

Моделирование лучевых траекторий в технологиях просвечивания упругой среды*

Т.А. Смагличенко¹, А.В. Смагличенко², А.Л. Генкин², М. К Саянкина¹

¹Институт проблем нефти и газа РАН, Москва, Россия

²Институт проблем управления РАН, Москва, Россия

Аннотация. При решении широкого спектра задач промышленной ультразвуковой томографии, материаловедения, сейсмической томографии возникают ситуации, когда модельные значения физических величин расходятся с данными реальных экспериментов. Поэтому при заданных параметрах модели первоначально внимание уделяется вычислительным формулам, описывающим модель. В работе рассмотрены решения, определяющие траекторию зондирующего луча от точечного источника к выбранной точке в упругой среде. На основе известных расчетных формул для определения положения луча в пространстве при распространении продольной волны в градиентной среде получены соотношения для вычисления точки максимального опускания луча, когда приёмник находится на некотором предельном расстоянии от источника, а также для вычисления угла падения луча на поверхность. Эффективность полученных результатов продемонстрирована на тестовой выборке, и обоснована их практическая значимость для моделирования траекторий лучей в слоисто-однородной среде, которую можно аппроксимировать непрерывным градиентом.

Ключевые слова: вычислительные схемы, томография, траектории луча, градиентная модель.

DOI 10.14357/20718632180305

Введение

Технологии просвечивания упругой среды применяются в самых различных направлениях деятельности, например, для построения томографических изображений внутренней структуры образцов металла в промышленности [1], для определения формы резервуаров при нефтегазодобыче [2], для поиска источников гидротермальной энергии [3], картирования зон разломов и оползней [4, 5] и т.д. Основополагающей отправной точкой для этих технологий является создание моделей траекторий зонди-

рующих лучей от источников распространения упругих волн в пространстве.

Среда прохождения упругих волн часто моделируется параллельными слоями небольшой мощности, используется исходное предположение о том, что каждый слой является однородным с определённым показателем преломления. При традиционной сейсморазведке площадей добычи нефти и газа в настоящее время наиболее актуальна задача трассировки луча, когда среда является слоисто-однородной, но с наличием анизотропии. Простой пример – возникновение трещины в среде, где

* Работа выполнена в рамках государственных заданий ФАНО (тема «Энергетика, динамика и дегазация Земли, теоретические и экспериментальные основы инновационных сейсмоакустических технологий исследования геологической среды и контроля за объектами нефтегазодобычи», № АААА-А16-116021510125-7 и тема «Моделирование и интеллектуальное управление производственными процессами в промышленности и электроэнергетике», № 10.331-17).

породы были распределены слоями, и появление трещины вызвало их симметричное смещение, что привело к изменению свойств среды в направлении трещины. В этих случаях в межскважинном пространстве регистрируют квазипродольные волны, а затем используют их первые вступления для просвечивания изучаемой скважины [6]. Чтобы моделировать лучевые траектории для упругих квазипродольных волн, распространяющихся в однородной плоскостной анизотропной среде, необходима информация, уточняющая положение границы анизотропного возмущения. Априорная информация об изменении свойств среды в окрестности скважин может быть получена из предварительных данных каротажа [7], что экономически достаточно дорого. Необходимые сведения может также дать томографическое изучение деталей строения среды, использующее данные продольных волн от локальных природных источников [2, 4, 8].

Задачи сейсмической томографии рассматриваются в *лучевом приближении*, что означает следующее. Частным случаем сейсмической волны является акустическая волна. Волновой процесс от точечного источника в однородной среде представляет собой колебания, которые затухают со временем. Таким образом, при распространении акустической волны в однородной среде гармоническая волна со временем преобразуется в линию. Эта линия перпендикулярна волновому фронту и по определению является лучом. В работе [9] показано, что уравнение эйконала, определяющее положение волнового фронта для акустических волн, совпадает с уравнением эйконала для сейсмических волн. Этот факт гарантирует справедливость лучевого приближения также для сейсмического случая.

