

Управление двухроторным механизмом в условиях неполной информации

А. С. Антипов, С. А. Краснова

Федеральное государственное бюджетное учреждение Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН), г. Москва, Россия

Аннотация. В качестве объекта управления рассматривается двухроторная механическая система, поведение которой во многом аналогично поведению реального технического устройства – вертолета. В условиях параметрической неопределенности модели объекта управления и действия неконтролируемых возмущений ставится задача слежения обобщенных координат (углов рысканья и тангажа) за заданными сигналами. При синтезе закона управления используются принцип декомпозиции и нелинейные S-образные обратные связи в виде сигма-функций. В предположении наличия датчиков только угловых положений для оценивания угловых скоростей строится наблюдатель состояния пониженного порядка с сигмоидальными корректирующими воздействиями. Показано, что использование сигма-функций в обратных связях обеспечивает: близкие к апериодическим переходные процессы регулируемых переменных; отслеживание заданных сигналов ϵ -инвариантно по отношению к имеющимся неопределенностям без расширения пространства состояний за счет внутренних моделей; возможность учитывать проектные ограничения по скорости и управлению на стадии синтеза. Приведенные результаты компьютерного моделирования подтверждают эффективность разработанных алгоритмов.

Ключевые слова: TRMS, система слежения, декомпозиционные методы, параметрическая неопределенность, внешние возмущения, инвариантность, наблюдатель состояния.

DOI 10.14357/20718632200107

Введение

Двухроторная мехатронная система (далее TRMS – от англ. Twin Rotor MIMO System) служит для апробации алгоритмов управления, в том числе для их последующего применения в реальном техническом устройстве – вертолете, поскольку поведение систем во многом аналогично. Механизм TRMS состоит из двух перпендикулярных винтов с индивидуальными исполнительными устройствами (двигателями постоянного тока) и имеет две угловые степени свободы. Сложность управления такой системой обусловлена существенной нелинейностью математической модели и наличием перекрестных связей между винтами. Кроме того, при разработке практикоориентированных алго-

ритмов следует учитывать неопределенность параметров объекта управления и действие внешних, неконтролируемых возмущений, что привлекает внимание многих исследователей к данной проблеме [например, 1–9]. Для синтеза обратной связи в TRMS широко используются нелинейные законы с попыткой обеспечить глобальную стабилизацию. Так, одним из распространенных подходов является линеаризация системы статической обратной связью, в частности, с использованием ПИД-регулятора [1–3]. Подход основан на компенсации составляющих модели, для его реализации необходимо точное знание параметров модели либо их идентификация с достаточной точностью, что на практике может быть затруднительно. Отдельная проблема связана с настройкой пара-

метров ПИД-регулятора, используются модификации данного метода [4], обеспечивающие большую робастность. Альтернативным подходом является метод обратного хода [5, 6], который основан на свойствах пассивности систем и также способен обеспечить робастность. В [7] математическая модель TRMS рассматривалась как линейная многоканальная система с аддитивным вхождением нелинейностей и неопределенностей, а для обеспечения робастной стабилизации использовался метод гомогенизации по обратной связи. Эффективным подходом при наличии параметрических неопределенностей и неизвестных согласованных возмущений является разрывное управление с организацией скользящего режима. Следует заметить, что законы разрывного управления приобретают эвристический характер при их применении в механических системах в качестве управляющих моментов [8–9], а при их использовании в механических системах с учетом динамики электрических исполнительных устройств не дают ожидаемого эффекта, так как возмущения, действующие на механическую систему, не могут быть непосредственно компенсированы.

В данной работе для TRMS при наличии параметрических неопределенностей, действии неконтролируемых внешних возмущений и неполных измерениях рассматривается задача слежения за заданными сигналами угловых положений. Рассматриваемая математическая модель объекта управления включает только механическую подсистему без учета динамики исполнительных устройств. Управляющими воздействиями являются моменты, развиваемые электроприводами, которые, в свою очередь, трактуются как задающие воздействия для исполнительных устройств. Задача синтеза следящего электропривода достаточно разработана и здесь не рассматривается. Для двухроторного механизма синтез закона управления основывается на принципе декомпозиции [10] и строится в рамках блочного подхода [11], согласно которому математическая модель представляется в виде связанных элементарных блоков, в каждом из которых последовательно решается элементарная задача синтеза сначала фиктивных, а потом и истинных управлений. В отличие от стандартных линейных локальных

связей в данной работе используются нелинейные S-образные ограниченные сигмоидальные функции [12–14], которые являются гладкими допредельными реализациями функции знака и позволяют обеспечить инвариантность по отношению к согласованным внешним возмущениям и параметрическим неопределенностям. Формирование управляющих моментов в виде сигма функций согласуется с физикой процесса, в отличие от разрывных управлений, однако инвариантность достигается только с заданной точностью.

В TRMS обычно измеряются обобщенные координаты, но для реализации законов управления в форме обратной связи требуется знать и обобщенные скорости. В связи с этим возникает задача наблюдения, которую решают с помощью модификаций классического наблюдателя Луенбергера [6], а при наличии шумов в измерениях – с помощью расширенного фильтра Калмана [8]. Однако для реализации данных наблюдателей необходимо точно знать параметры модели объекта управления. Кроме того, для синтеза следящей системы при действии внешних возмущений потребуется расширить пространство состояний за счет автономных динамических моделей, имитирующих внешние воздействия (задающие сигналы и возмущения). В данной работе полагается, что задающие сигналы наблюдаются в реальном времени, а их производные трактуются как неизвестные возмущения. Для оценивания обобщенных скоростей строится наблюдатель пониженного порядка с сигмоидальными корректирующими воздействиями [12–14], реализация которого не требует знания параметров модели и использования генератора возмущений. Обобщенные скорости в нем трактуются как неизвестные ограниченные возмущения, а их оценку предоставляют корректирующие воздействия.

1. Постановка задачи

Принципиальная схема двухроторного механизма представлена на Рис. 1.

