Анализ эффективности стратегий восстановления информации в распределенных системах обработки данных

Е.А. Микрин, С.К. Сомов

Аннотация. Проанализирована эффективность повышения надежности распределенных систем обработки данных, работающих на базе вычислительных сетей, методами восстановительного резервирования. Рассмотрены два варианта восстановления оперативного резерва данных, разрушенного в одном из узлов вычислительной сети. Описаны две основные стратегии (В-1 и В-2) восстановления разрушенной информации в распределенных системах обработки данных. Поставлены задачи оптимизации восстановительного резервирования с различными критериями оптимизации.

Ключевые слова: системы обработки данных, вычислительные сети, восстановительное резервирование, стратегии восстановления, задачи оптимизации.

Введение

Быстрый качественный и количественный рост территориально распределенных вычислительных сетей (ВС) различного типа (глобальных, корпоративных и специальных) и построенных на их основе распределенных систем обработки данных (РСОД) различного назначения и масштаба, существенное увеличение сложности решаемых ими задач и количества пользователей систем, определяют актуальность разработки методов повышения надежности и безопасности работы РСОД. Данная задача может быть решена путем повышения надежности сетей передачи данных и отдельных компьютеров в составе сити.

Другим эффективным методом решения данной задачи является повышение надежности и сохранности информационного и программного обеспечения РСОД. Известным и эффективным способом повышения безопасности систем обработки данных является обеспечение высокого уровня сохранности информации методами резервирования массивов данных [1–3]. Суть данной методологии заключается в использовании дополнительных ресурсов вычислительной сети для размещения резервных копий и предысторий массивов данных (оперативный резерв). Этот резерв используется в случае разрушения по разным причинам основного/текущего массива данных для поддержания работоспособности системы. Использование оперативного резервирования (ОР) позволяет значительно уменьшить влияние разрушающих факторов на данные, используемые в РСОД, и, тем самым, повысить эффективность и надежность функционирования РСОД. Под предысторией массива здесь понимается предыдущая версия массива данных вместе с журналом изменений информации в массиве [1]. Условно массивы данных, для которых создаются копии и предыстории, можно разделить на две категории: массивы постоянных данных и массивы оперативных данных. К первой категории можно отнести редко меняющиеся программные модули или справочники, содержащие статичную информацию разного рода. К массивам оперативных данных относятся массивы, которые содержат данные, подвергающиеся частым изменениям (изменение, добавление, удаление данных или их сортировка).

В настоящее время в локальных СОД различного класса и назначения, работающих на автономных компьютерах, используются три основные стратегии оперативного резервирования, разработанные с учетом особенностей обновления и использования массивов данных [4, 5]:

Стратегия I заключается в использовании некоторого количества копий массива данных. Если основной массив по каким-то причинам разрушен, то для продолжения выполнения РСОД задач используется первая копия массива, если и она разрушена, то используется вторая копия и т.д.

Стратегия II. В этой стратегии учтены особенности обновления данных в массивах. Согласно данной стратегии в качестве копий текущего массива используются его предыстории. В случае разрушения текущего массива его восстановление производится специальной программой путем обновления предыдущей версии массива с использованием журнала изменений, если и эта версия массива разрушена, то восстановление выполняется из следующей предыстории и т.д.

Стратегия III является смешанной и использует как копии, так и предыстории массивов данных. Причем вначале используются копии массивов и только затем – предыстории. Использование копий и предысторий производится в соответствии со стратегией I и II, соответственно.

Размещение в некоторых узлах ВС оперативного резерва из копий и предысторий массивов данных снижает, но полностью не исключает вероятность разрушения данных. Для восстановления разрушенных массивов данных было предложено [1-3] применять восстановительное резервирование. Данный вид резервирования заключается в том, что для восстановления разрушенного оперативного резерва предлагается использовать специальное дополнительное количество копий и/или предысторий массивов данных. Это дополнительный резерв данных используется только для целей восстановления разрушенной в системе информации.

Особенности резервирования массивов данных в ВС определяют возможность использования двух типов восстановительного резервирования:

- Первый тип заключается в том, что в качестве восстановительного резерва (ВР) используется неразрушенный оперативный резерв узла сети, ближайшего к узлу с разрушенным оперативным резервом. При этом предполагается, что в ВС используется децентрализованный вариант хранения оперативного резерва. Близость узла определяется согласно некоторому критерию близости узлов вычислительной сети.

- Второй тип предполагает, что в качестве ВР для целей восстановления разрушенных массивов данных используется специальный резерв данных - архив магнитных носителей (АМН). АМН предназначен для длительного и надежного хранения массивов данных, которые используются исключительно для целей обработки запросов на восстановление разрушенного ОР [1,6]. АМН может располагаться в одном или нескольких узлах ВС.

Известны две стратегии восстановления разрушенного ОР на основе восстановительного резерва: стратегия В-1 и стратегия В-2 [6]. Согласно первой стратегии при помощи ВР последовательно получаются все копии разрушенного ОР. Согласно стратегии В-2 при получении очередной копии, в отличие от стратегии В-1, наравне с копиями из ВР используются и все ранее полученные (восстановленные) копии массива данных восстанавливаемого ОР.

В случае разрушения в РСОД оперативного резерва, содержащего предыстории массива данных, для восстановления ОР можно, на основе восстановительного резерва, получить дубли всех, нескольких или только последней предыстории массива. Затем эти дубли пересылаются в узел с разрушенным ОР. В работе [7] данный вариант был подробно рассмотрен, поэтому в этой статье на нем останавливаться не будем, и далее будем считать, что разрушенный оперативный резерв состоит только из копий массива данных, без предысторий.

1. Определение характеристик стратегий В-1 и В2

Рассмотрим процесс восстановления разрушенного оперативного резерва РСОД согласно первому типу восстановительного резервирования.

Предположим, что оперативный резерв состоит из n копий массива данных, а в качестве ВР используется неразрушенный ОР ближайшего узла сети, созданный в соответствии со стратегией I оперативного резервирования из m копий.

Сначала определим характеристики восстановительной стратегии В-1. Согласно данной стратегии каждая очередная копия массива данных для восстановления разрушенного ОР получается из созданной последней m-й копии из восстановительного резерва. При этом m-я копия массива также может быть разрушена с вероятностью γ $(\gamma = 1 - \beta)$. В этой ситуации начинается восстановление разрушенной m-й копии путем снятия копии с $(m-1)$-ой копии массива из ВР. Копия $(m-1)$ в свою очередь также может быть разрушена и т.д.

На Рис. 1 показан вероятностный процесс получения одной копии массива для стратегии В-1 с учетом вероятности разрушения копий.

