# Машинное обучение нейро-нечеткой системы на основе нечеткого значения истинности*

В. Г. Синюк, С. В. Кулабухов

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова», г. Белгород, Россия

**Аннотация.** В работе описываются нейро-нечеткие системы, в которых вывод осуществляется продукционными системами логического типа на основе нечеткого значения истинности. Для обучения таких систем рассматривается применение эволюционной стратегии ($\mu$, $\lambda$). Описывается ряд особенностей реализации системы. Приводятся результаты вычислительного эксперимента, состоящего в аппроксимации функциональной зависимости нейро-нечеткой системой, обучением и оценкой качества.

**Ключевые слова:** нечеткие системы, нейро-нечеткие системы, эволюционные стратегии.

**DOI** 10.14357/20718632200101

## Введение

Теоретические основы нечеткого вывода были введены Заде в [1]. С тех пор предложены и другие решения этой задачи. Самыми популярными в приложениях являются подходы, представленные Мамдани [2], Ларсеном [3], Такаги и Сугено [4], Цукамото [5]. Эти решения, как правило, используются из-за простоты и эффективности их реализации. Вместе с тем эти методы не в полной мере соответствуют теории Заде из-за значительного упрощения. Причина может быть замечена для систем со многими нечеткими входными значениями.

В современных пакетах нечеткого моделирования [6] вывод осуществляется только при четких значениях входных переменных системы. Однако во многих прикладных задачах входные данные содержат либо нечисловые (лингвистические) оценки [7, 8], либо входные сигналы поступают зашумленными [9, 10]. Как в первом, так и во втором случае входные данные формализуются функциями принадлежности, т.е. представляют собой нечеткие входы. В [9, 10] был рассмотрен вывод при нечетких входах с полиномиальной сложностью. Но, как было показано, решение возможно только для систем типа Мамдани, когда в качестве t-нормы используются операции взятия минимума или произведения.

В то же время вычислительная сложность вывода для отдельного правила по [1] в случае нечетких входных значений экспоненциально зависит от количества посылок в антецеденте правила. Например, при решении задач с помощью интеллектуального анализа данных для классификации генов возникают правила с несколькими сотнями посылок [11, 12], и в этом случае вывод по [1] не может быть осуществлен за практически приемлемое время.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант №20-07-00030

Важным преимуществом подхода к нечеткому выводу, предлагаемого в статье, является вывод в рамках единого пространства истинности для всех посылок. Это достигается за счет преобразования отношений между фактом и посылкой в так называемое нечеткое значение истинности. Приведение всех отношений между различными фактами и посылками в одно нечеткое пространство истинности упрощает вычисление составной функции истинности, уменьшая зависимость его сложности от количества входов до линейной, поэтому данный подход лишен проблем многомерного анализа и лучше подходит для решения задач интеллектуального анализа.

# 1. Нечеткий вывод на основе нечеткого значения истинности

## 1.1. Постановка задачи нечеткого вывода

Задача, которая решается с помощью нечеткой продукционной системы, формулируется следующим образом. Рассмотрим систему с $n$ входами $x = [x_1, \ldots, x_n]$ и одним выходом $y$. Взаимосвязь входов и выхода описывается с помощью $N$ нечетких правил, представленных в виде

$$R_k : \text{Если } x_1 \text{ есть } A_{1k} \text{ и} \ldots \text{и } x_n \text{ есть } A_{nk} \text{ то } y \text{ есть } B_k, \quad k = \overline{1,N}, \qquad (1)$$

где $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X} = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$, $y \in Y$ и $\boldsymbol{A_k} = A_{1k} \times A_{2k} \times \ldots \times A_{nk} \subseteq \boldsymbol{X}$, $B_k \subseteq Y$ являются нечеткими множествами.

Особенность систем логического типа, согласно классификации, произведенной в [1], состоит в том, что правила (1) формализуются с использованием нечеткой импликации в виде нечеткого ($n$+1)-арного отношения $R_k \subseteq X_1 \times \ldots \times X_n \times Y$ следующим образом:

$$R_k = A_{1k} \times \ldots \times A_{nk} \times Y \to X_1 \times \ldots \times X_n \times B_k, \; k = \overline{1,N}, \qquad (2)$$

где «→» – нечеткая импликация, выражающая причинно-следственную связь между антецедентом «$x_1$ есть $A_{1k}$ и … и $x_n$ есть $A_{nk}$» и консеквентом «$y$ есть $B_k$». Ставится задача – определить нечеткий вывод $B^{'}_k \subseteq Y$ для системы, представленной в виде (1), если на входах – нечеткие множества $\boldsymbol{A}^{'} = A^{'}_1 \times \ldots \times A^{'}_n \subseteq X$ или $x_1$ есть $A^{'}_1$ и … и $x_n$ есть $A^{'}_n$. Сложность выражения (2) – O(|X|$^{n}$|Y|).

