

Поиск эффективных решений задач непрерывного календарного планирования

Г.Н. Калянов, Н.Н. Титов, В.Н. Шибeko

Аннотация. В статье исследуется комбинаторная задача формирования согласованных календарных планов работ, обеспечивающих непрерывную и эффективную загрузку выделяемых ресурсов. Предложена формула расчета временных характеристик в зависимости от сложности отдельных работ и квалификации исполнителя. Разработан унифицированный 2-х этапный последовательный комбинаторный алгоритм поиска наилучших вариантов планирования. Для отбора альтернативных решений используются показатели эффективности, учитывающие экономические факторы и временные риски выполнения плановых заданий. На простом примере анализируется практическая эффективность алгоритма комбинаторного поиска.

Ключевые слова: комбинаторный поиск, непрерывное календарное планирование, многоальтернативные решения, оптимизация распределения ресурсов.

Введение

Цель календарного планирования заключается в составлении расписания выполнения всех работ с использованием выделенных ресурсов [1]. Особенностью исследований, результаты которых приводятся в данной работе, является построение наиболее эффективных расписаний работ в условиях необходимости управления территориальным перемещением ограниченных технических средств по объектам внедрения. Подобные модели календарного планирования не вписываются в классификацию теории расписаний (TP) по типу искомого решения [2], и поэтому при таких ограничениях до сих пор не исследовались. Сформировать календарный план работ, который удовлетворял бы всех участников производственного процесса, является сложной комбинаторной задачей. Оптимизация очередности выполнения плановых операций сталкивается с гигантским

количеством возможных вариантов расписания работ и необходимостью учета многих факторов, включая экономические. Требуется не только оптимизировать общую загрузку выделенных ресурсов, но и минимизировать издержки, связанных с организацией производственной деятельности и финансированием работ. Необходимо предложить модель календарного планирования и определиться с показателями эффективности, учитывающими общепонятные принципы, такие как:

- обеспечение равномерной по времени загрузки на исполнителей и технические средства;
- формирование резерва времени на неблагоприятные события;
- ключевые мероприятия плана не должны приходиться на малые промежутки времени;
- соблюдение преемственности и непрерывности в планировании.

На практике при решении задач календарного планирования используют дескриптивный подход, основанный на эмпирических правилах

составления пригодного расписания работ. Подобный подход приводит к неэффективным вариантам распределения выделяемых ресурсов, так как не решает основную функциональную задачу планирования, а именно: поддержку принятия наилучших решений при формировании календарного плана работ. Далее в работе формализуются базовая модель непрерывного календарного планирования и соответствующий алгоритм комбинаторного поиска эффективных решений. В конце детально проанализирован пример составления календарного плана, адаптированный к конкретным условиям и требованиям.

1. Базовая модель непрерывного календарного планирования

Рассмотрим постановку задачи формирования согласованных планов работ, исследованных в данной статье. Пусть плановое задание состоит из отдельных территориально-распределенных работ различной сложности, выполняемых на объектах внедрения. На реализацию плана централизованно выделяются ресурсы:

- Трудовые ресурсы – исполнители (бригады), имеющие различный уровень квалификации.
- Однотипные технические средства (станки), которые необходимо своевременно перебрасывать на объекты внедрения.

Непрерывный характер многих современных производственных процессов требует непрерывного календарного планирования, суть которого состоит в следующем:

- Все бригады постоянно должны находиться в работе.
- Любая планируемая работа может быть выполнена любой бригадой.
- Отсутствуют сезонные ограничения на выполнение работ и проведение переброски станков на объекты.
- Переброска бригад на объекты выполнения работ производится за очень малое время, которое практически можно не учитывать.
- Все ранее начатые работы должны быть закончены, замена бригад и станков не допускается.

Рассмотрим следующую модель календарного планирования, описывающую бизнес-процессы, характерные для многих производственных компаний:

- Пусть централизованное плановое задание состоит из N - территориально-распределенных работ. Многие виды деятельности имеют временные периоды рутинной (обыденной) работы и периоды сложной работы, требующие квалификации исполнителя. Каждой новой работе можно поставить в соответствие количественную меру сложности $Q_i, 0 \leq Q_i \leq 1; i = 1, \dots, N$ выполнения работы в условиях, требующих определенной квалификации исполнителей.

- Работы выполняются исполнителями (бригадами) с использованием перевозимого однотипного оборудования (станки). Имеем плановые ресурсы: M - общее количество бригад, K - общее количество задействованных станков.

- Каждой бригаде, в зависимости от опыта и уровня квалификации, соответствует некоторая положительная величина $S_j, 0 < S_j < 1; j = 1, \dots, M$, характеризующая производительность при выполнении сложной работы ($\bar{S} = \sum_{j=1}^M S_j / M = 1$ - плановая (средняя) производительность). Предполагается, что производительность бригады не зависит от номера работы.

- Экономически с понятием производительности связана заработная плата исполнителя, поэтому менее квалифицированные бригады должны зарабатывать меньше за одинаковое время работы. Пусть $0 < P_j \leq M$ - нормированный «коэффициент заработной платы» j -той бригады, $\bar{P} = \sum_{j=1}^M P_j / M = 1$.

- Задана «матрица переброски» D , элементы которой d_{ik}, K соответствуют нормативным интервалам времени выполнения всего комплекса обеспечивающих работ по перемещению станков между объектами внедрения. Каждая работа и начальное расположение станков территориально привязана к конкретному объекту, а время переброски станков между объектами (согласно плану работ) соответствует элементам матрицы D .

- Непрерывный характер производства приводит к тому, что на момент начала плани-

рования все бригады должны находиться в работе. Пусть вектор $\bar{T}_0 = (\Delta \tau_1, \Delta \tau_2, \dots, \Delta \tau_M)$, $\Delta \tau_j \geq T_n$, $j = 1, \dots, M$ характеризует времена готовности бригад к выполнению стартовых работ (отработка последних работ предыдущего плана, начатых до начала планирования T_n).

• В практике планирования часто приходится сталкиваться с принудительным распределением работ по конкретным исполнителям, т.е. на начало планирования имеется список принудительно распределенных работ $\{N_1^p, N_2^p, \dots, N_M^p\}$, которые должны выполняться конкретными бригадами. В этом случае необходимо рассчитать вектор принудительной нагрузки: $\Delta \bar{G} = (\Delta G_1, \Delta G_2, \dots, \Delta G_M)$, где ΔG_j - суммарное время выполнения всех принудительных работ, связанных с j -той бригадой.