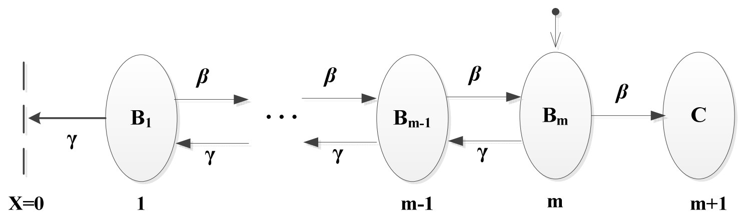

Рис. 1. Стратегия В-1. Процесс получения очередной копии

Формальная модель случайного блуждания частицы по целочисленным точкам действительной прямой (с двумя поглощающими экранами в точках $x = 0$ и $x = m - 1$) [8] хорошо описывает данный процесс восстановления. Если частица попадает в точку $x = 0$, то это соответствует разрушению копий восстановительного резерва $B_1, \ldots, B_m$. Если же частица попадает в точку $x = m + 1$, то это означает успешное завершение процесса восстановления, т.е. получение очередной копии для восстановления ОР. В соответствии с данной моделью частица из начальной точки $x = z$ может попасть в точку $x = 0$ с вероятностью, равной:

$$q_z = (b^{m+1} - b^z)(b^{m+1} - 1)^{-1}, \text{ где } b = \gamma/\beta. \tag{1}$$

Вероятность того, что частица попадет из состояния $x = z$ в состояние $x = m + 1$ равна:

$$p_z = 1 - q_z = (1 - b^z)(1 - b^{m+1})^{-1} \tag{2}$$

В нашем случае $z = m$, следовательно, вероятность P_1^I успешного получения одной копии для восстановления разрушенного ОР будет равна:

$$P_1^I = (1 - b^m)(1 - b^{m+1})^{-1} \tag{3}$$

Представленная ниже формула (4) описывает вероятностный процесс поведения системы в ходе восстановлении всех n разрушенных копий ОР:

$$(P_1^I)^n + (P_1^I)^{n-1}Q_1^I + P_1^I Q_1^I + Q_1^I = 1, \text{где } Q_1^I = 1 - P_1^I \tag{4}$$

Модель случайного блуждания частицы по целочисленным точкам позволяет определить и среднее время перехода частицы из состояния $x = m$ в состояние $x = (m + 1)$, т.е. среднее время E_1^I получения одной копии массива данных, которое в нашей ситуации будет равно [8]:

$$E_1^I = C_1[(m+1)(1 + b^{m+1})(1 - b^m) - m(1 - b^{m+1})(1 + b^m)]\tau \tag{5}$$

Здесь:

- τ - среднее время копирования копии массива данных восстановительного резерва;
- $C_1 = (\beta - \gamma)^{-1}(1 - \beta^{m+1})^{-2}$.

Существует ненулевая вероятность ситуации полного разрушения ВР в процессе получении одной копии. Разрушение ВР при этом может произойти за среднее время $\bar{E}_1^I$ [8]:

$$\bar{E}_1^I = C_1\beta^m[(m+1)(1+\beta^{m+1})(1-\beta) - (1-\beta^{m+1})(1+\beta)]\tau \quad (6)$$

На основе формул (4)-(6) мы можем получить следующие характеристики стратегии восстановительного резервирования В-I:

- ρ_{B-1}^I и E_{B-1}^I - вероятность и среднее время, затраченное на успешное получение n копий для восстановления ОР;
- σ_{B-1}^I и $\bar{E}_{B-1}^I$ – вероятность и среднее время неуспешного получения копий (т.е. вероятность и время до разрушения ВР в процессе получения копий);
- T_{B-1}^Iсреднее время работы системы при получении n копий.

В Табл. 1.1 приведены перечисленные выше характеристики восстановительной стратегии В-I:

Табл. 1.1

Восстановительная стратегия В-I
$\rho_{B-1}^I = [(1-b^m)(1-b^{m+1})^{-1}]^n$
$\sigma_{B-1}^I = 1-\rho_{B-1}^I$
$E_{B-1}^I = nE_1^I$
$\bar{E}_{B-1}^I = \bar{E}_1^I + E_1^I P_1^I (\sigma_{B-1}^I Q_1^I)^{-1}[1-(P_1^I)^{n-1}]$
$T_{B-1}^I = (E_1^I P_1^I + \bar{E}_1^I Q_1^I)\sigma_{B-1}^I {Q_1^I}^{-1}$

Теперь перейдем к определению характеристик стратегии В-2 для аналогичного варианта организации оперативного резерва. На Рис. 2 представлен процесс функционирования системы при использовании стратегии В-2.

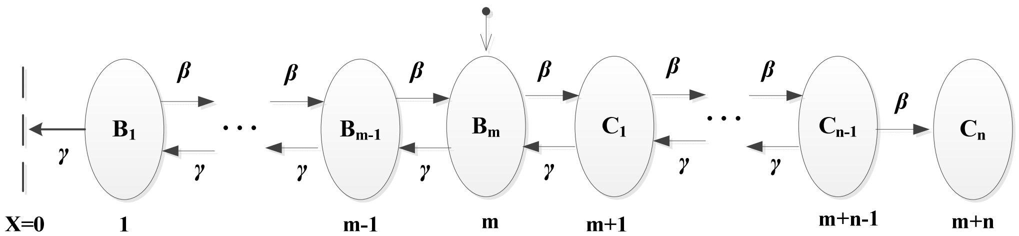

Рис.2. Стратегия В-2. Процесс получения n копий

Представленный на Рис. 2 процесс по аналогии со стратегией В-1 можно также описать при помощи формальной модели случайного блуждания частицы. В рассматриваемом случае успешному получению всех n копий для восстановления разрушенного ОР системы соответствует попадание частицы в точку $x = m + n$. Начальной точкой процесса также, как и для стратегии В-1, является точка $z = m$.

Формулу для расчета вероятности ρ_{B-2}^I успешного получения n копий получим на основе формулы (2) путем замены переменных $m+1$ и z на $m+n$ и m соответственно. Среднее время до успешного получения n копий E_{B-2}^I получим с помощью формулы (5). Для этого заменим $m+1$ и C_1 на $m+n$ и $C_2 = (\beta-\gamma)^{-1}(1-\beta^{m+n})^{-2}$. Среднее время до разрушения восстановительного резерва $\bar{E}_{B-2}^I$ получим на основе формулы (6). Для этого заменим переменные $m+1, b,$ и C_1 на $m+n,\ b^n$ и C_2, соответственно, и поставим у вычитаемого в квадратных скобках коэффициент n. Среднее время T_{B-2}^I работы системы при получении n копий достаточно очевидно. В Табл. 1.2 представлены аналитические выражения для расчета характеристик стратегии В-2.

Рассмотрим следующую ситуацию, когда в качестве ВР используется неразрушенный оперативный резерв, который создан из m предысторий массива данных в соответствии со стратегией II, и определим характеристики стратегий В-1 и В-2 для этой ситуации.

Табл. 1.2.

Восстановительная стратегия B-2
$\rho^{I}_{B-2} = (1-b^{m})(1-b^{m+n})^{-1}$
$\sigma^{I}_{B-2} = 1-\rho^{I}_{B-2}$
$E^{I}_{B-2} = С_2[(m+n)(1+b^{m+n})(1-b^{m}) - m(1-b^{m+n})(1+b^{m})]\tau$
$\bar{E}^{I}_{B-2} = С_2\beta^{m}[(m+n)(1+b^{m})(1-b^{n}) - n(1-b^{m+n})(1+b^{n})]\tau$
$T^{I}_{B-2} = \rho^{I}_{B-2}E^{I}_{B-2} + \sigma^{I}_{B-2}\bar{E}^{I}_{B-2}$

Сначала определим характеристики для стратегии В-1. Согласно данной стратегии каждая очередная копия разрушенного ОР системы восстанавливается путем копирования с последней m-ой предыстории ВР. В процессе копирования данная предыстория может быть разрушена с вероятностью $(\gamma = 1-\beta)$. Разрушенная предыстория восстанавливается специальной программой из $(m-1)$-ой предыстории, которая в свою очередь также может быть разрушена в процессе восстановления с вероятностью $q = 1-p$. Разрушенная $(m-1)$-я предыстория также может быть восстановлена из предыстории $(m-2)$ и т.д. Данный вероятностный процесс показан на Рис. 3.