Алгоритмы для моделей распространения упругих волн, описанных в лучевом приближении, условно можно разделить на два класса: использующие аналитические решения или численные решения краевых задач. Основой и тех и других является решение системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. В первом случае для фиксированного положения источников и приёмников в результате решения дифферен-

циальных уравнений можно определить траекторию луча в различных слоях. Именно этот подход рассматривается в данной статье. В другом случае при решении краевой задачи луч выпускается из начальной точки, и его поведение в последующих точках определяется по итерационным формулам метода Рунге-Кутты, приближающим частные производные [10]. Для вычислительных схем траекторий луча и их программирования найдены формулы расчёта линейного геометрического расхождения центрального поля луча и приёмника при использовании алгоритма пристрелки (коррекции первоначальных условий выхода луча) [11].

В данной статье мы рассматриваем классические формулы для расчёта, полученные Л.Н. Антоновой и Н.Н. Матвеевой [12], определяющие положение фиксированных координат точки луча в пространстве при условии, что скорость распространения сейсмической волны зависит только от одной координаты и может быть аппроксимирована линейным градиентом. С помощью аналитических преобразований мы определяем новые вычислительные шаги, позволяющие определить положение луча в условиях, когда источник находится на достаточно большом удалении от приёмника и преломлённый луч достигает своего максимального опускания. Знание таких формул важно, так как для сейсмической томографии типичны расположения источников в удалении от регистрирующих приёмников, поэтому требуется развитие решений, определяющих траектории лучей. Предлагаемые к рассмотрению формулы могут быть полезны для программирования траекторий луча по данным продольных волн, распространяющихся в изотропной слоистой среде.

1. Постановка задачи

Пусть задана упругая среда, состоящая из однородных слоёв с плоскими границами раздела. На основе предположений лучевого метода будем рассматривать распространение волны вдоль отрезков лучей между поверхностями слоёв [13]. Рис. 1 показывает точечный источник колебаний и траекторию луча от источника до приёмника. В случае сейсмической разведки источником является гипоцентр локального события при сканировании плоскопараллельных

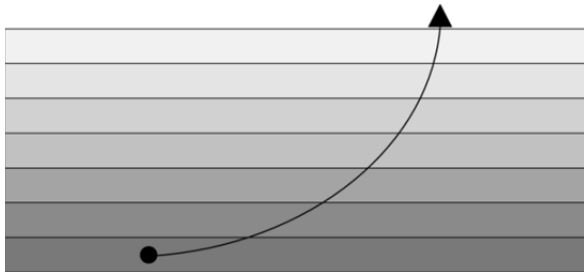


Рис. 1. Схема распространения луча в плоскослоистой среде от локального источника к приёмнику

Разные оттенки серого цвета соответствуют разным значениям параметра среды, характеризующей однородные слои

слоёв материала, в промышленности источником может быть элемент, излучающий ультразвуковые волны.

Пусть координаты $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ и (x, y, z) являются координатами точек на луче в трёхмерном пространстве. Задача формулируется следующим образом. Используя формулы, полученные в [12] для определения путей лучей упругих продольных волн в трёхмерном пространстве, рассмотрим применение формул для случая, когда источник находится на предельном расстоянии от точки регистрации, допускающем возвращение луча в градиентную среду.

2. Определение точки максимального опускания луча

В работе [12] авторы привели детализированное описание решения системы дифференциальных уравнений Эйлера для определения траектории луча в двух случаях: когда скорость зависит от одной пространственной координаты (глубины z) и от трёх пространственных ко-

ординат. Мы приводим здесь соответствующие формулы для простого случая зависимости скорости от одной координаты:

$$v(z) = a + b * z, \tag{1}$$

где коэффициенты a и b являются действительными числами. Луч при этом является плоской кривой, то есть все точки луча лежат в плоскости, параллельной оси OZ .

$$y - \bar{y} = (x - \bar{x}) \tan \varphi; \tag{2}$$

$$(a + bz)^2 + \frac{b^2}{\cos^2 \varphi} \left[x - \bar{x} - \frac{(a + bz) \cos \varphi}{b \tan \theta} \right]^2 = \frac{(a + b\bar{z})^2}{\sin^2 \theta}; \tag{3}$$

здесь φ - угол между плоскостью луча и осью OX , его также называют азимутальным углом, когда исследуют данные сейсмических событий, θ - угол падения луча на поверхность раздела. Формулы (2), (3) позволяют найти траекторию между двумя фиксированными точками на луче $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ и (x, y, z) с учётом преломления луча на границах раздела между изотропными слоями среды, скоростные характеристики которых могут быть приближены линейным градиентом. Для того, чтобы определить положение максимальной точки опускания луча z_{max} , введём параметр $w = \frac{x - \bar{x}}{\cos \varphi}$, который описывает поведение локальной точки в плоскости луча (Рис. 2).