## 1.2. Метод вывода на основе нечеткого значения истинности

Используя правило истинностной модификации [13], можно записать

$$\mu_{A'}(x) = \tau_{A/A'}(\mu_A(x)),$$

где $\tau_{A/A'}(\cdot)$ – нечеткое значение истинности нечеткого множества $A$ относительно $A^{'}$, которая представляет собой совместимость CP($A$, $A$') терма $A$ по отношению $A^{'}$ [14, 15]:

$$\tau_{A/A'}(t) = \mu_{\mathrm{CP}(A,A')}(t) = \sup_{\substack{\mu_A(x)=t \\ x \in X}} \{\mu_{A'}(x)\}, \quad t \in [0,1]. \quad (3)$$

Перейдем от переменной $x$ к переменной $t$, обозначив $t = \mu_A(x)$. Получим

$$\mu_{A'}(x) = \tau_{A/A'}(\mu_A(x)) = \tau_{A/A'}(t).$$

Тогда обобщенное правило modus ponens для систем с одним входом можно записать в следующем виде:

$$\mu_{B^{'}_k}(y) = \sup_{t \in [0,1]} \left\{ \tau_{A/A'}(t) \overset{\mathrm{T}}{*} I(t, \mu_{B_k}(y)) \right\}, \; k = \overline{1,N}. \quad (4)$$

Для обобщения (4) для систем с $n$ входами с учетом их независимости в [11, 16] доказано, что нечеткое значение истинности антецедента правила (1) $\boldsymbol{A_k}$ относительно входов $\boldsymbol{A}^{'}$ определяется как

$$\tau_{\boldsymbol{A_k}/\boldsymbol{A}^{'}}(t) = \underset{i=\overline{1,n}}{\mathbf{T}} \tau_{A_{ki}/A^{'}_i}(t_i), \quad t_i \in [0,1], \qquad (5)$$

где $\mathbf{T}$ – расширенная по принципу обобщения $n$-местная t-норма.

Выражение (5) характеризуется сложностью порядка O($n$|$t$|$^2$). С учетом (5) вывод выходного значения $B^{'}$ на основе нечеткого значения истинности для систем с $n$ входами (1) примет вид:

$$\mu_{B^{'}_k}(y) = \sup_{t \in [0,1]} \left\{ \tau_{\boldsymbol{A_k}/\boldsymbol{A}'}(t) \overset{\mathrm{T}}{*} I(t, \mu_{B_k}(y)) \right\}, \; k = \overline{1,N}. \quad (6)$$

Полученное соотношение (6) показывает, что применение нечеткого значения истинности дает возможность избежать экспоненциальную сложность при использовании вывода логического типа на основе (2), который является алгоритмом полного перебора. Причем при доказательстве (5) в [11, 16] не накладываются дополнительные упрощения, кроме условия независимости входов.

### 1.3. Вывод выходного значения для базы правил

Рассмотрим вывод выходного значения для $N$ правил (1), с использованием метода дефаззификации по центру тяжести [9, 10]:

$$\bar{y} = \sum_{k=\overline{1,N}} \bar{y}_k \cdot \mu_{B'}\left(\bar{y}_k\right) / \sum_{k=\overline{1,N}} \mu_{B'}\left(\bar{y}_k\right), \qquad (7)$$

где $\bar{y}$ – четкий выход системы, состоящей из $N$ правил (1); $\bar{y}_k, k=\overline{1,N}$ – центры (мода) функций принадлежности $\mu_{Bk}(y)$, значение в которых

$$\max_y \left\{\mu_{B_k}\left(y\right)\right\} = 1.$$

Нечеткое множество $B'$ получается при логическом подходе с помощью операций пересечения [9] в соответствии с выражением:

$$B' = \bigcap_{j=\overline{1,N}} B'_j.$$

Функция принадлежности $B'$ вычисляется с использованием t-нормы:

$$\mu_{B'}\left(y\right) = \underset{j=\overline{1,N}}{\mathrm{T}} \{\mu_{B'_j}\left(y\right)\}. \qquad (8)$$

Из формул (4), (6) получаем

$$\bar{y} = \frac{\sum\limits_{k=\overline{1,N}} \bar{y}_k \cdot \underset{j=\overline{1,N}}{\mathrm{T}} \left\{ \sup\limits_{t\in[0,1]} \left[ \tau_{\mathbf{A}_j/\mathbf{A}'}\left(t\right) \overset{\mathrm{T}}{*} I\left(t, \mu_{B_j}\left(\bar{y}_k\right)\right) \right] \right\}}{\sum\limits_{k=\overline{1,N}} \underset{j=\overline{1,N}}{\mathrm{T}} \left\{ \sup\limits_{t\in[0,1]} \left[ \tau_{\mathbf{A}_j/\mathbf{A}'}\left(t\right) \overset{\mathrm{T}}{*} I\left(t, \mu_{B_j}\left(\bar{y}_k\right)\right) \right] \right\}}.$$

