

Универсальность алгоритмического прогноза экстремальных событий временных рядов¹

А. Б. Шаповал, М. Г. Шнирман

Аннотация. В статье на основе предвестника, используемого при прогнозе сильных землетрясений, построен алгоритм, предсказывающий, когда происходят экстремальные события в моделях «куча-песка». Эти модели сейсмичности, за счет постоянного медленного накопления напряжения и его редкого мгновенного сброса демонстрирующие масштабную инвариантность, объясняют на модельном уровне самоорганизованную критичность сейсмического процесса. В работе показано, что алгоритм одинаково эффективен при активизационных и анти-активизационных сценариях крупных модельных событий. В качестве меры эффективности применяются модифицированные ошибки первого и второго рода.

Ключевые слова: алгоритм прогноза, модель «куча-песка», сценарий крупных событий.

Введение

Задача прогноза экстремальных событий востребована в различных прикладных областях [1]. Прогноз вперед времени и места очередного сильного землетрясения решается эмпирически по известной к моменту прогноза выборке землетрясений [2-4]. Соответствующие вычислительные алгоритмы успешно адаптируются к прогнозу финансовых крахов [5], всплеску преступности [6] и других экономических и социально значимых явлений.

Сравнение сценариев различных сильных землетрясений показывает, что сильным землетрясениям, как правило, предшествует либо аномальное повышение сейсмической активности, либо ее аномальное понижение, либо их комбинация в различных пространственно-временных зонах [3, 7, 8]. На основе найденных сценариев сильных землетрясений разработаны количественные алгоритмы, прогнозирующие

сильные землетрясения в различных регионах мира в режиме реального времени [2, 9]. Эти алгоритмы объявляют тревогу (т.е. ожидают следующее предсказываемое событие) при увеличении сейсмической активности, вычисленной специальным образом. Наиболее апробированным к настоящему времени, видимо, является алгоритм М8, прогнозирующий землетрясения с магнитудой 8 и выше (существуют его модификации, применяемые к прогнозу несколько менее сильных землетрясений). Они предсказывают до 80% сильных землетрясений, тогда как тревоги занимают около 20% исследуемой пространственно-временной зоны [10].

Сейсмический процесс описывают как эволюцию самоподобной системы блоков, которые постоянно движутся с малой скоростью друг относительно друга, преодолевая силу трения и накапливая напряжение [11]. Освобождение напряжения происходит почти мгновенно во время землетрясения. Согласно закону Гутенберга–

¹ Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 11-01-00339-а, 11-01-00887-а и 11-06-00278-а.

Рихтера, в среднем по миру (и по отдельным регионам) зависимость количества землетрясений от их размера является степенной:

$$q(s) \sim s^{-b}. \quad (1)$$

с показателем b , примерно равным 1. Под размером s понимается площадь очага или количество выделенной энергии.

Детали сейсмического процесса к настоящему времени полностью не изучены: не существует его общепризнанной механической модели. В этих условиях значительное внимание уделяется имитационным моделям, в которых два масштаба времени определены на стадии моделирования, а степенное распределение (1) возникает как результат эволюции.

Системы, обладающие масштабной инвариантностью (1), принято считать непредсказуемыми [12]. Поэтому в дебатах журнала *Nature* (1999, [13]) обсуждался естественный вопрос, действительно ли существует принципиальная возможность прогнозировать землетрясения. В фокусе дискуссии лежали модели “куча-песка” (англ., sand-pile, SP). Первая модель SP, введенная Баком, Тангом и Визефельдом (БТВ, [14]), оказалась настолько популярной, что привела к созданию теории самоорганизованной критичности, с помощью которой объясняют поведение различных сложных систем, в частности, процесс подготовки сильных землетрясений [15]. К 1999 году было известно [16], что модель БТВ обладает очень слабой предсказуемостью, которая достигается за счет уменьшения активности событий средних масштабов перед крупнейшими событиями, причем анти-активизационный сценарий крупных событий — это свойство модели, а не алгоритма прогноза. Оппоненты прогноза землетрясений аргументировали свою точку зрения, опираясь, в частности, на слабую предсказуемость крупных событий в модели БТВ, перенсенную без надлежащей проверки на близкие модели, и противоположность модельного анти-активизационного сценария сильных землетрясений активизационному, лежащему в основе обсуждаемых алгоритмов прогноза, таких как M8. Таким образом, прогнозные свойства модели БТВ и ее модификаций оказались в центре дискуссии о прогнозируемости землетрясений.