Важнейшей характеристикой, влияющей на формирование календарного плана работ, является оценка времени выполнения работы. Получение оценок времени с приемлемой достоверностью само по себе является нетривиальной задачей. Обычно для оценивания времени выполнения отдельных работ применяются нормативные или статистические показатели. Влияние «сложности» работы на время её выполнения, как правило, учитывается с помощью экспертных оценок. Однако учет рейтинга бригад требует нового подхода к оцениванию этой важнейшей для календарного планирования временной характеристики.

Пусть Δt_i - время выполнения i -той работы наиболее квалифицированной бригадой. Предположим, что скорость выполнения работы в осложненных условиях является единственным преимуществом более квалифицированных бригад. Тогда, с учетом ранее введенных характеристик, время выполнения i -той работы j -той бригадой, будем определять по формуле:

$$t_{ij} = \Delta t_i * (1 + Q_i * (1 - S_j)), \quad (1)$$

$$i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M$$

Таким образом, на начало планирования рассчитывается матрица времен выполнения работ

$T_{РАБ}^{Расч} = \{t_{ij}\}$, $i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M$. Оценку времени выполнения работы (1) в силу её конструкции назовем мультипликативной. Данная оценка зависит всего от двух параметров Q_i и S_j . Отметим, что текущий рейтинг бригад и доля времени работы в сложных условиях требуют постоянного автоматизированного контроля в обеспечивающей информационной системе [3]. В более общих постановках задач календарного планирования матрица времен выполнения работ ($T_{РАБ}$) может не рассчитываться, а просто задаваться.

Рассмотренная выше схема календарного планирования достаточно универсальна и адаптируется для многих приложений, в том числе:

- Массовое строительство территориально-распределенных объектов
- Проведение плановых дорожных ремонтов с привлечением соответствующих трудовых и технических ресурсов
- Организация обслуживания заявок клиентов в транспортных компаниях.

Одним из примеров непрерывного календарного планирования является ситуация с организацией работ в крупных буровых компаниях, осуществляющих массовое строительство скважин на различных месторождениях [4].

Цель непрерывного календарного планирования (НКП): сформировать согласованное расписание выполнения всех запланированных работ различной сложности, с обеспечением полной и эффективной занятости всех бригад, а также сбалансированного использования выделенных технических средств (станков). Требуется предложить согласованный календарный план выполнения всех работ и сопоставить каждой новой работе единственную бригаду и свободный станок. Искомый план может оказаться не единственным, поэтому необходимо алгоритмически организовать поиск альтернативных решений.

По типу целевой функции в классификации теории расписаний [2] данную задачу следует отнести к многокритериальным задачам оптимизации. Для базовой модели НКП можно выделить и анализировать некоторые количественные показатели эффективности тех или

иных решений, но при этом следует привязываться к конкретному алгоритму комбинаторного поиска. Поэтому показатели эффективности для отбора альтернативных решений будут рассмотрены ниже.

Математически данная задача относится к классу NP -трудных. Общая проблема заключается в огромном количестве возможных вариантов расписания работ из-за большой размерности основных групповых параметров планирования (N, M, K). Например, общее число возможных вариантов распределения N - работ среди M - бригад определяется по формуле:

$$N_{\text{вар}}(N, M) = N! * \sum_{L=2}^M \frac{(N+1)!}{(L-1)! * (N-L+2)!}, \quad (2)$$

где $1 * 2 * \dots * (N-1) * N = N!$ - число перестановок из N - элементов.

Даже для сравнительно небольших значений параметров наблюдается экспоненциальный рост числа возможных вариантов планирования. Например, для $M=3$ и $N=10$, имеем $N_{\text{вар}}(10,3) = 239,5 * 10^6$ - различных вариантов, и это без учета вариантов расстановки станков K по объектам.

Современные вычислительные средства (многопроцессорные компьютеры, их программное обеспечение) значительно расширили область практического решения подобных комбинаторных задач за разумное время вычислений. Различные задачи большой размерности успешно решаются благодаря «продвинутым» алгоритмам и высокоскоростным методам решения [5].

Смешанная стратегия решения комбинаторных задач часто приводит к лучшим результатам, чем исчерпывающий перебор. При этом не следует бояться потерять наилучшее решение (тем более, что его может реально не существовать, или вычислительных ресурсов будет недостаточно). Из всего многообразия возможных расписаний организации работ только сравнительно небольшая часть заслуживает внимания. Этот факт позволяет сосредоточить вычислительные ресурсы на наиболее перспективных подходах к формированию календарных планов работ.

2. «Раздельная» постановка задачи календарного планирования. Многоальтернативное решение

Анализируя процессы формирования непрерывных календарных планов, можно выделить два последовательных этапа. На первом этапе решается задача распределения новых работ между исполнителями. Принципиально важно контролировать время выполнения всех работ и обеспеченность производственного процесса трудовыми ресурсами (бригадами). Данная задача (аналог объемно-календарного планирования) должна решаться в предположении постоянной занятости всех бригад. Необходимо убедиться, что запланированных трудовых ресурсов (M) достаточно для выполнения плана, и предложить неупорядоченное расписание выполнения работ, под которым понимается разбиение множества $\{N\}$ на M непересекающихся подмножеств N_1, N_2, \dots, N_M . Работы из множества N_j делегируются j -той бригаде и выполняются в произвольном порядке. Общее число вариантов для неупорядоченных расписаний существенно меньше и составляет:

$$\tilde{N}_{\text{вар}}(N, M) = M^N.$$

Например, для $N=10$ и $M=3$ имеем 53049 неупорядоченных вариантов.

На первом этапе планирования целесообразно отбирать не только единственное оптимальное решение по некоторому критерию, но и ряд близких альтернативных решений. Такой подход обусловлен рисками «потерять» наилучшее конечное решение. Отметим, что отбор нескольких альтернативных решений очень просто реализуется в алгоритмах полного (линейного) перебора. Кроме того, полный перебор позволяет одновременно проверять не один, а несколько критериев оптимальности, что существенно расширяет возможности процесса поиска эффективных решений.

Второй этап раздельного планирования заключается в формировании «фиксированного» расписания, обеспечивающего минимальную техническую загрузку календарного плана работ. По сути, решается задача упорядочивания выполнения всех работ с учетом начальных

условий и своевременного обеспечения необходимыми станками.

