\varepsilon = n + \tau$. Зависимость ε от m_0 для двух значений параметра T представлена на Рис. 3.

На Рис.3 $w = 150$, $T = 20$ (слева) и 200 (справа). Вертикальные линии показывают 95 %-ый доверительный интервал [29] значений ε для предвестника ψ_D ; в левой части рисунка они оказываются внутри «квадратов». Количество целевых землетрясений для некоторых m_0 написано на рисунке.

Рис. 3 отражает следующие закономерности.

- Сумма ошибок ε для различных предвестников различается незначительно, хотя эффективность предвестника ψ_N определенно хуже.
- Точность определения ε (длина доверительных интервалов) уменьшается при возрастании размера целевых землетрясений, так как их количество убывает.
- Эффективность прогноза улучшается с увеличением m_0 .

Из Рис. 2 и Рис.3 видно, что исследуемые целевые землетрясения лежат на загибе графика повторяемости. Однако предвестники оказываются эффективными только для целевых землетрясений, лежащих в правой части загиба, то есть для самых сильных и одновременно самых редких землетрясений. Теперь видно, что выбор целевых землетрясений обусловлен не видом графика повторяемости, а получающимися

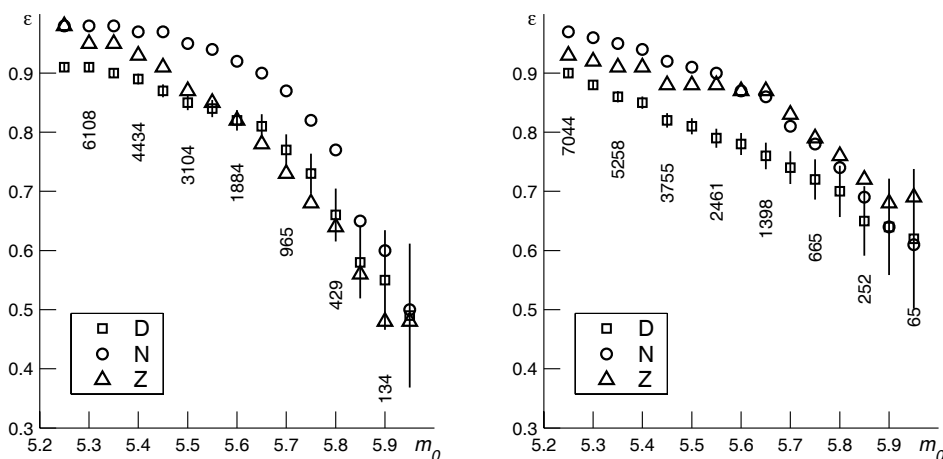


Рис. 3. Потери ε в зависимости от нижней границы m_0 магнитуды целевых землетрясений для трех предвестников ψ_D , ψ_N и ψ_Z на каталоге $K_{\mu, J}$, $|K_{\mu, J}| \approx 7 \cdot 10^5$

результатами прогноза. Наименьшее показанное значение m_0 соответствует появлению эффективного прогноза.

Заслуживает внимания улучшение прогноза при $m_0 > 5.6$. Естественно возникает вопрос о его дальнейшем улучшении с возрастанием m_0 . Простейшая идея — увеличить время компьютерного эксперимента, поместить в каталог больше сильных событий и продлить Рис. 3 вправо. Однако сильные события редки, их количество убывает быстрее степенной функции (Рис. 2). Для получения значимой статистики еще больших сильных событий необходимо увеличить время компьютерного эксперимента на порядки, что не представляется осуществимым. Оставаясь в рамках имеющихся данных, можно перерисовать Рис. 3 в других осях. На Рис. 4 $T=20, W=150$, по горизонтальной оси отложено, какую долю φ в каталоге $K_{\mu,J}$ занимают целевые землетрясения. Для удобства соответствующие долям φ магнитуды m_0 приведены непосредственно на графике. Полный закон пересчёта долей в магнитуды и обратно даёт график повторяемости (Рис. 2). Рис. 4 свидетельствует о почти линейном убывании ε по отношению к $\log(\varphi)$, что позволяет надеяться на дальнейшее улучшение прогноза.

