

Модели конструирования ортогональной упаковки объектов

В.А. Чеканин, А.В. Чеканин

Аннотация. Рассматривается NP-полная задача ортогональной упаковки объектов произвольной размерности. В статье представлен анализ существующих моделей конструирования ортогональной упаковки (матричная, узловая и блочная модели) и предложены новые модели представления ортогональных объектов в контейнерах (модель «виртуальные объекты» и модель потенциальных контейнеров). Эффективность применения различных моделей конструирования упаковки исследована на эталонных задачах трехмерной ортогональной упаковки объектов.

Ключевые слова: задача упаковки, распределение ресурсов, модель представления объектов, конструирование упаковки, задача трехмерной упаковки.

Введение

К задаче ортогональной упаковки объектов или задаче оптимального размещения набора ортогональных объектов в ортогональных контейнерах [1] сводится множество практических задач автоматизации и управления, в частности, задачи складирования и перевозки грузов [2-5], распределения ресурсов в вычислительных сетях, календарного планирования [6] и др.

Сложность решения этой задачи обусловлена её принадлежностью к классу NP-полных задач (Nondeterministic Polynomial) [7]. Практическое применение методов решения задач упаковки, использующих полный перебор вариантов, оказывается неэффективным из-за больших затрат временных ресурсов. Поэтому для решения рассматриваемого класса задач часто применяются алгоритмы многокритериальной оптимизации промежуточных решений задачи (представляющих собой последовательности выбора объектов к размещению). Наиболее часто поиск субоптимального решения задачи упаковки выполняется с помощью эволюционных алгоритмов оптимизации [3, 8-12]. Эффективность конструирования ортогональ-

ной упаковки по промежуточному решению определяется используемой моделью представления объектов в контейнерах [13].

В общем виде задача ортогональной упаковки объектов размерности D описывается следующим образом: имеются набор N ортогональных контейнеров (D -мерных параллелепипедов) с габаритными размерами $\{W_j^1, W_j^2, \dots, W_j^D\}$, $j \in [1; N]$ и набор n ортогональных объектов (D -мерных параллелепипедов) с габаритными размерами $\{w_i^1, w_i^2, \dots, w_i^D\}$, $i \in [1; n]$ (верхний индекс – номер координатной оси). Положение объекта i в j -м контейнере определяется положением точки этого объекта, имеющей минимальные координаты в системе координат контейнера j : $(x_{ij}^1; x_{ij}^2; \dots; x_{ij}^D)$. В этом случае точка объекта i , наиболее удаленная от начала координат контейнера, будет иметь координаты: $(x_{ij}^1 + w_i^1; x_{ij}^2 + w_i^2; \dots; x_{ij}^D + w_i^D)$. Например, положение прямоугольного объекта в контейнере определяется координатами его левого верхнего угла.

Необходимо разместить все объекты в минимальном числе контейнеров при выполнении всех условий корректного размещения:

1) ребра размещенных в контейнере ортогональных объектов параллельны ребрам этого контейнера;

2) упакованные объекты не перекрывают друг друга, т.е.

$$\forall j \in [1; N], \forall d \in [1; D], \forall i, \forall k \in [1; n], i \neq k \\ (x_{ij}^d \geq x_{kj}^d + w_k^d) \vee (x_{kj}^d \geq x_{ij}^d + w_i^d);$$

3) упакованные объекты не выходят за границы контейнеров, т.е.

$$\forall j \in [1; N], \forall d \in [1; D], \forall i \in [1; n] \\ (x_{ij}^d \geq 0) \wedge (x_{ij}^d + w_i^d \leq W_j^d).$$

1. Модели представления объектов в контейнерах

1.1. Матричная модель

При конструировании ортогональной упаковки на основе матричной модели пространства каждого D -мерного контейнера описывается D -мерной матрицей размещения, элементы которой принимают значения 0 или 1 в зависимости от перекрытия размещенными в контейнере объектами областей, описываемых соответствующими элементами матрицы размещения. Использование этой модели дает возможность определять перекрытия контуров объектов с помощью так называемого алгебрологического метода [15], разработанного на основе теории распознавания образов.

На Рис. 1 представлена диаграмма, отражающая среднюю скорость размещения параллелепипедов в матричной модели при решении двух частных задач трехмерной ортогональной упаковки объектов (параметры задач приведены в Табл. 1). Проведенные вычислительные эксперименты показали, что пропорциональное увеличение всех габаритных размеров контейнеров и объектов в два раза при решении задачи D -мерной ортогональной упаковки объектов приводит к увеличению времени размещения объектов в среднем в $2D$ раз.