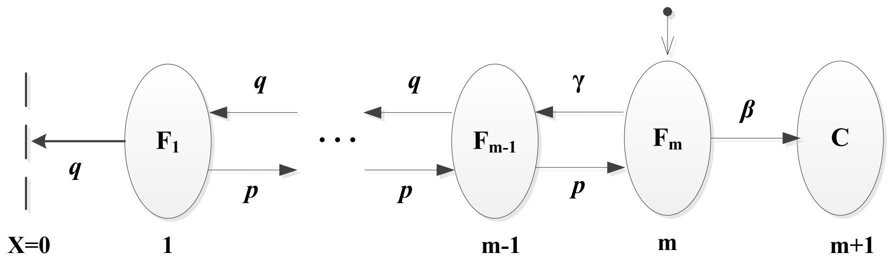

Рис. 3. Стратегия В-1. Процесс получения очередной копии.

На каждую такую попытку восстановления затрачивается время θ. Согласно характеристикам стратегии II оперативного резервирования m-я предыстория восстанавливается с вероятностью [4]:

$$P^{II}_{\text{в}} = (1-a^{m-1})(1-a^{m})^{-1}, \tag{7}$$

где $a = q/p$.

Применив модель случайного блуждания для рассматриваемой ситуации [8], получим, что среднее время $E^{II}_{\text{в}}$ восстановления m-ой предыстории (а оно равно среднему времени перехода частицы из состояния $x = m-1$ в состояние $x = m$) и среднее время $\bar{E}^{II}_{\text{в}}$ до разрушения остальных $(m-1)$ предысторий (среднее время перехода из состояния $x = m-1$ в состояние $x = 0$) будут равны (формулы (8) и (9) соответственно):

$$E^{II}_{\text{в}} = (p-q)^{-1}(1-a^{m})^{-2}[m(1+a^{m})(1-a^{m-1}) - (m-1)(1-a^{m})(1+a^{m-1})]\theta \tag{8}$$

$$\bar{E}^{II}_{\text{в}} = (p-q)^{-1}(1-a^{m})^{-2}[m(1+a^{m})(1-a) - (1-a^{m})(1+a)]\theta \tag{9}$$

Вероятностный процесс работы системы при получении одной копии оперативного резерва описывается в этом случае следующим уравнением:

$$\beta + \gamma(P^{II}_{\text{в}}\beta + Q^{II}_{\text{в}}) + \ldots + (\gamma P^{II}_{\text{в}})^{i}\gamma(P^{II}_{\text{в}}\beta + Q^{II}_{\text{в}}) + \ldots = 1,$$

где $Q^{II}_{\text{в}} = 1-P^{II}_{\text{в}}$.

Вероятность получения одной копии - P^{II}_{1}, среднее время E^{II}_{1} ее получения, и среднее время $\bar{E}^{II}_{1}$до разрушения ВР при получении копии будут равны:

$$P^{II}_{1} = \beta(\gamma P^{II}_{\text{в}})^{-1} \tag{10}$$

$$E^{II}_{1} = (\tau + E^{II}_{\text{в}}\gamma P^{II}_{\text{в}})(1-\gamma P^{II}_{\text{в}})^{-1} \tag{11}$$

$$\bar{E}^{II}_{1} = \tau + \bar{E}^{II}_{\text{в}} + (\tau + E^{II}_{\text{в}})\gamma P^{II}_{\text{в}}(1-\gamma P^{II}_{\text{в}})^{-1} \tag{12}$$

Вероятностный процесс получения всех n копий описывается уравнением:

$$(P^{II}_{1})^{n} + (P^{II}_{1})^{n-1}Q^{II}_{1} + \ldots + P^{II}_{1}Q^{II}_{1} + Q^{II}_{1} = 1, \tag{13}$$

где $Q^{II}_{1} = 1-P^{II}_{1}$

На основе формул (10)-(13) определяются характеристики стратегии В-1 для рассматриваемого случая. Характеристики стратегии В-1 представлены в Табл. 2.1.

Табл. 2.1.

Восстановительная стратегия В-1
$\rho_{B-1}^{II} = [\beta(1-\gamma P_{\text{в}}^{II})^{-1}]^{n}$
$\sigma_{B-1}^{II} = 1-\rho_{B-1}^{II}$
$E_{B-1}^{II} = nE_{1}^{II}$
$\bar{E}_{B-1}^{II} = \bar{E}_{1}^{II} + E_{1}^{II}P_{1}^{II}(\sigma_{B-1}^{II}Q_{1}^{II})^{-1}\left[1-(P_{1}^{II})^{n-1}\big(1+(n-1)\big)Q_{1}^{II}\right]$
$T_{B-1}^{II} = (E_{1}^{II}P_{1}^{II} + \bar{E}_{1}^{II}Q_{1}^{II})\sigma_{B-1}^{II}(Q_{1}^{II})^{-1}$

Перейдем к определению характеристик стратегии В-2. При определении характеристик также будем использовать модель случайного блуждания. Процесс получения n копий разрушенного ОР для рассматриваемого случая показан на Рис. 4.

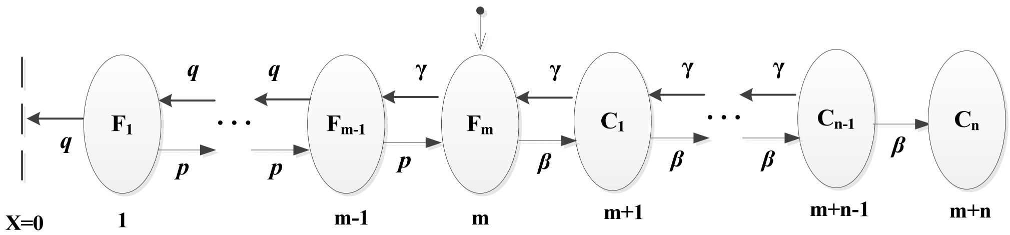

Рис.4. Стратегия В-2. Процесс получения n копий.

Успешное получение n копий ОР из m-ой предыстории в данном процессе произойдет с вероятностью:

$$P_c = (1-b)(1-b^{n+1})^{-1} \tag{14}$$

В соответствии с формулами (15) и (16) определяется, соответственно, среднее время $\bar{E}_{\text{c}}$ до разрушения m-ой предыстории и среднее время E_{c} до успешного получения n копий:

$$\bar{E}_{\text{c}} = (\beta-\gamma)^{-1}(1-b^{n+1})^{-2}[(n+1)(1+b^{n+1})(1-b^{n}) - n(1-b^{n+1})(1+b^{n})]\tau \tag{15}$$

$$E_{\text{c}} = (\beta-\gamma)^{-1}(1-b^{n+1})^{-2}[(n+1)(1+b^{n+1})(1-b) - (1-b^{n+1})(1+b)]\tau \tag{16}$$

Восстановление m-ой предыстории завершается успешно за время $E_{\text{в}}^{II}$ с вероятностью $P_{\text{в}}^{II}$. Значения для этого времени и вероятности определяются с помощью формул (8) и (7) соответственно. Остальные $(m-1)$ предысторий при этом могут быть разрушены с вероятностью $Q_{\text{в}}^{II} = 1-P_{\text{в}}^{II}$. Разрушение произойдет за время $\bar{E}_{\text{в}}^{II}$, которое рассчитывается по формуле (9).

