

Оптимизация периодической обработки информации в специализированных устройствах. Часть 2^{1,2}

В.М. Хачумов

Аннотация. Рассматриваются вопросы оптимизации закрепления исполнительных блоков за фазами периодического алгоритма обработки информации. Выполнено статистическое исследование с целью выявления эвристического критерия качества периодических расписаний. Предложен алгоритм оптимизации закрепления процессорных элементов за операциями локального алгоритма, дана оценка сложности алгоритмов построения расписаний и сокращения размерности задачи. Рассмотрены задачи построения периодических расписаний для систем локальных алгоритмов, ориентированных на параллелизм множества объектов, смежных операций, независимых ветвей и смешанный параллелизм. Приведены примеры планирования периодических расписаний в устройствах конвейерного типа.

Ключевые слова: периодические расписания, оптимизация совмещения циклов, конвейерная обработка.

Введение

Синтез оптимальных периодических расписаний требует больших вычислительных затрат, поэтому представляет интерес поиск методов построения расписаний, опирающихся на эвристические критерии, которые обеспечивают получение расписаний за полиномиальное время. Периодические расписания, построенные в соответствии с этими критериями, будем называть оптимизированными. Построение периодических расписаний при фиксированном закреплении исполнительных блоков, например, процессорных элементов (ПЭ) для локальных алгоритмов (ЛА) обработки информации служит первой ступенью и основой для оптимизации закрепления ПЭ и построения оптимизированных расписаний для систем локальных алгоритмов (ЛСА). Наиболее перспективным

представляется подход, основанный на выделении определенных структур алгоритмов в соответствии с известными видами параллелизма [1, 2]. Всего выделено три вида параллелизма: параллелизм множества объектов, параллелизм смежных операций и параллелизм независимых ветвей, каждому из которых может быть поставлена в соответствие определенная структура вычислительного устройства.

3. Статистическое исследование расписаний для локальных алгоритмов обработки информации

Пусть $R = \{A_i^*\}, i = 1, \dots, r$ - множество всех вариантов закрепления процессорного элемента (ПЭ) за фазами локального алгоритма (ЛА) A .

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке проектов РФФИ № 16-07-00096 а, №15-29-06945 офи_м, № 16-29-12839 офи-м.

² Первая часть статьи напечатана в №1 2017.

В общем случае одному ЛА может соответствовать множество отмеченных локальных алгоритмов (ОЛА) A^* . Решение задачи выбора оптимального ОЛА значительно упрощается при наличии критерия, позволяющего упорядочить варианты ОЛА. В качестве такого критерия предлагается использовать мощность множества сдвигов.

Целью статистического исследования является практическое определение вероятности появления следующего события:

$$\begin{aligned} &\text{если } \left|H(A_1^*)\right| < \left|H(A_2^*)\right|, (A_1^*, A_2^* \in R), \\ &\text{то } t(A_1^*) \leq t(A_2^*). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Методика исследования включает для конкретного ЛА и заданного состава ПЭ следующие этапы.

1. Генерация множества вариантов закрепления ПЭ за фазами ЛА.

2. Нахождение для каждого варианта закрепления, т.е. ОЛА, численных характеристик $H(A_i^*)$ и $t(A_i^*)$.

3. Формирование таблицы численных характеристик ОЛА A^* . Каждый элемент таблицы, находящийся на i -й строке и j -м столбце, определяет число вариантов закрепления с характеристиками $r_i = \left|H(A^*)\right|$, $t_j = t(A^*)$.

4. Проведение собственно статистических испытаний, заключающихся в анализе результата сравнения каждого варианта закрепления i -й строки матрицы с каждым вариантом закрепления, находящемся на $(i+k)$ -й строке. Результатом каждого такого сравнения является наличие или отсутствие события (3.1). Статистическая вероятность события определяется следующим образом

$$p_{i,i+k} = \frac{n'_{i,i+k}}{n_{i,i+k}}, \quad (3.2)$$

где $n'_{i,i+k}$ - число благоприятных исходов сравнения элементов строк i и $(i+k)$,

$n_{i,i+k}$ - общее число сравнений элементов строк.

5. Формирование таблицы статистических вероятностей, в которой каждый элемент $p_{i,j}$ (3.2) определяет статистическую вероятность события (3.1) для двух произвольных ОЛА с $\left|H(A_1^*)\right| = r_i$, $\left|H(A_2^*)\right| = r_j$, $r_i < r_j$.

Рассмотрим пример. Пусть задан локальный алгоритм $A=саавсacabbc$. Для данного ЛА результаты статистического исследования занесены в Табл. 1 и Табл. 2.

Проведение подобных исследований над различными ЛА показало, что среднее значение

Табл. 1. Характеристики вариантов ОЛА

$\left H(A^*)\right $	$t(A^*)$											
	2.25	2.5	3.0	3.25	3.5	3.7	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	7.0
2	1		1									
3		3	6		3	3	4					
4			4	1	13	1	25	4				
5			1		6	3	25	9	16	1	1	
6							4	2		2	2	4
7												2

Табл. 2. Значения статистической вероятности выполнения критерия

$\left H(A^*)\right $	3	4	5	6	7
2	0.921	1	1	1	1
3		0.841	0.946	1	1
4			0.862	0.997	1
5				0.832	1
6					1

вероятности $p_{i,j}$ составляет $\bar{p}_{i,j} = 0.93$. Этот факт позволяет с большой достоверностью использовать событие (3.1) в качестве одного из эвристических критериев качества периодических расписаний ЛА, что важно для оптимизации поиска решения.

4. Оптимизация закрепления процессорных элементов за операциями локального алгоритма

Задача оптимального закрепления ПЭ заключается в нахождении такого ОЛА, для которого

$$t(A^*) = \min \{t(A_i^*) \mid 1 \leq i \leq r\}. \quad (4.1)$$

Так как закрепление ПЭ каждого типа производится независимо, то можно выделить множества вариантов закрепления $R_i, i=1, \dots, r$,

такие, что $|R| = \prod_{i=1}^l |R_i| = r$. Каждому множеству R_i соответствует набор множеств сдвигов $H_i, H_i = \{H_{i1}, \dots, H_{ir_i}\}$, причем $r_i = |R_i|$.