В последние годы отношение к прогнозу в моделях SP изменилось. Показано [17], что предсказуемость в модели БТВ выше, чем указано в [16], а в близких к ней моделях SP существенно выше [18]. Предсказуемость в моделях основана на используемых при прогнозе землетрясений предвестниках (другими словами, индикаторах), адаптированных к модельной динамике.

Цель настоящей статьи — показать, что предвестники сильных землетрясений достаточно универсальны. В частности, один и тот же алгоритм прогноза может быть применим к прогнозу экстремальных событий временных рядов, характеризующихся как активизационным, так и анти-активизационным сценариями экстремальных событий. Мы рассмотрим предвестник, отражающий активность событий в скользящем временном окне, построим алгоритм прогноза и применим его как к модели БТВ с анти-активизационным сценарием крупных событий, так и к ее диссипативной модификации с активизационным сценарием крупных событий (введенной в [19]). В зависимости от модели, алгоритм объявляет тревогу при аномально высокой или аномально низкой активности событий. Результаты прогноза сопоставимы как друг с другом, так и с результатами прогноза сильных землетрясений мира.

В следующем разделе определена модель БТВ и ее диссипативная версия. Алгоритм прогноза построен в разделе 2. Его эффективность оценена в разделе 3. Полученные результаты обсуждаются в заключении.

1. Модели SP

1.1. Модель БТВ

Рассматривается квадратная решетка $\{(i, j)\}_{i,j=1}^L$ со стороной в L клеток. В каждой клетке записано число h_{ij} , интерпретируемое как количество песчинок в данной клетке (или как превышение некоторого уровня песка). Если h_{ij} меньше некоторого порогового значения H , то клетка (i, j) называется устойчивой. В модели БТВ фиксируется $H = 4$, что, как станет очевидно позднее, диктуется геометрией решетки. Совокупность всех чисел h_{ij} образует

конфигурацию $\Omega = \{h_{ij}\}_{i,j=1}^L$. Если $h_{ij} < H$ для всех клеток решетки, то конфигурация называется *устойчивой*. Начальная конфигурация Ω_0 предполагается устойчивой.

Динамика модели определяется как переход от одной устойчивой конфигурации к другой:

$$\Omega_t \longrightarrow \Omega_{t+1}, \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

по следующим правилам. Наугад (с равной вероятностью) выбирается клетка решетки (i, j) . Записанное в ней число h_{ij} увеличивается на единицу:

$$h_{ij} \longrightarrow h_{ij} + 1.$$

Если новое значение h_{ij} по-прежнему меньше, чем H , то в этот момент времени больше ничего не происходит — конфигурация Ω_{t+1} получена. Если же

$$h_{ij} = H,$$

то происходит *пересыпание* песка до появления устойчивой конфигурации в соответствии со следующей процедурой.

Две клетки называются соседними, если они имеют общую сторону. Неустойчивая клетка передает свои четыре песчинки четырем ближайшим “соседям”:

$$h_{ij} \longrightarrow h_{ij} - 4, \quad (2)$$

$$h_{c(i,j)} \longrightarrow h_{c(i,j)} + 1, \quad (3)$$

где формула (3) применяется для всех соседей $c(i, j)$ клетки (i, j) . Правила (2), (3) применяются, пока существуют клетки (i, j) с $h_{ij} \geq H$.

Внутренние клетки имеют четыре соседа. Поэтому при пересыпании внутри решетки суммарное количество песка сохраняется. Напротив, при пересыпании на границе имеет место диссипация песчинок. Диссипация на границе обеспечивает конечность итераций (2), (3) до достижения устойчивой конфигурации [20]. Так как в течение пересыпания новая песчинка в решетку не добавляется, то пересыпание происходит мгновенно. Тем самым, в модели БТВ реализованы два масштаба времени, соответствующие сейсмическому процессу.

Последовательность пересыпаний в фиксированный момент времени называется *событием*.

ем. Размер события — это количество неустойчивых клеток, возникших во время события, вычисленное с учетом кратности.