Вероятностный процесс функционирования системы при получении всех копий для рассматриваемого случая описывается уравнением:

$$P_{\text{c}} + Q_c(P_{\text{в}}^{II}P_c + Q_{\text{в}}^{II}) + \ldots + (Q_cP_{\text{в}}^{II})^{i}Q_c(P_{\text{в}}^{II}P_c + Q_{\text{в}}^{II}) + \ldots = 1, \tag{17}$$

где $Q_c = 1-Q_{\text{c}}$

Аналитические возражения для расчета характеристик стратегии В-2 для рассматриваемого типа восстановительного резерва определяются на основе формул (7)-(9) и (14)-(17). Данные характеристики стратегии В-2 показаны в Табл. 2.2.

Табл. 2.2

Восстановительная стратегия В-2
$\rho_{B-2}^{II} = P_c(1-Q_cP^{II}_{\text{в}})^{-1}$
$\sigma_{B-2}^{II} = 1-\rho_{B-2}^{II}$
$E_{B-2}^{II} = E_c + (\bar{E}_c + E_{\text{в}}^{II})Q_cP_{\text{в}}^{II}(1-Q_cP_{\text{в}}^{II})^{-1}$
$\bar{E}_{B-2}^{II} = \bar{E}_c + \bar{E}_{B}^{II} + (\bar{E}_c + E_{\text{в}}^{II})Q_cP_{\text{в}}^{II}(1-Q_cP_{\text{в}}^{II})^{-1}$
$T_{B-2}^{II} = \rho_{B-2}^{II}E_{B-2}^{II} + \sigma_{B-2}^{II}\bar{E}_{B-2}^{II}$

Аналогичные характеристики стратегий В-1 и В-2 для случая, когда в качестве ВР используется резерв, созданный в соответствии со стратегией III оперативного резервирования из x копий и y предысторий $(x + y = m)$ определяются с использованием полученных ранее результатов. В Табл. 3.1 и Табл. 3.2 приведены, соответственно, аналитические выражения для расчета характеристик стратегий В-1 и В-2 для рассматриваемого нами случая.

Табл. 3.1

Восстановительная стратегия В-1
$\rho_{B-1}^{III} = P_1^n; \quad \sigma_{B-1}^{III} = 1 - \rho_{B-1}^{III}$
$T_{B-1}^{III} = [E_1 P_1 + \bar{E}_1 Q_1]\sigma_{B-1}^{III} Q_1^{-1}$
$E_{B-1}^{III} = nE_1$
$\bar{E}_{B-1}^{III} = \bar{E}_1 + E_1 P_1 (\sigma_{B-1}^{III} Q_1)^{-1}[1 - P_1^{n-1}(1 + (n-1)Q_1)]$
$P_1 = P_c(1 - Q_c P_{\text{в}})^{-1}; \quad Q_1 = 1 - P_1; \quad Q_c = 1 - P_c$
$P_c = (1 - b^x)(1 - b^{x+1})$
$E_1 = E_c + (\bar{E}_c + E_{\text{в}})Q_c P_{\text{в}}(1 - Q_c P_{\text{в}})^{-1}$
$\bar{E}_1 = \bar{E}_c + \bar{E}_{\text{в}} + (\bar{E}_c + E_{\text{в}})Q_c P_{\text{в}}(1 - Q_c P_{\text{в}})^{-1}$
$E_c = C_1[(x+1)(1 + b^{x+1})(1 - b^x) - x(1 - b^{x+1})(1 + b^x)]\,\tau$
$\bar{E}_c = C_1 b^x[(x+1)(1 + b^{x+1})(1 - b) - (1 - b^{x+1})(1 + b)]\,\tau$

Табл. 3.2

Восстановительная стратегия В-2
$\rho_{B-2}^{III} = P_c(1 - Q_c P_{\text{в}})^{-1}; \quad \sigma_{B-2}^{III} = 1 - \rho_{B-2}^{III}$
$T_{B-2}^{III} = E_{B-2}^{III}\rho_{B-2}^{III} + \bar{E}_{B-2}^{III}\sigma_{B-2}^{III}$
$E_{B-2}^{III} = E_c + (\bar{E}_c + E_{\text{в}})Q_c P_{\text{в}}(1 - Q_c P_{\text{в}})^{-1}$
$\bar{E}_{B-2}^{III} = \bar{E}_c + \bar{E}_{\text{в}} + (\bar{E}_c + E_{\text{в}})Q_c P_{\text{в}}(1 - Q_c P_{\text{в}})^{-1}$
$P_c = (1 - b^x)(1 - b^{x+n})^{-1}; \quad Q_c = 1 - P_c$
$E_c = C_2[(x+n)(1 + b^{x+n})(1 - b^x) - x(1 - b^{x+n})(1 + b^x)]\,\tau$
$\bar{E}_c = C_2 b^x[(x+n)(1 + b^{x+n})(1 - b^n) - (1 - b^{x+n})(1 + b^n)]\,\tau$
$C_2 = (\beta - \gamma)^{-1}(1 - b^{x+n})^{-2}$

Обозначения, использованные в Табл. 3.1 и 3.2, представлены ниже в Табл. 4:

Табл.4.

$P_{\text{в}} = D_1[1 - U_1 D_2]^{-1}; \quad D_1 = (1 - b)(1 - b^{x+1})^{-1}; \; U_1 = 1 - D_1$
$E_{\text{в}} = E'_{\text{в}} + Q'_c P'_{\text{в}}(1 - Q'_c P'_{\text{в}})^{-1}(\bar{E}'_c + E'_{\text{в}})$
$E'_c = C_1[(x+1)(1 + b^{x+1})(1 - b) - (1 - b^{x+1})(1 + b)]\tau$
$E'_{\text{в}} = W[y(1 + a^y)(1 - a^{y-1}) - (y-1)(1 - a^y)(1 + a^{y-1})]\theta$
$C_1 = (\beta - \gamma)^{-1}(1 - b^{x+1})^{-2}; \quad W = (p - q)^{-1}(1 - a^y)^{-2}$
$D_2 = P'_{\text{в}} = (1 - a^{y-1})(1 - a^y)^{-1}; \quad Q'_c = b(1 - b^x)(1 - b^{x+1})^{-1}$
$\bar{E}_{\text{в}} = \bar{E}'_c + \bar{E}'_{\text{в}} + (\bar{E}'_c + E'_{\text{в}})Q'_c P'_{\text{в}}(1 - Q'_c P'_{\text{в}})^{-1}$
$\bar{E}'_c = C_1 b[(x+1)(1 + b^{x+1})(1 - b^x) - x(1 - b^{x+1})(1 + b^x)]\tau$
$\bar{E}'_{\text{в}} = W a^{y-1}[y(1 + a^y)(1 - a) - (1 - a^y)(1 + a)]\theta$

Вероятностный процесс восстановления разрушенных копий оперативного резерва согласно рассматриваемым стратегиям В-I и В-2 для данного типа ВР показан соответственно на Рис. 5 и Рис.6.