Рассмотрим ярусный орграф, представленный на Рис. 1. Каждой вершине графа ставится в соответствие один из элементов $H_i, i=1, \dots, l$.

Множество несвязанных вершин, отображающее все элементы из H_i , называется i -м ярусом. Все вершины соседних ярусов соединим дугами, ориентированными от вершин яруса с меньшим номером к вершинам яруса с большим номером.

Введем также две дополнительные вершины: начальную α и конечную β , соединив их дугами с вершинами ближайших ярусов. Каждому пути из α в β припишем вес $r_j(\alpha, \beta)$,

$$r_j(\alpha, \beta) = |H_j(\alpha, \beta)|, \quad H_j(\alpha, \beta) = H_{i_1} \cup \dots \cup H_{i_l}, \quad j=1, \dots, r.$$

С учетом критерия (3.1) задача отыскания оптимального варианта ОЛА сводится к отысканию такого пути на ярусном орграфе, что:

$$r_j(\alpha, \beta) = \min_{j=1, \dots, r} |H_j(\alpha, \beta)|. \quad (4.2)$$

Иными словами, выбирается такой путь, для которого суммарное число разных элементов

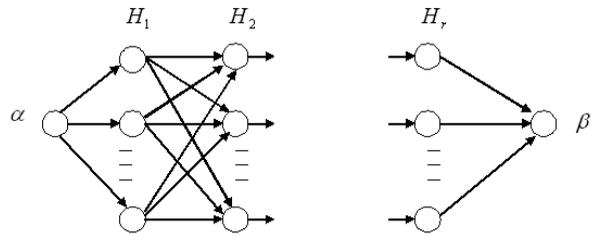


Рис. 1. Граф задачи

/сдвигов фаз/ в множестве $H_j(\alpha, \beta)$, взятых без повторения, является минимальным. В такой постановке задача (4.2) эквивалентна известной задаче минимального покрытия таблицы вариантов [3], используемой при поиске граф-схемы алгоритмов (ГСА) с минимальным числом условных вершин. Предлагается модифицированный алгоритм решения задачи (4.2) [4].

Пусть задана таблица вариантов закрепления ПЭ фиксированного состава за фазами ЛА. В такой таблице содержатся варианты независимого закрепления ПЭ каждого типа с указанием соответствующего множества сдвигов. Требуется найти вариант совместного закрепления всех ПЭ, удовлетворяющий решению задачи (4.2).

Алгоритм 4.1

1. Минимизировать число вариантов закрепления ПЭ каждого типа в отдельности в соответствии с правилом: вариант с H_{i1} лучше или эквивалентен варианту с H_{i2} , если выполняется условие:

$$|H_{i2}| - |H_{i1}| - |H_{i2} \setminus H_{i1}| \geq 0. \quad (4.3)$$

Если же $|H_{i2}| - |H_{i1}| - |H_{i2} \setminus H_{i1}| < 0$, $|H_{i1}| - |H_{i2}| - |H_{i1} \setminus H_{i2}| < 0$, то варианты с H_{i1} и H_{i2} являются несравнимыми.

Условие (4.3) является прямым следствием утверждения 3.1. Нетрудно проверить, что с его помощью можно сократить такие варианты H_{i2} , для которых $H_{i1} = H_{i2}$ или $H_{i1} \subseteq H_{i2}$.

2. Произвести разметку элементов множеств $H_{ij}, i=1, \dots, l, j=1, \dots, r_i$ для вариантов, оставшихся после первого этапа минимизации. Для этого разметить, например, круглыми скобками, такие одинаковые элементы множеств сдвигов,

которые встречаются в вариантах закрепления ПЭ разного типа, т.е. находятся в разных столбцах таблицы. Произвести сокращение числа вариантов в соответствии с условием:

$$|H_{i2}| - |H_{i1}| - |H'_{i2} \setminus H'_{i1}| \geq 0,$$

где H'_{i1} и H'_{i2} - множества элементов, заключенных в скобки для вариантов с H_{i1} и H_{i2} .

Далее вновь разметить скобками и процедуру минимизации повторить до тех пор, пока все оставшиеся в таблице варианты не окажутся несравнимыми.

3. Сгенерировать путем перебора возможные варианты совместного закрепления ПЭ с использованием оставшихся в таблице вариантов независимого закрепления ПЭ. Отобрать варианты ОЛА с одинаковым минимальным значением мощности суммарного множества сдвигов $H_j(\alpha, \beta)$.

4. Определить для альтернативных вариантов ОЛА с помощью алгоритма максимального совмещения значения $t(A_j^*)$, по которым сделать окончательный выбор варианта закрепления.

Для случая равномерного совмещения вычислительных процессов можно предложить другой, более простой и эффективный алгоритм нахождения оптимального закрепления ПЭ, основанный не на переборе возможных вариантов закрепления ПЭ, а на переборе теоретически возможных периодов T . Число возможных периодов равномерного совмещения с учетом выбранной модели вычислительного процесса не превышает числа m операций в ЛА. С другой стороны, значения параметра T ограничены сверху временем однократного выполнения ЛА и не превышает в расписаниях с совмещением величины m . Значения параметра T ограничены снизу величиной

$$\max_{i=1, \dots, l} \left\{ \left\lceil \frac{p_i}{k_i} \right\rceil \right\},$$

где p_i - число операций i -го типа в ЛА, k_i - количество ПЭ i -го типа, l - число типов операций. Запишем условие, при выполнении которого циклическое расписание с периодом T является допустимым.