Общее количество вариантов формирования упорядоченных расписаний после решения задачи первого этапа определяется по формуле:

$$N_{\text{вар}}(N : \{N_1, N_2, \dots, N_M\}, M) = \\ = N_1! * N_2! * \dots * N_M!$$

Например, для разбиения $\{4,3,3\}$ имеем: $N_{\text{вар}}(10 : \{4, 3, 3\}, 3) = 864$.

Компоненты вектора \bar{T}_0 характеризуют времена готовности бригад к выполнению стартовых работ. Упорядочим список бригад по мере их готовности к работе и проанализируем ранжированный вектор \bar{T}_0 на предмет «рассредоточения» освобождающихся бригад по времени.

Ситуация, когда в результате календарного планирования практически одновременно заканчиваются все запланированные работы, является очень нежелательным событием, т.к. автоматически увеличивает нагрузку на парк станков, который является технической составляющей календарного планирования. Если все M -бригад в коротком временном интервале заканчивают работы, и время переброски станков существенно меньше среднего времени выполнения отдельных работ, то потребуется, по крайней мере, $K_{\text{max}} = 2 * M$ - станков, чтобы обеспечить непрерывную занятость всех бригад. Поэтому разумно предположить, что эффективное непрерывное планирование подразумевает начальное «рассредоточение» последних работ предыдущего плана. Данное требование (начальное условие) в равной степени относится к формируемому (текущему) календарному плану работ. Самый простой способ сохранить начальное «рассредоточение» выполненных работ заключается в максимально возможной равномерной загрузке по суммарному времени всех бригад на первом этапе комбинаторного поиска.

Каждому упорядоченному расписанию соответствует различное число возможных вариантов расстановки имеющихся станков. Поэтому перед началом календарного планирования необходимо определиться с общим числом станков, участвующих в календарном планировании, а также с начальным местонахождением и состоянием каждого станка.

Принципиально возможны два подхода к техническому обеспечению работ по выполнению плана:

- Заранее определено общее количество станков K , $K > M$, и в процессе формирования календарного плана общее количество не меняется.

- В зависимости от упорядоченного расписания выполнения всех работ (1-й этап) и начальных условий, определяется минимальное число станков $K = K_{\text{min}} > M$, позволяющее реализовать данное расписание в полном объеме и с учетом рисков, связанных с проведением переброски станков между объектами.

С точки зрения оптимизации, второй подход (более гибкий) является предпочтительнее, т.к. уменьшение числа станков, участвующих в планировании, приводит к существенному снижению общих издержек компании. Если не учитывать время переброски станков, то общее количество вариантов расстановки станков определяется по формуле:

$$\hat{N}_{\text{вар}}(N, M, K) = (K - M)^N.$$

Например, $\hat{N}_{\text{вар}}(10, 3, 5) = 2^{10} = 1024$.

Учет взаимного расположения объектов внедрения и необходимого времени на переброску станков, приводит к тому, что многие варианты распределения станков по работам не согласуются с анализируемыми расписаниями. Оставшиеся варианты приводят к различным уровням суммарных издержек и временным рискам. Поэтому, как и в случае первого этапа поиска, необходимо учитывать альтернативные варианты упорядоченных расписаний и соответствующие эффективные варианты расстановки станков. Таким образом, отдельная стратегия формирования календарного плана инициализирует многоальтернативное дерево решений.

3. Оптимизация распределения новых работ между исполнителями («неупорядоченные расписания»)

Рассмотрим решение задачи первого этапа планирования. Определим величину

$$R_j = \Delta G_j + \sum_{i \in N_j} t_{ij}, \quad j = 1, \dots, M$$

как загруженность j -той бригады, без учета стартовой готовности, но с учетом времени принудительной загрузки. Время выполнения работы рассчитывается по формуле (1) или задается соответствующим элементом матрицы T_{PAB} . Тогда длине расписания DT (время выполнения плана) соответствует величина $\max_{1 \leq j \leq M} R_j$. Календарное планирование подразумевает скорейшее выполнение планового задания с использованием всех бригад. Этому требованию соответствует задача нахождения оптимального по быстродействию расписания, т.е. расписания минимальной длины. Имеем:

$$\begin{aligned} & \min \\ & \left\{ (N_1, \dots, N_M) : N = \bigcup_{j=1}^M N_j ; N_{j_1} \cap N_{j_2} = 0 ; j_1 \neq j_2 \right\} \\ & \max_{1 \leq j \leq M} (\Delta G_j + \sum_{i \in N_j} t_{ij}) = T_{onm} \end{aligned} \quad (3).$$

Такая постановка задачи НКП показывает наличие большой зоны пересечения с хорошо исследованными общими задачами оптимизации многопроцессорных вычислений [6]. Известно, что задачи планирования многопроцессорных вычислений являются NP -трудными в сильном смысле, и все точные алгоритмы их решения имеют переборный характер, а точных полиномиальных (эффективных) алгоритмов не существует [7]. Число шагов переборного метода, как показано выше, растет экспоненциально в зависимости от размерности задачи. Если применим точный алгоритм решения задачи быстродействия (3), то расписание $(N_1 + N_1^p, N_2 + N_2^p, \dots, N_M + N_M^p)$ обеспечивает минимальное время T_{onm} выполнения всех запланированных работ (N - нераспределенных и всех «принудительных» работ $N_{\Sigma}^p = \sum_{j=1}^M N_j^p$). При этом загрузка каждой бригады R_j будет одинаковой (равномерной).

По сути, оптимизация по критерию быстродействия и заключается в подборе самых сложных работ для более квалифицированных бригад и обеспечения в конце практически одновременного окончания работ всеми бригадами.