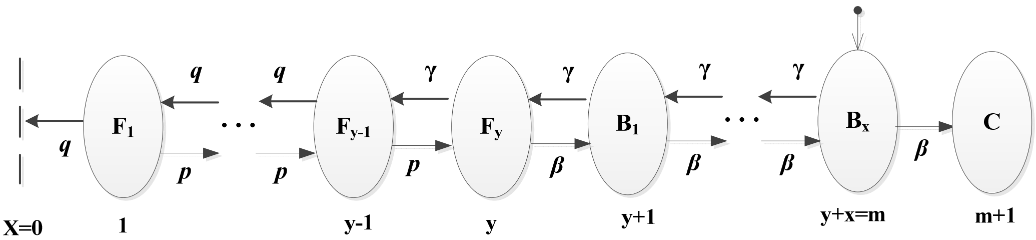

Рис.5. Стратегия В-1. Процесс получения очередной копии

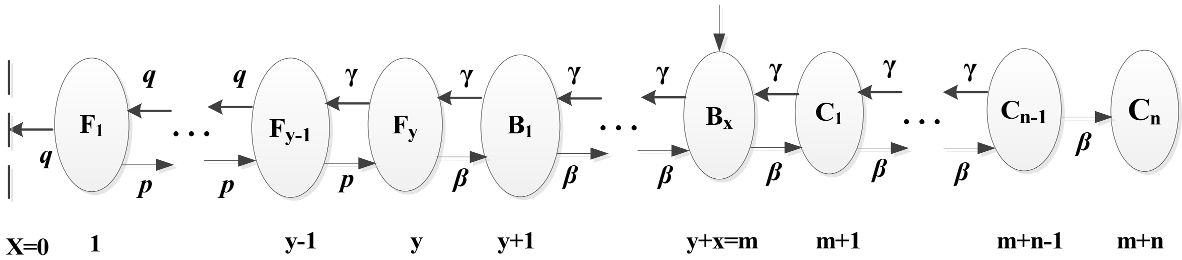

Рис.6. Стратегия В-2. Процесс получения n копий

Возможен вариант использования в качестве ВР архивов магнитных носителей. Так как АМН представляет собой некоторое количество копий массивов данных, то для данного типа ВР для определения характеристик восстановительных стратегий В-1 и В-2 применимы формулы Табл. 1 без каких-либо изменений.

2. Сравнение эффективности восстановительных стратегий В-1 и В-2

Сравним эффективность стратегий В-1 и В-2 при восстановлении разрушенного оперативного резерва РСОД, содержащего n копий, при условии, что в качестве ВР используется неразрушенный ОР, который был создан в соответствии со стратегией I оперативного резервирования. Сравнивать стратегии восстановления В-1 и В2 будем по величине вероятностей ρ^I_{B-1} и ρ^I_{B-2} успешного восстановления разрушенного резерва.

Докажем, что для рассматриваемого случая справедливо соотношение:

$$\rho^I_{B-2} > \rho^I_{B-1} \tag{18}$$

Аналитические выражения для расчета значений вероятностей возьмем из Табл. 1.2 и Табл. 1.1:

$$\rho^I_{B-2} = (1-b^m)(1-b^{m+n})^{-1};\ \rho^I_{B-1} = [(1-b^m)(1-b^{m+1})^{-1}]^n$$

Для доказательства соотношения (18) воспользуемся методом математической индукции.

Очевидно, что соотношение (18) при $n = 1$ обращается в равенство. А при $n = 2$ из этого соотношения получается неравенство $(1-b)^2 > 0$.

Теперь предположим, что соотношение (18) справедливо при $n = k$, т.е. при $n = k$, справедливо следующее неравенство (19):

$$(1-b^m)\left(1-b^{m+k}\right)^{-1} > [(1-b^m)(1-b^{m+1})^{-1}]^k \tag{19}$$

Далее докажем, что и при $n = k+1$ наше соотношение справедливо, т.е.:

$$(1-b^m)\left(1-b^{m+k+1}\right)^{-1} > [(1-b^m)(1-b^{m+1})^{-1}]^k(1-b^m)(1-b^{m+1})^{-1}$$

Выполнив последовательно ряд преобразований последнего неравенства, можно показать, что:

$$(1-b^m)\left(1-b^{m+k+1}\right)^{-1} > (1-b^m)\left(1-b^{m+k}\right)^{-1}(1-b^m)(1-b^{m+1})^{-1}$$

Тогда, учитывая неравенство (19), мы получим, что соотношение (18) справедливо и при $n = k+1$.

Подобные соотношения для других стратегий оперативного резервирования при их использовании для создания ВР доказываются аналогично:

$$\rho_{B-2}^{II} > \rho_{B-1}^{II}; \qquad \rho_{B-2}^{III} > \rho_{B-1}^{III}$$

Сформулируем полученные выше результаты в виде Утверждения 1.

Утверждение 1. Восстановительная стратегия В-2 при использовании в РСОД, построенных на базе вычислительных сетей, обеспечивает наибольшую вероятность успешного восстановления оперативного резерва по сравнению со стратегией В-1.

Докажем справедливость неравенства (20) при соотношении $\beta > p$:

$$\rho_{B-1}^{I} > \rho_{B-1}^{III} \tag{20}$$

Вспомним, что $\beta = 1 - \gamma$ это вероятность того, что в процессе восстановления разрушенного ОР восстановительный резерв не будет разрушен.

После применения нескольких преобразований соотношение (20) приводится к виду:

$$(1 - a^{y})(1 - a)^{-1}(1 - b^{y-1})(1 - b)^{-1} > (1 - a^{y-1})(1 - a)^{-1}(1 - b^{y})(1 - b)^{-1},$$

где $b = \gamma/\beta$.

В итоге мы получим неравенство

$$(a^{y-1} - b^{y-1}) + ab(a^{y-2} - b^{y-2}) + \ldots + a^{y-2}b^{y-2}(a - b) > 0\ ,$$

которое справедливо, т.к. $a > b$ при $\beta > p$.

Далее докажем, что при условии $\beta > p$ справедливо соотношение:

$$\rho_{B-1}^{III} > \rho_{B-1}^{II} \tag{21}$$

Путем нескольких последовательных преобразований можно показать, что выполняются следующие равенства:

$$\rho_{B-1}^{III} = [\beta(1 - \gamma P_{\text{в}}')^{-1}]^{n}; \qquad \rho_{B-1}^{II} = [\beta(1 - \gamma P_{\text{в}}'')^{-1}]^{n}.$$

В которых:

$P_{\text{в}}' = P_1'[1 - (1 - P_1')P_2']^{-1}$; $P_1' = (1 - b^{x-1})(1 - b^{x})^{-1}$;
$P_1' = P_3'[1 - (1 - P_3')P_o]^{-1}$; $P_3' = (1 - b)(1 - b^{x})^{-1}$;
$P_o = (1 - a^{y-1})(1 - a^{y})^{-1}$; $P_{\text{в}}'' = P_1''[1 - (1 - P_1'')P_2'']^{-1}$;
$P_1'' = (1 - a^{x-1})(1 - a^{x})^{-1}$; $P_2'' = P_3''[1 - (1 - P_3'')P_o]^{-1}$;
$P_3'' = (1 - a)(1 - a^{x})^{-1}$.

Для доказательства соотношения (21) необходимо показать, что справедливо неравенство (22):

$$P_{\text{в}}' > P_{\text{в}}'' \tag{22}$$

Неравенство (22) после ряда преобразований приводится к виду:

$$a^{x}(B + b^{x+1}) - b^{x}(A + a^{x-1}) > (ba^{x}B - b^{x}aA)P_o,$$

где $A = 1 + a + \ldots + a^{x-2}$; $B = 1 + b + \ldots + b^{x-2}$

На основе данного неравенства в свою очередь получаем представленное ниже неравенство:

$$(a^{x} - b^{x}) + ab[(a^{x-1} - b^{x-1}) + \ldots + a^{x-2}b^{x-2}[(a - b)]\ldots](1 - P_o) > 0,$$

которое справедливо, т.к. $a > b$ и $0 < P_o < 1$.

Доказав справедливость неравенств (20) и (21), мы получили, таким образом, что при $\beta > p$ выполняется соотношение $\rho_{B-1}^{I} > \rho_{B-1}^{III} > \rho_{B-1}^{II}$.