## 2. Обучение нейро-нечеткой системы с использованием эволюционной стратегии (μ, λ)

В данной статье предполагается использование критерия качества вида

$$R = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{1}{M}\sum_{t=1}^{M}\left(\bar{y}^{(t)} - d^{(t)}\right)^2}, \qquad (9)$$

где $\bar{y}^{(t)}$ – результат вывода системы при данных значениях параметров и входных значениях $<\mu_{A'1}{}^{(t)}(x)$, $\mu_{A'2}{}^{(t)}(x)$, …, $\mu_{A'n}{}^{(t)}(x)>$; $l = \sup(Y) - \inf(Y)$ – ширина области значений $Y$ выходной переменной $y$. Перейдем к рассмотрению возможных параметров, которые могут изменяться при обучении системы.

Во-первых, в (7) веса всех правил неявно положены равными 1. Их можно учесть, если, например, умножить выражение под знаком суммы в числителе и знаменателе на вес соответствующего правила. Далее вес $k$-го правила будем обозначать $w_k$. Во-вторых, обучению можно подвергать и параметры функций принадлежности. Для этого следует заранее определить тип функций принадлежности, а параметры этих функций (возможно, не все) включить во множество обучаемых параметров системы. Рассмотрим случай, когда все термы описываются гауссовыми функциями принадлежности с двумя параметрами, математическим ожиданием $m$ и дисперсией $\sigma^2$. Для наглядности включим эти параметры в число аргументов функций принадлежности; нижний индекс параметра будет обозначать терм, к функции принадлежности которого относится данный параметр. Покажем, как изменится выражение критерия качества (9) в этом случае. Подставляя в (9) выражение (7) с весами правил, получим

$$R\left(\vec{w},\vec{m},\vec{\sigma}\right) = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{1}{M}\sum_{t=1}^{M}\left(\frac{\sum\limits_{k=\overline{1,N}} w_k m_{B_k} \mu_{B'}\left(\bar{y}_k,\vec{m},\vec{\sigma}\right)}{\sum\limits_{k=\overline{1,N}} w_k \mu_{B'}\left(\bar{y}_k,\vec{m},\vec{\sigma}\right)} - d^{(t)}\right)^2}, \qquad (10)$$

где, согласно (8), (3), (5) и (6),

$$\mu_{B'}\left(\bar{y}_k,\vec{m},\vec{\sigma}\right) = \underset{j=\overline{1,N}}{\mathrm{T}} \left\{ \sup_{t\in[0,1]} \left[ \left( \underset{i=\overline{1,n}}{\mathbf{T}} \sup_{\substack{\mu\left(x, m_{A_{ji}}, \sigma_{A_{ji}}\right)=t \\ x\in X}} \left\{\mu_{A'_i}\left(x\right)\right\} \right) \overset{\mathrm{T}}{*} I\left(t, \mu\left(m_{B_k}, m_{B_j}, \sigma_{B_j}\right)\right) \right] \right\}, \qquad (11)$$

где $\mu(x, m, \sigma) = \exp(-(x - m)^2 / \sigma^2)$ – значение гауссовой функции принадлежности с математическим ожиданием $m$ и дисперсией $\sigma^2$ в точке $x$, $\vec{w} = (w_1, w_2, \ldots, w_N)$ – веса правил, $\vec{m} = (m_{A11}, \ldots, m_{A1n}, \ldots, m_{AN1}, \ldots, m_{ANn}, m_{B1}, \ldots, m_{BN})$ – математические ожидания функций принадлежности, $\vec{\sigma}^2 = (\sigma_{A11}^2, \ldots, \sigma_{A1n}^2, \ldots, \sigma_{AN1}^2, \ldots, \sigma_{ANn}^2, \sigma_{B1}^2, \ldots, \sigma_{BN}^2)$ – дисперсии функций принадлежности.

Задача обучения состоит в поиске условного минимума функции $R(\vec{w},\vec{m},\vec{\sigma})$ на множестве допустимых значений параметров. В данной статье для решения этой задачи рассматривается применение эволюционной стратегии (μ, λ) [9]. Выбор в пользу этого метода оптимизации обусловлен тем, что в общем случае вид функции R($\vec{w},\vec{m},\vec{\sigma}$) неизвестен, как и ее производные. Вычисление результата отдельных этапов предложенного метода вывода в общем случае не может быть представлено аналитически, особенно если входные значения нечеткие, поэтому анализ функции R($\vec{w},\vec{m},\vec{\sigma}$) в общем случае затруднителен. Эволюционные алгоритмы характерны тем, что не требуют каких-либо сведений о целевой функции, должна быть лишь возможность вычислить ее значение в произвольной точке. Из этого семейства алгоритмов предпочтение отдано эволюционным стратегиям, оперирующим вещественными числами без их двоичного кодирования. Стратегия (μ, λ) выбрана благодаря ее большей по сравнению с другими стратегиями устойчивости к сходимости в локальных оптимумах. Структура особи в данной задаче имеет вид вектора вещественных чисел $\vec{u}=\langle\vec{w},\vec{m},\vec{\sigma}\rangle$, в который входят все выбранные для обучения параметры.