Система состоит из балки 3, на которой закреплены несущий винт 1 и хвостовой винт 2 с установленными исполнительными устройствами. Балка способна свободно вращаться в горизонтальной и вертикальной плоскостях. К ос-

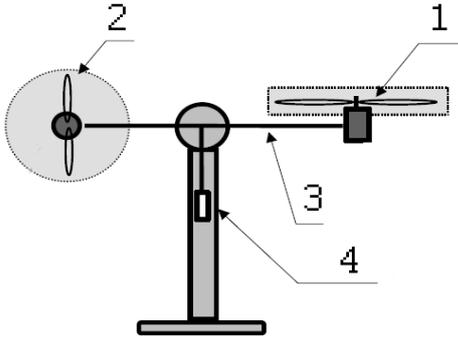


Рис. 1. Схема объекта управления

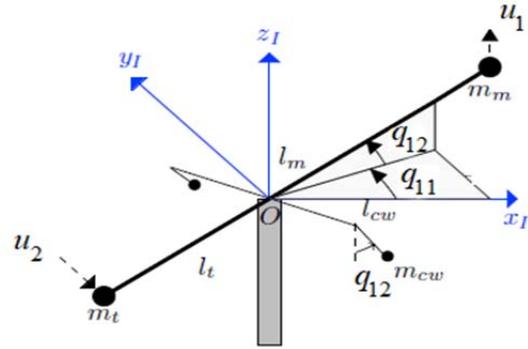


Рис. 2. Представление механизма в декартовой системе координат

нованию балки прикреплены два противовеса 4 с массой на их концах. На Рис. 2 для данного механизма вводится декартова система координат с началом в точке O основания балки. Механизм имеет две степени свободы и две обобщенные координаты: q_{11} – угол рысканья, q_{12} – угол тангажа, которые могут изменяться в следующих интервалах: $0 \leq q_{11} < 2\pi, -\pi/2 \leq q_{12} \leq \pi/2$.

Математическая модель механической подсистемы имеет вид [8]

$$\dot{q}_1 = q_2, \dot{q}_2 = F(q_1, q_2) + B(q_1)(u + \eta(t)), \quad (1)$$

где $q_1 = \text{col}(q_{11}, q_{12}) \in \mathbb{R}^2$ – вектор обобщенных координат, $q_2 = \text{col}(q_{21}, q_{22}) \in \mathbb{R}^2$ – вектор обобщенных скоростей, $|q_{2i}(t)| \leq Q_{2i}, |\dot{q}_{2i}(t)| \leq Q_{3i}$ – проектные ограничения, $t \geq 0, i = 1, 2$;

$$F(q_1, q_2) = \text{col}(f_1, f_2), \quad B(q_1) = \text{diag}(b_1, b_2),$$

$$b_1 = l_1 \cos q_{12} / J_{q_{11}}, \quad b_2 = l_m / J_{q_{12}},$$

$$f_1 = \frac{1}{J_{q_{11}}} \left[(-c_{q_{11}} q_{21} + k_{q_{11}} q_{11}) + J q_{21} q_{22} \sin(2q_{12}) \right],$$

$$f_2 = \frac{1}{J_{q_{12}}} \left[-c_{q_{12}} q_{22} + J \frac{q_{21}}{2} \sin(2q_{12}) - \bar{g}((m_m l_m - m_t l_t) \cos q_{12} + 2m_{cw} l_{cw} \sin q_{12}) \right]$$

$$J_{q_{11}} = (m_m l_m^2 + m_t l_t^2) \cos^2 q_{12} + 2m_{cw} l_{cw}^2 \sin^2 q_{12} + J_z,$$

$$J_{q_{12}} = m_m l_m^2 + m_t l_t^2 + 2m_{cw} l_{cw}^2 + J_x,$$

$$J = m_m l_m^2 + m_t l_t^2 - 2m_{cw} l_{cw}^2,$$

где l_m, l_t – расстояния от несущего и хвостового винтов до центра O соответственно; m_m, m_t – точечные массы несущего и хвостового винтов; l_{cw}

– длина рычагов с противовесами в виде точечных масс m_{cw} на концах; $c_{q_{11}}, c_{q_{12}}, k_{q_{11}}$ – конструктивные константы; J_z, J_x – моменты инерции вращающейся балки относительно осей z и x соответственно; \bar{g} – ускорение свободного падения; $\eta(t) = \text{col}(\eta_1, \eta_2) \in \mathbb{R}^2$ – неконтролируемые возмущения, включающие влияние перекрестных связей; $u = \text{col}(u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$ – вектор управления (движущие силы, возникающие за счет исполнительных устройств), $|u_i(t)| \leq U_i, i = 1, 2$.

Для объекта управления (1) рассматривается задача отслеживания обобщенными координатами $q_1 = \text{col}(q_{11}, q_{12}) \in \mathbb{R}^2$ заданных траекторий $g(t) = \text{col}(g_1, g_2) \in \mathbb{R}^2$ в следующих предположениях:

1) матрицы системы F и B могут содержать параметрические неопределенности, их элементы полагаются ограниченными $|f_i(t)| \leq F_i, 0 < b_{i,\min} \leq b_i(t) \leq b_{i,\max}, t \geq 0, i = 1, 2$;

2) задающие воздействия являются допустимыми $0 \leq g_1(t) < 2\pi, -\pi/2 \leq g_2(t) \leq \pi/2$, их текущие значения $g(t)$ известны, а их производные полагаются неизвестными, ограниченными функциями времени $|\dot{g}_i(t)| \leq G_{li} < Q_{2i}, t \geq 0, i = 1, 2$;

3) внешние возмущения полагаются неизвестными, ограниченными функциями времени $|\eta_i(t)| \leq N_i, i = 1, 2$;

4) генераторы внешних воздействий в построения не вводятся, $G_{li}, N_i < U_i, F_i, b_{i,\min}, i = 1, 2$ – известные константы;

5) измерениям подлежат обобщенные координаты $q_1(t)$, шумы в измерениях отсутствуют или уже отфильтрованы.

Ставится задача синтеза закона управления u в форме динамической обратной связи, обеспечивающей стабилизацию ошибок слежения $e_1(t) = q_1(t) - g(t) \in \mathbb{R}^2$ с заданной точностью Δ_{1i} за заданное время t_{1i}

$$|e_{1i}(t)| \leq \Delta_{1i}, t > t_{1i}, i = 1, 2. \quad (2)$$

Данная задача включает независимое решение двух подзадач:

1) синтез базового закона управления, обеспечивающего (2) в предположении, что весь вектор состояния измеряется;

2) синтез наблюдателя состояния для оценивания обобщенных скоростей по измерению обобщенных координат. Заметим, что построение динамического наблюдателя является альтернативой по отношению к реальному дифференцированию сигналов, которого стараются избегать на практике из-за появления запаздывания в оценивании, а также возбуждения паразитных динамик.