Пусть $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_L$ - фазы ЛА, в которых выполняются операции i -го типа. Введем

функцию $\lambda[f(\varphi)] = \{0, 1\}$ такую, что $\lambda[f(\varphi)] = 1$, если $f(\varphi) = 0$ и $\lambda[f(\varphi)] = 0$, если $f(\varphi) \neq 0$. Тогда минимально необходимое число ПЭ i -го типа определится как

$$k_{i \min} = 1 + \max_{s=2, \dots, L} \left\{ \sum_{j=1}^{s-1} \sum_{k=1}^K \lambda[\varphi_s - \varphi_{s-j} k T] \right\},$$

где $K = \frac{\varphi_L - \varphi_1}{T}$. Условие $k_i \geq k_{i \min}$,

$\forall i \in \{1, \dots, l\}$ является необходимым и достаточным для существования допустимого циклического расписания с периодом T .

Алгоритм оптимального закрепления ПЭ имеет вид.

Алгоритм 4.2

1. Назначить $T = \max_{i=1, \dots, l} \left\{ \left\lceil \frac{p_i}{k_i} \right\rceil \right\}$.

2. Проверить выполнение условия $k_i \geq k_{i \min}$, $\forall i \in \{1, \dots, l\}$. Если условие выполняется, то перейти к 4°, иначе к 3°.

3. Модифицировать значение $T : T = T + 1$, перейти к 2°.

4. Установить $i = 1$.

5. Закрепить первый ПЭ i -го типа последовательно за соответствующими операциями ЛА в порядке возрастания их фаз до нарушения условия

$$H_i \cap \{T, 2T, \dots\} = \emptyset.$$

При нарушении условия выбрать следующий ПЭ и продолжать закрепление. Процедуру завершить при распределении всех операций i -го типа.

6. Модифицировать $i : i = i + 1$. Если $i \leq l$, то перейти к 5°, иначе к 7°.

7. Конец.

5. Оценка сложности алгоритмов построения расписаний и сокращение размерности задачи

Оценим сложность алгоритма максимального совмещения (алгоритм 2.1). Назовем цепью циклического процесса последовательность вида $(T_1, T_2, \dots, T_{k^0}, \dots, T_{n^0})$, определенную на

множестве разрешенных сдвигов в соответствии с алгоритмом 2.1. Каждый шаг совмещения T_i , $i = 1, \dots, n^0$ связывается с вектором состояния P_i , физический смысл которого - упорядоченное множество номеров фаз ЛА., выполняемых одновременно.

Начиная с шага n^0 последовательность векторов, определяемая участком цепи $(T_{k^0}, \dots, T_{n^0-1})$, будет повторяться, образуя циклический процесс. Максимальная длина цепи n^0 не превосходит максимально возможного числа p совмещаемых циклов [5], т.е. $p = m - |H(A^*)|$. Таким образом, алгоритм максимального совмещения строит периодическое расписание за число шагов $n^0 \leq m - |H(A^*)|$. Для определения оптимального совмещения циклов выполнения ОЛА необходимо сформировать множество допустимых цепей, определяющих всевозможные циклические процессы. Поскольку генерация допустимых цепей и определение точного их числа представляет достаточно сложную задачу [6], укажем нижнюю границу числа вариантов цепей. Она не может быть меньше количества элементов в множестве $G(A^*)$. Таким образом, предложенный алгоритм, по крайней мере, в $|G(A^*)|$ раз сокращает перебор при построении циклического расписания для заданного ОЛА.

Перейдем к анализу алгоритма 4.1.

Число возможных вариантов закрепления q ПЭ за p фазами ЛА можно определить следующим образом:

$$N(I) = \sum_{i=1}^I C_p^{p_1^i} C_{p-p_1^i}^{p_2^i} C_{p-p_1^i-p_2^i}^{p_3^i} \dots C_{p-\sum_{j=1}^{q-1} p_j^i}^{p_q^i}. \quad (5.1)$$

Здесь коэффициенты $p_1^i, p_2^i, \dots, p_q^i$ определяют i -й вариант распределения общего числа операций по ПЭ с номерами $1, 2, \dots, q$, причем:

$$\sum_{j=1}^q p_j^i = p, \quad \max\{p_j^i\} = p - (q - 1), \quad i = 1, \dots, I,$$

$j = 1, \dots, q$, где p_k^i - число операций, закреплен-

ных за k -м ПЭ в i -м варианте распределения. Общее число вариантов распределения операций по ПЭ /с учетом вариантов, получаемых путем перестановок коэффициентов в распределении/ может быть подсчитано по формуле [7]:

$$I = \frac{(p-1)!}{(p-q)!(q-1)!}.$$

Каждый член суммы (5.1) определяет число всех возможных вариантов закрепления ПЭ за операциями алгоритма для i -го варианта распределения. С учетом того, что все ПЭ идентичны, число I возможных вариантов может быть значительно сокращено за счет устранения вариантов распределения, получаемых путем перестановок коэффициентов в распределениях. Пусть $M(I)$ - матрица вариантов распределения операций локального алгоритма, i -я строка которой содержит коэффициенты p_j^i i -го распределения. Выпишем из $M(I)$ только уникальные строки, которые не могут быть получены перестановкой коэффициентов других выписанных строк, и составим из них матрицу $M(I')$. Здесь I' - число уникальных строк. Один из вариантов $M(I')$ можно получить, например, выписывая из $M(I)$ строки, для которых $p_{j_1}^i \geq p_{j_2}^i$, для всех $j_1 < j_2$, $j_1, j_2 \in \{1, \dots, q\}$, т.е. строки, в которых коэффициенты p_j^i расположены не в возрастающем порядке. В этом случае число возможных вариантов закрепления записывается в виде:

$$N(I') = \sum_{i=1}^{I'} \frac{C_p^{p_1^i} C_{p-p_1^i}^{p_2^i} C_{p-p_1^i-p_2^i}^{p_3^i} \dots C_{p-\sum_{j=1}^{q-1} p_j^i}^{p_q^i}}{k_1^i! k_2^i! k_3^i! \dots k_{p-(q-1)}^i}. \quad (5.2)$$

Здесь k_s^i - число одинаковых коэффициентов i -го распределения, равных по величине s , $1 \leq s \leq p - (q - 1)$.