Основными недостатками матричной модели являются зависимость точности определения взаимного перекрытия объектов от размера

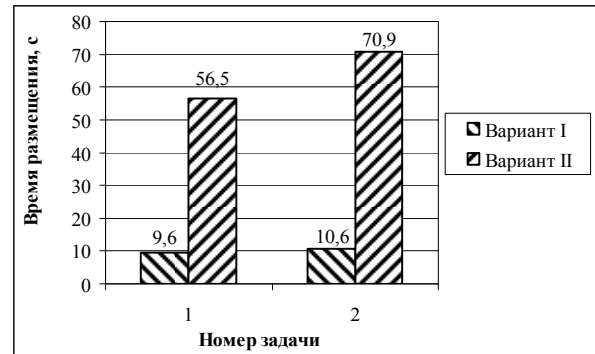


Рис. 1. Влияние габаритных размеров на скорость размещения объектов (матричная модель)

Табл. 1. Параметры тестовых задач трехмерной упаковки

Номер задачи	Наименование	Вариант I	Вариант II	Количество
1	Контейнеры	200×100×100	400×200×200	2
	Объекты	25×25×25	50×50×50	100
2	Контейнеры	200×100×100	400×200×200	2
	Объекты	25×25×25	50×50×50	20
		25×30×25	50×60×50	20
		10×30×60	20×60×120	20
		45×30×60	90×60×120	10
		30×30×30	60×60×60	20

матрицы размещения и использование ресурсоемкого метода для определения перекрытия объектов. Еще один недостаток этой модели - зависимость скорости конструирования упаковки от габаритных размеров объектов и контейнеров.

1.2. Узловая модель представления объектов

Узловая модель [3] является базовой моделью при проектировании новых моделей представления объектов в контейнерах [16]. При конструировании упаковки с использованием узловой модели присоединение объектов выполняется к особым точкам контейнера (узлам), формируемым в процессе размещения объектов. Каждый узел описывается кортежем $U_k = \langle X_k, a, b \rangle$, где k - номер узла; $X_k = \{x_k^1, x_k^2, \dots, x_k^D\}$ - вектор, описывающий положение узла в D -мерном ортогональном контейнере; a - присоединенный к узлу k ортогональный объект; b - вариант ориентации этого объекта в пространстве контейнера. Присоединение объектов возможно только к так на-

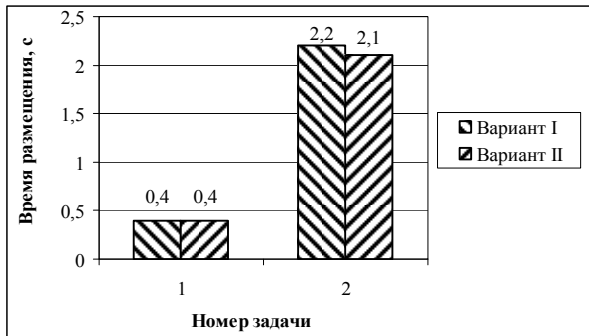


Рис. 2. Влияние габаритных размеров на скорость размещения объектов (узловая модель)

зывается свободным узлом, не содержащим присоединенные объекты.

Очевидно, увеличение габаритных размеров контейнеров и объектов не приводит к изменению скорости размещения объектов при использовании узловой модели, что подтверждается результатами вычислительного эксперимента на частных задачах трехмерной упаковки объектов (Рис. 2), параметры которых приведены в Табл. 1.

1.3. Блочная модель представления объектов

В блочной модели [9] для представления объектов в контейнере используется узловая модель, а определение относительного положения объектов осуществляется с помощью так называемых уровней контейнера. Для получения блочного представления упаковки контейнер разрезается параллельными его граням плоскостями [17]. Процесс формирования уровней при размещении объектов в двухмерном случае представлен на Рис. 3. Уровни на рисунке изображены пунктирными линиями и обозначены арабскими цифрами.