### 2.1. Особенности реализации нейро-нечеткой системы

Работа эволюционных алгоритмов так или иначе сводится к перебору значений параметров по некоторым закономерностям. Таким образом, для любого вектора параметров $\vec{u}$ должна иметься возможность вычисления значения критерия качества R($\vec{u}$) = R($\vec{w},\vec{m},\vec{\sigma}$). Однако не каждый вектор параметров является допустимым. В [9] предлагается учитывать ограничения следующим образом: если вектор параметров не удовлетворяет ограничениям, необходимо исключить возможность его участия в скрещивании. Такой подход не учитывает, что все особи популяции могут оказаться недопустимыми для воспроизводства. В данной статье предлагается такое управление работой генетических операторов, при котором все особи популяции принадлежат допустимой области *D*, определяемой ограничениями. Проверка принадлежности вектора параметров $\vec{u}$ допустимой области *D* в данной задаче имеет значительно меньшую вычислительную сложность, чем вычисление значения критерия качества.

В ходе вычислительного эксперимента имели место ограничения в виде границ областей допустимых значений переменных и весов, а также соотношения между параметрами функций принадлежности. Эти ограничения имели вид $p_k$ R $a$ или $p_i$ R $p_j$, где $p_i$, $p_j$, $p_k$ – параметры, $a$ – постоянная величина, R – знак неравенства, то есть все ограничения являлись линейными. Можно показать, что результат скрещивания двух особей, параметры которых удовлетворяют линейным ограничениям, также будет удовлетворять этим ограничениям, так как особи-потомки являются линейными комбинациями родительских особей. Следовательно, соответствие ограничениям должно проверяться только при мутации и при формировании исходной популяции.

При мутации особь $\vec{u}$, полученная в результате скрещивания, подвергается изменению генов путем прибавления к ним случайных величин $\delta\vec{u}$, распределенных по нормальному закону. Мутировавшая особь $\vec{u}$ + $\delta\vec{u}$ может выйти за пределы допустимой области *D*. Однако $\vec{u}\in D$, следовательно, можно подобрать такое число $\alpha\in[0;1]$, что $\vec{u}+\alpha\delta\vec{u}\in D$. Определить это число можно как аналитически (найти такое число для каждого ограничения в отдельности и выбрать минимальное), так и эмпирически (например, положив α = 1 и уменьшая его вдвое, пока не будет выполнено $\vec{u}+\alpha\delta\vec{u}\in D$). Вектор $\vec{u}+\alpha\delta\vec{u}$ можно принять за результат мутации. Однако вполне приемлемой для небольшой размерности $\vec{u}$ может оказаться повторная генерация вектора мутации $\delta\vec{u}$, пока не выполнится $\vec{u}+\delta\vec{u}\in D$. Экспериментально было установлено, что в процессе обучения количество таких повторений убывает со скоростью, сравнимой с экспоненциальной. Формирование исходной популяции, удовлетворяющей системе ограничений, может быть осуществлено такими же методами, сформировав некоторую допустимую особь, и сгенерировав популяцию как результат мутации этой особи.

Другой особенностью является возможное расположение глобального условного оптимума критерия качества в области, далекой от полученного от экспертов начального приближения. То есть, оптимальный в смысле минимума ошибки вектор параметров может приводить к потере исходной семантики базы правил.

Например, оптимальный линейный порядок термов может отличаться от исходного. Такое может произойти вследствие недостаточно полной обучающей выборки, переобучения [9] или неправильно построенной исходной базы знаний. В этих случаях следует ввести дополнительные ограничения, уменьшить количество обучаемых параметров и/или пересмотреть базу правил.

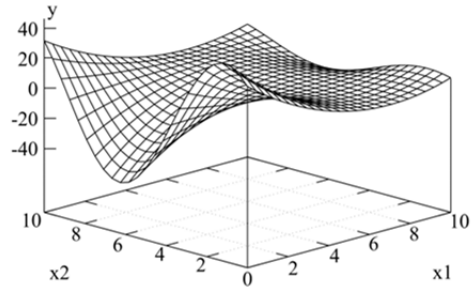


Рис. 1. График эталонной зависимости

## 3. Вычислительный эксперимент

Адекватность подхода проверялась на основе метода, предложенного в [7], то есть аппроксимации некоторой известной эталонной зависимости нечеткой моделью с последующей ее настройкой по выборке, формируемой по исходной зависимости. В качестве эталонной зависимости принималась функция двух переменных $f(x_1, x_2) = (x_1 - 7)^2 \cdot \sin(0.61x_2 - 5.4)$ на множестве [0;10] × [0;10]. График функции представлен на Рис. 1.