Рассчитаем загрузку бригад с учетом начальной готовности: $\tilde{R}_j = R_j + \Delta \tau_j - T_n$ и проведем упорядочивание бригад по загрузке. Точное решение задачи по критерию быстродействия позволит аргументированно выбрать оценку правой границы временного интервала планирования, а именно: $\hat{T}_\kappa = \tilde{R}_1 + T_n$. Предполагается, что процесс планирования окончен, как только освободится первая бригада (с этого момента для обеспечения непрерывной занятости необходим очередной план работ). При заданном интервале планирования правильное проведение оптимизации календарного плана работ позволит при определенных условиях накопить к концу планирования суммарный временной резерв:

$$\begin{aligned} \Delta T_{рез} &= M * (T_\kappa - T_n) - \sum_{j=1}^M \tilde{R}_j \text{ при условии} \\ & T_n > T_\kappa + \tilde{R}_M. \end{aligned}$$

Более простая постановка задачи оптимизации распределения новых работ между исполнителями предполагает одинаковый рейтинг бригад. В этом случае матрица $T_{PAB} [N \times M]$ вырождается в вектор времен выполнения работ $T_{PAB} [N]$ и оптимизационная задача (3) полностью соответствует классической задаче о камнях: имеем N - камней разного «веса» $(\Delta t_i, i = 1, 2, \dots, N)$, требуется разбить их на M - групп (кучек) так, чтобы максимальный вес камней в группе был минимален [8]. Данная задача допускает нахождение единственного решения методами сетевого программирования. Однако, в отличие от полного перебора, в этом случае исключается поиск близких альтернативных решений.

Главное отличие задач НКП от задач оптимизации многопроцессорных вычислений заключается в необходимости учета не только времени выполнения работ, но и стоимости этих работ. Необходимо найти разумный баланс между временем выполнения планового задания и финансовыми затратами на обеспечение плана. Процессоры, в отличие от бригад, «кушать не просят», и вопросы переброски станков (оборудования) их не интересуют.

Каждому неупорядоченному расписанию соответствует определенный вектор загрузки (R_1, R_2, \dots, R_M) , и суммарное время выполнения всех работ:

$$T_{\Sigma} = \sum_{j=1}^M R_j.$$

Согласно базовой модели НКП, заработная плата каждой бригады оценивается временным коэффициентом P_j . Поэтому вместо суммы времен выполнения работ целесообразно анализировать средневзвешенную величину:

$$\tilde{T}_{\Sigma} = \sum_{j=1}^M (P_j * R_j) / M,$$

которая характеризует финансовые затраты на оплату услуг бригады.

Оптимальное по критерию быстродействия распределение работ T_{opt} обеспечивает предельно равномерную загрузку всех бригад [7], однако соответствующее значение \tilde{T}_{Σ} может быть экономически не вполне приемлемым. Отбор альтернативных вариантов «неупорядоченных расписаний» проводится для минимальных значений суммы двух показателей эффективности:

$$T_{план} = \max_{1 \leq j \leq M} R_j \text{ и } \tilde{T}_{\Sigma}.$$

Как и для многих комбинаторных задач, весьма вероятны случаи появления «клонных» решений [5]. Поэтому, при отборе следующих альтернатив учитывается наличие в расписании отличия более чем на одну работу. Количество «клонных» решений зависит от вариативности исходных данных. Альтернативные расписания допускают небольшое увеличение $T_{план}$ относительно T_{opt} , но при этом обеспечиваются более низкие значения \tilde{T}_{Σ} . Обозначим через V_1 множество альтернативных «неупорядоченных расписаний», имеющих близкие значения по обоим показателям эффективности. Мощность множества $|V_1|$ представляет собой количество альтернативных «неупорядоченных расписаний».

4. Двухшаговая процедура поиска упорядоченных расписаний работ с учетом технической загрузки календарного плана

Рассмотрим алгоритм поиска эффективных решений второго этапа задачи календарного планирования: формирование упорядоченного расписания выполнения работ, обеспечивающего минимальную техническую загрузку календарного плана работ. В согласованном упорядочивании расписаний работ и управлении переброской станков заложены большие резервы в снижении издержек и рисков. Согласно базовой модели НКП, любой станок, участвующий в планировании, может находиться в одном из трех состояниях:

- Работать.
- Перебрасываться на объект.
- Ожидать прибытие бригады на объект (плановый простой).

Необходимость проведения профилактических ремонтов станков не учитывается или проводится в период плановых простоев.

Общепринятым показателем эффективности планирования является минимизация суммарного времени переброски станков для обеспечения выполнения плана.

Другой характеристикой планирования является обеспечение равномерной нагрузки на все станки. Этот фактор особо значим в случае сильной избыточности парка станков, что может приводить к эксплуатации одних и тех же станков. Однако условие минимизации общего числа станков ($K = K_{\min} > M$) нивелирует данный фактор, увеличивает нагрузку на все станки и определяет новый показатель эффективности, связанный с уменьшением временных рисков выполнения всего объема работ по переброске станков.

Каждая плановая переброска станков имеет временной резерв на выполнение данной операции $Z_i, i=1,2,\dots,N$. Обозначим $\Delta Z = \min_{1 \leq i \leq N} Z_i$ - минимальный резерв времени. Чем больше минимальный временной резерв для упорядоченного расписания работ, тем меньше риски, связанные с задержкой не только операций по

переброске, но и основных работ, выполняемых бригадами.

Учет технического ресурса планирования приводит к увеличению возможных вариантов решения задач данного типа и тем самым уменьшает зону применимости методов полного перебора. Кроме того, в зону анализа попадают все альтернативные «неупорядоченные расписания» V_1 .

Полный перебор на втором этапе можно заменить двухшаговой последовательной процедурой поиска эффективных решений. Для этого первоначально проводится поиск упорядоченных расписаний с применением приближенного (эвристического) метода выбора станков. Понятно, что, рассматривая для планируемой работы единственный «свободный» станок, мы рискуем принять далеко не лучшее решение, последствия которого, могут сказаться позднее. Поэтому на втором шаге целесообразно для эффективных решений уточнить расстановку станков, используя полный комбинаторный перебор.

Эвристические методы решения задач теории расписаний основаны на приеме снижения требований [2]. Для этого необходимо сформулировать правила предпочтения (приоритетов). Достоинством эвристических методов является удобство их программной реализации даже при решении задач очень большой размерности. Недостатки эвристических методов заключаются в сложности оценки близости полученных расписаний к оптимальному варианту. Поэтому для каждого класса задач необходимо подбирать функцию предпочтения.

Для задач выбора «свободных» станков можно рекомендовать следующие виды функций предпочтения:

- предпочтение отдается станку, для которой время переброски на данный объект минимально;
- предпочтение отдается станку, для которого обобщенный временной показатель принимает минимальное значение.

Обобщенный временной показатель рассчитывается для каждого «свободного» станка $Z_{ls} > 0$, в зависимости от текущего местоположения станка l и анализируемой работы S , по формуле:

$$\tilde{d} = d_{ls} - c_0 * Z_{ls}, \quad (4)$$

где d_{ls} - соответствующий элемент матрицы переброски D ;

Z_{ls} - текущий временной резерв на выполнение операции по переброске станка на объект;

$c_0 > 0$ - параметр алгоритма.