При решении D -мерной задачи упаковки пространство контейнера описывается D наборами уровней. Для быстрого перехода между уровнями каждый набор уровней в контейнере представляется в виде двухсвязного линейного списка. Обозначим через X_i^d i -й уровень контейнера, расположенный в плоскости, перпендикулярной оси d контейнера, а через $Q(X_i^d)$ – положение i -го уровня контейнера относительно начала координат осей контейне-

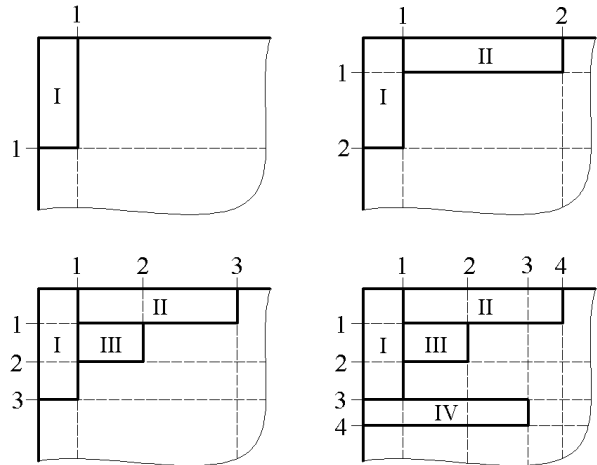


Рис. 3. Процесс образования уровней в контейнере

ра вдоль оси d . При размещении объектов в контейнере формируются новые уровни. Например, при присоединении объекта с габаритными размерами $\{w^1, w^2, \dots, w^D\}$ к узлу с координатами $\{x^1, x^2, \dots, x^D\}$ вдоль каждой оси

$\forall d \in [1; D]$ контейнера образуются новые уровни $X_k^d: Q(X_k^d) = x^d + w^d$, причем $\exists X_j^d: Q(X_j^d) > Q(X_k^d), Q(X_{j-1}^d) < Q(X_k^d)$ (Рис. 4).

Для определения возможности присоединения объекта с габаритными размерами $\{w^1, w^2, \dots, w^D\}$ к узлу с координатами $\{x^1, x^2, \dots, x^D\}$ определяется положение размещаемого объекта относительно всех ранее размещенных объектов, пересекающих хотя бы один уровень из набора $\{X_{i1}^d, X_{i2}^d\} \forall d \in [1; D]$, где $X_{i1}^d: Q(X_{i1}^d) = x^d$ и $X_{i2}^d: Q(X_{i2}^d) \geq x^d + w^d, Q(X_{i2-1}^d) < x^d + w^d$.

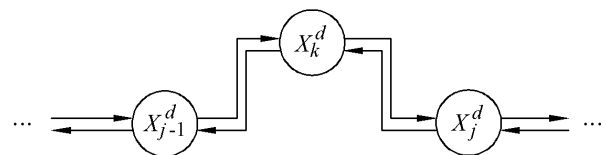


Рис. 4. Процесс добавления нового уровня в двухсвязном списке уровней контейнера

1.4. Модель «виртуальные объекты»

Предложенная авторами модель «виртуальные объекты» является производной от узловой модели. В этой модели все узлы содержат дополнительную информацию об ортогональном объекте с наибольшим объемом (так называемом виртуальном объекте), который может быть присоединен к узлу. Узлы контейнера описываются кортежами $U_k^* = \langle X_k, P_k, a, b \rangle$, где k – номер узла контейнера, $P_k = \{p_k^1, p_k^2, \dots, p_k^D\}$ – вектор виртуального объекта, содержащий габаритные размеры ортогонального объекта наибольшего объема, который может быть присоединен к узлу k целиком внутри контейнера без перекрытий с размещенными в контейнере объектами. Например, при присоединении прямоугольного объекта с габаритными размерами $w_1 \times w_2$ к расположенному в точке $\{0; 0\}$ узлу пустого двухмерного контейнера с габаритными размерами $W_1 \times W_2$, в углах размещенного объекта формируются новые узлы, содержащие виртуальные объекты, описываемые векторами $P_2 = \{W_1 - w_1; W_2\}$, $P_3 = \{W_1 - w_1; W_2 - w_2\}$ и $P_4 = \{W_1; W_2 - w_2\}$.

Алгоритм размещения заданной последовательности ортогональных объектов в одном контейнере при использовании модели «виртуальные объекты» представлен в виде блок-схемы на Рис. 5. Если все объекты не могут быть размещены в одном контейнере, то выбирается следующий контейнер из списка доступных для размещения контейнеров.

По сравнению с узловой моделью, использование модели «виртуальные объекты» позволяет повысить скорость размещения объектов, что достигается благодаря оптимизации процедуры присоединения объекта к узлу. В рассматриваемом случае, вместо проверки на перекрытие со всеми размещенными в контейнере объектами, необходимо выполнить единственную проверку возможности размещения объекта целиком внутри виртуального объекта узла k , к которому он присоединяется: $(w_k^d \leq p_k^d) \forall d \in [1; D]$.