Подставляя $\bar{z} = 0$ и $uz = 0$ в уравнение (3), получим следующее уравнение для параметра w :

$$a^2 + b^2 \left[w - \frac{a}{b \tan \theta} \right]^2 = \frac{a^2}{\sin^2 \theta}. \tag{4}$$

Используя тригонометрические формулы, уравнение (4) преобразуется к следующему:

$$b^2 \left[w - \frac{a}{b \tan \theta} \right]^2 = \frac{a^2}{\tan^2 \theta}. \tag{5}$$

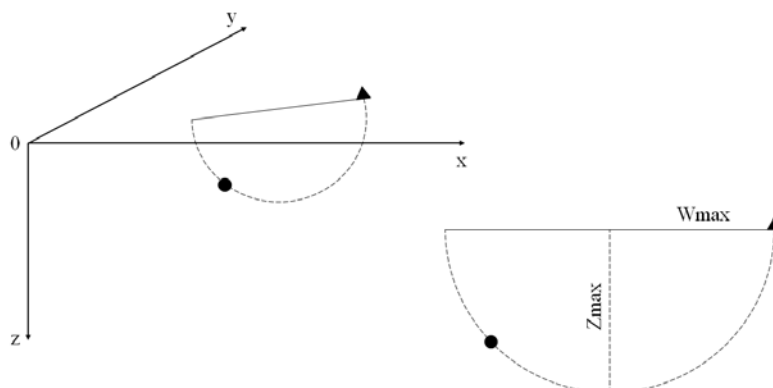


Рис. 2. Иллюстрация плоскости луча в пространстве

Окружность и треугольник обозначают источник и приёмник

При условии $\tan \theta > 0$ и $w > \frac{a}{b \tan \theta}$ получаем:

$$w = 2 \frac{a}{b \tan \theta}. \quad (6)$$

Таким образом, определяя $w_{max} = 1/2 w$, имеем:

$$w_{max} = \frac{a}{b \tan \theta}. \quad (7)$$

Положив $\bar{z} = 0$ в уравнении (3) и подставив вместо $w = \frac{x-\bar{x}}{\cos \theta}$ выражение для w_{max} , получаем:

$$a + bz_{max} = \frac{a}{\sin \theta}. \quad (8)$$

Отсюда получаем:

$$z_{max} = \frac{a}{b} \left(\frac{1}{\sin \theta} - 1.0 \right). \quad (9)$$

Таким образом, моделируя поведение луча в плоскости (w, z) , мы можем использовать приведенные формулы для определения положения точки максимального опускания луча (w_{max}, z_{max}) .

3. Формула для нахождения угла падения луча на границу раздела

Рассмотрим уравнение (3) относительно координат (w, z) :

$$(a + bz)^2 + \left[b \left(w - \frac{(a+b\bar{z})}{b \tan \theta} \right) \right]^2 = \frac{(a+b\bar{z})^2}{\sin^2 \theta}. \quad (10)$$

После соответствующих преобразований, применяя тригонометрические формулы, приходим к выражению вида:

$$(a + bz)^2 + b^2 w^2 - 2bw \frac{(a+b\bar{z})}{\tan \theta} = (a + b\bar{z})^2; \quad (11)$$

Отсюда определяем угол θ :

$$\tan \theta = r1/r2, \quad (12)$$

где $r1 = 2w(a + b\bar{z})$

и $r2 = (z - \bar{z})(2a + bz + b\bar{z}) + bw^2$.

4. Пример применения явных формул

Полученные формулы использовались на практике для данных локальной сейсмичности, зарегистрированной сетью региональных наблюдений, расположенной в южной сейсмической зоне Исландии. Данные были предоставлены Метеорологическим офисом Исландии в рамках совместного исследовательского проекта, поддержанного фондом RANNIS ID-152432-051. Расстояния от эпицентров (проекции источников на земную поверхность) до постоянно действующих приёмников варьировались от 5 до 100 км (Рис. 3).

В Табл. 1 приведена небольшая выборка значений, посчитанных для определённых источников и приёмников, расстояние между которыми достаточно большое для прямого прохождения луча от источника к приёмнику.

Рис. 4 иллюстрирует, что соответствующие траектории лучей включают положение точки его максимального опускания.