4.2. Причины эффективности предвестников

Выбор целевых землетрясений

Как было указано выше, тревога объявляется при уменьшении активности. Чтобы понять, почему предвестники «срабатывают» на затишье, нужно проанализировать, какие события происходят перед целевыми землетрясениями. Наиболее эффективный прогноз достижим при больших m_0 , поэтому для анализа фиксируется $m_0 = 5.90$. Тогда целевые землетрясения оказываются правее вертикального пунктира на Рис. 5.

На Рис. 5 показан закон повторяемости землетрясений для каталогов $K_{\mu,J}$, K_{μ,J_0} , K_{μ,J_+} , K_{μ,J_a} , полученных на всем интервале J , на объединении J_0 (J_+ , J_a) интервалов,

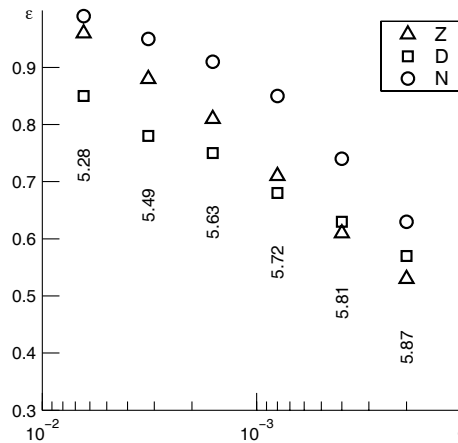


Рис. 4. Зависимость потерь ε от доли φ , которую составляют землетрясения в каталоге $K_{\mu,J}$ целевых землетрясений для трех предвестников ψ_D (\square), ψ_N (\circ) и ψ_Z (\triangle)

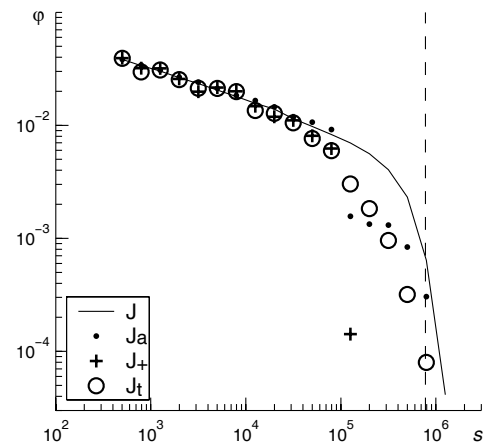


Рис. 5. Закон повторяемости землетрясений

предшествующих целевым землетрясениям с $m_0 = 5.90$ (предсказанным целевым землетрясением, моментам объявления тревог соответственно). При прогнозе использован предвестник ψ_Z . Число событий в каталогах: $|K_{\mu,J}| \approx 700\,000$, $|K_{\mu,J_0}| \approx 18\,000$, $|K_{\mu,J_+}| \approx 11\,000$, $|K_{\mu,J_a}| \approx 250\,000$. Длины предшествующих интервалов $w = 150$ каталога $|J| = 1\,000\,000$.

Затишье перед целевыми землетрясениями

Пусть w - оптимальная длина скользящего окна для предвестника ψ_Z . Через J_0 обозначается объединение интервалов длины w , предше-

ствующих всем целевым землетрясениям. Пусть $\varphi_{J_0}(s)$ — это доля землетрясений с размером, превосходящим s среди землетрясений, произошедших на интервалах J_0 . Тогда график функции φ_{J_0} (Рис. 5) проходит ниже графика функции φ_J в области больших землетрясений. Отсюда видно, что перед целевыми землетрясениями обычно происходит мало землетрясений с магнитудой $m > m_-$. Эти землетрясения были названы предцелевыми.

(в) Значительное затишье при успешном прогнозе

Рис. 5 подтверждает, что предвестник ψ_Z объявляет тревогу при некотором уменьшении количества предцелевых землетрясений, так как «точки» на Рис. 5 лежат ниже сплошной линии. С другой стороны, «точки» расположены вблизи «кругов». Значит, количество предцелевых землетрясений во время тревог близко к их количеству перед целевыми землетрясениями, то есть механизм прогноза в среднем функционирует надлежащим образом. Однако алгоритм предсказывает землетрясения, если предцелевых землетрясений не просто мало, а аномально мало («плюсы» расположены ниже «кругов», а число самых правых «плюсов» настолько незначительно, что они вообще не попали на рисунок). Очевидно, существует противоположное отклонение от среднего: перед целевыми землетрясениями затишье не наблюдается. В этих случаях алгоритмы прогноза не смогут предсказать землетрясения.