На первом шаге для каждого альтернативного неупорядоченного расписания в цикле для всех вариантов упорядоченных расписаний, согласно эвристическому алгоритму, определяется расстановка станков и рассчитываются два технических показателя планирования: суммарное время переброски станков (T_{nep}^{Σ} - сумма соответствующих элементов матрицы переброски) и минимальный резерв времени ΔZ .

Для дальнейшего анализа оставляем несколько вариантов упорядоченных расписаний с минимальными значениями суммарного времени переброски и достаточным временным резервом ($\Delta Z > DZ$ - параметр алгоритма). Если эффективных вариантов не найдено, то данное альтернативное неупорядоченное расписание исключается из дальнейшего поиска.

На втором шаге только для альтернативных упорядоченных расписаний организуется полный перебор распределения станков по работам, и тем самым улучшаются технические показатели, и уточняется окончательный вариант расстановки станков. В данном случае, вместо линейного перебора, целесообразно организовать неявный, только для всех «свободных» станков, используя метод ветвей и границ, который по существу, является вариацией полного перебора с отсевом подмножеств допустимых решений, заведомо не содержащих оптимальных решений [2].

В результате для каждого альтернативного «неупорядоченного» расписания $NR \in V_1$ определяется множество (возможно «пустое») альтернативных упорядоченных расписаний $W_{II}(NR)$ с наилучшими техническими показателями планирования T_{nep}^{Σ} и ΔZ . Общее количество альтернативных расписаний составляет:

$$\left| \bigcup_{NR \in V_1} W_{II}(NR) \right|.$$

Таким образом, комбинаторный поиск закончен, и каждое отобранное расписание (вариант эффективного календарного плана работ) имеет 4 временных показателя эффективности:

- время выполнения плана $T_{план}$
- среднее количество «трудодней» \bar{T}_{Σ}
- суммарное время переброски станков $T_{пер}^{\Sigma}$
- минимальный резерв времени на операции по переброске станков ΔZ .

Далее проанализируем пример поиска эффективных решений с применением двухэтапного последовательного алгоритма.

5. Пример отработки алгоритма поиска эффективных решений задачи календарного планирования в строительном отряде

Вернемся в недалекое прошлое. Представьте себя в роли мастера студенческого стройотряда, состоящего из $M = 3$ бригад студентов разного курса. Предположим, что студенты второго курса (бригада №1) могут начать работу в стройотряде через один день после начала летнего периода T_n , третий курс – через 12 дней, четвертый курс через – 24 дня. Имеем: $\bar{T}_0 = (1, 12, 24)$. Временная нагрузка на всех студентов должна быть примерно одинаковой. Колхозу (Заказчику) требуется выполнить $N = 10$ строительных работ различной степени сложности на различных объектах с помощью однотипной перемещаемой строительной техники (например, подъемный кран типа «Пи-

онер» и/или бетономешалка). Заказчик сразу предупредил, что у него в наличии имеется всего $K = 5$ комплектов строительной техники и на перемещение техники от объекта к объекту вводится повременная оплата за счет средств заработной платы стройотряда. Еще одно ограничение (требование) ввело вышестоящее руководство: за простои бригад будут лишать аккордного коэффициента заработной платы (безработицы в стройотряде не должно быть).

Перед мастером стройотряда стоит задача разработки согласованного календарного плана работ с учетом имеющихся ограничений.

Рассмотрим следующий ситуационный сценарий.

- Колхозу необходимо провести строительные работы в трех деревнях
 - ✓ простые и сложные работы (Деревня «А»);
 - ✓ сложные работы (Деревня «Б»);
 - ✓ простые и сложные работы (Отдаленная деревня «В»).

➤ Первоначально комплект строительной техники №1 (k_1) находится в деревне «А», комплекты k_2 и k_3 в деревне «Б». Остальные комплекты (k_4 и k_5) находятся на «БАЗЕ» и могут быть заранее доставлены на стартовые объекты выполнения работ.

- Работы (1,3,5) из «А»; работы (4,8,9) из «Б»; работы (2,6,7,10) из «В».

Параметры базовой модели НКП заданы в Табл. 1 и Табл. 2.

Тогда матрица времен работы ($T_{РАБ}$ [10 × 3]) примет вид (Табл. 3).

Табл. 1

Номер работы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Деревня	«А»	«В»	«А»	«Б»	«А»	«В»	«В»	«Б»	«Б»	«В»
Оценка времени (Δt), в сутках	10	12	20	24	30	34	40	42	50	55
Сложность работы (Q)	0	0	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4

Табл. 2.

Номер бригады	1	2	3	
Квалификация (S_j)	0,4	1,0	1,6	
Коэф. зарплаты (P_j)	0,8	1,0	1,2	

Табл. 3.

Номер бригады	Номер работы										Сумма времени	Сумма зарплаты
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1	10	12	22,4	26,88	35,4	40,12	47,2	49,56	62	68,2	373,76	299,01
2	10	12	20	24	30	34	40	42	50	55	317	317
3	10	12	17,6	21,12	24,6	27,88	32,8	34,44	38	41,8	260,24	312,29

Параметры модели выбраны таким образом, что более сложные работы имеют большую длительность. Первая бригада (2 курс) является менее квалифицированной, и ее услуги оплачиваются по меньшему тарифу. Третья бригада (4 курс) имеет наибольшую производительность, но ее услуги оплачиваются по максимальному временному тарифу. В задачах теории расписаний время задается в условных единицах. Календарное планирование работ в стройотряде требует одновременную загрузку всех бригад.

Рассмотрим решение первого этапа поиска («неупорядоченные расписания») для данного примера (53049 - общее число возможных вариантов). На Рис. 1 точками нанесен фрагмент всевозможных решений в координатах $T_{план}$ (ось OX) и $T_{план} + \tilde{T}_{\Sigma}$ (ось OY). Отметим, что в интервале $T_{план} \in [102,48; 103,84]$ вообще отсутствуют решения данной задачи, а в интервал $[101,4; 102,48]$ попадает всего 12 решений. Дальнейший отбор решений проводим по минимуму значений суммы $T_{план} + \tilde{T}_{\Sigma}$.