2. Синтез сигмоидального закона управления

Запишем систему (1) относительно ошибки слежения $e_1 = q_1 - g$ и сформируем локальную связь $e_2 = q_2 + M_1 \sigma(K_1 e_1)$, где $M_1 = \text{diag}(m_{11}, m_{12})$, $K_1 = \text{diag}(k_{11}, k_{12})$, $m_{1i} > 0$, $k_{1i} > 0$, $i = 1, 2$, $\sigma(K_1 e_1) = \text{col}(\sigma(k_{11} e_{11}), \sigma(k_{12} e_{12}))$, $\sigma(k_{1i} e_{1i}) = \frac{2}{1 + \exp(-k_{1i} e_{1i})} - 1$ – сигмоидальная

функция. Полученная системам в невязках

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= q_2 - \dot{g} = e_2 - M_1 \sigma(K_1 e_1) - \dot{g}(t), \\ \dot{e}_2 &= \tilde{F}(q_1, q_2, e_1, \dot{e}_1) + B(q_1)(u + \eta), \end{aligned} \quad (3)$$

является основой для синтеза базового закона управления, здесь $\tilde{F} = \text{col}(\tilde{f}_1, \tilde{f}_2)$,

$$\tilde{F}(q_1, q_2, e_1, \dot{e}_1) = F(q_1, q_2) + M_1 \frac{\partial \sigma(K_1 e_1)}{\partial e_1} \dot{e}_1,$$

$$\frac{\partial \sigma(K_1 e_1)}{\partial e_1} = \text{diag} \left(\frac{\partial \sigma(k_{11} e_{11})}{\partial e_{11}}, \frac{\partial \sigma(k_{12} e_{12})}{\partial e_{12}} \right),$$

$$|\tilde{f}_i| \leq \tilde{F}_i = F_i + \frac{1}{2} m_{1i} k_{1i} (Q_{2i} + G_{1i}).$$

Для решения поставленной задачи используем сигмоидальный закон управления

$$u = -M_2 \sigma(K_2 e_2), \quad (4)$$

$$\sigma(K_2 e_2) = \text{col}(\sigma(k_{21} e_{21}), \sigma(k_{22} e_{22})),$$

где $M_2 = \text{diag}(m_{21}, m_{22})$, $K_2 = \text{diag}(k_{21}, k_{22})$, $m_{2i} > 0$, $k_{2i} > 0$, $i = 1, 2$.

Задача синтеза сводится к выбору параметров регулятора (элементов матриц M_i , K_i , $i = 1, 2$), которые обеспечивают следующее поведение переменных замкнутой системы:

$$|e_{2i}(t)| \leq \Delta_{2i}, t > t_{2i} > 0, |e_{1i}(t)| \leq \Delta_{1i}, t > t_{1i} > t_{2i}, i = 1, 2, \quad (5)$$

где Δ_{2i} – точность стабилизации виртуальных переменных e_{2i} , которая задается с учетом ограничений на скорость изменения управляющих воздействий.

Сигмоидальную функцию $\sigma(k_i e_{1i})$ условно можно разделить на следующие части: $|e_{1i}| \leq 3/k_i$, где она близка к линейной функции и $|e_{1i}| > 3/k_i$, где она близка к постоянной функции. Производная сигмоидальной функции имеет вид $\sigma'(k_i e_{1i}) = k_i (1 - \sigma^2(k_i e_{1i})) / 2$. На Рис. 3 представлены графики сигмоидальной функции и ее производной.

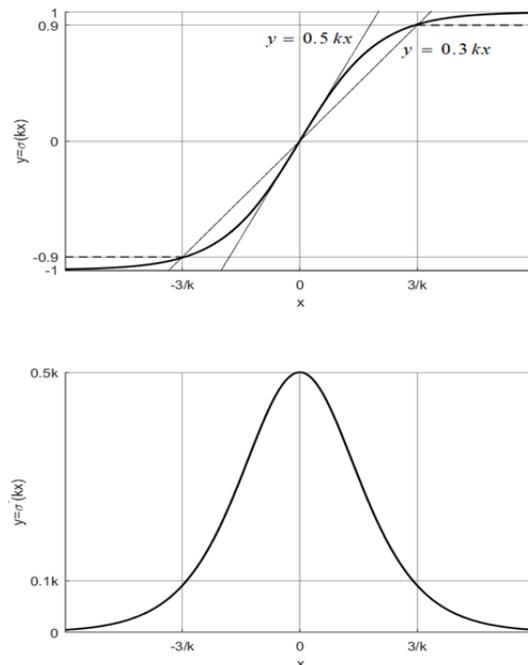


Рис.3. Графики сигмоидальной функции и ее производной

Границу указанного разделения определяют точки $e_{1i} = \pm 3/k_{1i}$, в которых кривизна сигма-функции достигает максимума [13], при этом

$$\sigma(\pm 3) \approx \pm 0,9, \quad \sigma'(\pm 3) \approx 0,1k_{1i}. \quad (6)$$

Вне областей (5) будем считать, что модуль сигмоидальной функции снизу ограничен постоянной $|\sigma(k_{1i}e_{1i})| > 0,9$, а внутри областей – секущей:

$$|\sigma(k_{1i}e_{1i})| > 0,3k |e_{1i}|. \quad (7)$$

Тогда границы областей (5) обеспечиваются выбором параметров k_{ji} :

$$|e_{ji}| \leq 3/k_{ji} \leq \Delta_{ji} \Rightarrow k_{ji} \geq 3/\Delta_{ji}, \quad j=1,2, \quad i=1,2. \quad (8)$$

Пусть $|e_{ji}(0)| \gg \Delta_{ji}$. Параметры M_i выберем так, чтобы обеспечить попадание ошибок слежения в заданные области (5). Для этого применим второй метод Ляпунова. В качестве кандидата на функцию Ляпунова для замкнутой системы (3), (4) используем функцию $V = V_1 + V_2$, $V_i = V_{1i} + V_{2i}$, где $V_{1i} = \frac{1}{2}e_{1i}^2$, $V_{2i} = \frac{1}{2}e_{2i}^2$, $i=1,2$, для производных ее слагаемых вне областей (5) справедливы следующие оценки:

$$\dot{V}_{1i} = e_{1i}\dot{e}_{1i} \leq |e_{1i}|(|e_{2i}| + G_{1i} - 0,9m_{1i}),$$

$$\dot{V}_{2i} = e_{2i}\dot{e}_{2i} \leq |e_{2i}|(\tilde{F}_i + b_{i,\min}(N_i - 0,9m_{2i})).$$