Составляемая по виду графика функции база нечетких правил подлежит настройке, при этом рассматривается как четкая, так и нечеткая обучающие выборки. Четкая обучающая выборка формируется посредством случайного выбора точки $(x_1^{(i)}, x_2^{(i)})$ в рассматриваемой области определения и вычисления ожидаемого выхода как значения функции $d^{(i)} = (x_1^{(i)}, x_2^{(i)})$ в этой точке. Таким же образом составляется тестовая выборка. Нечеткая выборка получается из четкой заменой значения одной из координат точки лингвистическим термом, функция принадлежности которого имеет в этой точке наибольшее значение по сравнению с функциями принадлежности остальных термов. Нейро-нечеткая система, использовавшаяся в эксперименте, описывается выражениями (10) и (11). В качестве t-нормы применялась операция взятия минимума, а в качестве импликации – импликация Алиева:

$$I\left(t, \mu_{B_k}(y)\right) = \\ = \begin{cases} 1, \quad \text{если} \quad t \le \mu_{B_k}(y), \\ \mu_{B_k}(y) / \left(t + 1 - \mu_{B_k}(y)\right), \text{если} \quad t > \mu_{B_k}(y). \end{cases}$$

Входам $x_1$ и $x_2$ поставлены в соответствие лингвистические переменные, значения которых характеризуются тремя термами – «Низкий» (Н), «Средний» (С), «Высокий» (В), а выход y также может быть «Ниже среднего» (НС) и «Выше среднего» (ВС). Сформированная по виду графика база нечетких правил, наряду с весами правил до ($w_0$) и после настройки по четкой ($w_ч$) и нечеткой ($w_н$) выборке, приведена в Табл. 1. Все функции принадлежности – гауссовы. Их графики до и после настройки приведены на Рис. 2.

Для настройки применялась эволюционная стратегия (μ, λ), в данном случае μ = 40, λ = 160. Начальные приближения весов правил полагались равными единице; центры функций принадлежности равномерно распределялись по области значений соответствующих переменных, а дисперсии приравнивались к 9/400 длины этой области.

Табл. 1. База правил системы

| $x_1$ | $x_2$ | $y$ | $w_0$ | $w_н$ | $w_ч$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Низкий | Низкий | Высокий | 1 | 1 | 1 |
| Низкий | Средний | Низкий | 1 | 0,829 | 1 |
| Низкий | Высокий | Высокий | 1 | 0,257 | 0,143 |
| Средний | — | Средний | 1 | 0,727 | 1 |
| Высокий | Низкий | Выше среднего | 1 | 0,521 | 0,403 |
| Высокий | Средний | Ниже среднего | 1 | 0,414 | 0,685 |
| Высокий | Высокий | Выше среднего | 1 | 0,395 | 0,078 |