Для формирования матрицы $M(I')$ создан рекурсивный алгоритм генерации уникальных размещений. Существенного сокращения таблицы вариантов закрепления ПЭ можно добиться путем равномерной загрузки ПЭ. Степень равномерности определяется величиной

$\Delta p = \max_{i \in I} \{ |p_{j_1}^i - p_{j_2}^i| \}$, $j_1, j_2 \in \{1, \dots, q\}$. При равномерной загрузке $\Delta p \in \{0, 1\}$ в зависимости от того является ли число $\frac{P}{q}$ целым или дроб-

ным. В матрице $M(I')$ содержится всегда только один вариант равномерной загрузки. Обоснованием такого сокращения является тот факт, что равномерная загрузка приводит, как правило, к устранению вариантов с большими значениям $|H_{ij}|$. Тем не менее, в ЛА с произвольным расположением идентичных операций равномерная загрузка не всегда обеспечивает получение лучшего варианта закрепления.

Качество полученных алгоритмов оптимизации закрепления ПЭ и максимального совмещения проверялось моделированием на ЭВМ. Показано, что разработанные алгоритмы имеют временную сложность порядка $O(km)$. Здесь k - коэффициент, m - длина ЛА, выражаемая общим числом операций.

Полученные алгоритмы построения расписаний для простейших ЛА служат основой для рассмотрения более сложных систем, содержащих несколько ЛА.

6. Построение периодических расписаний для систем локальных алгоритмов

Наряду с алгоритмом $A = a_{j_1}, a_{j_2}, \dots, a_{j_m}$ рассмотрим также локальный алгоритм

$$B = b_1, b_2, \dots, b_n, \quad 1 \leq n \leq m, \quad (6.1)$$

причем у алгоритмов A и B могут быть одинаковые операции, для выполнения которых могут использоваться общие ПЭ. Введем понятие эквивалентности алгоритмов.

Определение 6.1. Два локальных алгоритма преобразования информации A_1 и A_2 эквивалентны ($A_1 \cong A_2$), если и только если их выполнение при любых одинаковых операндах на информационных входах приводит к получению одинаковых результатов на выходах.

Для описания вычислительных процессов введем в рассмотрение тождественный оператор e , обладающий следующими свойствами:

для любых операций a_i, b_j имеет место $a_i e \cong e a_i \cong a_i$, $b_j e \cong e b_j \cong b_j$. Предполагается, что число ПЭ, реализующих тождественный оператор e , не ограничено. Оператор вида (cd) , реализация которого заключается в одновременном выполнении операций c и d , назовем составным оператором. По определению полагаем $(cd) = (dc)$. С помощью введенных операторов можно составить следующие алгоритмы, называемые системами локальных алгоритмов (ЛСА) A и B

$$cA_1 = (a_1 e) \dots (a_k e) (a_{k+1} b_1) \dots (a_m b_{m-k}) (e b_{m-k+1}) \dots (e b_n), \\ m - n + 1 \leq k \leq m - 1,$$

$$cA_2 = (a_1 e) \dots (a_k e) (a_{k+1} b_1) \dots (a_{k+n} b_n) (a_{k+n+1} e) \dots (a_m e), \quad 0 \leq k \leq m - n,$$

$$cA_3 = (e b_1) \dots (e b_k) (a_1 b_{-k+1}) \dots (a_{n+k} b_n) (a_{n-k+1} e) \dots (a_m e), \quad 1 - n \leq k \leq -1.$$

При фиксированном значении k система локальных алгоритмов эквивалентна диаграмме однократного совмещения алгоритмов A и B , а составные операторы - рассмотренным ранее векторам состояния, определяющим в данном случае множество совмещаемых операций. Физический смысл тождественного оператора - задержка некоторого процесса в системе на один такт. Задержка может привести к изменению сдвигов фаз между однотонными операциями и, следовательно, повлиять на качество расписания. Существующие расписания для фиксированной системы ЛА эквивалентны соответствующим расписаниям каждого ЛА, входящего в систему. Циклическое расписание системы ЛА, в свою очередь, эквивалентно циклическим расписаниям того же периода локальных алгоритмов A и B . Величина k , называемая сдвигом в системе локальных алгоритмов A и B , равна числу тактов, на которое начало цикла алгоритма A опережает, при $k > 0$, или отстает, при $k < 0$ от начала цикла алгоритма B .

Если в системе ЛА указать закрепленные за операциями ЛА процессорные элементы, то получится система ОЛА (ОЛСА). Каждому варианту системы ОЛА поставим в соответствие множество $H(cA^*) = H_-(cA^*) \cup H_+(cA^*)$.

Здесь $H_-(cA^*) = H(A^*) \cup H(B^*)$, $H(A^*)$ и $H(B^*)$ - множества сдвигов фаз для ОЛА A^* и B^* соответственно; $H_-(cA^*)$ - дополнительное множество сдвигов, образуемых между фазами закрепления одноименных ПЭ, принадлежащих разным ОЛА.

Понятно, что если за каждым ЛА системы закреплены непересекающиеся множества ПЭ, то $H_-(cA^*) = \emptyset$. При заданных ОЛА в системе множество $H_-(cA^*)$ зависит от варианта их взаимного упорядочения, т.е. от варианта ОЛСА системы. Зафиксировав сдвиг и рассматривая ОЛСА системы ОЛА в качестве одного сложного алгоритма, можно определить ее формальные параметры. Следовательно, можно строить расписания циклического выполнения системы ОЛА с помощью разработанных ранее алгоритмов. Будем рассматривать системы ЛА, отвечающие требованиям одного из видов параллелизма, сформулированным в [1, 2]. Исходя из практической целесообразности выделены: параллелизм множества объектов; параллелизм смежных операций; параллелизм независимых ветвей.

Уточним эти определения на случай циклической обработки информации и рассмотрим особенности оперативного составления расписаний, принимая за критерий качества среднее время реализации системы ЛА, обозначаемое $t(cA^*)$.