1.2. Вариант модели Манна

Манна предложил модификацию модели БТВ, в которой распространение событий по решетке происходит стохастически. Мы изложим здесь модифицированную модель Манна (далее, ММ), незначительно отличающуюся от первоисточника (по крайней мере, лежащая в том же классе, что и модель Манна [21]).

По сравнению с правилами модели БТВ в модели ММ вводятся следующие изменения. Во-первых, порог неустойчивости $H = 2$. Во-вторых, неустойчивая клетка передает две песчинки двум (различным) ближайшим соседям. Выбор пары соседей происходит с равной вероятностью.

Распределение событий по размерам в моделях БТВ и ММ является степенным на значительном интервале размеров. Действительно, пусть $f(s)$ — это доля событий выборки, которые имеют размер $\sigma \in [s/\Delta, s\Delta)$,

$F(s) = \sum_{\sigma \in [s/\Delta, s\Delta)} f(\sigma)$, где $\Delta > 1$ — некоторое число. Тогда F описывает распределение событий по размерам, кумулятивное на экспоненциально растущих интервалах. В результате выбора экспоненциально растущих бинов по горизонтальной оси кумулятивное распределение F близко к степенной, если функция f близка к степенному, при всех показателях степени, включая -1 . Рис. 1 свидетельствует, что в двойном логарифмическом масштабе зависимость $F(s)$ от размера s является линейной, за исключением правой части графика, где наблюдается быстрый загиб вниз, следуемый из ограниченности решетки. Из-за наличия степенного закона повторяемости событий модели БТВ, Манна и их модификации относят к сложным системам с самоорганизованной критичностью.

1.3. Детерминированная диссипативная модель БТВ

Определим детерминированную диссипативную версию модели БТВ (далее, ДДБТВ). По сравнению с моделью БТВ, описанной в предыдущем разделе, добавление песчинок в

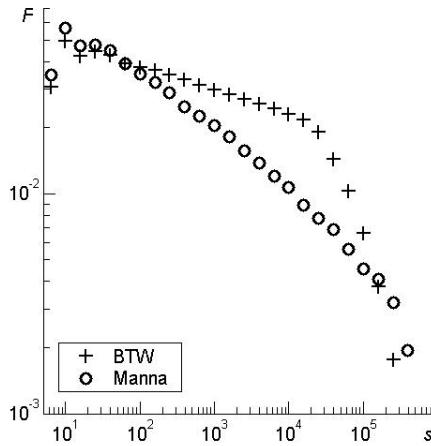
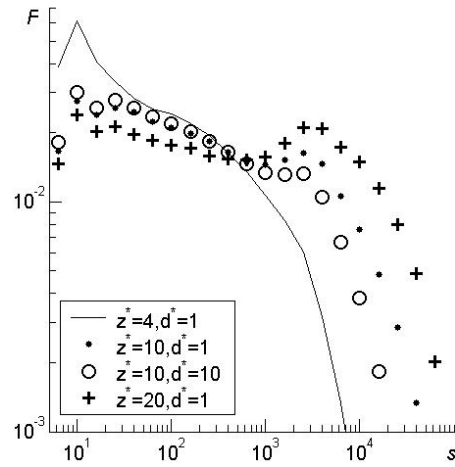

 Распределение F событий по размерам, кумулятивное на экспоненциально растущих интервалах

 Рис. 1. Ребро решетки $L=256$, $\Delta=10^{0.1}$

 Рис. 2. Ребро решетки $L=128$, $\Delta=10^{0.1}$

новой модели происходит только в центральную клетку (i_0, j_0) :

$$h_{i_0 j_0} \longrightarrow h_{i_0 j_0} + 1.$$

В результате модель становится полностью детерминированной.

Второе отличие новой модели от модели БТВ — диссипация при пересыпании песка. Формально, неустойчивая клетка теряет, вообще говоря, больше, чем четыре песчинки, тогда как четыре соседние клетки по-прежнему получают по одной песчинке:

$$h_{ij} \longrightarrow h_{ij} - 4 - D_{ij}, \quad (4)$$

$$h_{c(i,j)} \longrightarrow h_{c(i,j)} + 1. \quad (5)$$

Величина $D_{ij} \geq 0$ определяет диссипацию при распространении события. Стандартный способ ввести эту диссипацию — положить D_{ij} случайной величиной, равной единице с вероятностью p и нулю с вероятностью $1-p$. Такое определение диссипации не соответствует существу сейсмического процесса, так как модельная диссипация для большинства событий пропорциональна их площади, тогда в реальности диссипация пропорциональна объему очага.