Выбор амплитуд на основе нижних оценок

$$1,1(\Delta_{2i} + G_{1i}) < m_{1i},$$

$$1,1(\tilde{F}_i(m_{1i}, k_{1i})/b_{i,\min} + N_i) < m_{2i}$$

обеспечивает выполнение условий $\dot{V}_{ji} < 0$ вне областей Δ_{ji} , $j=1,2$, $i=1,2$, и как следствие – желаемую точность стабилизации (8). Обратим внимание, что сходимость ошибок слежения e_{2i} , e_{1i} происходит последовательно во времени (5). Определим выбор параметров m_{ji} , обеспечивающий цель управления (2) за заданное время $t_{1i} > 0$ с учетом апериодического переходного процесса для $e_{2i}(t)$, $|e_{2i}(t)| \leq |e_{2i}(0)| \leq Q_{2i} + m_{1i}$ и монотонного затухания переменных $e_{1i}(t)$, которое гарантируется при $t > t_{2i}$:

$$|e_{1i}(t)| \leq |e_{1i}(t_{2i})| \leq |e_{1i}(0)| + (Q_{2i} + G_{1i})t_{2i}, \quad t \geq 0,$$

$$1,1 \left(\frac{|e_{1i}(t_{2i})| - \Delta_{1i}}{t_{1i} - t_{2i}} + \Delta_{2i} + G_{1i} \right) < m_{1i},$$

$$1,1 \left(\frac{|e_{2i}(0)| - \Delta_{2i}}{b_{i,\min}t_{2i}} + \frac{F_i + 0,5m_{1i}k_{1i}(Q_{2i} + G_{1i})}{b_{i,\min}} + N_i \right) < m_{2i},$$

$$\Delta_{2i} \geq 3/k_{2i}, \quad i=1,2.$$

(9)

Параметры регулятора, принятые на основе нижних оценок (8), (9), являются основанием для выбора комплектных исполнительных устройств требуемой мощности. А для уже существующего объекта решается обратная задача: с учетом проектных ограничений

$$m_{1i} \leq Q_{2i} \Rightarrow \frac{|e_{1i}(0)| - \Delta_{1i}}{t_{1i} - t_{2i}} + \Delta_{2i} + G_{1i}t_{1i} < Q_{2i} \frac{0,9t_{1i} - 1,9t_{2i}}{t_{1i} - t_{2i}} \Rightarrow t_{1i} > 2,1t_{2i},$$

$$m_{2i} \leq U_i, \quad |\dot{u}(t)| \leq \bar{U}_i, \quad i=1,2$$

оценивается возможная точность и время стабилизации ошибки слежения при наихудших допустимых внешних возмущениях.

3. Синтез наблюдателя состояния с сигмоидальными корректирующими воздействиями

Для реализации закона управления (4) необходимо знание $e_2(t) = q_2(t) + M_1\sigma(K_1e_1(t))$. Поскольку сигналы $q_1(t), g(t)$ и, следовательно, $e_1(t) = q_1(t) - g(t)$ доступны для измерений, постольку ставится задача оценивания $q_2(t)$ по измерениям $q_1(t)$. С этой целью построим наблюдатель состояния пониженного порядка на основе первого уравнения системы (1) в виде

$$\dot{z} = \nu, \quad (10)$$

где $z = \text{col}(z_1, z_2) \in \mathfrak{R}^2$ – вектор состояния, $\nu = L\sigma(P\varepsilon)$ – вектор сигмоидальных корректирующих воздействий наблюдателя, $\varepsilon = q_1 - z \in \mathfrak{R}^2$ – вектор ошибок наблюдения, $L = \text{diag}(l_1, l_2)$, $P = \text{diag}(p_1, p_2)$, $l_i > 0$, $p_i > 0$, $i=1,2$, $\sigma(P\varepsilon) = \text{col}(\sigma(p_1\varepsilon_1), \sigma(p_2\varepsilon_2))$. Задача наблюдения сводится к стабилизации ошибок

наблюдения и их производных и решается на основе виртуальной системы

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon} &= q_2 - v = q_2 - L\sigma(P\varepsilon), \\ \ddot{\varepsilon} &= \dot{q}_2 - L \frac{\partial \sigma(P\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \dot{\varepsilon},\end{aligned}\quad (11)$$

где
$$\frac{\partial \sigma(P\varepsilon)}{\partial \varepsilon} = \text{diag} \left(\frac{\partial \sigma(p_1 \varepsilon_1)}{\partial \varepsilon_1}, \frac{\partial \sigma(p_2 \varepsilon_2)}{\partial \varepsilon_2} \right).$$

В отличие от стандартных редуцированных наблюдателей, где отбрасывается динамика измеряемых переменных, здесь, наоборот, отбрасывается динамика неизмеряемых переменных $q_2(t)$, которые в системе (11) трактуются как внешние ограниченные возмущения с ограниченной производной.

Зададимся точностью стабилизации ошибки наблюдения вместе с ее производной:

$$\begin{aligned}|\varepsilon_i(t)| \leq \delta_i, |\dot{\varepsilon}_i(t)| &= |q_{2i}(t) - v_i(t)| \leq \delta_i \Rightarrow v_i(t) = \\ &= q_{2i}(t) \pm \delta_i, t > t_{0i}, 0 < t_{0i} < t_{2i}, i = 1, 2.\end{aligned}\quad (12)$$

Требования к процессу оценивания (12) достигаются выбором параметров корректирующих воздействий. Выбор амплитуд корректирующих воздействий из достаточных условий $\varepsilon_i \dot{\varepsilon}_i =$

$$= \varepsilon_i (q_{2i} - l_i \sigma(p_i \varepsilon_i)) \leq \varepsilon_i |Q_{2i} - 0,9l_i| < 0 \Rightarrow l_i > 1,1Q_{2i}\quad (13)$$

обеспечивает сходимость ошибки наблюдения в область $|\varepsilon_i(t)| \leq 3/p_i$, $i = 1, 2$, при $|\varepsilon_i(0)| > \delta_i$ или гарантирует, что ошибка наблюдения не покинет указанную область при $|\varepsilon_i(0)| \leq \delta_i$. Тот факт, что переменные $q_1(t)$ непосредственно измеряются, позволяет обеспечить

$$z_i(0) = q_{1i}(0) \Rightarrow \varepsilon_i(0) = 0 \Rightarrow |\varepsilon_i(t)| \leq \delta_i, t \geq 0, i = 1, 2.$$