4.3. Диаграмма ошибок

Устойчивость прогноза

Сильные землетрясения обладают наилучшей предсказуемостью. Однако из-за их редкого появления возникает вопрос о достоверности результатов. Чтобы проверить устойчивость прогноза, естественно изобразить для исследуемого каталога $K_{\mu,J}$ неявную зависимость $n(\psi^*)$ от $\tau(\psi^*)$ при различных критических значениях ψ^* предвестника ψ , где $\psi = \psi_N, \psi_D, \psi_Z$. Соответствующий график на-

зывается *диаграммой ошибок* или (n, τ) -диаграммой [6].

Зафиксируем нижнюю границу m_0 магнитуд целевых землетрясений, $m_0 = 5.90$. Тем самым, согласно Рис. 5, исследуются сильнейшие землетрясения каталога. Диаграмма ошибок показывает, в частности, наименьшее значение $\varepsilon(m_0)$ для целевых землетрясений с mm_0 каталога $K_{\mu,J}$. Это значение может не совпадать с суммарной ошибкой ε , приведенной на Рис. 3 в качестве результата прогноза. Действительно, настройка предвестников проводилась на другом («учебном») каталоге, и при настройке проводилась оптимизация взвешенной суммы $\sum \alpha_i \varepsilon(m_0)$, а не конкретного значения $\varepsilon(5.90)$. Больше того, магнитуда 5.90 не принадлежит интервалу магнитуд, на котором проводилась оптимизация $\varepsilon(m_0)$ (раздел 2).

Диаграмма ошибок показана на Рис. 6. Здесь $T = 20$ (а), $T = 200$ (б). Закрашенные символы показывают результат (n, τ) реального прогноза, для которого $n + \tau$ приведено на предыдущем рисунке.

Оказывается, что полученные при применении алгоритма значения $\varepsilon = n + \tau$ совпадают с наилучшими для данного каталога или близки к ним. Например, для предвестника ψ_Z результат прогноза определяется парой $n = 0.28$, $\tau = 0.20$, в то время как наилучшее возможное значение $\varepsilon = 0.47$. Значения $n + \tau$ при переменных значениях аргумента ψ^* мало меняются на значительном множестве пар (n, τ) , для которых $n \in [0.18, 0.40]$. Это свидетельствует об устойчивости потерь.

Краткосрочный и среднесрочный прогноз

Целевые землетрясения с $m_0 = 5.90$ происходят редко. Среднее время между ними приближенно равно семи тысячам. Поэтому продолжительность тревоги, равная десяти или ста, мала по сравнению со средним временем между целевыми землетрясениями. Таким образом, предъявленный прогноз является краткосроч-

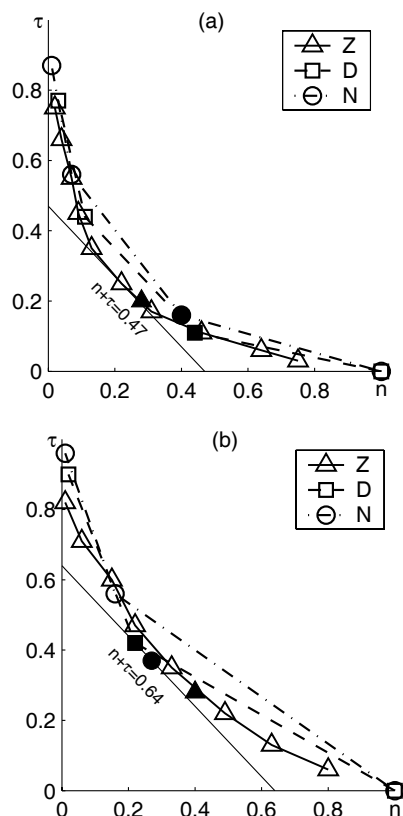


Рис. 6. Диаграмма ошибок для трех предвестников

ным в отличие от реальности, где рассматриваемые предвестники применяют при среднесрочном анализе.

Предвестники с $T = 110$ можно назвать среднесрочными, например, для целевых землетрясений с $m_0 = 5.70$, так как эти землетрясения появляются в среднем через каждые тысячу моментов времени. Соответствующие значения ε (Рис. 3, b), равные 0.74, 0.81 и 0.83 для предвестников Ψ_D , Ψ_N и Ψ_Z , свидетельствуют об определенной эффективности прогноза.