При решении задач упаковки объектов размерности выше двух возможно появление неоднозначности в определении габаритных раз-

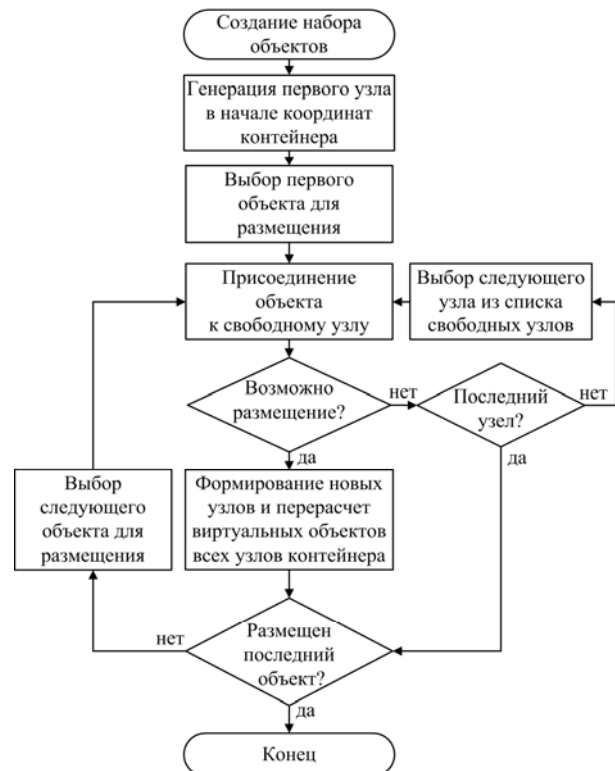


Рис. 5. Алгоритм размещения объектов (модель «виртуальные объекты»)

меров виртуального объекта узла. На Рис. 6 приведен пример такой неоднозначности, которая возникла после размещения в контейнере объекта C . В данном случае узлу 1 могут принадлежать одновременно два виртуальных объекта (D и D'), результате чего в контейнере возможно образование локальных пустот.

1.5. Модель потенциальных контейнеров

Предлагаемая модель потенциальных контейнеров является развитием модели «виртуальные объекты». В основе этой модели лежит модель управления свободными пространствами контейнера (так называемыми потенциальными контейнерами), которая включает алгоритм образования потенциальных контейнеров и алгоритм поиска и удаления вложенных потенциальных контейнеров.

Рассмотрим процесс размещения ортогонального объекта i с габаритными размерами $\{w_i^1; w_i^2; \dots; w_i^D\}$ в точке $\{x_i^1; x_i^2; \dots; x_i^D\}$ D -мерного ортогонального контейнера. При пере-

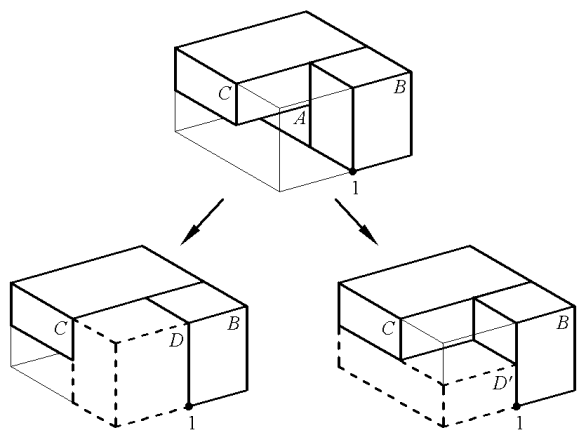


Рис. 6. Виртуальные объекты узла в трехмерном контейнере

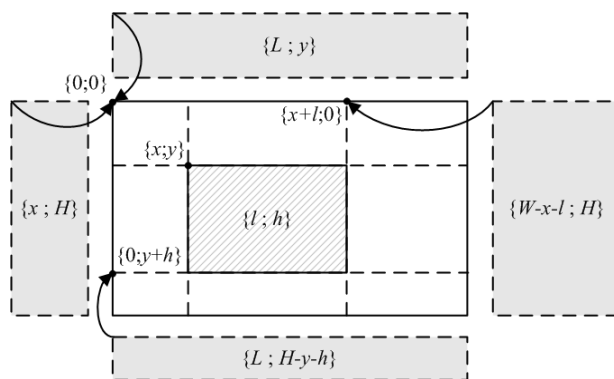


Рис. 7. Потенциальные контейнеры двухмерного контейнера

крытия размещаемого объекта потенциальным контейнером k с габаритными размерами $\{p_k^1; p_k^2; \dots; p_k^D\}$, расположенным в точке $\{x_k^1; x_k^2; \dots; x_k^D\}$ контейнера, в пространстве контейнера образуются не более $2D$ новых потенциальных контейнеров из двух наборов:

1) набор потенциальных контейнеров с габаритными размерами $\{p_k^1; p_k^2; \dots; p_k^{d-1}; x_i^d - x_k^d; p_k^{d+1}; \dots; p_k^D\}$, расположенных в точке $\{x_k^1; x_k^2; \dots; x_k^d; \dots; x_k^D\}$, при выполнении условий перекрытия $x_i^d > x_k^d$ и $x_i^d < x_k^d + p_k^d \quad \forall d \in [1; D]$;

2) набор потенциальных контейнеров с габаритными размерами $\{p_k^1; p_k^2; \dots; p_k^{d-1}; x_k^d + p_k^d - x_i^d - w_i^d; p_k^{d+1}; \dots; p_k^D\}$, расположенных в точках $\{x_k^1; x_k^2; \dots; x_k^{d-1}; x_i^d + w_i^d; x_k^{d+1}; \dots; x_k^D\}$, при выполнении условий перекрытия $x_i^d + w_i^d > x_k^d$ и $x_i^d + w_i^d < x_k^d + p_k^d \quad \forall d \in [1; D]$.

Модель потенциальных контейнеров в отличие от модели «виртуальные объекты» описывает все свободное пространство контейнера, что исключает вероятность образования неконтролируемых локальных пустот контейнера.

В качестве примера рассмотрим прямоугольный двухмерный контейнер с габаритными размерами $\{L; H\}$, содержащий единственный потенциальный контейнер с габаритными

размерами $\{L; H\}$, расположенный в точке $\{0; 0\}$ контейнера. При размещении в точке контейнера $\{x; y\}$ прямоугольного объекта с габаритными размерами $\{l; h\}$ образуются новые потенциальные контейнеры (Рис. 7):

- 1) в точке $\{0; 0\}$ – потенциальные контейнеры с габаритными размерами $\{L; y\}$ и $\{x; H\}$;
- 2) в точке $\{x+l; 0\}$ – потенциальный контейнер с габаритными размерами $\{W-x-l; H\}$, а в точке $\{0; y+h\}$ – потенциальный контейнер с габаритными размерами $\{L; H-y-h\}$.

Для проверки корректности размещения в некоторой точке контейнера объекта i с габаритными размерами $\{w_i^1; w_i^2; \dots; w_i^D\}$ необходимо выполнить единственную проверку размещения этого объекта целиком внутри потенциального контейнера k , расположенного в точке размещения: $(w_i^d \leq p_k^d) \forall d \in [1; D]$.

В процессе размещения объектов в контейнере возможно образование вложенных потенциальных контейнеров, поэтому после размещения каждого объекта i в контейнере j выполняется алгоритм поиска и удаления вложенных потенциальных контейнеров. Потенциальный контейнер k_1 является вложенным в потенциальный контейнер k_2 (т.е. содержится целиком внутри потенциального контейнера k_2), если выполняются условия:

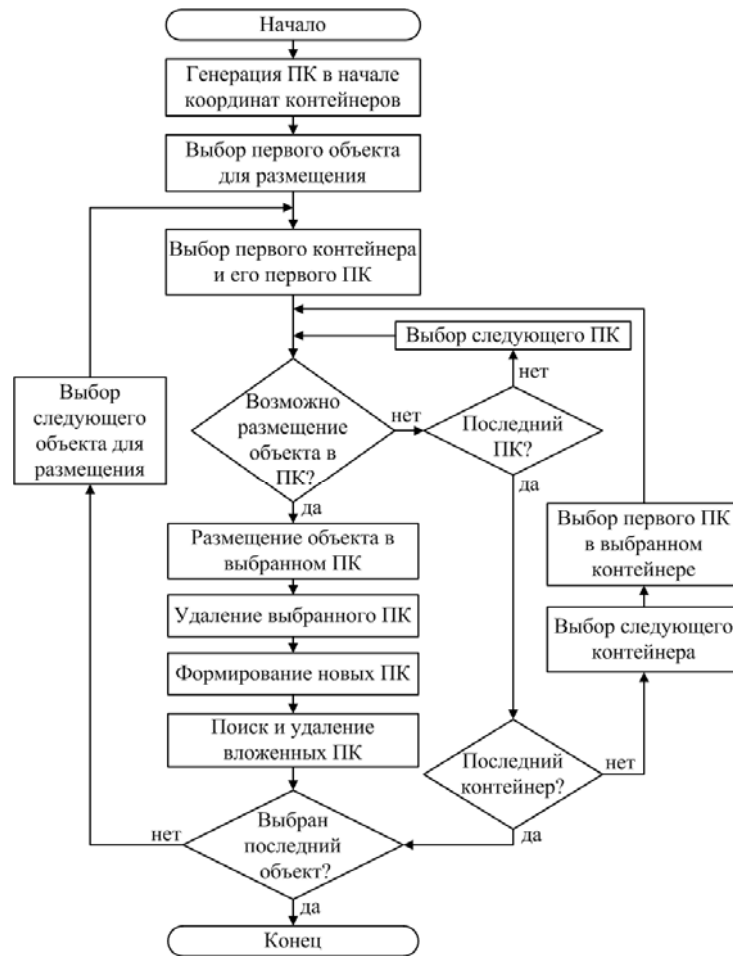


Рис. 8. Блок-схема алгоритма размещения объектов (модель потенциальных контейнеров (ПК))

$$x_{k_1}^d \geq x_{k_2}^d \text{ и } x_{k_1}^d + p_{k_1}^d \leq x_{k_2}^d + p_{k_2}^d \quad \forall d \in [1; D]. \quad (1)$$

На первом этапе алгоритма поиска потенциальных контейнеров формируется список L_k , состоящий из потенциальных контейнеров $k: \exists d \in [1; D]: x_k^d \leq x_i^d + w_i^d$. Далее для каждой пары потенциальных контейнеров $k_1, k_2 \in L_k$, $k_1 \neq k_2$ выполняется проверка (1) на вложенность одного потенциального контейнера в другой. Найденные вложенные потенциальные контейнеры удаляются из контейнера j .

Алгоритм размещения заданной последовательности ортогональных объектов в контейнерах при использовании модели потенциальных контейнеров представлен в виде блок-схемы на Рис. 8.

2. Вычислительные эксперименты

Вычислительные эксперименты проводились на задачах трехмерной упаковки как более сложных по сравнению с задачами меньших размерностей. Сравнительный анализ различных моделей конструирования ортогональной упаковки проводился при решении тестовых задач трехмерной ортогональной упаковки объектов, описанных S. Martello, D. Pisinger и D. Vigo [16, 18]. Решение задач проводилось с использованием разработанного прикладного программного обеспечения Packer [11], функционирующего на платформе Microsoft Win32. Эксперименты проводились на персональной ЭВМ (ЦП – AMD 1,79 ГГц, ОЗУ – 1,12 Гб).

Габаритные размеры w^1 , w^2 и w^3 трехмерных объектов при генерации тестовых задач

задавались в виде наборов равномерно распределенных случайных величин из диапазонов изменения размеров, приведенных в Табл. 2.

Соотношения типов размещаемых объектов для задач классов I-V приведены в Табл. 3. В задачах классов VI-VIII габаритные размеры объектов случайным образом выбирались из диапазонов, приведенных в Табл. 4.

Во всех тестовых задачах классов I-VIII решалась задача оптимального размещения

заданного набора трехмерных ортогональных объектов в минимальное число трехмерных ортогональных кубов (габаритные размеры контейнеров $W^1 = W^2 = W^3$). Каждый класс тестовых задач содержит четыре набора задач упаковки 50, 100, 150 и 200 объектов. Для каждого класса и каждого набора задач на основе данных из Табл. 1- Табл. 4 были случайным образом сформированы по 10 тестовых задач.

Табл. 2. Параметры тестовых задач трехмерной упаковки из классов I-V

Типы объектов	Контейнеры			Объекты		
	W^1	W^2	W^3	w^1	w^2	w^3
Тип 1	100	100	100	$[1, \frac{1}{2}W^1]$	$[\frac{2}{3}W^2, W^2]$	$[\frac{2}{3}W^3, W^3]$
Тип 2	100	100	100	$[\frac{2}{3}W^1, W^1]$	$[1, \frac{1}{2}W^2]$	$[\frac{2}{3}W^3, W^3]$
Тип 3	100	100	100	$[\frac{2}{3}W^1, W^1]$	$[\frac{2}{3}W^2, W^2]$	$[1, \frac{1}{2}W^3]$
Тип 4	100	100	100	$[\frac{1}{2}W^1, W^1]$	$[\frac{1}{2}W^2, W^2]$	$[\frac{1}{2}W^3, W^3]$
Тип 5	100	100	100	$[1, \frac{1}{2}W^1]$	$[1, \frac{1}{2}W^2]$	$[1, \frac{1}{2}W^3]$