6.1. Расписания для систем, ориентированных на параллелизм множества объектов

Будем говорить, что система ЛА отвечает требованиям параллелизма множества объектов, если выполняются следующие условия:

1) ЛА системы являются идентичными, т.е. состоят из одних и тех же операций, выполняемых в одинаковом для всех ЛА порядке;

2) ЛА выполняются циклически с одним и тем же периодом;

3) не существует информационной зависимости между операциями разных ЛА.

Система ОЛА отвечает требованиям параллелизма множества объектов, если кроме перечисленных выше, выполняются дополнительно следующие условия:

4) в каждом ОЛА используется множество ПЭ, не пересекающееся с множествами ПЭ других ОЛА;

5) порядок закрепления ПЭ за фазами ЛА одинаков для всех ОЛА, т.е. обработка информации ведется по одной и той же программе.

Пусть специализированное устройство, обслуживая n объектов, реализует систему из одинаковых ЛА, состоящих из m операций. Всего имеется Q процессорных элементов заданного состава, т.е. известны величины k_i , $i = 1, \dots, l$. Требуется, при выполнении перечисленных выше требований и использовании всех ПЭ, построить циклическое расписание работы, минимизирующее величину $t(cA^*)$. Для решения поставленной задачи необходимо оптимальным образом распределить ПЭ по каналам обработки, число d которых заранее неизвестно. Система ЛА разбивается при этом на d подсистем в соответствии с числом выбранных каналов, поэтому достаточно найти решение для одной такой подсистемы.

С учетом сказанного, задача построения оптимизированного циклического расписания формулируется следующим образом:

минимизировать

$$t(cA^*) = t(A^*, q) \left\lceil \frac{n}{d} \right\rceil \quad (6.2)$$

при ограничениях:

$$\left\lceil \frac{Q}{m} \right\rceil \leq d \leq \min(n, k_i) \quad (6.3)$$

$$q = \sum_{i=1}^l \frac{k_i}{d}, \frac{k_i}{d} - \text{целые.} \quad (6.4)$$

Здесь: $t(A^*, q)$ - среднее время выполнения одного ЛА. в канале, сформированном из q ПЭ;

$\left\lceil \frac{n}{d} \right\rceil$ - число ЛА, приходящихся на один канал обработки, т.е. число ЛА в подсистеме.

Алгоритм 6.1.

Решение задачи (6.2)-(6.4) можно получить следующим образом.

1. Определить множество пар $(d, \frac{k_i}{d})$, удовлетворяющих ограничениям (6.3) - (6.4).

2. Для каждой допустимой пары решить задачу $t(A^*, q) \rightarrow \min$.

3. Определить множество допустимых значений $t(cA^*)$ и выбрать вариант с минимальным его значением.

Таким образом, задача (6.2)-(6.4) сводится к набору более простых задач, для которых известны методы решений.

6.2. Расписания для систем, ориентированных на параллелизм смежных операций

Ограничимся для простоты рассмотрением системы из трех ЛА. Будем говорить, что система из трех локальных алгоритмов A_1, A_2, A_3 отвечает требованиям параллелизма смежных операций, если выполняются следующие условия:

- 1) входы A_1 и A_2 являются независимыми, а выходы служат входами A_3 ;
- 2) периодичность следования всех ЛА одинакова.

Соответствующая система ОЛА отвечает требованию параллелизма смежных операций, если в ОЛА A_1 и A_2 используются непересекающиеся множества ПЭ, что позволяет совместить во времени исполнение A_1 с исполнением A_2 .

При циклической реализации системы ЛА, ориентированной на параллелизм смежных операций, могут быть использованы различные способы распределения ПЭ между ЛА.

Первый подход связан с закреплением за ЛА непересекающихся множеств ПЭ. Это можно сделать, например, используя принцип равномерной загрузки путем пропорционального распределения ПЭ в соответствии с количеством операций в ЛА. В этом случае поиск лучшего варианта расписания формализуется на основе суммарного множества сдвигов

$$H(cA^*) = H(A_1^*) \cup H(A_2^*) \cup H(A_3^*) \quad (6.5)$$

При этом исходная таблица вариантов закрепления ПЭ формируется путем простого объединения таблиц отдельных ЛА.

Второй подход связан с таким распределением, когда ПЭ, используемые в A_1 и A_2 , образуют непересекающиеся множества, но в то же время могут частично и полностью использоваться в A_3

. В этом случае все виды расписаний могут быть получены приписыванием A_3 к одному из алгоритмов A_1 или A_2 . Результаты приписывания обозначим соответственно A_{13}, A_{23} . Тогда задача сводится к минимизации $|H(cA^*)|$, где

$$H(cA^*) = \{H(A_{1,3}^*) \cup H(A_2^*) \cup H_{\sim}(A_2^*, A_3^*)\} \vee \{H(A_{2,3}^*) \cup H(A_1^*) \cup H_{\sim}(A_1^*, A_3^*)\}. \quad (6.6)$$

Третий подход основан на совместном использовании локальными алгоритмами всего множества ПЭ. В этом случае множество сдвигов определяется следующим образом:

$$H(cA^*) = \{H(A_{1,3}^*) \cup H(A_2^*) \cup H_{\sim}(A_2^*, A_{1,3}^*)\} \vee \{H(A_{2,3}^*) \cup H(A_1^*) \cup H_{\sim}(A_1^*, A_{2,3}^*)\}. \quad (6.7)$$

Поскольку третий подход является общим и дает обычно наилучшие результаты, то остановимся на нем подробнее. Здесь наибольшие затруднения вызывает необходимость учета множества $H_{\sim}(cA^*)$ в выражении (6.7). При этом приходится перебирать допустимые значения сдвига k для каждой зафиксированной системы ОЛА.

Размерность задачи можно существенно снизить, если использовать на первом этапе поиска оптимальных расписаний в качестве критерия величину $H_{\sim}(cA^*)$ без учета составляющей $H_{\sim}(cA^*)$.