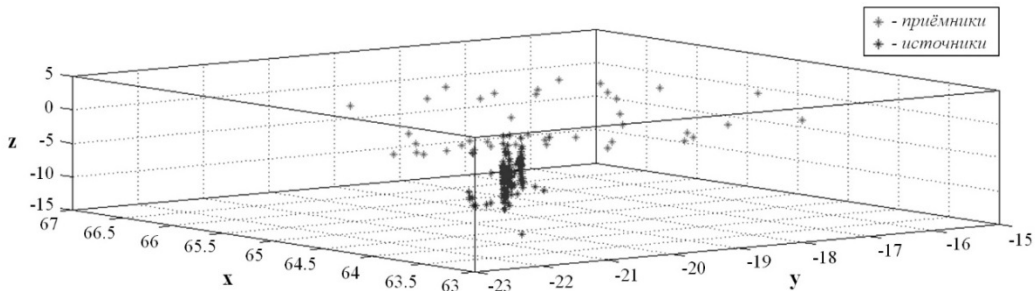
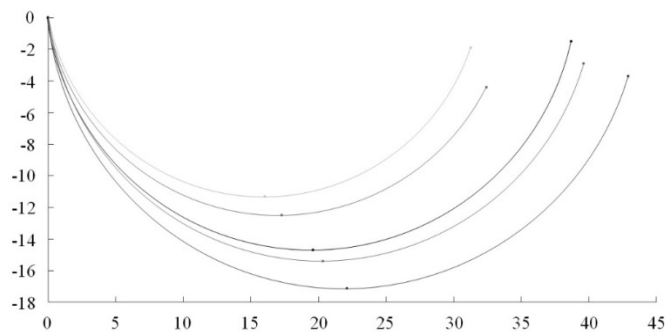


Рис. 3. Пример сейсмических данных

Источники и приёмники обозначены темно-серым и серым цветом

Табл. 1. Параметры траекторий лучей, вычисленные для выборки сейсмических данных

станция	Z_{max}	W_{max}	θ	глубина	эпицентральное расстояние
Hau	12.4865770	17.2813225	0.319398791	4.4	32.4136772
Hei	17.1106834	22.0989037	0.253079265	3.7	42.8926048
Hau	11.3059006	16.0329971	0.342429072	1.9	31.2556458
Kro	14.6913977	19.5900269	0.283867538	1.5	38.6784210
Kro	15.3930874	20.3199387	0.274182767	2.9	39.5899811

Рис. 4. Траектории лучей в плоскости (u, z)

Заключение

При моделировании траектории лучей в упругих средах при определённых положениях источника и приёмника угол падения луча на плоскую границу раздела достигает критического значения, луч возвращается в исходную среду, поэтому формулы расчёта (2)-(3) не могут быть явно применены. В настоящей работе мы разработали эти формулы, рассмотрев максимальную глубину опускания луча в среде, описываемой линейным градиентом, получив явные выражения для координат соответствующей точки, описываемых формулами (7)-(9), и для вычисления угла падения луча на границу двух сред, формула (12).

В сейсмической томографии среда часто приближается блоковой структурой как наиболее реальной отражающей её геологическое строение. Размер блока определяется физическими условиями и часто не может быть уменьшен. При достаточно большом размере блока точка максимального опускания луча может оказаться внутри блока, и тогда при решении прямой задачи соответствующая траектория луча внутри блока должна быть вычислена с учётом этого условия. Знание координаты точки максимальной глубины луча позволяет программировать его поведение в пространстве, определять параметры структуры среды, соответствующие его прохождению. Таким образом, можно сделать вывод, что игнорирование деталей взаимного расположения источника и приёмника может привести к несоответствию значений физических величин, посчитанных в модели, и реальных экспериментальных значений.

Рассмотренные в работе решения могут также иметь практическое применение для виртуального сканирования в промышленности изделий, имеющих плоскопараллельную структуру. Для известных параметров модели могут быть просчитаны множество траекторий лучей, включая анализируемую в работе траекторию.

Интересным приложением может быть задача изучения анизотропии свойств кристаллов [14] с учётом того, что квазипродольные волны содержат продольную составляющую.