Параметры p_i выбираются с помощью второго метода Ляпунова так, чтобы обеспечить заданную точность оценивания (12). С учетом (6), (7) и в силу (11) имеем:

$$\begin{aligned}\varepsilon_i \dot{\varepsilon}_i \leq \varepsilon_i |Q_{2i} - 0,3p_i l_i| \varepsilon_i < 0 \Rightarrow p_i > 3,3Q_{2i} / (l_i \delta_i), \\ \dot{\varepsilon}_i \ddot{\varepsilon}_i \leq \dot{\varepsilon}_i |Q_{3i} - 0,1p_i l_i| \dot{\varepsilon}_i < 0 \Rightarrow p_i > 10Q_{3i} / (l_i \delta_i).\end{aligned}$$

Для решения задачи оценивания за заданное время (12) требуется учесть время сходимости производной ошибки наблюдения из начальных условий $|\dot{\varepsilon}_i(0)| \leq Q_{2i} + l_i$ в заданную окрестность нуля. С учетом оценки решений второго уравне-

ния системы (11) на интервале $[0, t_{0i}]$, а именно, $|\dot{\varepsilon}_i(t)| \leq (Q_{2i} + l_i)e^{-0,1p_i l_i t_{0i}} + 10Q_{3i} / (p_i l_i) \leq \delta_i$, получаем, что требования (12) к оцениванию «возмущений» в системе (11) обеспечиваются при выполнении (13), а также

$$\begin{aligned}p_i \geq \max \left\{ \frac{3,3Q_{2i}}{l_i \delta_i}, \frac{10Q_{3i}}{l_i(\delta_i - \alpha_i)}, \frac{10}{l_i t_{0i}} \ln \frac{Q_{2i} + l_i}{\alpha_i} \right\}, \\ 0 < \alpha_i < \delta_i, i = 1, 2.\end{aligned}\quad (14)$$

Таким образом, искомая оценка сигнала e_2 строится как $\hat{e}_2 = v + M_1 \sigma(K_1 e_1)$, а закон управления (4) с наблюдателем состояния (10) реализуется в виде

$$u = -M_2 \sigma(K_2 \hat{e}_2).\quad (15)$$

В замкнутой системе (3), (15) из-за оценивания сигнала e_{2i} с точностью δ_i , заданные в (5) окрестности сходимости расширяются:

$$|e_{2i}| \leq 3/k_{2i} + \delta_i, i = 1, 2.$$

Заметим, что условия (9), (13), (14) на выбор параметров в регуляторе и наблюдателе являются достаточным и определяются наилучшими возможными изменениями параметров объекта управления и внешних воздействий. На практике расчетные оценки могут быть уменьшены исходя из текущих условий работы реального объекта.

4. Результаты моделирования

Для моделирования были приняты следующие параметры двухроторного механизма:

$$l_m = 0,202 \text{ [м]}, l_i = 0,216 \text{ [м]}, m_m = 0,029 \text{ [кг]},$$

$$m_i = 0,031 \text{ [кг]},$$

$$l_{cw} = 0,15 \text{ [м]}, J_z = 0,0013 \text{ [кг} \cdot \text{м}^2],$$

$$J_x = 0,0074 \text{ [кг} \cdot \text{м}^2], \bar{g} = 9,81 \text{ [м/с}^2],$$

$$c_{q_{11}} = 0,008 \text{ [Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с]}, c_{q_{12}} = 0,095 \text{ [Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с]},$$

$$k_{q_{11}} = 0,06 \text{ [Н} \cdot \text{м]}.$$

Внешние возмущения задавались кусочно-гладкими и периодическими функциями с главным периодом 4 [с]:

$$\eta_1(t) = \begin{cases} 0,2, & 0 \leq t \leq 2, \\ 0, & 2 < t < 4, \end{cases}, \eta_2(t) = 0.$$

Требовалось обеспечить слежение за заданными траекториями

$g_1(t) = \sin(2t) + 0,5 \cos(t) + 2$, $g_2(t) = 0,5 \cos(t)$ с точностью $\Delta_{11} = \Delta_{12} = 0,05$ [рад].

С целью сравнения результатов, моделирование проводилось для базового закона управления (4) в предположении, что сигнал e_2 доступен для измерения и для закона управления (15) с оценкой \hat{e}_2 , полученной с помощью наблюдателя (10).

На основе неравенств (8), (9) были выбраны параметры в законе управления (4), обеспечивающие заданную точность слежения:

$$M_1 = \text{diag}(3, 3), K_1 = \text{diag}(60, 60),$$

$$M_2 = \text{diag}(4, 4), K_2 = \text{diag}(60, 60).$$

Параметры наблюдателя состояния (10) принимались на основе (13), (14) исходя из желаемой точности наблюдения 0,03 [рад]: $L = \text{diag}(10, 10)$, $P = \text{diag}(100, 100)$.

На Рис. 4 представлены графики обобщенных координат $q_{1i}(t)$ и заданных траекторий $g_i(t)$, $i = 1, 2$.