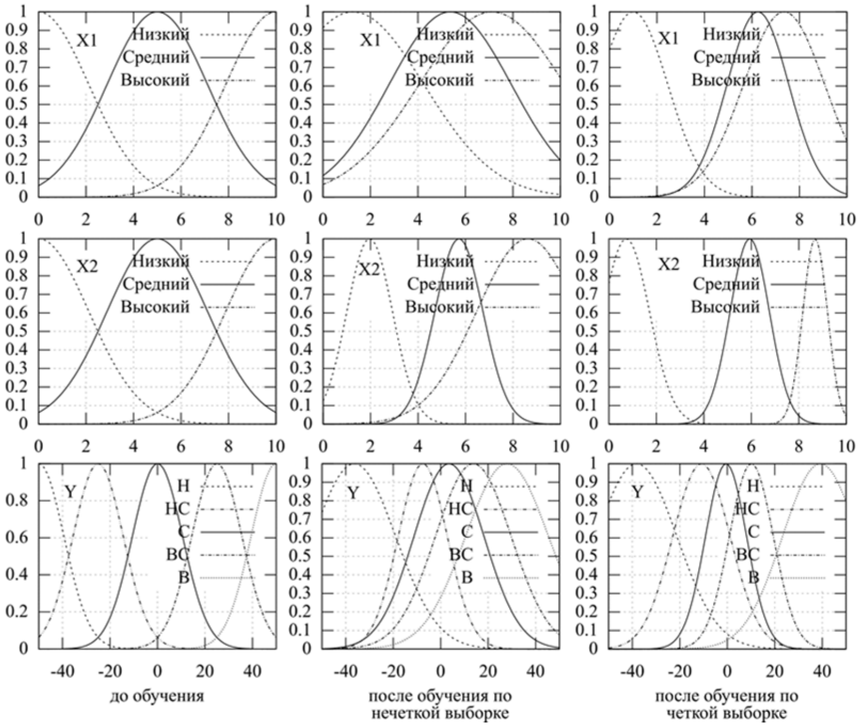


Рис. 2. Графики функций принадлежности

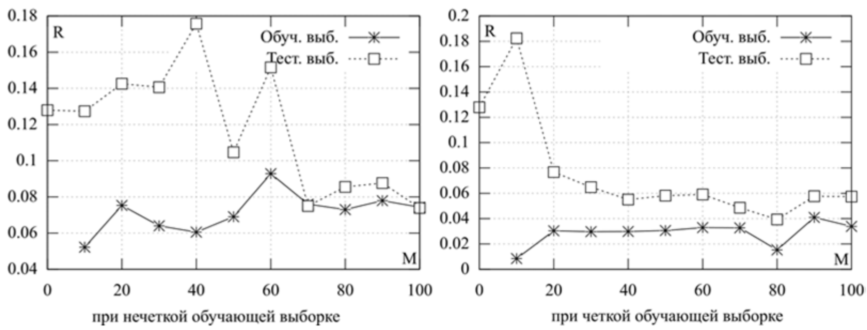


Рис. 3. Зависимость ошибок от размера обучающей выборки

Приведенные выше результаты были получены для размера обучающей выборки, равного 80, тестовая выборка содержала 1000 значений. Зависимость ошибки от размера обучающей выборки, нечеткой и четкой соответственно, приведена на Рис. 3.

Обучение производилось на протяжении 300 поколений. На Рис. 4 представлены кривые обучения для нечеткой и четкой выборок соответственно, отдельно для каждых 150 поколений. Средняя и наименьшая ошибка отложены в линейном масштабе (левая ось ординат), а усредненное среднеквадратическое отклонение генов – в логарифмическом (правая ось ординат). На Рис. 5 приведены результаты испытаний на тестовой выборке в виде разброса точек. Каждой точке соответствует элемент тестовой выборки, ее абсцисса равна выходу модели, а ордината – выходу нейро-нечеткой системы при тех же значениях входов.

## Заключение

Предложенные в работе методы нечеткого вывода реализуются с полиномиальной вычислительной сложностью для продукционных систем логического типа при нечетких входах. Рассмотрено применение эволюционной стра-