Непропорционально большую диссипацию крупных событий можно моделировать следующим образом. В каждой клетке определяется счетчик неустойчивости z_{ij} . При переходе к очередному моменту времени все счетчики не-

устойчивости устанавливаются равными нулю. Как только клетка (i, j) становится неустойчивой, ее счетчик неустойчивости увеличивается на единицу. Фиксируются два параметра z^* и d^* . Положим

$$D_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{if } z_{ij} < z^*; \\ d^*, & \text{if } z_{ij} \geq z^*. \end{cases}$$

Таким образом, модель ДДБТВ полностью определена. Если z^* мало, то диссипация “включается слишком рано”, модель эволюционирует как и в случае диссипации, пропорциональной размеру события. Для остальных z^* модель обладает степенным распределением событий по размерам (Рис. 2). Однако если z^* очень велико, то диссипация D_{ij} обычно равна нулю и возникает детерминированный вариант модели БТВ, обсуждаемый в [23]. Имеет смысл рассматривать промежуточные значения z^* (в статье проведен компьютерный эксперимент при $z^* = 10$).

2. Алгоритм прогноза

В произвольный момент времени t предвестник экстремальных событий вычисляется по временному ряду, определенному на предшествующем временном окне $[t-w+1, t]$ некоторой протяженности w . Пусть

$$E_{\alpha, w, s_-, s_+}(t) = \sum_{t'=t-w+1}^t s^\alpha(t') 1_{[s_-, s_+]},$$

где $s(t')$ — это размер события, произошедшего в момент времени t' , $\alpha \geq 0$, $s_- \geq 0$, $s_+ > s_-$ — некоторые константы, $1_{[a,b]}$ — индикатор отрезка $[a,b]$, равный единице на этом отрезке и нулю за его пределами. Другими словами, суммирование проводится по событиям скользящего временного окна из заданного диапазона по размерам $[s_-, s_+]$.

Функционал E_{α, w, s_-, s_+} используется для прогноза экстремальных событий временного ряда. В данном исследовании к прогнозируемым относятся события, размер которых превышает некоторое s^* . Эти события в теории прогноза называют *целевыми*. Насколько целевые события являются экстремальными в бытовом смысле этого понятия, не имеет значения для формального построения алгоритма прогноза. Пусть $\bar{E}$ — некоторое множество значений функционала E_{α, w, s_-, s_+} . Если функционал $E_{\alpha, w, s_-, s_+}(t)$ попадает в область $E_{\alpha, w, s_-, s_+}(t) \in \bar{E}$, то объявляется тревога фиксированной протяженности T (другими словами, в интервале $[t+1, t+T]$ ожидается целевое событие). Совокупность всех (возможно, пересекающихся) интервалов $\cup[t+1, t+T]$, на которых объявлялась тревога ($E_{\alpha, w, s_-, s_+}(t) \in \bar{E}$), образует множество тревог A некоторой длины $|A|$ (вычисляемой как сумма непересекающихся интервалов, из которых состоит A).

Целевые события, которые произошли в A , называются *предсказанными*, а остальные целевые события — *непредсказанными*. Пусть n — доля непредсказанных целевых событий, а τ — общая протяженность тревог $|A|$, деленная на протяженность рассматриваемого временного ряда. Тогда идеальному прогнозу, очевидно, соответствует $n = \tau = 0$, а прогнозу последовательности событий с показательным распределением времени между ними соответствует $\tau = 1 - n$ [22]. Чем ближе характеристики (n, τ) алгоритма про-

гноза к началу координат, тем эффективнее прогноз. Сумму $\varepsilon = n + \tau$ естественно интерпретировать как убытки прогноза.

Описанный выше алгоритм прогноза зависит от параметров α , w , s_- , s_+ , T и множества $\bar{E}$. Они настраиваются на учебной выборке так, чтобы значение $\varepsilon = n + \tau$ оказалось минимальным, и фиксируются. Значения n и τ , полученные при применении алгоритма к другой выборке с фиксированными параметрами, указываются далее как результат алгоритма прогноза.