Литература

1. Заглянуть в металл: теперь это просто / В.Г. Шевалдыкин [и др.] // В мире НК. 2008. № 1(39). С. 46-53.
2. Passive seismic tomography using induced seismicity at a petroleum field in Oman / H. Zhang [et al.] // Geophysics. 2009. Vol. 74(6). WCB57-WCB69. DOI: 10.1190/1.3253059
3. An updated numerical model of the Larderello-Travale geothermal system, Italy / P. Romagnoli [et al.] // Geothermics. 2010. Vol. 39. P. 292-313.
4. Zhang H., Thurber C.H. Double-difference tomography: The method and its application to the Hayward fault, California // Bulletin of the Seismological Society of America. 2003. Vol. 93 P. 1875-1889.
5. Smaglichenko T.A., Shigeki H., Kaori T. A differentiated approach to the seismic tomography problem: method, testing and application to the western Nagano fault area (Japan) // International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation (Elsevier). 2012. Vol. 16. P. 27-41.
6. Протасов М.И., Сердюков А.С., Чеверда В.А. Оптимальная параметризация трансверсально-изотропной среды для обращения времён первых вступлений для системы наблюдений вертикального сейсмического профилирования с выносными источниками // Технологии сейсморазведки. 2010. №3. С. 25-31.
7. Sonic Logging While Drilling - Shear Answers / J. Alford [et al.] // Oilfield Review Spring. 2012. P. 4-15.
8. Smaglichenko T.A., Modification of Gaussian elimination for the complex system of seismic observations // Complex systems. 2012. Vol. 20(3). P. 229-241.

9. Seismic tomography. With Applications in Global Seismology and Exploration Geophysics / Edited by G. Nolet // Netherlands: Springer, 1987. 386 p.
10. Бурмаков Ю.А., Облогина Т.И. Сейсмические лучи и годографы в трёхмерно-неоднородных средах // Известия АН СССР. Физика Земли. 1971. №1. С.37-45.
11. Цецохо В.А., Белоносова А.В., Белоносов А.С. Расчётные формулы линейного геометрического расхождения при лучевом трассировании в трёхмерной блоково-неоднородной градиентной среде // Сибирский журнал вычислительной математики. 2009. Т. 12, № 3. С. 325-339.
12. Антонова Л.Н., Матвеева Н.Н. Кинематика волн в трёхмерных блоково-градиентных средах // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Л. 1975. С. 78-89.
13. Петрашень Г.И. Элементы динамической теории распространения сейсмических волн // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Л. 1959. С.11-107.
14. Особенности прохождения квазипродольных упругих волн через границу раздела изотропной и анизотропной сред: теоретическое и экспериментальное исследование / А.Н. Никитин [и др.] // Кристаллография. 2012.Т. 57, № 4. С. 628-637.

Смагличенко Татьяна Александровна. Федеральное государственное бюджетное учреждение науки “Институт проблем нефти и газа Российской академии наук (ИПНГ РАН)” г. Москва, Россия. Старший научный сотрудник, кандидат физико-математических наук. Количество печатных работ: 67. Область научных интересов: компьютерная томография, геофизика. E-mail: tasmaglichr@gmail.com

Смагличенко Александр Вадимович. Федеральное государственное бюджетное учреждение науки “Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН)” г. Москва, Россия. Ведущий инженер. Количество печатных работ: 26. Область научных интересов: математическое моделирование, сейсмическая разведка. E-mail: losaeylin@gmail.com

Генкин Аркадий Львович. Федеральное государственное бюджетное учреждение науки “Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН)” г. Москва, Россия. Ведущий научный сотрудник, доктор технических наук. Количество печатных работ:120. Область научных интересов: имитационное моделирование, информационные технологии, металлургия. E-mail: algenkin@yandex.ru

Саянкина Мария Константиновна. Федеральное государственное бюджетное учреждение науки “Институт проблем нефти и газа Российской академии наук (ИПНГ РАН)” г. Москва, Россия. Младший научный сотрудник. Количество печатных работ:11. Область научных интересов: программирование, геофизика. E-mail: msayankina@gmail.com

Simulation of the ray path in techniques for imaging of elastic medium

Smaglichenko T.A.^I, Smaglichenko A.V.^{II}, Genkin A.L.^{II}, Sayankina M.K.^I

^IResearch Oil and Gas Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

^{II}V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

When solving a wide range of tasks of industrial ultrasonic tomography, material science, seismic tomography there is a problem when the model values of physical quantities differ from the real one. Therefore a focus of many studies are computational formulas, are describing the model having known parameters. In this paper, solutions are considered that determine the ray path from a point source to a selected point in an elastic medium. By using formulas to calculate the position of a ray in space when propagating a longitudinal wave in a gradient medium, we derived explicit formulas for calculating the point of maximum descent of the ray when the receiver is at some limited distance from the source, and also for calculating of the angle of incidence at the surface. The results of application to a small sample of data are presented. Formulas are of practical interest for programming ray traces in a layered homogeneous medium that can be approximated by a continuous gradient.