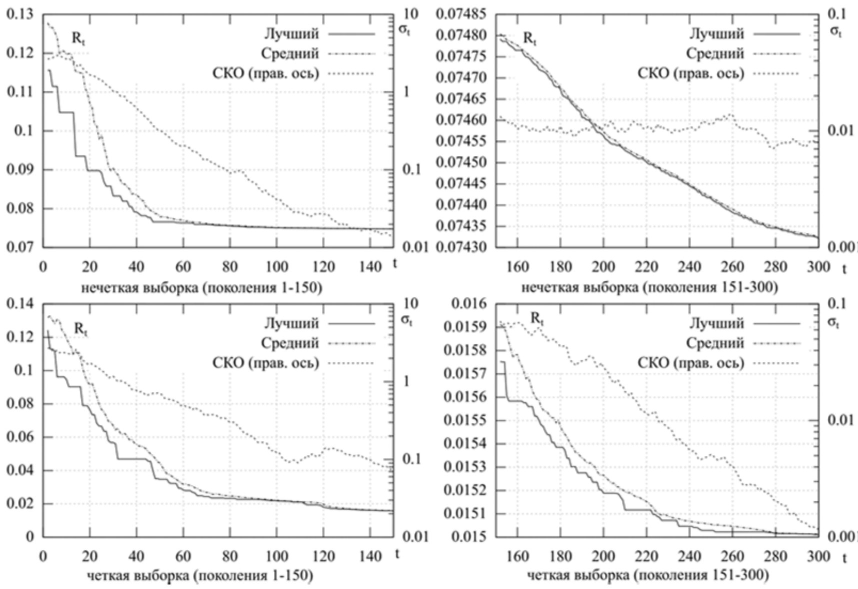


Рис. 4. Кривые обучения

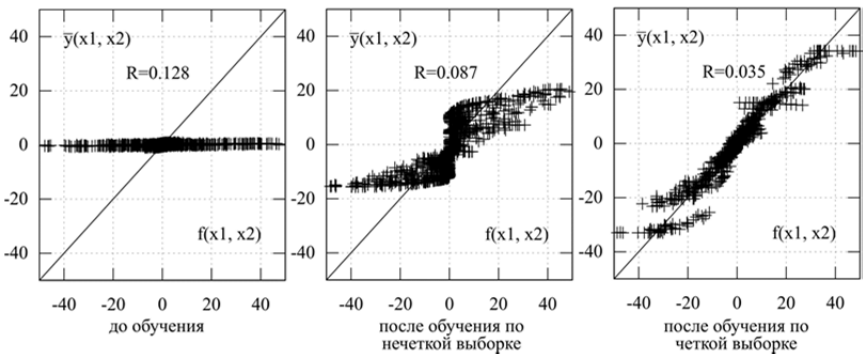


Рис. 5. Разброс точек на тестовой выборке

тегии для обучения системы. Для проверки адекватности предложенных методов проведен вычислительный эксперимент, результаты которого свидетельствуют о приемлемом качестве аппроксимации как для четкой, так и для нечеткой обучающих выборок для конкретной решаемой задачи.

Разработанная нейро-нечеткая система показывает, что нечеткость в экспериментальных данных не является препятствием для ее обучения. Возможность применения нечеткой обучающей выборки предлагаемый подход может найти в медицине, экономике, социологии и других областях, где экспериментальные данные формируются на основе экспертных суждений «Если …, то …».

Направлением дальнейших исследований является оценка эффективности обучения предлагаемой нейро-нечеткой системы при включении во множество настраиваемых параметров различных импликаций и t-норм.

## Литература


1. Zadeh L.A. Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes // IEEE Trans. of Systems, Man and Cybernetics. 1973. Т. SMC-3. № 1. С. 28–42.
2. Mamdani E.H. Application of Fuzzy Algorithm for Control a Simple Dynamic Plant // Proc. IEEE. 1974. Т. 121. № 12. С. 1585–1588.
3. Larsen P.M. Industrial Applications of Fuzzy Logic Control // Intern. J. Man-Machine Studies. 1980. Т. 12. № 1. С. 3–10.

4. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control // IEEE Trans. of System. Man. and Cybernetics. 1985. Т. SMC-15. № 1. С. 116–132.
5. Tsukamoto Y. An Approach to Fuzzy Reasoning Method // Advances in Fuzzy Sets Theory and Applications / ред. M. M. Gupta, R. K. Ragade, R. R. Yager. Amsterdam: North-Holland, 1979. С. 137–149.
6. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. СПб: БХВ – Петербург, 2003. 736 с.
7. Ротштейн А.П., Штовба С.Д. Идентификация нелинейной зависимости нечеткой обучающей выборкой // Кибернетика и системный анализ. 2006. № 2. С. 116–132.
8. Борисов В.В., Круглов В.В., Федулов А.С. Нечеткие модели и сети. 2-е изд. М.: Горячая линия – Телеком, 2012. 285 с.
9. Рутковский Л. Методы и технологии искусственного интеллекта. М.: Горячая линия – Телеком, 2010. 520 с.
10. Рутковская Д., Пилинский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / пер. с польск. М.: Горячая линия – Телеком, 2006. 452 с.
11. Sinuk V.G., Poluakov V.M., Kutsenko D.A. New Fuzzy Truth Value Based Inference Methods for Non-singleton MISO Rule-Based Systems // Proc. of the First Intern. Scientific Conf. «Intelligent Information Technologies for Industry» (IITI'16). Advances in Intelligent Systems and Computing. 2016. Т. 450. С. 395–405.
12. Михелев В.В., Синюк В.Г. Методы вывода для систем логического типа на основе нечеткой степени истинности // Изв. РАН. ТиСУ. 2018. Т. 57. № 3. С. 108–115.
13. Борисов А.Н., Алексеев А.В., Крунберг О.А. и др. Модели принятия решений на основе лингвистической переменной. Рига: Зинатне, 1982. 256 с.
14. Zadeh L.A. PRUF — A Meaning Representation Language for Natural Language // Intern. J. Man-Machine Studies. 1978. Т. 10. № 4. С. 395–460
15. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложение к представлению знаний в информатике. М.: Радио и связь, 1990. 287 с.
16. Куценко Д.А., Синюк В.Г. Методы вывода для систем со многими нечеткими входами // Изв. РАН. ТиСУ. 2015. Т. 54. № 3. С. 375–383.

**Синюк Василий Григорьевич**. Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова» (БГТУ им. В.Г. Шухова), г. Белгород, Россия. Профессор кафедры ПО ВТ и АС. Кандидат технических наук, доцент. Количество печатных работ: 120 (в т. ч. 3 монографии). Область научных интересов: интеллектуальные системы на основе нечеткой логики. E-mail: vgsinuk@mail.ru.