Аналогичным путем доказывается, что при условии $\beta > p$ выполняются следующие неравенства:

$$\rho_{B-2}^{I} > \rho_{B-2}^{III} \tag{23}$$

$$\rho_{B-2}^{III} > \rho_{B-2}^{II} \tag{24}$$

Т.е. справедливо соотношение: $\rho_{B-2}^{I} > \rho_{B-2}^{III} > \rho_{B-2}^{II}$

Полученные результаты можно сформулировать в виде утверждения 2.

Утверждение 2. Использование в РСОД восстановительного резерва, созданного в соответствии со стратегией I оперативного резервирования, обеспечивает при условии $\beta > p$ наибольшую вероятность ρ успешного восстановления разрушенного ОР как при помощи стратегии В-1, так и при использовании стратегии В-2 восстановительного резервирования.

3. Задачи оптимального восстановительного резервирования в РСОД

Как было сказано во введении к данной статье, особенности резервирования данных в ВС предполагают возможность использования двух типов восстановительного резервирования в РСОД. Согласно первому типу восстановительного резервирования в качестве ВР используется неразрушенный ОР ближайшего узла сети. Во втором варианте используется АМН, специально предназначенный для целей восстановления данных.

Масштабность и территориальная распределенность ВС, большое количество узлов сети, предназначенных для хранения и обработки информации, обусловливает большое количество разнообразных вариантов размещения ВР в узлах сети. Из этого большого количества вариантов необходимо выбрать тот вариант, который обеспечит оптимальное значение используемого критерия оптимальности.

Выполним постановки задач оптимального восстановительного резервирования для первого и второго типа восстановительного резервирования.

Для первого типа восстановительного резервирования необходимо для каждого j-го узла сети, имеющего размещенный в нем оперативный резерв, выбрать другой узел i ОР которого будет использоваться для восстановления узла j в случае разрушения в нем оперативного резерва. При этом должен достигаться экстремум выбранного критерия оптимальности. В качестве такого критерия могут использоваться несколько следующих критериев: максимум вероятности успешного восстановления ОР, минимум среднего времени восстановления ОР, минимум стоимостных затрат на восстановление ОР.

Рассмотрим следующий алгоритм восстановления узла j, в котором разрушен ОР. В первую очередь находится ближайший узел с неразрушенным ОР. Затем при помощи ОР этого узла сети согласно стратегии В-1 или В-2 получается копия разрушенного массива данных, которая пересылается в узел j , где с нее снимаются другие копии в количестве $(m_j - 1)$, необходимом для полного восстановления ОР узла j . Здесь m_j - объем оперативного резерва, размещенного в рассматриваемом узле j.

Универсальным критерием оптимальности восстановительного резервирования информации в РСОД, построенных на базе вычислительных сетей, является стоимостный критерий. Согласно данному критерию целью решения задачи оптимизации является минимизация стоимостных затрат на восстановление разрушенного ОР. При использовании данного критерия задача оптимального восстановительного резервирования для первого типа восстановления будет иметь следующую формулировку:

Необходимо найти такие значения переменных ψ_{ji} ($\psi_{ji} = 1$, если ОР j-го узла восстанавливается при помощи ОР, имеющегося в узле i, и $\psi_{ji} = 0$ в противном случае), чтобы:

1) вероятность восстановления ОР каждого узла сети с резервом в случае его разрушения была не меньше определенной величины;

2) время восстановления ОР разрушенного узла не превышало определенного лимита;

3) стоимостные затраты на восстановление ОР во всей сети были минимальны при обязательном выполнении условий 1), 2).

Следовательно, формально задача поиска оптимального восстановительного резервирования для первого типа восстановления имеет следующий вид:

$$S(\Psi) \rightarrow min \tag{25}$$

При ограничениях:

$$P_j \geq \bar{P}; \tag{26}$$

$$E_j \geq \bar{E}; \tag{27}$$

$$\sum_{\substack{i \in J_p, \\ i \neq j}} \psi_{ji} = 1; \tag{28}$$

$$j \in J_p \tag{29}$$

Здесь: $\Psi = \|\psi_{ji}\|$; P_j – вероятность восстановления ОР j-го узла сети, а E_j – среднее время восстановления ОР узла j, которые вычисляются по формулам (31), (32) представленным ниже. Величина $S(\Psi)$ стоимостных затрат на восстановление ОР определяется по формуле (30):

$$S(\Psi) = \sum_{j\in J_p} \lambda_j \left\{ h_j(m_j - 1)\tau_j + \sum_{\substack{i\in J_p,\\ i\neq j}} \psi_{ji}\left[l_з d_{ji} + T_i h_i + L d_{ij}\right] \right\} \quad (30)$$

$$P_j = \sum_{\substack{j\in J_p,\\ i\neq j}} \psi_{ji}\, r_{ji}\rho_i r_{ij}\beta_j^{(m_j-1)} \quad (31)$$

$$E_j = \sum_{\substack{j\in J_p,\\ i\neq j}} \psi_{ji}\left[2t_з + T_i + t_{ij} + (m_j - 1)\tau_j\right] \quad (32)$$

Здесь:

- L - длина массива данных в битах;
- d_{ji} – стоимостные затраты на пересылку одного бита информации из j -го в i -ый узел;
- T_i - среднее время получения одной копии массива данных при помощи ОР узла i (вычисляется по соответствующим формулам для восстановительной стратегии В-1 или В-2);
- $l_з$ - длина запроса на восстановление ОР, пересылаемого по сети;
- J_p - множество индексов узлов сети, в которых размещен оперативный резерв;
- λ_j - интенсивность разрушений ОР узла j, равная $\lambda_j = (U_j + V_j)\sigma_j$, где σ_j –это вероятность разрушения оперативного резерва узла j при обработке одного запроса системой (определяется по формулам, соответствующим стратегиям I, II и III оперативного резервирования);
- τ_j - время копирования массива данных в узле j;
- ρ_i - вероятность успешного восстановления в узле i одной копии массива данных средствами восстановительной стратегии В-1 или В-2;
- β_j - вероятность успешного копирования в узле j;
- t_{ij} - среднее время пересылки по каналам связи сети из i -го в j-ый узел одной копии массива данных.

Заменив функцию $S(\Psi)$ на функцию $W(\Psi)$, получим:

$$W(\Psi) = \sum_{j\in J_p} \lambda_j \left\{ h_j(m_j - 1)\tau_j + \sum_{i\in J_p, i\neq j} \psi_{ji}\omega_{ji} \right\}$$

где $\omega_{ji} = -\left[l_з d_{ji} + T_i h_i + L d_{ij}\right]$,

С помощью такой замены мы переходим от решения задачи (25)-(29) к решению задачи поиска паросочетания с максимальным весом, в которой в качестве веса дуги рассматривается величина ω_{ji}. Данная задача формулируется следующим образом:

Необходимо найти:

$$\max W(\Psi) = \sum_{j\in J_p} \lambda_j h_j(m_j - 1)\tau_j + max \sum_{j\in J_p} \lambda_j \sum_{i\in J_p, i\neq j} \psi_{ji}\omega_{ji}$$

при ограничениях (26)-(29).

Для решения этой задачи можно использовать алгоритм Эдмондса и Джонсона [9] .