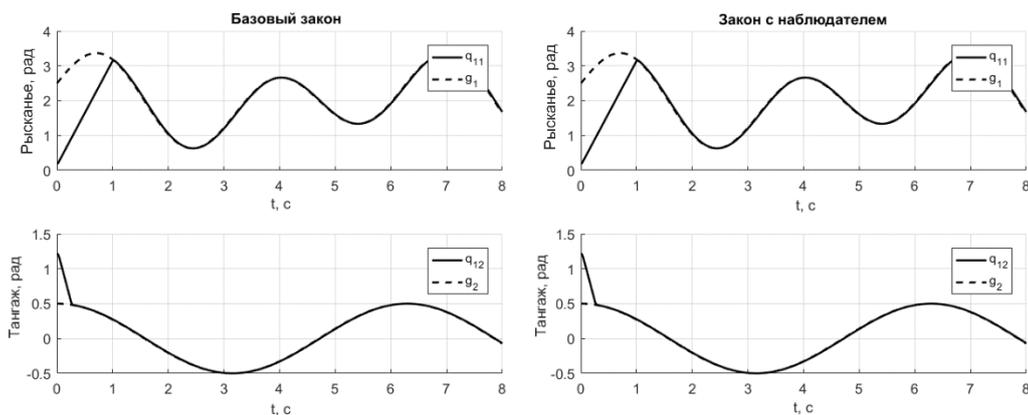


Рис. 4. Графики реальных $q_{1i}(t)$ и заданных траекторий $g_i(t)$, $i = 1, 2$

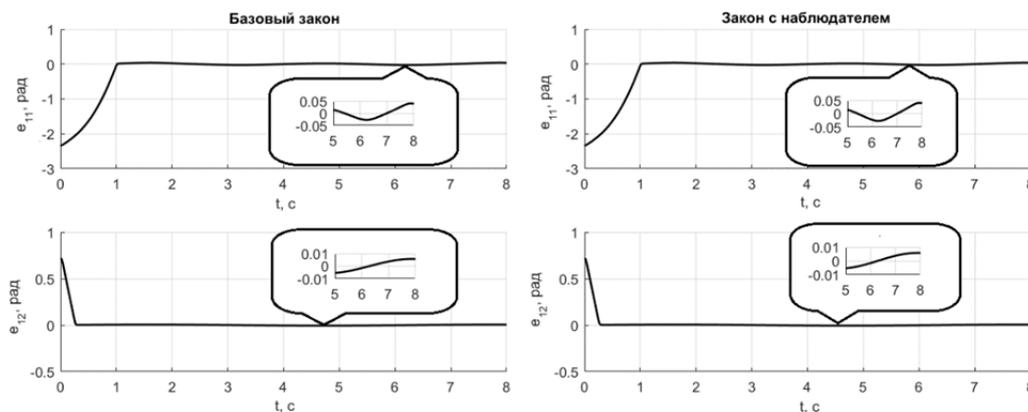
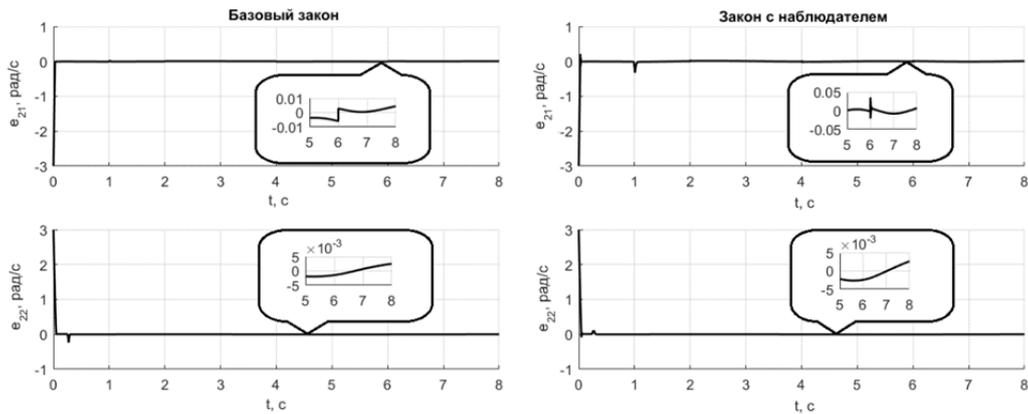
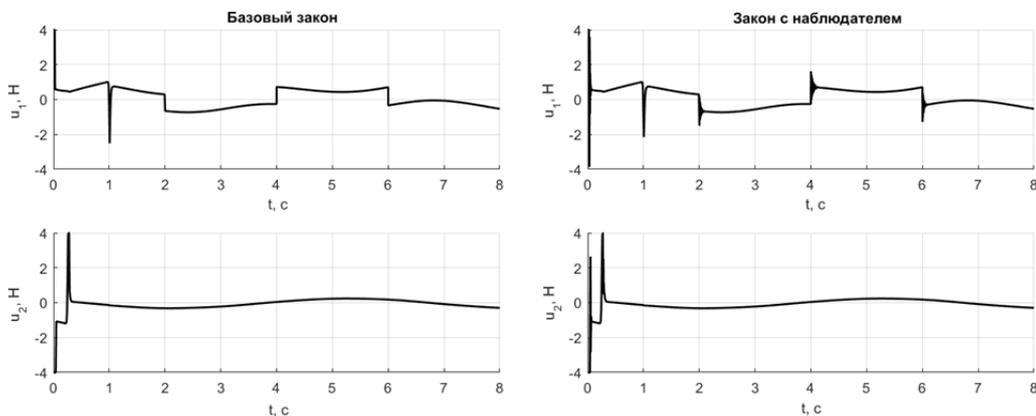
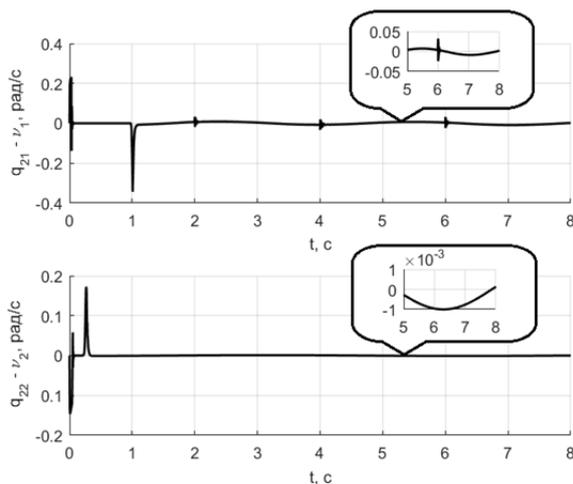


Рис. 5. Графики ошибок слежения $e_{1i}(t) = q_{1i}(t) - g_i(t)$, $i = 1, 2$

$g_i(t)$, $i = 1, 2$. На Рис. 5 и Рис. 6 отражены графики ошибок слежения $e_{ji}(t)$, $j = 1, 2$, $i = 1, 2$.

На Рис. 7 приведены графики управляющих воздействий $u_i(t)$, $i = 1, 2$. В левой части представлены графики для базового закона (4), а в правой – для закона управления (15) с наблюдателем (10). На Рис. 8 отражены графики ошибки оценивания обобщенных скоростей $q_{2i}(t)$ с помощью корректирующих воздействий наблюдателя v_i , $i = 1, 2$ для закона (15).