**Кулабухов Сергей Владимирович**. Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова» (БГТУ им. В.Г. Шухова), г. Белгород, Россия. Аспирант. Количество печатных работ: 2. Область научных интересов: интеллектуальные системы на основе нечеткой логики. E-mail: qlba@ya.ru

## Machine Learning of Neuro-Fuzzy System Based on Fuzzy Truth Value

V. G. Sinuk, S. V. Kulabukhov

Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov», Belgorod, Russia

**Abstract.** The paper addresses the problem of computational complexity of fuzzy inference. An outline of common fuzzy inference methods is provided. Since these methods cannot be used in case of multiple fuzzy inputs due to exponential computational complexity, another inference method is introduced. This method is based on fuzzy truth value, and it is free of the described drawback. The operation of the method is described further. The article provides a formal definition of the method for a single fuzzy rule as well as for multiple rules. Then, the issue of machine learning of such systems is concerned, including the parameters that can undergo adjustment and objective function. In the article, training by means of evolution strategy (μ, λ) is assumed. Finally, the described approach is being assessed in terms of approximation quality of a specific known function.

**Keywords:** Fuzzy Systems, Neuro-fuzzy Systems, Evolution Strategies.

**DOI** 10.14357/20718632200101

## References

1. Zadeh, L.A. 1973. Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes. IEEE Trans. of Systems, Man and Cybernetics. 3(1):28–42.
2. Mamdani, E.H. 1974. Application of Fuzzy Algorithm for Control a Simple Dynamic Plant. Proc. IEEE. 121(12):1585–1588.
3. Larsen, P.M. 1980. Industrial Applications of Fuzzy Logic Control. Intern. J. Man-Machine Studies. 12(1):3–10.

4. Takagi, T. and M. Sugeno. 1985. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. IEEE Trans. of System. Man. and Cybernetics. 15(1):116–132.
5. Tsukamoto, Y. 1979. An Approach to Fuzzy Reasoning Method. Advances in Fuzzy Sets Theory and Applications. North-Holland, Amsterdam. pp. 137–149.
6. Leonenkov, A.V. 2003. Nechyotkoye modelirovaniye v srede MATLAB i fuzzyTECH [Fuzzy modeling in MATLAB and FuzzyTech environment]. Saint Petersburg: BHV – Petersburg. 736 p.
7. Rothstein, A.P. and S.D. Shtovba. 2006. Identifikatsiya nelineynoy zavisimosti nechyotkoy obuchayuschey vyborkoy [Identification of Nonlinear Dependence by Fuzzy Training Set]. Cybernetics and System Analysis. 2:116–132.
8. Borisov, V.V., V.V. Kruglov and A.S. Fedulov. 2012. Nechyotkiye modeli i seti [Fuzzy models and networks]. Moscow: Hot Line – Telecom. 285 p.
9. Rutkowsky, L. 2010. Metody i tekhnologii iskusstvennogo intellekta [Methods and techniques of computational intelligence]. Moscow: Hot Line – Telecom. 520 p.
10. Rutkowska, D., M. Pilinsky and L. Rutkowsky. 2006. Neyronniye seti, geneticheskiye algoritmy i nechyotkiye sistemy [Neural networks, genetic algorithms and fuzzy systems]. Moscow: Hot Line – Telecom. 452 p.
11. Sinuk, V.G., V.M. Polyakov and D.A. Kutsenko. 2016. New Fuzzy Truth Value Based Inference Methods for Non-singleton MISO Rule-Based Systems. In: Proc. of the First Intern. Scientific Conf. «Intelligent Information Technologies for Industry» (IITI'16). Advances in Intelligent Systems and Computing. 450:395–405.
12. Mikhelev, V.V. and V.G. Sinuk. 2018. Metody vyvoda dlya system logicheskogo tipa na osnove nechyotkoy stepeni istinnosti [Inference Methods for Logical-Type Systems Based on Fuzzy Truth Degree]. Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Control Theory and Systems. 57(3):108–115.
13. Borisov, A.N., A.V. Alekseev, O.A. Krunberg et al. 1982. Modeli prinyatiya resheniy na osnove lingvisticheskoy peremennoy [Decision making models based on linguistic variable]. Riga: Zinatne. 256 p.
14. Zadeh, L.A. 1978. PRUF — A Meaning Representation Language for Natural Language. Intern. J. Man-Machine Studies. 10(4):395–460.
15. Dobuis, D. and H. Prade. 1990. Teoriya vozmozhnostey. Prilozheniye k predstavleniyu znaniy v informatike [Possibility theory. Applications to the representation of knowledge in Informatics]. Moscow: Radio and Communication. 287 p.
16. Kutsenko, D.A. and V.G. Sinuk. 2015. Metody vyvoda dlya system so mnogimi nechyotkimi vhodami [Inference method for systems with multiple fuzzy inputs]. Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Control Theory and Systems. 54(3):375–383.

**Sinuk V.G.** PhD, associate professor. Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov», 46 Kostyukova Street, Belgorod, Russia. E-mail: vgsinuk@mail.ru

**Kulabukhov S.V.** Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov», 46 Kostyukova Street, Belgorod, Russia. E-mail: qlba@ya.ru