Для проверки качества предлагаемого критерия проводилась серия экспериментальных исследований на ЭВМ, заключающаяся в поиске всевозможных вариантов ОЛА и определении их численных характеристик для системы из двух ЛА различной длины и шести ПЭ (по два ПЭ каждого типа) во всем диапазоне допустимых значений сдвига k . Проверка осуществлялась аналогично проверке качества критерия (3.1). В выполненной серии исследований среднестатистическая вероятность выполнения критерия составила 0,77. Это значение свидетельствует о достаточно хорошем качестве выбранного критерия.

Решение задачи составления оптимального расписания разбивается на два крупных этапа.

На первом этапе решается задача отыскания системы ОЛА с минимальным значением $|H_-(cA^*)|$, где

$$H_-(cA^*) = \{H(A_{1,3}^*) \cup H(A_2^*)\} \vee \{H(A_{2,3}^*) \cup H(A_1^*)\},$$

На втором этапе осуществляется перебор вариантов упорядочения

ОЛА на основе допустимых сдвигов k . Для каждой полученной ОЛСА определяются значения параметров

$$H_-(cA^*) = H_-(A_2^*, A_{1,3}^*) \vee H_-(A_1^*, A_{2,3}^*), \quad H(cA^*),$$

$$t(cA^*),$$

на основании чего делается окончательный выбор.

6.3. Расписания для систем, ориентированных на параллелизм независимых ветвей

Система ЛА отвечает требованиям параллелизма независимых ветвей, если выполняются следующие требования:

1) каждая из ветвей представляет собой ЛА или систему ЛА, информационно не связанную с ЛА других ветвей;

2) выполняется хотя бы одно из условий: все ветви являются разными, т.е. отличаются составом ЛА или/и структурой информационных связей ЛА; ветви выполняются циклически с разными периодами.

Для построения циклического расписания системы ЛА, отвечающей требованиям параллелизма независимых ветвей, можно использовать два основных подхода. Первый подход соответствует отдельной реализации ветвей, когда каждая из них выполняется на своем множестве ПЭ. При втором подходе имеет место совместная реализация на общем оборудовании. В первом случае задача сводится к ранее рассмотренным задачам. Второй случай, когда ветви, представленные отдельными ЛА, выполняются с разными периодами на устройстве конвейерного типа, рассматривался в работах [8-10]. Пусть ЛА ветвей выполняются циклически с разными жестко установленными периодами. Тогда, с учетом принятой в настоящей работе модели совмещения циклов обработки, все множество векторов состояния, соответствующих составным операторам результирующей ОЛСА, может быть получено путем перебора вариантов объединения составных операторов, принадлежащих ОЛСА отдельных ЛА. При этом достаточно рассмотреть временной участок расписания, равный наименьшему общему кратному периодов отдельных ЛА.

Представляет интерес задача составления оптимального расписания, когда независимые ветви выполняются с одинаковыми, но жестко не установленными периодами следования. В простейшем случае система состоит из двух ЛА, и задача сводится к построению ОЛСА методами, рассмотренными в предыдущем разделе. Пусть система содержит n независимых ЛА. Рассмотрим особенности метода последовательного конструирования циклического расписания, сущность которого заключается в разбиении общей задачи на ряд последовательных этапов меньшей сложности. Предлагаемый алгоритм решения задачи можно представить укрупнено в виде следующей схемы.

Алгоритм 6.2

1. Найти совмещение алгоритмов A_1 и A_2 , обозначаемое $S_1(A_{1,2}^*) = S(k_1)$, такое, что

$$|H(A_{1,2}^*)| \rightarrow \min, \quad \text{где}$$

$$H(A_{1,2}^*) = H(A_1^*) \cup H(A_2^*) \cup H_-(A_1^*, A_2^*),$$

$$H_-(A_1^*, A_2^*) = f(k_1), \quad k_1 - \text{допустимые сдвиги в системе } A_1^* \text{ и } A_2^*.$$

2. Найти совмещение $S_2(A_{1,2,3}^*) = S(k_2)$

такое, что $|H(A_{1,2,3}^*)| \rightarrow \min$

$$H(A_{1,2,3}^*) = H(A_{1,2}^*) \cup H(A_3^*) \cup H_-(A_{1,2}^*, A_3^*),$$

$$H_-(A_{1,2}^*, A_3^*) = f(k_2).$$

(n-1)^o Найти совмещение $S_{n-1}(A_{1,2,\dots,n}^*) = S(k_{n-1})$ такое, что

$$|H(A_{1,2,\dots,n}^*)| \rightarrow \min,$$

$$H(A_{1,2,\dots,n}^*) = H(A_{1,\dots,n-1}^*) \cup H(A_n^*) \cup H_-(A_{1,2,\dots,n-1}^*, A_n^*)$$

$$H_-(A_{1,2,\dots,n-1}^*, A_n^*) = f(k_{n-1}).$$

n^o Построить циклическое расписание для полученной ЛСА, минимизирующее $t(cA)$.

Конец алгоритма.

Каждый шаг алгоритма 6.2 можно реализовать, используя полученные ранее алгоритмы.

Если порядок совмещения ЛА установлен заранее, то сдвиги k_i в системе алгоритмов являются однонаправленными, что облегчает задачу. В противном случае сдвиги могут осуществляться в обе стороны, и окончательный порядок следования ЛА в ОЛСА будет установлен только после совмещения последнего ЛА и просмотра моментов начал выполнения ЛА. Укажем еще на один простой способ решения рассматриваемой задачи. Для этого следует последовательно приписать ЛА системы друг к другу таким образом, чтобы получилась одна ЛСА вида $sA = A_1 A_2 \dots A_n$. Недостатком такого решения задачи может оказаться большая задержка выполнения ЛА, занимающего последнее место в ЛСА.

6.4. Расписания для систем, ориентированных на смешанный параллелизм

Смешанный параллелизм характеризуется наличием нескольких видов параллелизма одновременно. Полученные алгоритмы построения циклических расписаний для отдельных ЛА и систем ЛА частного вида позволяют перейти к составлению расписаний для систем общего вида на основе декомпозиционного подхода, который применительно к исследуемой задаче описывается следующей обобщенной схемой.