Из Рис. 4 и Рис. 5 следует, что заданная точность слежения 0,05 рад достигается по обоим углам. Из Рис. 8 видно, что ошибки оценивания попадают в заданные окрестности нуля примерно в течение 1,1 с, их максимальная величина не превосходит 0,4 рад/с. Данное оценивание приводит к некоторому ухудшению качества сигналов e_{21} в моменты, когда возмущение $\eta_1(t)$ терпит разрыв (Рис. 6, точность

Рис. 6. Ошибки слежения $e_{2i}(t) = q_{2i}(t) + m_{i2}\sigma(k_{i2}e_{1i}(t))$, $i = 1, 2$ Рис. 7. Графики управляющих воздействий $u_i(t)$, $i = 1, 2$ Рис. 8. Графики ошибок оценивания $q_{2i}(t) - v_i(t)$, $i = 1, 2$

в установившемся режиме для базового закона – $|e_{21}| \leq 0,01$, для закона с наблюдателем –

$|e_{21}| \leq 0,05$) и увеличению ресурсов управления в данные моменты времени (Рис. 7). Однако качество сигналов e_{1i} , которые являются целями управления, остается сопоставимым с качеством сигналов в базовом законе управления, и заданная точность достигается в силу обеспечения инвариантности и выбора параметров из достаточных условий.

На Рис. 9 представлены графики ошибок слежения $e_{1i}(t)$, $i = 1, 2$ для закона управления (15) с наблюдателем состояния при изменении внешних возмущений $\eta_1(t) = 0,1\sin(t) + 0,1\cos(2t)$, $\eta_2(t) = 0,2$ и увеличении массы несущего винта m_m на 50%. На Рис. 10 приведены графики ошибок оценивания $q_{2i}(t)$ с помощью наблюдателя.

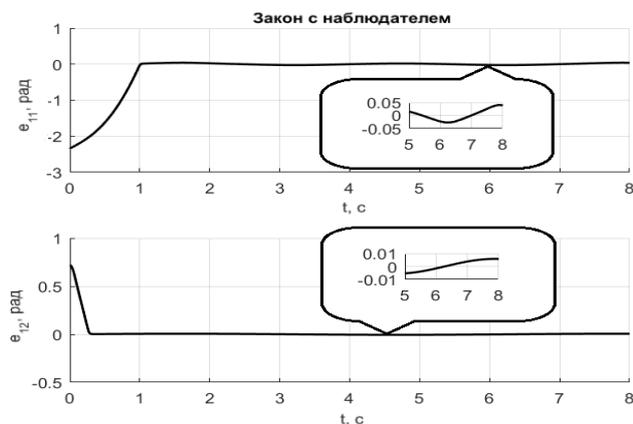


Рис. 9. Графики ошибок слежения
 $e_{1i}(t) = q_{1i}(t) - g_i(t)$, $i = 1, 2$

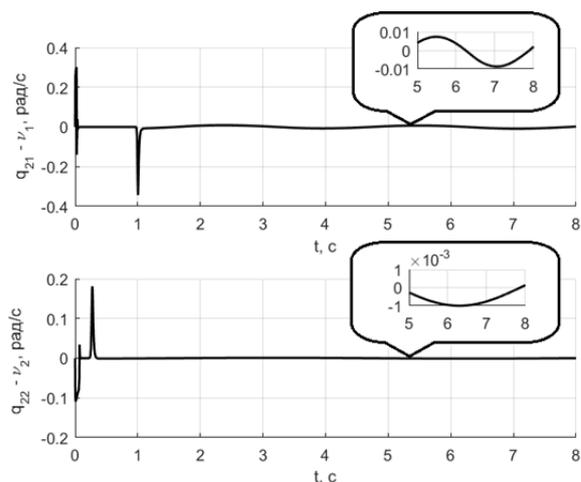


Рис. 10. Графики ошибок оценивания
 $q_{2i}(t) - v_i(t)$, $i = 1, 2$

Таким образом, результаты моделирования показывают, что параметры регулятора и наблюдателя не требуют перенастройки при существенном изменении внешних возмущений и параметров объекта при условии, что области их изменения остаются в рамках допустимых ограничений, на основе которых выполнялась настройка.

Заключение

Основными результатами данной работы являются:

1) процедура декомпозиционного синтеза сигмоидальных обратных связей для решения задачи слежения за обобщенными координатами TRMS в условиях параметрических неопределенностей и действия неизвестных внешних возмущений;

2) процедура синтеза наблюдателя состояния пониженного порядка с сигмоидальными корректирующими воздействиями для получения оценки обобщенных скоростей в условиях неполных измерений.

Показано, что использование сигмоидальных функций как в регуляторе, так и в наблюдателе, обеспечивает ε -инвариантность по отношению к неопределенностям и возмущениям, а также надлежащее качество сигналов замкнутой системы, в частности, отсутствие перерегулирования или снижение его возможной величины. Предложенный метод рекомендуется для

синтеза динамической обратной связи в мехатронных системах различного назначения, функционирующих в условиях неполной информации.

Литература

1. Chapman J., Ilic M., King C., Eng L., and Kaufman H. Stabilizing a multimachine power system via decentralized feedback linearizing excitation control // IEEE Transactions on Power Systems. 1993. Vol. 8, No. 3. P. 830–839.
2. Spong M., Hutchinson S., Vidyasagar M. Robot Modeling and Control. 2005. Wiley, New York. 496 P.
3. Wang Y., Hill D., Middleton R., and Gao L. Transient stability enhancement and voltage regulation of power systems // IEEE Transactions on Power Systems. 1993. Vol. 8, No. 2. P. 620–627.
4. Margun A., Furtat I., and Kremlev A. Robust control of twin rotor MIMO system with quantized output // IFAC-PapersOnLine. 2017. Vol. 50, No. 1. P. 4849–4854.
5. Belkheiri M., Rabhi A., and Boudjema F. Model parameter identification and nonlinear control of a twin rotor MIMO system – TRMS // IFAC Proceedings Volumes. 2009. Vol. 42, No. 10. P. 1487–1492.
6. Sodhi P., Kar I. Adaptive backstepping control for a twin rotor MIMO system // IFAC Proceedings Volumes. 2014. Vol. 42, No. 10. P. 1487–1492.
7. Зименко К.А., Кремлев А.С., Поляков А.Е., Ефимов Д.В. Робастная стабилизация двухроторного многоканального объекта // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2018. Т. 18, № 3. С. 392–398.
8. Butt S.S., and Aschemann H. Multi-variable integral sliding mode control of a two degrees of freedom helicopter // IFAC-PapersOnLine. 2015. Vol. 48, No. 1. P. 802–807.
9. Nguyen Q.V., and Hyun C.-H. Multiple Sliding Surface Control Approach to Twin Rotor MIMO Systems // Inter-