При использовании в качестве критерия оптимизации задачи максимума вероятности восстановления разрушенного ОР вычислительной сети, задача оптимизации восстановительного резервирования будет иметь следующую формулировку:

Необходимо найти максимум

$$\max P(\Psi) = \max \prod_{j\in J_p} P_j(\Psi)$$

При следующих ограничениях:

$$S(\Psi) \le \bar{S}; \quad \sum_{i\in J_p, i\neq j} \psi_{ji} = 1; \quad E_j \le \bar{E}; \quad j \in J_p.$$

Значения $S(\Psi)$, E_j, P_j определяются, соответственно, по формулам (30), (31) и (32).

Перейдя от функции $P(\Psi)$ к функции $R(\Psi) = \sum_{j\in J_p} \ln P_j$, мы также получим задачу поиска паросочетания с максимальным весом, в которой в качестве веса дуги используется величина $\omega_{ji} = \ln\left[r_{ji}\rho_i r_{ij}\beta_j^{(m_j-1)}\right]$.

Задача оптимального восстановительного резервирования по критерию минимума среднего времени $E(\Psi)$ восстановления разрушенного ОР будет иметь следующую формулировку:

Необходимо найти значения переменных $\|\psi_{ji}\| = \Psi$ такие, чтобы достигался:

$$\min E(\Psi) = N_p^{-1} \min \sum_{j\in J_p} E_j \;; \quad \left(N_p = |J_p|\right)$$

при следующих ограничениях:

$$S(\Psi) \le \bar{S}; \quad \sum_{i\in J_p, i\neq j} \psi_{ji} = 1; \quad P_j \ge \bar{P}; \quad j \in J_p$$

Сформулированная задача путем замены функции $E(\Psi)$ на функцию $V(\Psi) = -E(\Psi)$ также приводится к задаче поиска паросочетания с максимальным весом.

Перейдем ко второму типу восстановительного резервирования и сформулируем для него задачи оптимального восстановительного резервирования. Согласно второму типу восстановительного резервирования в качестве ВР используется АМН. В этом случае при решении задачи оптимального восстановительного резервирования необходимо определить следующее:

- для каждого j -го узла ВС необходимо определить объем y_j размещаемого в этом узле АМН
- определить подмножество узлов ВС, разрушенный оперативный резерв которых будет восстанавливаться посредством АМН j -го узла.

При этом должен достигаться экстренум выбранного для задачи критерия оптимизации.

Аналогично первому типу восстановительного резервирования в качестве критериев оптимизации мы можем использовать: минимум стоимостных затрат на хранение АМН в узлах сети и восстановление разрушенного ОР, максимум вероятности и минимум среднего времени восстановления ОР.

Пусть $\psi_{ji} \in \{0,1\}$ и $\psi_{ji} = 1$, если разрушенный ОР j-го узла восстанавливается при помощи АМН i-го узла. Тогда вероятность P_j успешного восстановления ОР j-го узла будет равна:

$$P_j = P_j(Y,\Psi) = \sum_{i\in J_A} \psi_{ji} P_{ji} \tag{33}$$

где:

- $P_j = r_{ji}\rho_i(y_i) r_{ij}\beta_j^{(m_j-1)}$;
- $\rho_i(y_i)$ - вероятность успешного завершения процесса восстановления одной разрушенной копии ОР, выполненного в узле i, который имеет АМН объемом y_i копий;
- J_A- множество индексов узлов сети с размещенным в них АМН.

Среднее время восстановления ОР j -го узла определится по формуле:

$$E_j = E_j(Y,\Psi) = \sum_{i\in J_A} \psi_{ji} E_{ji} \tag{34}$$

где:

- $E_{ji} = T_i(y_i) + t_{ij} + (m_j - 1)\tau_j + 2t_3(1-\psi_{jj})$;
- $T_i(y_i)$ - среднее время восстановления одной разрушенной копии ОР в узле i, имеющем АМН объемом y_i. копий.

Величина $S(Y,\Psi)$ средних затрат на восстановление ОР и хранение АМН в узлах сети будет равна:

$$S(Y,\Psi) = L\sum_{j=1}^{N} y_j s_j + \sum_{j\in J_p} \lambda_j \left\{h_j(m_j-1)\tau_j + \sum_{i\in J_A} \psi_{ji} Z_{ji}\right\} \tag{35}$$

Здесь s_j - стоимость хранения одного бита информации в *j-ом* узле, а Z_{ji} вычисляется по формуле: $Z_{ji} = l_3 d_{ji} + T_i(y_i)h_i + Ld_{ij}$.

С использованием полученных выражений для расчета характеристик P_j, E_j и $S(Y,\Psi)$ сформулируем задачи оптимального восстановительного резервирования массивов данных в вычислительных сетях, на базе которых функционирует РСОД, для второго типа восстановления разрушенного ОР в случае, когда известно распределение оперативного резерва по узлам сети. Задачи оптимизации в этом случае являются задачами оптимального размещения АМН по узлам вычислительной сети с использованием различных критериев.

Задача оптимального размещения АМН согласно критерию минимума средних стоимостных затрат на хранение АМН и восстановление разрушенного ОР имеет следующую формулировку.

Требуется найти:

$$\min S(Y,\Psi) = \sum_{j\in J_p} \lambda_j h_j \left(m_j - 1\right)\tau_j + min\left\{L\sum_{j=1}^{N} y_j s_j + \sum_{j\in J_p}\lambda_j \sum_{i\in J_A}\psi_{ji} Z_{ji}\right\} \quad (36)$$

При ограничениях:

$$P_j \geq \bar{P}, \qquad \left(j\in J_p\right);\quad E_j \geq \bar{E}, \qquad \left(j\in J_p\right);\quad y_j \geq \bar{y_j}, (j = \overline{1,N}). \quad (37)$$

Величины P_j и E_j определяются по формулам (33) и (34), соответственно, в которых:

$$\psi_{ji} = \begin{cases} 1, & \text{если } Z_{ji} = \min\limits_{l\in N_j} Z_{jl} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$N_j = \left\{l/P_{jl} \geq \bar{P} \,\&\, E_{jl} \leq \bar{E} \,\&\, y_l \leq \bar{y}_l\right\}$$

С использованием в качестве критерия максимума вероятности успешного восстановления разрушенного ОР задача оптимального восстановительного резервирования второго типа формулируется следующим образом:

Требуется найти

$$max\, P(Y,\Psi) = max \prod_{j\in J_p} P_j \quad (38)$$

при следующих ограничениях:

$$S(Y,\Psi) \leq \bar{S};\quad E_j \geq \bar{E},\ \left(j\in J_p\right);\quad y_j \geq \bar{y_j},\quad (j = \overline{1,N}) \quad (39)$$

Если в качестве критерия оптимизации использовать минимум среднего времени восстановления разрушенного ОР, то задача оптимального восстановительного резервирования второго типа будет иметь следующую формулировку:

Требуется найти

$$\min E(Y,\Psi) = min N_p^{-1} \sum_{j\in J_p} E_j \quad (40)$$

при ограничениях:

$$S(Y,\Psi) \leq \bar{S};\ y_j \geq \bar{y_j},\ (j = \overline{1,N});\ P_j \geq \bar{P},\ \left(j\in J_p\right) \quad (41)$$

По своей формулировке сформулированные выше задачи (36)-(41) оптимального восстановительного резервирования совпадают с задачами оптимального оперативного резервирования, постановка которых сделана в работе [15]. При решении сформулированных задач (36)-(41) также необходимо определить перечень узлов, в которых требуется разместить АМН, и определить объем размещаемого в них АМН. В работе [10] определены случаи, в которых эти задачи относятся к классу задач выпуклого целочисленного программирования. Для решения задач такого класса можно использовать методы решения задач распределения ограниченных ресурсов [11, 12]. В дополнение к этому в работе [10] сформулирован и доказан ряд теорем, которые позволяют уменьшить размерность данных задач, что снижает вычислительную сложность их решения.