В результате поиска имеем Табл. 4 20 неупорядоченных расписаний лучших по критерию минимума $T_{план} + \tilde{T}_{\Sigma}$.

Варианты №20237 и №7097 отличаются от оптимального варианта №20219 перестановкой одной работы ($(\text{"7"} \leftrightarrow \text{"8"})$ и $(\text{"1"} \leftrightarrow \text{"2"})$). Аналогично варианты №23588 и №10484 отличаются на перестановку одной работы от ранее отобранного решения №23606, а именно $(\text{"1"} \leftrightarrow \text{"2"})$ и $(\text{"7"} \leftrightarrow \text{"8"})$. В том случае, если сопоставляемые работы коммутативны (например, расположены в пределах одной деревни), то целесообразно сразу не включать данные решения в состав альтернативных, т.к. дальнейшая оптимизация порядка строительства, и назначение комплектов строительной техники

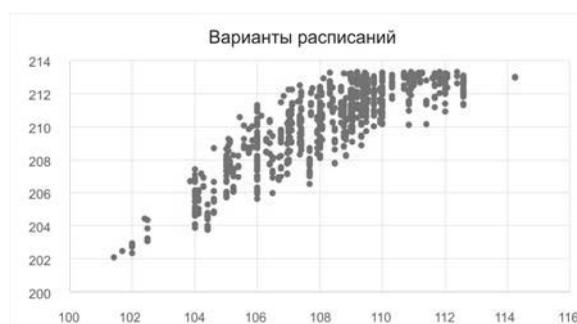


Рис. 1. Всевозможные решения «первый этап поиска» (фрагмент множества)

не приведет к существенному улучшению итогового результата. В результате отбираем 4 альтернативных решения для дальнейшей обработки и отдельно фиксируем 4 клоновых решения (№№20237, 7097, 23588, 10484). Появление клоновых решений объясняется близостью значений времени выполнения отдельных работ (отличие только на 2 дня и одинаковая сложность). Получаем Табл. 5 альтернативных решений первого этапа поиска:

Работы, участвующие в формировании клоновых решений первого этапа поиска, не являются коммутативными. Выбранный ситуационный сценарий приводит к следующим вариантам расстановки работ по деревням (А, Б, В) для альтернативных решений первого этапа (Табл. 6).

Отметим, что только в варианте №20219 для каждой бригады имеется возможность «отбирать» работы из всех деревень. Это обстоятельство должно благоприятно влиять на подбор «свободных» комплектов строительной техники. Особенно неблагоприятным является вариант №2651, в котором третьей бригаде необходимо выполнить все свои работы в деревне «В», что потребует переброски не менее двух комплектов строительной техники в отдаленную деревню.

Табл. 4.

Вариант	Мин.макс	Сум.врем.	Трудодни	Критерий	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20219	101,4	302,24	100,7093	202,1093	2	1	1	1	3	1	2	3	2	3
3689	102	300,44	100,3733	202,3733	1	1	2	3	1	1	2	2	3	3
23606	101,68	302,6	100,816	202,496	2	1	2	3	2	1	2	1	3	3
20237	102	302,6	100,72	202,72	2	1	1	1	3	1	3	2	2	3
7097	102	302,24	100,8427	202,8427	1	2	1	1	3	1	2	3	2	3
23588	102	302,24	100,8533	202,8533	2	1	2	3	2	1	1	2	3	3
10484	102	302,6	100,9493	202,9493	1	2	2	3	2	1	2	1	3	3
2651	102,48	300,92	100,576	203,056	1	1	2	1	2	3	3	1	2	3
19913	102,48	301,16	100,7733	203,2533	2	1	1	1	1	3	3	2	2	3
2789	104,4	296,84	99,344	203,744	1	1	2	1	3	2	2	1	3	3
2771	104,4	296,48	99,38133	203,7813	1	1	2	1	3	2	1	2	3	3
26708	102,48	303,32	101,3493	203,8293	2	2	1	1	2	3	3	1	2	3
20213	104,4	297,8	99,46667	203,8667	2	1	1	1	3	1	2	2	3	3
4733	104	299,84	99,87733	203,8773	1	1	3	1	2	2	2	1	3	3
1331	104,4	296,36	99,48267	203,8827	1	1	1	2	3	2	2	1	3	3
2717	104,4	295,4	99,49333	203,8933	1	1	2	1	3	1	2	2	3	3
1313	104,4	296	99,52	203,92	1	1	1	2	3	2	1	2	3	3
7091	104,4	297,8	99,6	204	1	2	1	1	3	1	2	2	3	3
1817	104	298,88	100,0907	204,0907	1	1	1	3	2	2	2	1	3	3
22340	102,48	305,36	101,8933	204,3733	2	1	2	1	2	3	3	2	1	3

Табл. 5.

№ п.п.	Номер варианта	Время $T_{план}$	Трудодни \tilde{T}_{Σ}	Критерий сумма	Б1 (№ раб.)	Б2 (№ раб.)	Б3 (№ раб.)	Обозначение
1.	20219	101,4	100,7093	202,1093	2,3,4,6	1,7,9	5,8,10	Опт.
2.	3689	102	100,3733	202,3733	1,2,5,6	3,7,8	4,9,10	A1
3.	23606	101,68	100,816	202,496	2,6,8	1,3,5,7	4,9,10	A2
4.	2651	102,48	100,576	203,056	1,2,4,8	3,5,9	6,7,10	A3

Табл. 6.

№ п.п.	Номер варианта	Обозначение	Б1	Б2	Б3
1.	20219	Опт.	$A \rightarrow (B, A, B, B)$	$B \rightarrow (A, B, B)$	$B \rightarrow (A, B, B)$
2.	3689	A1	$A \rightarrow (A, B, A, B)$	$B \rightarrow (A, B, B)$	$B \rightarrow (B, B, B)$
3.	23606	A2	$A \rightarrow (B, B, B)$	$B \rightarrow (A, A, A, B)$	$B \rightarrow (B, B, B)$
4.	2651	A3	$A \rightarrow (A, B, B, B)$	$B \rightarrow (A, A, B)$	$B \rightarrow (B, B, B)$

Если не учитывать отличие бригад по заработной плате ($P_1 = P_2 = P_3 = 1$) - «уравниловка», то выбраны будут те же варианты, но вариант №20219 уже не имеет суммарных временных преимуществ перед вариантом №3689. Отметим, что улучшение суммарного времени работ в варианте №3689 было обеспечено за счет

более длительного использования квалифицированных бригад.