Алгоритм 6.3

1. Разбить исходную систему ЛА на отдельные подсистемы, отвечающие требованиям одного из видов параллелизма.
2. Решить задачу построения оптимизированных ОЛСА для отдельных подсистем с использованием разработанных алгоритмов.
3. Построить единую ОЛСА путем объединения множеств сдвигов отдельных ОЛСА.
4. Определить оптимальные параметры циклической реализации ОЛСА.

7. Пример планирования периодических расписаний

Рассмотрим задачу планирования оптимизированного циклического вычислительного процесса в специализированном медицинском конвейере [11-16]. Медицинский технологический процесс (МТП) с совмещением циклов позволяет оптимизировать загрузку имеющегося до-

рогостоящего оборудования (приборов, аппаратов) и минимизировать время обслуживания пациентов врачами. Положения теории совмещения циклов многократно выполняемых процессов рассмотрим применительно к построению медицинских глазных хирургических конвейеров [11]. Каждому МТП соответствует маршрутная процедурная карта аппаратного лечения глаз с соответствующими унифицированными схемами лечения. Таковыми являются, например, схемы унифицированные СУ-А и СУ-Р (Табл. 3).

Каждая карта содержит описание соответствующего конвейера. Здесь в качестве основного показателя будем использовать среднее время T выполнения конвейером одного цикла. Каждый из двух представленных лечебных конвейеров отличается типами и количеством аппаратов, последовательностью их воздействия на пациента в зависимости от особенностей патологии. Рассмотрим задачу совместного выполнения двух МТП (Табл. 3). Построение общего конвейера интересно с точки зрения обобщения операций, реализуемых на одинаковых приборах. В Табл. 4 представлены варианты оборудования, мощности разрешенных сдвигов $G(A^*)$ и оценки времени T .

На Рис. 2 представлены фрагменты диаграмм совмещения циклов обслуживания.

Время заполнения конвейера СУ-А составляет 80 мин, конвейера СУ-Р 90 мин. Конвейеры могут работать с различными показателями качества в зависимости от наличия оборудования и схемы совмещения циклов. При минимальном количестве аппаратуры (по одному прибору каждого типа) для двух схем лечения (Вариант а) конвейер работает неравномерно, обслуживая пациентов с разными заболеваниями через каждые 15 и 25 минут. Интервал между обслуживанием пациентов с одноименными заболеваниями составляет $T=40$ минут.

Вариант б характеризуется наличием двух приборов типа электросон. Через каждые 15 минут конвейер обслуживает пациентов с чередованием схем лечения. Интервал между обслуживанием пациентов с одноименной болезнью составит $T=30$ минут.

Вариант с соответствует равномерному совмещению циклов обслуживания пациентов, при этом $T=20$ мин.

Табл. 3. Маршрутное описание МТП

Унифицированная схема лечения СУ-А

	Название операции	Разбивка на такты	Приборы, аппараты	Длительность (мин)
1	Биомехано-стимуляция	a	Биомеханический стимулятор "Юность"	5
2	Электро-стимуляция	bbb	Электро-стимулятор "ЭСО-2"	15
3	Лазерплеоптика	cc	Амблиоспекл лазерный АЛ-1	10
4	Засветы панорамными слепящими полями	dd	Панорама	10
5	Упражнения в локализации	e	Амблиотренер	5
6	Нейрогенная релаксация	ffff	Электросон	20
7	Макуло-стимуляция	g	Макуло-стимулятор	5
8	Развивающие программы	hh	Офтальмологический комплекс – МОКК	10

Унифицированная схема лечения СУ-Р

	Название операции	Разбивка на такты	Приборы, аппараты	Длительность (мин)
1	Биомехано-стимуляция	a	Биомеханический стимулятор "Юность"	5
2	Электро-стимуляция	bbb	Электро-стимулятор ЭСО-2	15
3	Визотренинг	kk	Визотренер с генератором сигналов	10
4	Оптикофизиологический массаж аккомодационной мышцы	llll	Аккомодотренер АТ-1 Макуло-стимулятор (КЭМБЭЛ)	20
5	Нейрогенная релаксация	ffff	Электросон	20
6	Оптикофизиологический массаж	pp	Лечебно – тренировочный комплекс ОЛТК-Д	10
7	Компьютерная корректурная программа	hh	Офтальмологический комплекс – МОКК	10

Табл. 4. Влияние объема оборудования на производительность конвейера

Номер варианта	$G(A^*)$	Тип прибора и количество экземпляров										T	
		Юность	ЭСО-2	АЛ-1	Панорама	Амблиотренер	Электросон	Макуло-стимулятор	МОКК	Визотренер	КЭМБЭЛ		ОЛТК-Д
a	{3}, {5}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15, 25
b	{3}	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	15
c	{2}	1	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1	10
d	{1}	1	3	2	2	1	4	1	2	1	1	1	5

Вариант d соответствует разделению на два независимых конвейера с достаточным количеством исполнительных ресурсов для достижения максимального быстродействия с показателем $T=10$ мин.

Если привязать начало работы конвейеров к реальному времени, то помимо указанных показателей из диаграмм совмещения можно определить точное времени работы каждого прибора.

Заключение

В работе предложены простые модели периодической обработки цифровой информации с совмещением циклов на основе функционально-ориентированных ПЭ. Выполнены статистические исследования периодических расписаний с совмещением и получены на их основе критерии, позволяющие упорядочивать варианты расписаний без непосредственного вычисления их временных характеристик.

http://www.rusnauka.com/26_WP_2013/Informatica/2_14_4243.doc.htm].

16. Толмачев И.Л., Хачумов М.В. Модели и задачи построения промышленных и медицинских технологи-

ческих процессов – Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2013. № 12, с. 38-43.