Для определенных в предыдущих разделах моделей применяется один и тот же функционал $E_{\alpha, w, s_-, s_+}(t)$. Принципиальное различие в настраиваемых параметрах — вид множества $\bar{E}$, “отвечающего” за объявление тревог. Это множество $\bar{E}$ естественно считать множеством аномальных значений функционала E_{α, w, s_-, s_+} . Для модели Манна аномальными считаются малые значения $\bar{E} = \{x < E_0\}$, тогда как в ДДБТВ — большие $\bar{E} = \{x > E_0\}$. Параметр E_0 вместе с остальными параметрами настраивается на учебной выборке. Несколько более сложная версия функционала E_{α, w, s_-, s_+} , принимающая во внимание пространство, используется в алгоритме М8.

В детерминированной диссипативной модели БТВ (с $z^* = 10$, $d^* = 10$) при компьютерном эксперименте произведено $1.5 \cdot 10^7$ добавлений песчинок на решетке со стороной 128 клеток. Учебная выборка собрана в течение времени $[10^7, 1.1 \cdot 10^7]$, результаты прогноза получены на временном интервале $[1.1 \cdot 10^7, 1.5 \cdot 10^7]$.

При численном эксперименте в модели Манна используется решетка со стороной в 256 клеток. Первые 10^6 моментов времени не используются при формировании выборки. На следующих $2.5 \cdot 10^5$ падениях песчинок строится учебная выборка. Наконец, результаты получены при $t \in [2.5 \cdot 10^5, 2 \cdot 10^6]$.

Целевыми в обеих моделях являются крупнейшие события выборки. Для варианта модели

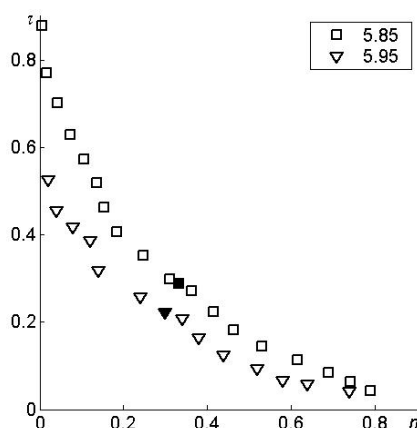


Рис. 3. Результат прогноза в модели ММ при фиксированных всех параметрах (закрашенные) и при переменном E_0 (незакрашенные маркеры) для целевых событий $s \geq 10^{5.85}$ (квадраты) и $s \geq 10^{5.95}$ (треугольники)

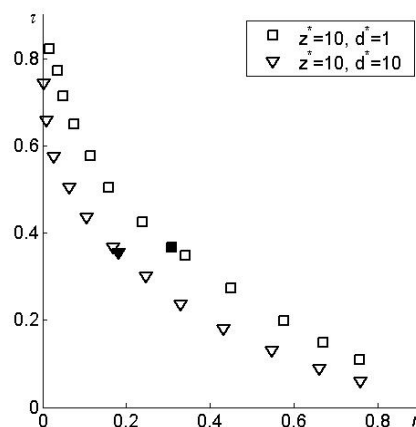


Рис. 3. Результат прогноза в модели ДДБТВ при фиксированных всех параметрах (закрашенные) и при переменном E_0 (незакрашенные маркеры) для целевых событий $s \geq 10^{4.60}$ (квадраты) и $s \geq 10^{4.35}$ (треугольники)

Манна алгоритм прогноза применялся к двум видам целевых событий: $s^* = 10^{5.85}$ и $s^* = 10^{5.95}$. Более эффективный прогноз характеризует большие целевые события. В этом случае предсказано 70% целевых событий, тогда как тревога продолжается 22% рассматриваемого временного интервала (закрашенный треугольник на Рис. 3). Несколько менее эффективен алгоритм прогноза на целевых событиях $s > 10^{5.85}$ (закрашенный квадрат на Рис. 4).