Время выполнения плана у всех альтернативных решений незначительно отличается от минимаксного значения $T_{omm} = 101,4$, что указывает на предельно равномерную нагрузку бригад по суммарному времени выполнения планируемых работ.

Можно сделать следующие промежуточные выводы:

- Вариант с № 20219 обеспечивает оптимальное (минимаксное) неупорядоченное расписание $T_{omm} = 101,4$, при этом соответствующая сумма с «трудоднями» является минимальной.

- Для дальнейшего анализа отобрано 4 варианта альтернативных расписаний, в которых отмечается довольно значимые перестановки работ между бригадами. Зарегистрировано 4 варианта клоновых решений, отличающихся от альтернативных только на одну работу ("1" ↔ "2") и ("7" ↔ "8").

- Рекомендация 1: «Работу №10 (самая сложная по времени и осложнениям) целесообразно отдать самой квалифицированной бригаде».

- Рекомендация 2: «Работу №2 (простая без осложнений и более длительная по времени) целесообразно сразу отдать менее квалифицированной бригаде».

- Если первоначально следовать разумным рекомендациям(1, 2) и принудительно распределить работы №10, №2, то число вариантов перебора уменьшится в 9 раз и составит 5894.

На втором этапе поиска зададим матрицу «переброски» $D(15 \times 15)$ между объектами (Табл. 7).

Предполагается, что изолированных объектов нет, и переброска между объектами носит двухсторонний характер (туда и обратно за одинаковое время).

Первоначально рассмотрим неупорядоченное расписание, соответствующее оптимальному значению времени выполнения плана ($T_{omm} = 101,4$). Общее число вариантов упорядоченных расписаний составит $4! \cdot 3! \cdot 3! = 864$. Для первого шага комбинаторного поиска применим последовательный критерий, который минимизирует время переброски комплектов строительной техники на планируемые объекты («жадный» алгоритм). Результаты поиска приведены в Табл.8.

Табл. 7.

№ раб. и деревня	-3	-2	-1	«0»	«0»	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	Б	Б	А	база	база	А	В	А	Б	А	В	В	Б	Б	В	
-3	Б	0	6	12	11	11	14	10	12	5	12	10	12	5	5	11
-2	Б	6	0	11	10	10	12	10	10	5	10	11	12	6	5	12
-1	А	12	11	0	7	7	5	16	5	12	5	17	18	12	11	18
«0»	база	11	10	7	0	0	8	16	7	12	8	17	18	11	10	18
«0»	база	11	10	7	0	0	8	16	7	12	8	17	18	11	10	18
1	А	14	12	5	8	8	0	16	6	13	6	18	18	13	13	19
2	В	10	10	12	16	16	16	0	15	9	15	5	6	11	10	7
3	А	12	10	5	7	7	6	15	0	11	5	16	17	11	11	18
4	Б	5	5	16	12	12	13	9	11	0	11	10	11	5	5	11
5	А	12	10	5	8	8	6	15	5	11	0	16	17	12	11	17
6	В	10	11	17	17	17	18	5	16	10	16	0	5	11	11	6
7	В	12	12	18	18	18	18	6	17	11	17	5	0	13	12	6
8	Б	5	6	12	11	11	13	11	11	5	12	11	13	0	5	12
9	Б	5	5	11	10	10	13	10	11	5	11	11	12	5	0	12
10	В	11	12	18	18	18	19	7	18	11	17	6	6	12	12	0

Табл. 8.

№ п.п.	Номер варианта	Обозначение альтернатив	Порядок выполнения работ (упорядоченное расписание)	Всего К=5			
				«Жадный» алгоритм (1 шаг)		Полный перебор (2 шаг)	
				$T_{пер}^{\Sigma}$	ΔZ	$T_{пер}^{\Sigma}$	ΔZ
1.	177	Опт/1	(6,1,9,8,2,3,10,7,4,5)	76	5	76	6
2.	772	Опт/2	(2,7,3,8,6,9,5,4,10,1)	77	6	77	6
3.	734	Опт/3	(2,7,3,10,4,9,6,5,8,1)	77	4	77	4
4.	233	Опт/4	(4,7,5,6,8,9,3,10,2,1)	78	4,88	78	4,88
5.	340	Опт/5	(4,7,8,3,2,9,5,6,10,1)	78	3,16	78	3,16

Табл. 9.

Номер работы	Порядок выполнения работ										Показатели
	6	1	9	8	2	3	10	7	4	5	
Номер комплекта	4	1	5	2	3	1	4	3	2	1	Сумма 76
Время переброски	17	5	10	6	10	6	6	6	5	5	
Временной резерв	-	6	-	6	7,12	25,12	11,32	12,88	12,08	19,72	min=6

Полный перебор (2-ой шаг) позволил уточнить управление перебросками техники и сформировать окончательное предпочтение варианту №177. Итоговое табличное представление календарного плана работ показано в Табл. 9.

Другие альтернативные варианты неупорядоченных расписаний (A1, A2, A3) и соответствующие расписания и расстановки имеют худшие показатели.

По решению второго этапа можно сделать следующие промежуточные выводы:

– Получено два альтернативных решения (№177 и № 772) задачи формирования непрерывного календарного плана работ, имеющие близкие характеристики.

– Порядки выполнения работ в отобранных альтернативных вариантах значимо отличаются друг от друга.

– Общее количество проанализированных вариантов (первый и второй этап) составило 56505 (вместо 239,5 млн).

– Упорядочивание выполнения работ по выбранным критериям приводит к отбору тех вариантов, у которых бригады, закончив одну работу, как правило, переходит на работу в другую деревню. В свою очередь комплекты строительной техники целесообразно по возможности использовать в одних и тех же деревнях. Данные рекомендации могут быть полезны при эвристическом способе формирования расписаний работ по строительству.

Заключение

1. Применительно к базовой модели непрерывного календарного планирования (НКП) формализована задача многокритериального комбинаторного поиска наилучших решений.

2. Предложена мультипликативная формула расчета времени выполнения работы с учетом ее сложности и квалификации исполнителя.

3. Показано, что задача оптимизации распределения работ между исполнителями по

критерию быстродействия математически эквивалентна известной задаче оптимизации многопроцессорных вычислений.