Ложные тревоги

В реальной сейсмичности имеет смысл рассматривать алгоритмы прогноза с небольшим числом ложных тревог [5]. Ложная тревога — это тревога, во время которой не происходит целевых землетрясений. В таблице указано количество ложных тревог ϕ , соответствующих предвестнику Ψ_D , вместе со значениями n и τ для $w = 150$, $T = 110$.

Значения n , τ и ϕ для предвестника Ψ_D ;

$$w = 150, T = 200.$$

m	5.92	5.87	5.80	5.72	6.62	5.49	5.28
n	0.24	0.24	0.29	0.39	0.47	0.59	0.75
τ	0.42	0.41	0.39	0.35	0.30	0.21	0.14
ϕ	0.94	0.89	0.80	0.64	0.44	0.17	0.02

В реальности такой результат был бы недостаточен. Однако число ложных тревог не было критерием эффективности алгоритма и, поэтому не использовался при настройке параметров прогноза. Поэтому число ложных тревог, видимо, может быть уменьшено.

Заключение

Мы описали предвестники прогноза землетрясений и применили их к модельной сейсмичности. Предвестники оказываются эффективными. В частности, вычисляя концентрацию модельных землетрясений, удаётся предсказать 72% событий при 20% времени тревог. Установлена устойчивость потерь: малые изменения параметров алгоритмов слабо влияют на результаты прогноза. Однако модельный прогноз оказывается инвертированным к прогнозу реальной сейсмичности. В модели определенное затишье предшествует сильному землетрясению. В реальной сейсмичности предвестники «срабатывают» на внезапном увеличении активности.

Было бы важно понять, какие именно свойства самоорганизующихся моделей порождают такое отклонение от реальности. Видимо, причина связана со *слабой* диссипативностью рассмотренной модели. Интересно рассмотреть обобщение модели БТВ, в которой помимо диссипации на границе решётки введена диссипация при распространении землетрясения. Можно надеяться, что существует простой механизм диссипации, при котором сценарий сильных землетрясений станет активизационным.

Подводя итог, можно сказать, что прогнозы по предвестникам, используемые при предсказании землетрясений, при некоторой модификации вполне успешно справляются с задачей прогноза катастрофических событий в модели кучи песка. Это даёт основания надеяться на то,

что подобный подход является достаточно общим, а возможно, и универсальным для прогнозирования широкого класса катастроф в нелинейных системах.