- national Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems. 2014. Vol. 14, No. 3. P. 171–180.
10. Дмитриев М.Г., Макаров Д.А. Построение линейного регулятора с помощью разделения движений // Информационные технологии и вычислительные системы. 2012. №4. С. 40–48.
 11. Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В. Блочный синтез управления механическими системами в условиях неопределенности // Мехатроника, Автоматизация, Управление. 2009. №6. С. 41–54.
 12. Kochetkov S.A., Krasnova S.A., and Antipov A.S. Cascade Synthesis of Electromechanical Tracking Systems With Respect to Restrictions on State Variables // IFAC-PapersOnLine. 2017. Vol. 50, No. 1. P. 1042–1047.
 13. Краснова С.А., Уткин А.В. Сигма-функция в задачах синтеза наблюдателей состояний и возмущений // Проблемы управления. 2015. № 5. С. 27–36.
 14. Краснова С.А., Антипов А.С. Иерархический синтез сигмоидальных обобщенных моментов манипулятора в условиях неопределенности // Проблемы управления. 2016. №4. С. 10–21.

Антипов Алексей Семенович. Федеральное государственное учреждение Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, г. Москва, Россия. Аспирант. Количество печатных работ: 15. Область научных интересов: мехатронные системы; синтез инвариантных систем управления, наблюдатели состояния. E-mail: scholess18@mail.ru

Краснова Светлана Анатольевна. Федеральное государственное учреждение Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, г. Москва, Россия. Главный научный сотрудник, доктор технических наук, профессор. Количество печатных работ: 225 (в т. ч. 8 монографий). Область научных интересов: наблюдатели состояний и возмущений; скользящие режимы; блочный подход к анализу и синтезу систем управления различного назначения, функционирующих в условиях неопределенности. E-mail: skrasnova@list.ru

Control of a Twin-Rotor Mechanism in Conditions of Incomplete Information

A. S. Antipov, S. A. Krasnova

V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract. In the paper we consider the twin rotor mechanical system as a control plant. The behavior of this system is similar in many ways to the behavior of a real technical device – a helicopter. The tracking problem of the generalized coordinates (yaw and pitch angles) for the given signals is posed under conditions of parametric uncertainty and the action of uncontrolled disturbances. In the synthesis of the control law, the decomposition principle and nonlinear S-shaped feedbacks in the form of sigma functions are used. Under the assumption that only angular position sensors are available, the reduced order state observer with sigmoidal corrective actions is constructed for estimating angular velocities. It is shown that the use of sigma functions in feedbacks provides: transient responses of the controlled variables that are close to aperiodic; tracking for the given signals which is ε -invariant with respect to the existing uncertainties without expanding the state space due to internal models; the ability to take into account design restrictions on velocity and control at the synthesis stage. The presented results of computer simulation confirm the effectiveness of the developed algorithms.

Keywords: TRMS, tracking system, decomposition methods, parametric uncertainty, external disturbance, invariance, state observer.

DOI 10.14357/20718632200107

References

1. Chapman J., Ilic M., King C., Eng L., and Kaufman H. Stabilizing a multimachine power system via decentralized feedback linearizing excitation control // IEEE Transactions on Power Systems. 1993. Vol. 8, No. 3. P. 830–839.
2. Spong M., Hutchinson S., Vidyasagar M. Robot Modeling and Control. 2005. Wiley, New York. 496 P.
3. Wang Y., Hill D., Middleton R., and Gao L. Transient stability enhancement and voltage regulation of power systems // IEEE Transactions on Power Systems. 1993. Vol. 8, No. 2. P. 620–627.
4. Margun A., Furtat I., and Kremlev A. Robust control of twin rotor MIMO system with quantized output // IFAC-PapersOnLine. 2017. Vol. 50, No. 1. P. 4849–4854.
5. Belkheiri M., Rabhi A., and Boudjema F. Model parameter identification and nonlinear control of a twin rotor

- MIMO system – TRMS // IFAC Proceedings Volumes. 2009. Vol. 42, No. 10. P. 1487–1492.
6. Sodhi P., Kar I. Adaptive backstepping control for a twin rotor MIMO system // IFAC Proceedings Volumes. 2014. Vol. 42, No. 10. P. 1487–1492.
 7. Zimenko K.A., Kremlev A.S., Polyakov A.E., Efimov D.V. Robust stabilization of twin-rotor MIMO plant. Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics. 2018. Vol. 18, No. 3. P. 392–398 (in Russian).
 8. Butt S.S., and Aschemann H. Multi-variable integral sliding mode control of a two degrees of freedom helicopter // IFAC-PapersOnLine. 2015. Vol. 48, No. 1. P. 802–807.
 9. Nguyen Q.V., and Hyun C.-H. Multiple Sliding Surface Control Approach to Twin Rotor MIMO Systems // International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems. 2014. Vol. 14, No. 3. P. 171–180.
 10. Dmitriev M.G., and Makarov D.A. 2012. Postroenie lineynogo regulatora s pomosh'yu razdeleniya dvigeniy [Construction of a linear controller using motion separation] Informatsionniye tehnologii i vychislitelniye systemi [Information technology and computing systems]. 2012. Vol. 4. P. 40–48 (in Russian).
 11. Krasnova, S.A., Utkin, V.A., and Utkin, A.V., Block Design of Control for Mechanical Systems under Uncertainty. // Mechatronics, Automation, Control. 2009. No. 6. P. 41–54 (in Russian).
 12. Kochetkov S.A., Krasnova S.A., and Antipov A.S. Cascade Synthesis of Electromechanical Tracking Systems With Respect to Restrictions on State Variables // IFAC-PapersOnLine. 2017. Vol. 50, No. 1. P. 1042–1047.
 13. Krasnova, S.A., and Utkin, A.V. Sigma function in observer design for states and perturbations // Automation and Remote Control. 2016. Vol. 77, No. 9. P. 1676–1688.
 14. Krasnova, S.A., and Antipov, A.S. Hierarchical design of sigmoidal generalized moments of manipulator under uncertainty // Automation and Remote Control. 2018. Vol. 79, No. 3, P. 554–570.

Antipov A. S. Graduate student, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, 65 Profsoyuznaya street, Moscow 117997, Russia, e-mail: scholess18@mail.ru

Krasnova S. A. Principle Research Scientist, Doctor of Engineering Sciences, Professor, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, 65 Profsoyuznaya street, Moscow 117997, Russia, e-mail: skrasnova@list.ru