Хачумов Вячеслав Михайлович. Заведующий лабораторией ИСА ФИЦ ИУ РАН. Окончил Ленинградский кораблестроительный институт в 1971 году. Доктор технических наук, профессор. Автор более 200 печатных работ. Область научных интересов: вычислительные алгоритмы, распознавание образов, методы обработки сигналов и изображений, искусственный интеллект. E-mail: vmh48@mail.ru

Optimization of periodic information processing in systems with the reconstructed structure. Part 2 V.M. Khachumov

Questions of the executive units optimization fixing to phases of the periodic algorithm of information processing are considered. Statistical study to detection of heuristic criterion of quality of the periodic schedule is executed. The algorithm of optimization of fixing of processor elements to operations of a local algorithm is offered, an assessment of complexity of algorithms of creation of schedules and abbreviation of dimensionality of the task is given. Considered the problem of constructing periodic schedules for a system of local algorithms, focused on the concurrency of a set of objects, related operations, independent branches and mixed parallelism. Examples of planning of periodic schedules in devices conveyor-based are given.

Keywords: periodic schedules, optimization of combination of cycles, pipeline processing

References

1. Kartsev, M.A. 1981. Printsipy organizatsii paralel'nyh vychisleniy, struktury vychislitel'nyh sistem i ih realizatsiya [Principles of the organization of parallel calculations, the structure of computer systems and implementation]. Kibernetika [Cybernetics] 2:68-74.
2. Kartsev M.A., Brik V.A. 1981. Vychislitel'nye sistemy i sinhronnaya arifmetika [Computing systems and synchronous arithmetics]. Moscow: Radio i svyaz'. 360 p.
3. Baranov S.I. 1979. Sintez mikroprogrammnyh avtomatov (graf-skhemy i avtomaty) [Synthesis of microprogram machines (graph schemes and machines)]. Leningrad: Energiya. 232 p.
4. Khachumov V.M., Yumagulov M.G. 1984. Ob optimizatsii metoda sovmeshcheniya vychislitel'nyh protsessov v spetsializirovannyh ustroystvah [Optimization of the method of combining computing processes in specialized devices]. Upravlenie v slozhnykh nelineynykh sistemah [Control in complex nonlinear systems]. Moscow: Nauka. 148-152.
5. Ayzenshtat V.S. 1963. Sovmeshchenie primitivnykh tsiklicheskih protsessov [The combination of the primitive cyclical processes]. Doklady AN BSSR [Reports of the Academy of Sciences of the Byelorussian SSR] 3: 148-151.
6. Ayzenshtat V.S. 1963. Mnogooperatornye tsiklicheskie protsessy [Multi-statement cyclical processes]. Doklady AN BSSR [Reports of the Academy of Sciences of the Byelorussian SSR] 4:224-227.
7. Korn G., Korn T. 1977. Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov [The reference book on mathematics for scientists and engineers]. Moscow: Nauka. 832 p.
8. Metelskiy A.S. 1963. O nekotorykh periodicheskikh protsessah [Some periodic processes]. Doklady AN BSSR [Reports of the Academy of Sciences of the Byelorussian SSR] 9:584-587.
9. Metelskiy A.S. 1963. K sisteme periodicheskikh protsessov [System of periodic processes]. Doklady AN BSSR [Reports of the Academy of Sciences of the Byelorussian SSR] 2:724-728.
10. Metelskiy A.S. 1965. Periodicheskie protsessy [Periodic processes]. Doklady AN BSSR [Reports of the Academy of Sciences of the Byelorussian SSR] 12:788-790.
11. Dembskiy L.K. Organizatsiya reabilitatsionnogo «konveyernogo» lecheniya anomalii refraktsii, ambliopii, kosoglaziya v Krymskom respublikanskom sentre reabilitatsii zreniya [The organization of rehabilitation "conveyor" treatment of anomalies of a refraction, ambliopia, strabismus in the Crimean republican center of vision rehabilitation]. Available at: <http://eyecenter.crimea.com/library/index.html> (accessed December 26, 2016).
12. Khachumov V.M. 2016. Postroenie optimizirovannykh meditsinskih konveyernykh tekhnologicheskikh protsessov [Construction of optimized medical conveyor processes]. Trudy XVIII Mezhdunarodnoy konferentsii DAMID/RCDL'2016 «Analitika i upravlenie dannymi v oblastiakh s intensivnym ispol'zovaniem dannykh» [Proceedings of the XVIII International Conference DAMID / RCDL'2016 «Data analytics and management in data intensive domains"']. Moscow: ISA FRC CSC RAS. 420-423.
13. Khachumov V.M. 2009. Modeli konveyernogo meditsinskogo tekhnologicheskogo protsessa [Models of conveyor medical technological process]. Iskusstvennyy intellekt i prinyatie resheniy [Artificial intelligence and decision-making] 3:25-32.

14. Khachumov V.M. 2013. Osnovnye printsipy modelirovaniya slozhnyh sistem i protsessov (Uchebnoe posobie) [Basic principles of modeling of complex systems and processes (Tutorial)] Moscow: Peoples' Friendship University of Russia. 141 p.
15. Khachumov V.M. 2013. Model' sovmeshcheniya tsiklov obsluzhivaniya v meditsinskih tekhnologicheskikh protsessah [Model of combining maintenance cycles in medical processes]. Materiały IX miedzynarodowej naukowo-praktycznej konferencji «Wschodnie partnerstwo–2013». Przemysł: Nauka i studia. 77-80. Available at: http://www.rusnauka.com/26_WP_2013/Informatica/2_144243.doc.htm (accessed December 26, 2016).
16. Tolmachev I.L., Khachumov M.V. 2013. Modeli i zadachi postroeniya promyshlennyh i meditsinskih tekhnologicheskikh protsessov [The model and the task of building industrial and medical processes] Pribory i sistemy. upravlenie, kontrol', diagnostika [Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics]. 12:38-43.

Khachumov Vyacheslav. Head of the Laboratory "Intelligent Control Methods" of the Institute for System Analysis, Federal Research Centre "Information and Control" of the Russian Academy of Sciences. He graduated from the Leningrad Shipbuilding Institute in 1971. Doctor of Technical Sciences, Professor. Author of over 200 publications. Research interests: computational algorithms, pattern recognition, signal and image processing, artificial intelligence.