4. Пример

Рассмотрим пример применения предложенных методов расчета и анализа характеристик восстановительных стратегий В-1 и В-2 на фрагменте вычислительной сети, состоящей из 9 узлов. Рассматривать будем первый тип восстановления разрушенного оперативного резерва в узлах ВС.

При решении задачи оптимального оперативного резервирования получено следующее распределение резерва по узлам ВС:

$$X_1 = X_5 = X_7 = X_9 = 2; \quad X_2 = X_3 = X_4 = X_6 = X_6 = 0.$$

В Табл. 5 приведены основные параметры узлов ВС с оперативным резервом, а также стоимость пересылки информации между этими узлами.

Средняя задержка сообщений в ВС, длина (в битах) запроса на восстановление и длина копии массива соответственно равны: $t_з = 1.0$; $l_з = 200$; $L = 1 * 10^5$.

Надежность линий связи: r_{ji}= 0.99 для $j \neq i$ и r_{ii} = 1.0.

Среднее время t_{ji} передачи одной копии массива из узла j в узел i равно 2.0 для $j \neq i$.

Рассчитанные значения вероятностных и временных характеристик стратегии В-1 и В-2 приведены в Табл. 6.

В результате решения задачи оптимального восстановительного резервирования для первого варианта использования стратегий В-1 и В-2 получено решение: $\Psi = \|\psi_{ji}\|$, где $\psi_{1,5} = \psi_{5,1} = \psi_{7,1} = \psi_{9,1} = 1$ и ψ_{ji} для остальных j, i. Полученные при этом значения для P_j, E_j и $S(\Psi)$ показаны в Табл. 7.

Табл. 5

№ узла	λ_j	β_j	τ_j	h_j	d_{j1}	d_{j5}	d_{j7}	d_{j9}
1	*5*	0.1	4	2.0	0.0	$2*10^{-4}$	$1.5*10^{-3}$	$1*10^{-3}$
5	*3*	0.15	10	1.0	$2*10^{-4}$	0.0	$1.7*10^{-3}$	$1.2*10^{-3}$
7	*2*	0.15	8	1.2	$1.5*10^{-3}$	$1.7*10^{-3}$	0.0	$2.5*10^{-3}$
9	*1*	0.15	8	1.2	$1*10^{-3}$	$1.2*10^{-3}$	$2.5*10^{-3}$	0.0

Табл. 6

Стратегия	ρ_1	ρ_5	T_1	T_5	T_7
В-1	*0.9967*	0.9895	8.64	22.83	18.23
В-2	*0.9983*	0.9944	8.66	22.99	18.39

$$\rho_5 = \rho_7 = \rho_9; T_7 = T_9$$

Табл. 7

Стратегия	P_1	P_2	E_1	E_5	E_7	$S(\Psi)$
В-1	*0.8728*	0.8471	30.83	22.64	20.64	877.57
В-2	*0.8771*	0.8552	30.99	22.66	20.66	882.91

$$P_5 = P_7 = P_9; E_7 = E_9$$

Заключение

В данной статье рассмотрены два основных типа восстановления разрушенного в узле ВС оперативного резерва массивов данных: использование в качестве восстановительного резерва АМН или неразрушенного оперативного резерва ближайшего узла сети. Описаны две основные восстановительные стратегии В-1 и В-2, с помощью которых производится восстановление ОР в вычислительных сетях.

Для двух основных типов восстановления разрушенного ОР получены аналитические выражения для расчета временных и надежностных характеристик восстановительных стратегий В-1 и В-2. Аналитические выражения были получены на основе модели случайного блуждания частицы по целочисленным точкам действительной прямой.

Для обоих типов восстановления ОР проведен анализ эффективности восстановительных стратегий В-1 и В-2 по величине вероятности восстановления разрушенного ОР. Выполнен анализ влияния трех стратегий оперативного резервирования I, II, III на вероятностные характеристики восстановительных стратегий В-1 и В-2. В результате анализа получены соотношения, позволяющие выбрать наиболее эффективную по надежности стратегию восстановления,

Для обоих типов восстановления ОР сформулированы задачи оптимального восстановительного резервирования по различным критериям оптимизации. Показано, что данные задачи сводятся к задачам поиска паросочетания с максимальным весом, которые решаются традиционными методами.

Литература

1. Кульба В.В., Сомов С.К., Шелков А.Б. Резервирование данных в сетях ЭВМ. Казань, Издательство казанского университета, 1987. - 175 с.
2. Микрин Е.А., Сомов С.К. Задача синтеза оптимальной СОД РВ с резервированием информации и структурной избыточностью. // Труды XVI международной конференции: Проблемы управления безопасностью сложных систем. // РГГУ. – М., 2008. С. 137-141.
3. Информационное обеспечение систем организационного управления (теоретические основы), В 3-х частях. Часть 2. Методы анализа и проектирования информационных систем / Под ред. Е.А. Микрина, В.В. Кульбы. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2011. - 496 с.
4. Кульба В.В,, Мамиконов А.Г., Шелков А.Б. Резервирование программных модулей и информационных массивов в АСУ. // Автоматика и телемеханика, - 1980. - № 8. – С. 133-141.
5. Кульба В.В. Анализ стратегий резервирования информационных массивов в АСУ. // Методы и модели планирования и управления в дискретных производственных системах: Сб. трудов. вып. 14. / Ин-т пробл. упр. -М., 1977, - С. 20-32.
6. Кульба В.В., Шелков А.Б. Формализованные методы и автоматизированная система выбора оптимальных стратегий резервирования программных модулей и информационных массивов. //Автоматизация проектирования систем управления. - М.: Финансы и статистика, 1981, с. 185-203.
7. Шелков А.Б. Восстановительное резервирование информационных массивов в АСУ. //Сб. трудов. Вып. 25. - М.: Институт проблем управления, 1981, - с. 112-123.
8. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. - М.: Мир, 1967, т. 1, 2.
9. Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах. - М.: Мир, 1981. - 323 с.
10. Сомов С.К. Резервирование программных модулей и информационных массивов в сетях ЭВМ: диссертация кандидата технических наук. – М., ИПУ РАН, 1983. – 217 с.
11. Гурин Л.С., Дымарский Я.С., Меркулов А.Д. Задачи и методы оптимального распределения ресурсов. - М.: Сов. радио, 1968, - 463 с.
12. Берзин Е.А. Оптимальное распределение ресурсов и элементы синтеза систем. - М.: Сов. радио, 1974. - 304 с.

Микрин Евгений Анатольевич. Генеральный конструктор, ОАО "Ракетно-космическая корпорация "Энергия" им. С.П. Королёва". Заведующий кафедрой МГТУ им. Баумана. Окончил в МВТУ имени Н.Э. Баумана в 1979 году, МИЭМ в 1984 году. Доктор технических наук, академик РАН. Автор более 200 печатных работ, в том числе 7 монографий. Область научных интересов: теория автоматического управления, механика. E-mail: Eugeny.Mikrin@rsce.ru

Сомов Сергей Константинович. Ведущий инженер ИПУ РАН им. В.А. Трапезникова. Окончил Нижегородский университет им. Лобачевского в 1977 году. Кандидат технических наук. Автор более 30 печатных работ. Область научных интересов: распределенные системы обработки данных, резервирование и восстановление информации, сети ЭВМ.
E-mail: ssomov2016@ipu.ru