4. Сформулированы временные показатели эффективности, позволяющие проводить отбор альтернативных решений, основываясь на общих принципах планирования и с учетом экономической целесообразности.

5. Предложен двухэтапный последовательный алгоритм комбинаторного поиска эффективных решений по совокупности показателей.

6. Разработано специализированное программное обеспечение для решения прикладных задач комбинаторного поиска, апробированное на задачах оптимизации распределения выделенных ресурсов в условиях массового строительства скважин.

Литература

1. Баркалов С.А., Буркова И.В., Глаголев А.В., Колпачев В.И. «Задачи распределения ресурсов в управлении проектами», М.:ИПУ РАН, 2002, 65 с.
2. Лазарев А.А., Гафаров Е.Р. «Теория расписаний. Задачи и алгоритмы», М.: МГУ, 2011, 222 с.
3. Калянов Г.Н., Титов Н.Н., Шибко В.Н. «Информационная система поддержки принятия управляющих решений по данным станции контроля параметров бурения», // Автоматизация в промышленности, М., 2014, №4, С. 61-64.
4. Калянов Г.Н., Титов Н.Н., Шибко В.Н. «Оптимизация распределения ресурсов буровой компании в условиях массового строительства скважин», сборник научных трудов Международной научно-практической конференции «Теория активных систем» (ТАС-2014), секция №3 «Управление проектами», 17-18 ноября 2014, ИПУ РАН, С.104-108.
5. Дональд Э. Кнут «Искусство программирования. Том 4, А / Комбинаторные алгоритмы, часть 1», изд-во «Вильямс», 2013, 955 с.
6. Головкин Б.А. «Расчет характеристик и планирование параллельных вычислительных процессов», М. Радио и связь, 1983-272с.
7. Гончар Д.Р., Фуругян М.Г. «Эффективные алгоритмы планирования вычислений в многопроцессорных системах реального времени», М., Управление большими системами, выпуск 49, 2014, С.269-296.
8. Бурков В.Н., Буркова И.В., Попок М.В. «Метод дихотомического программирования», УБС, 9(2004), С.57-75.

Калянов Георгий Николаевич Главный научный сотрудник Института проблем управления Российской академии наук (ИПУ РАН), г. Москва. Окончил факультет ВМиК Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова в 1976 году. Доктор технических наук, профессор. Количество печатных работ: более 200, в том числе более 20 монографий. Область научных интересов: проектирование информационных систем, CASE-технологии, ИТ-консалтинг, моделирование и реинжиниринг бизнес-процессов. E-mail: kalyanov@mail.ru

Титов Николай Николаевич. Исполнительный директор ООО «НВП МОДЕМ», г. Москва. Окончил Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (МГУ) в 1976 году. Кандидат технических наук. Количество печатных работ: 20. Область научных интересов: математическая статистика, информационные технологии, оптимальное управление. E-mail: nikoltit@yandex.ru

Шибeko Виктор Николаевич. Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, г. Гомель, Республика Беларусь. Старший преподаватель. Окончил Казанский государственный университет в 1976 году. Количество печатных работ: 12. Область научных интересов: программирование, информационные технологии, оптимальное управление. E-mail: svn20070809@gmail.com

The search for effective solutions to the continuous task scheduling

G.N. Kalyanov, N.N. Titov, V.N. Shibeko

The paper investigates a combinatorial problem of the formation of the agreed calendar work plan, ensuring a continuous and efficient loading of the resources allocated. The proposed formula for calculation of time characteristics depending on the complexity of individual works and qualification of the executor. Developed unified 2-stage sequential combinatorial search algorithm the best scheduling options. For the selection of alternative solutions of the used indicators of effectiveness that takes into account economic factors and timing risks performance targets. A simple example examines the practical effectiveness of the algorithm of combinatorial search.

Key words: combinatorial search, continuous scheduling, multialternative decisions, optimizing the allocation of resources.

References

1. Barkalov S. A., Burkov I. V., Glagolev, A. V., V. I. Kolpachev "Resource allocation problems in project management", M.: IPU RAS, 2002, 65 p.
2. Lazarev A. A., Gafarov E. R., "Scheduling Theory. Problems and algorithms", M: MSU, 2011, 222 p.
3. Kalyanov G. N., Titov N. N., Shibeko V. N. "Optimizing the allocation of resources drilling company in terms of mass well construction", collection of scientific works of International scientific-practical conference "Theory of active systems" (TAS-2014), section 3 "Project Management", 17-18 November 2014, IPU Russian Academy of Sciences, pp. 104-108.
4. Kalyanov G. N., Titov N. N., Shibeko V. N. "Information system for support of making management decisions according to the stations for monitoring drilling parameters", // Automation in industry, M., 2014, No. 4, pp. 61-64.
5. Donald E. Knuth "The art of computer programming. Volume 4A / Combinatorial Algorithms, Part 1", by Pearson Education, Inc., 2011, ISBN 978-0-201-03804-0.
6. Golovkin B. A. "Calculation of the characteristics and scheduling of parallel computing processes", M., "Radio I Svyaz", 1983-272 pp.
7. Gonchar D. R., Furugan M. G. "Efficient scheduling algorithms of calculations in multiprocessor real-time systems", M., Control of large systems, volume 49, 2014, pp. 269-296.
8. Burkov V. N., Burkova I. V., Popok V. M. "The method of dichotomizing programming", UBS, 9(2004), pp. 57-75.

Kalyanov G.N. Institute of control problems, Russian Academy of Sciences (ICP RAS), Moscow. Chief researcher, doctor of technical Sciences, Professor. He graduated from the faculty of computational mathematics and Cybernetics of Moscow state University. M. V. Lomonosov in 1976. Number of publications: more than 200 (including more than 20 monographs). Research interests: design of information systems, CASE-technology, IT-consulting, modeling and reengineering of business processes. E-mail: kalyanov@mail.ru

Titov N.N. the limited liability company ООО "NVP MODEM", Moscow. Executive Director, candidate of technical Sciences. He graduated from the Moscow state University. M. V. Lomonosov (MSU) in 1976. Number of publications: 20. Research interests: mathematical statistics, information technology, optimal control. E-mail: nikoltit@yandex.ru

Shibeko V.N. Gomel state technical University n. a. P. O. Sukhoy, Gomel, Republic of Belarus. Senior lecturer. Graduated from Kazan state University in 1976. Number of publications: 12. Research interests: programming, information technology, optimal control. E-mail: svn20070809@gmail.com