Результаты алгоритма прогноза для ДДБТВ представлены двумя моделями с различной диссипацией ($z^* = 10$, $d^* = 1$ и $c^* = 10$, $d^* = 10$). Зафиксированный размер целевых событий ($s \geq 10^{4.60}$ для $z^* = 10$, $d^* = 1$ и $s \geq 10^{4.35}$ для $z^* = 10$, $d^* = 10$) обеспечивает их одинаковое количество в выборке. Крупные события в модели с большей диссипацией прогнозируются эффективнее: предсказано 80% целевых событий при тревогах, занимающих примерно треть рассматриваемого времени (закрашенный квадрат на Рис. 4).

Незакрашенные маркеры на Рис. 3 и Рис. 4 получены при различных значениях E_0 и при фиксированных настроенных значениях остальных параметров. Рисунок свидетельствует, что полученное значение $\mathcal{E}$ устойчиво относительно параметра E_0 .

Заключение

В статье численный алгоритм, предсказывающий землетрясения в режиме реального времени, адаптирован к двум моделям с самоорганизованной критичностью. Одна из моделей — это реализация модели Манна с анти-активизационным сценарием крупных событий. Вторая — диссипативная детерминированная модель БТВ, в которой крупным событиям, как правило, предшествует определенная активизация.

Несмотря на противоположный сценарий появления крупных событий, эффективность разработанного алгоритма приблизительно одинакова в обеих моделях. Эффективность устойчива относительно параметра E_0 , задающего область аномальных значений используемого предвестника крупных событий. Доля корректно предсказанных событий может варьироваться от 0.8 при доле тревог $\tau \approx 0.30$ до 0.65 с $\tau \approx 0.15$.

Установлено, что в обеих моделях достижима эффективность прогноза, характеризующаяся убытками $\mathcal{E} \in [0.45, 0.65]$. Эффективность прогноза медленно увеличивается с увеличением размера прогнозируемых событий (детали указаны в ShSh09) и диссипации. Не исключено, что дальнейшее увеличение прогноза происходит очень медленно, и предел прогнозируемости событий, достижимых при практи-

ческом эксперименте находится в малой окрестности $\varepsilon \approx 0.4$. Именно значение $\varepsilon \approx 0.4$ названо академиком Кейлис-Бороком как ожидаемый результат алгоритма М8, что подтверждается прогнозом в реальном времени землетрясений, имеющих магнитуду 8.0 и выше (т. е. крупнейших землетрясений мира). Заметим, что прогноз меньших событий, имеющих магнитуду ≥ 7.5 заметно хуже [10]. Следовательно, алгоритм прогноза землетрясений, с одной стороны, достаточно универсален, с другой, как следствие этой универсальности, обладает определенной ограниченностью в применении без надлежащей детализации.

Таким образом, построенный в статье алгоритм прогноза крупных событий применим как при активизационном, так и при антиактивизационном сценарии появления крупных событий. Вид сценария крупных событий является одним из входных данных, который задает пользователь при работе с алгоритмом. Следовательно, инвертированный к сейсмичности процесс подготовки сильных землетрясений в модели БТВ не свидетельствует о неприменимости разработанных алгоритмов (таких как М8) к предсказанию землетрясений. Напротив, результаты статьи подтверждают универсальность этих алгоритмов. Видимо их распространение на другие сложные системы следует ожидать в ближайшем будущем [24].