Табл. 3. Соотношение типов размещаемых объектов

Класс задач	Контейнеры			Объекты				
	W^1	W^2	W^3	Тип 1, %	Тип 2, %	Тип 3, %	Тип 4, %	Тип 5, %
I	100	100	100	60	10	10	10	10
II	100	100	100	10	60	10	10	10
III	100	100	100	10	10	60	10	10
IV	100	100	100	10	10	10	60	10
V	100	100	100	10	10	10	10	60

Табл. 4. Параметры тестовых задач трехмерной упаковки из классов VI-VIII

Класс задач	Контейнеры			Объекты		
	W^1	W^2	W^3	w^1	w^2	w^3
VI	10	10	10	[1, 10]	[1, 10]	[1, 10]
VII	40	40	40	[1, 35]	[1, 35]	[1, 35]
VIII	100	100	100	[1, 100]	[1, 100]	[1, 100]

Табл. 5. Результаты тестирования моделей представления объектов на тестовых задачах трехмерной ортогональной упаковки объектов

Класс задач	Узловая модель	Блочная модель	Модель «виртуальные объекты»	Модель потенциальных контейнеров	Нижняя граница
I	131,0	131,0	131,0	129,4	124,0
IV	300,3	300,3	300,3	300,3	292,2
V	72,7	72,7	72,7	70,6	66,4
VI	97,8	97,8	97,9	96,9	93,0
VII	64,5	64,5	65,3	62,7	55,4
VIII	89,7	89,7	90,3	88,2	77,8
Среднее значение	126,00	126,00	126,25	124,68	118,13

Как показано в [18-19], тестовые задачи классов II и III эквивалентны тестовым задачам класса I, поэтому в настоящей статье они не рассматриваются.

В Табл. 5 сведены итоговые результаты тестирования узловой модели, блочной модели, модели «виртуальные объекты» и модели потенциальных контейнеров, полученные при решении тестовых задач трехмерной ортогональной упаковки объектов. Средние скорости размещения объектов для различных моделей конструирования ортогональной упаковки приведены на диаграмме на Рис. 9.

Анализ результатов вычислительного эксперимента, представленных в Табл. 5, позволяет сделать вывод о том, что модель «виртуальные объекты» обеспечивает наиболее быстрое размещение объектов при решении всех тестовых задач упаковки. Однако при решении некоторых задач трехмерной ортогональной упаковки с использованием модели «виртуальные объекты» плотность размещения объектов ниже (классы VI-VIII, решения выделены в таблице серым цветом), что объясняется образованием в контейнерах локальных пустот.

Узловая и блочная модели обеспечивают получение одинаковых по плотности размещения объектов решений (Табл. 5). Однако скорость размещения объектов в блочной модели в несколько раз ниже по сравнению со всеми рассмотренными моделями конструирования ортогональной упаковки (Рис. 9).

Вычислительные эксперименты показали высокую эффективность предложенной модели потенциальных контейнеров (Табл. 5), которая

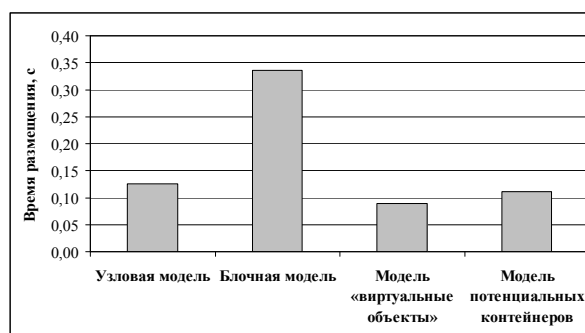


Рис. 9. Средняя скорость размещения объектов при использовании различных моделей конструирования ортогональной упаковки

обеспечивает более плотное размещение объектов в контейнерах по сравнению с другими рассмотренными моделями на всех тестируемых классах задач ортогональной упаковки.

Заключение

Рассмотрены и исследованы различные модели представления объектов в контейнерах, используемые при конструировании ортогональной упаковки (матричная, узловая и блочная модели). Предложены новые модели представления объектов в контейнерах: модель «виртуальные объекты» и модель потенциальных контейнеров. Модель «виртуальные объекты» обеспечивает наиболее быстрое размещение объектов в контейнерах, однако приводит к образованию локальных пустот в контейнерах, снижающих плотность размещения. Предложенная модель потенциальных контейнеров обеспечивает наилучшее размещение объектов благодаря управлению всем свободным про-

странством контейнера. Эффективность модели подтверждается проведенными вычислительными экспериментами на тестовых задачах трехмерной ортогональной упаковки объектов.