Литература

0. [Bak, P. and Paczuski, M. 1995. Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA 92, 6689–6696.](#)
1. Малинецкий Г.Г. Сценарии, стратегические риски, информационные технологии // Информационные технологии и вычислительные системы, №4, 2002, 83-108 (2002).
2. Малинецкий Г.Г., Подлазов А.В., Кузнецов И.В. Мониторинг, анализ и прогноз опасностей как задачи национальной информационной системы // Информационные технологии и вычислительные системы, №4, 119-142 (2004).
3. Кособок В. Г. Прогноз землетрясений: основы, реализация, перспективы // Вычисл. сейсм., 36, 1–175 (2005).
4. Kossobokov V., Shebalin P. Earthquake Prediction // in V. I. Keilis-Borok and A. A. Soloviev (eds.) Nonlinear Dynamics of the Lithosphere and Earthquake Prediction, Springer-Verlag, 141–208 (2003).
5. Molchan G. M. Earthquake Prediction Strategies: A Theoretical Analysis, in V. I. Keilis-Borok and A. A. Soloviev (eds.) Nonlinear Dynamics of the Lithosphere and Earthquake Prediction, Springer-Verlag, 209–238 (2003).
6. Молчан Г. М. Оптимальные стратегии в прогнозе землетрясений. Современные методы интерпретации сейсмологических данных // Вычисл. сейсм., 24, 3–18 (1991).
7. Keilis-Borok V. I., and Kossobokov V. G. Premonitory activation of seismic flow: Algorithm M8 // Phys. Earth Planet. Int. 61, 73–83 (1990).
8. Kossobokov V. G., Keilis-Borok V. I., Smith S. W., Localization of intermediate-term earthquake prediction // J. Geophys. Res., 95, 19763–19772 (1990).
9. Kossobokov V. G., Romashkova L. L., Keilis-Borok V. I., Healy J. H. Testing earthquake prediction algorithms: statistically significant advance prediction of the largest earthquakes in the Circum-Pacific, 1992–1997 // Phys. Earth Planet. Int., 111, 187–196 (1999).
10. Bak P., Tang C., and Wiesenfeld K. Self-Organized Criticality: An Explanation of $1/f$ Noise // Phys. Rev. Lett., 59, 381–384 (1987).
11. Bak P., Tang C. Earthquake as a self-organized critical phenomenon // J. Geophys. Res., 94, 15635–15637 (1989).
12. Dhar D. Self-organized critical state of sandpile automaton models // Phys. Rev. Lett., 64, 1613–1616 (1990).
13. Bak P. How nature works: the science of self-organized criticality. Springer-Verlag New York, Inc. 1996. 205 p.
14. Dhar D., The Abelian Sandpile and Related Models // Physica A, 263, 4–25 (1999).
15. Dhar D. Theoretical Studies of Self-Organized Criticality // Physica A 369, 29–70 (2006).
16. Bershadskii A. and Sreenivasan K. R., Multiscale Self-Organized Criticality and Powerful X-ray Flares // Eur. Phys. J. B, 35, 513–515 (2003).
17. Bak P., Chen K., Scheinkmen J., and Woodford M. Aggregate Fluctuation from Independent Sectoral Shocks: Self-Organized Criticality in a Model of Production and Inventory Dynamics // Rich. Economiche, 47, 3–30 (1993).
18. Johansen A., Ledoit O., Sornette D. Crashes as Critical Points // Int. J. of Theoretical and Applied Finance, 3, 219–255 (2000).
19. March T. K., Chapman S. C., Dendy R. O., Merrifield J. A. Off-Axis Electron Cyclotron Heating and the Sandpile Paradigm for Transport in Tokamak Plasmas // Phys. of Plasmas, 11, 659–665 (2004).
20. Manna S. S., Two-State Model of Self-organized Criticality // J. Phys. A: Math. Gen., 24, L363–L369 (1991).
21. Ben-Hur A., Biham O. Universality in Sandpile Models // Phys. Rev. E, 53, R1317–R1320 (1996).
22. Шаповал А. Б., Шнирман М. Г. Эффективность прогноза в модели образования лавин в зависимости от размера предсказываемых событий // Физика Земли, (2007).
23. Carlson J. M., Swindle G. H., Self-Organized Criticality: Sandpiles, Singularities, and Scaling, // Proc. Natl. Sci. USA, 92, 6712–6719 (1995).
24. Pepke S. L. and Carlson M. M. Predictability of Self-Organizing Systems // Phys. Rev. E, 50, 236–242 (1994).
25. Keilis-Borok V. I. Fundamentals of Earthquake Prediction: Four Paradigms // in V. I. Keilis-Borok and A. A. Soloviev (eds.) Nonlinear Dynamics of the Lithosphere and Earthquake Prediction, Springer-Verlag, Heidelberg, 1–36 (2003).
26. Журков С. Н. Кинематическая концентрация прочности // Вестник АН СССР, 1968, Т. 3, 46–57 (1968).
25. Biham O., Milshtein E., and Malcai O. Evidence for Universality within the Classes of Deterministic and Stochastic Sandpile Models // Phys. Rev. E, 63 061309–061316 (2001).
27. Chessa A., Stanley E. H., Vespignani A., and Zapperi S. Universality in Sandpiles // Phys. Rev. E, 59, R12–R15 (1999).
28. Shapoval A. B., Shnirman M. G. Strong Events in the Sand-Pile Model // Int. J. Mod. Phys. C, 15, 279–288 (2004).

Шаповал Александр Борисович. Старший научный сотрудник Международного института теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН. Окончил Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова в 1994 году. Кандидат физико-математических наук, доцент. Автор 32 печатных работ. Область научных интересов: математическое моделирование, вычислительные системы, динамические системы, прогноз в самоорганизующихся критических системах.

Шнирман Михаил Георгиевич. Ведущий научный сотрудник Международного института теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН. окончил Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова в 1994 году. Кандидат физико-математических наук. Автор 94 печатных работ. Область научных интересов: математическое моделирование, стохастические многокомпонентные системы, самоорганизующиеся критические системы.