Литература

1. Sornette D. Critical Phenomena in Natural Sciences: Chaos, Fractals, Selforganization and Disorder: Concepts and Tools. — Springer, 2003. — 528 pp.
2. Keilis-Borok V. I., and Kossobokov V. G. Preliminary activation of seismic flow: Algorithm M8 // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 1990. V. 61. P. 73–83.
3. Keilis-Borok V. I. Fundamentals of Earthquake Prediction: Four Paradigms / in V. I. Keilis-Borok and A. A. Soloviev (eds.) *Nonlinear Dynamics of the Lithosphere and Earthquake Prediction*. — Springer-Verlag, Heidelberg, 2003. p. 1–36.
4. Shebalin P., Keilis-Borok V., Gabriellov A., Zaliapin I., Turcotte D. Short-term earthquake prediction by reverse analysis of lithosphere dynamics // *Tectonophysics*, 2006, V. 413, p. 63–75.
5. Duan W. and Stanley H. E. Cross-correlation and the predictability of financial return series // *Physica A*. 2011. V. 390, p. 290–296.
6. Кузнецов И. В., Родкин М. В., Серебряков Д. В., Урядов О. Б. Иерархический подход к динамике преступности. / В сб. Новое в синергетике. Новая реальность, новые проблемы, новое поколение. Часть 1 Под ред. Г. Г. Малинецкого. — М.: Радиотехника. 2006, p. 103–118.
7. Wyss M., Shimazaki K., and Urabe T. Quantitative mapping of a precursory quiescence to the Izu-Oshima 1990 (M6.5) earthquake, Japan // *Geophys. J. Int.*, 1996, V. 127, p. 735–743.
8. Широков В. А. Опыт краткосрочного прогноза времени, места и силы камчатских землетрясений 1996–2000 гг. с магнитудой $M=6-7.8$ по комплексу сейсмологических данных. — Геодинамика и вулканизм Курило-Камчатской островодужной системы. ИВГиГ ДВО РАН, Петропавловск-Камчатский, 2001. — 428 с.
9. Keilis-Borok V. I. and Rotwain I. M. Diagnosis of time of increased probability of strong earthquakes in different regions of the world: algorithm CN, *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 1990. V. 61. 57–72.
10. Косообоков В. Г. Прогноз землетрясений: основы, реализация, перспективы // *Вычисл. сейсм.* 2005. Вып. 36. с. 1–175.
11. Садовский М. А., Писаренко В. Ф. Сейсмический процесс в блоковой среде. М.: Наука, 1991. 96 с.
12. Bak P., Paczuski M. Complexity, contingency, and criticality // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*. 1995. V. 92. P. 6689–6696.
13. Main J. Is the reliable prediction of individual earthquakes a realistic scientific goal? // http://www.nature.com/nature/debates/earthquake/quake_contents.html
14. Bak P., Tang C., and Wiesenfeld K. Self-Organized Criticality: An Explanation of $1/f$ Noise // *Physical Review Letters*, 1987, V. 59, p. 381–384.
15. Turcotte D. L., Self-organized criticality // *Reports on Progress in Physics*, 1999, V. 62 p. 1377–1429.
16. Pepke S. L. and Carlson J. M. Predictability of Self-Organizing Systems // *Physical Review E*, 1994, V. 50, p. 236–242.
17. Shapoval A. B., Shnirman M. G. Strong events in the sand-pile model // *Int. J. Mod. Phys. C*, 2004, V. 15, p. 279–288.
18. Шаповал А. Б., Шнирман М. Г., Прогноз крупнейших событий в модели образования лавин с помощью предвестников землетрясений // *Физика Земли*, 2009, 5, с. 39–46.
19. Shapoval A. B., Shnirman M. G. Variable predictability in deterministic dissipative sandpile // *Nonlinear Processes in Geophysics*, 2010, V. 17, p. 85–91.
20. Dhar D. Theoretical Studies of Self-Organized Criticality // *Physica A*, 2006, V. 369, p. 29–70.
21. Ben-Hur A., Biham O. Universality in sandpile models // *Physical Review E*, 1996, V. 53, p. R1317–R1320.
22. Molchan, G. and Keilis-Borok, V. Earthquake prediction: probabilistic aspect // *Geophysical J. Int.*, 2008, V. 173, p. 1012–1017

23. Lubeck S., Rajewsky N. and Wolf D. E. A deterministic sandpile automaton revisited // European Physical J. B. 2000. V. 13. P. 715–721.
24. Капица С. П., Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г. Синергетика и прогнозы будущего. 3-е изд. М.: Эдиториал УРСС, 2003.

Шаповал Александр Борисович. Старший научный сотрудник Международного института теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН. Окончил Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова в 1994 году. Кандидат физико-математических наук, доцент. Автор 36 печатных работ. Область научных интересов: математическое моделирование сейсмических процессов, самоорганизованная критичность, риск-менеджмент. E-mail: shapoval@mccme.ru.

Шнирман Михаил Георгиевич. Ведущий научный сотрудник Международного института теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН. Окончил Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова в 1967 году. Кандидат физико-математических наук, доцент. Автор 91 печатной работы. Область научных интересов: многокомпонентные системы, моделирование сейсмичности, обработка временных рядов. E-mail: shnir@mitp.ru.