Литература

1. Wascher G., Haubner H., Schumann H. An improved topology of cutting and packing problems // *European Journal of Operational Research*. 2007. Vol. 183. P. 1109-1130.
2. Sciomachen A., Tanfani E. A 3D-BPP approach for optimising stowage plans and terminal productivity // *European Journal of Operational Research*. 2007. Vol. 183 (3). P. 1433-1446.
3. Чеканин В.А. Эффективное решение задачи двухмерной контейнерной упаковки прямоугольных объектов // *Вестник компьютерных и информационных технологий*. 2011. № 6. С. 35-39.
4. Чеканин В.А., Ковшов Е.Е. Моделирование и оптимизация технологических операций в промышленном производстве на основе эволюционных алгоритмов // *Технология машиностроения*. 2010. № 3. С. 53-57.
5. Chekanin A.V., Chekanin V.A. Improved packing representation model for the orthogonal packing problem // *Applied Mechanics and Materials*. 2013. Vol. 390. P. 591-595.
6. Castro P.M., Oliveira J.F. Scheduling inspired models for two-dimensional packing problems // *European Journal of Operational Research*. 2011. Vol. 215 (1). P. 45-66.
7. Garey M., Johnson D. *Computers Intractability: a Guide to the Theory of NP-completeness*. San Francisco: W.H.Freeman, 1979. – 338 p.
8. Bortfeldt A. A genetic algorithm for the two-dimensional strip packing problem with rectangular pieces // *European Journal of Operational Research*. 2005. Vol. 172. P. 814-837.
9. Филиппова А.С. Моделирование эволюционных алгоритмов решения задач прямоугольной упаковки на базе технологии блочных структур // *Информационные технологии*. 2006. № 6. Приложение. – 32 с.
10. Чеканин В.А., Чеканин А.В. Алгоритм решения задач ортогональной упаковки объектов на основе мультиметодной технологии // *Информационные технологии*. 2013. № 7. С. 17-21.
11. Чеканин В.А., Чеканин А.В. Оптимизация решения задачи ортогональной упаковки объектов // *Прикладная информатика*. 2012. № 4. С. 55-62.
12. Чеканин А.В., Чеканин В.А. Алгоритмы эффективного решения задачи ортогональной упаковки объектов // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2013. Т. 53. № 10. С. 1639-1648.
13. Чеканин В.А., Чеканин А.В. Эффективные модели представления ортогональных ресурсов при решении задачи упаковки // *Информационно-управляющие системы*. 2012. № 5. С. 29-32.
14. Chekanin A.V., Chekanin V.A. Efficient Algorithms for Orthogonal Packing Problems // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2013. Vol. 53. No. 10. P. 1457-1465.
15. Бабаев Ф.В. *Оптимальный раскрой материалов с помощью ЭВМ*. М.: Машиностроение, 1982. – 168 с.
16. Crainic T.G., Perboli G., Tadei R. Extreme point-based heuristics for three-dimensional bin packing // *INFORMS, Journal on Computing*. 2008. Vol. 20 (3). P. 368-384.
17. Картак В.М. Матричный алгоритм поиска оптимального решения для решения задачи упаковки прямоугольников в полубесконечную полосу // *Информационные технологии*. 2008. № 2. С. 24-30.
18. Martello S., Pisinger D., Vigo D. The three-dimensional bin packing problem // *Operations Research*. 2000. Vol. 48 (2). P. 256-267.
19. Faroe O., Pisinger D., Zachariassen M. Guided local search for the three-dimensional bin packing problem // *INFORMS, Journal on Computing*. 2003. Vol. 15 (3). P. 267-283.

Чеканин Владислав Александрович. Доцент МГТУ «СТАНКИН». Окончил МГТУ «Станкин» в 2010 году. Кандидат технических наук. Автор 37 печатных работ и одной монографии. Область научных интересов: информационные технологии, комбинаторная оптимизация, эволюционные алгоритмы. E-mail: vladchekanin@rambler.ru

Чеканин Александр Васильевич. Заведующий кафедрой МГТУ «СТАНКИН». Окончил Оренбургский политехнический институт в 1983 году. Доктор технических наук, профессор. Автор 89 печатной работы. Область научных интересов: информационные технологии, комбинаторная оптимизация, эволюционные алгоритмы, системы автоматизации прочностных расчетов. E-mail: avchekanin@rambler.ru