Key words: computational schemes, tomography, ray path, gradient model

DOI 10.14357/20718632180305

References

1. Look into the metal: now it's easy / V.G. Shevaldykin [et al.] // In the world NK. 2008. № 1 (39). P. 46-53.
2. Passive seismic tomography using induced seismicity at a petroleum field in Oman / H. Zhang [et al.] // Geophysics. 2009. Vol. 74(6). WCB57-WCB69. DOI: 10.1190/1.3253059
3. An updated numerical model of the Larderello–Travale geothermal system, Italy / P. Romagnoli [et al.] // Geothermics. 2010. Vol. 39. P. 292-313.

4. Zhang H., Thurber C.H. Double-difference tomography: The method and its application to the Hayward fault, California // *Bulletin of the Seismological Society of America*. 2003. Vol. 93 P. 1875-1889.
5. Smaglichenko T.A., Shigeki H., Kaori T. A differentiated approach to the seismic tomography problem: method, testing and application to the western Nagano fault area (Japan) // *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation* (Elsevier). 2012. Vol. 16. P. 27-41.
6. Protasov MI, Serdyukov AS, Cheverda V.A. Optimal parametrization of a transversally isotropic medium for reversing the times of the first arrivals for a system of observations of vertical seismic profiling with remote sources // *Technology of seismic prospecting*. 2010. № 3. P. 25-31.
7. Sonic Logging While Drilling - Shear Answers / J. Alford [et al.] // *Oilfield Review* Spring. 2012. P. 4-15.
8. Smaglichenko T.A., Modification of Gaussian elimination for the complex system of seismic observations // *Complex systems*. 2012. Vol. 20(3). P. 229-241.
9. Seismic tomography. With Applications in Global Seismology and Exploration Geophysics / Edited by G. Nolet // *Netherlands: Springer*, 1987. 386 p.
10. Burmakov Yu.A., Oblogina TI Seismic rays and hodographs in three-dimensional inhomogeneous media // *Izvestiya AN SSSR. Physics of the Earth*. 1971. №1. C.37-45.
11. Tsetsokho V.A., Belonosova A.V., Belonosov A.S. Calculation formulas of linear geometrical spreading at ray tracing in a 3D block-inhomogeneous gradient medium // *Siberian J. Num. Math. / Sib. Branch of Russ. Acad. of Sci.* — Novosibirsk, 2009. — Vol. 12, № 3. — P. 325–339.
12. Antonova L, Matveeva N. Wave Kinematics in Three Dimensional Block Gradient Medium. In: *Questions of Dynamic Theory of Seismic Wave Propagation*. Leningrad: Nauka; 1975. p. 78–88.
13. Petrashev G.I. Elements of the Dynamic Theory of Seismic Wave Propagation // *Questions of the Dynamic Theory of Seismic Wave Propagation*. L. 1959. P.11-107.
14. Features of pathing of quasilongitudinal elastic waves through the boundary between isotropic and anisotropic media: theoretical and experimental research. Nikitin [and others] // *Crystallography*. 2012. T. 57, No. 4. P. 628-637.

T.A. Smaglichenko. PhD. Research Oil and Gas Institute of Russian Academy of Sciences, 3 Gubkina str., Moscow, 119333, Russia. E-mail: tasmaglichr@gmail.com

A.V. Smaglichenko. Lead Engineer. V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, 65 Profsoyuznaya str., Moscow, 117997, Russia. E-mail: losaeylin@gmail.com

A.L. Genkin. Professor. V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, 65 Profsoyuznaya str., Moscow, 117997, Russia. E-mail: algenkin@yandex.ru

M.K. Sayankina. Junior researcher. Research Oil and Gas Institute of Russian Academy of Sciences, 3 Gubkina str., Moscow, 119333, Russia. E-mail: msayankina@gmail.com