Моделирование надёжности беспилотного высотного модуля привязной телекоммуникационной платформы*

В. М. Вишневский[I], Д. В. Козырев[I, II], В. В. Рыков[II, III, IV], З. Ф. Нгуен[V]

[I] Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, Россия
[II] Российский университет дружбы народов, г. Москва, Россия
[III] РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М.Губкина, г. Москва, Россия
[IV] Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН, г. Москва, Россия
[V] Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), г. Долгопрудный, Московская область, Россия

Аннотация. Для исследования надёжности функционирования высотного модуля привязной телекоммуникационной платформы используется модель систем типа «k-из-n». Рассматриваются несколько вариантов такой модели, в том числе с учетом зависимости отказов системы от конфигурации отказавших компонент и с учетом перераспределения нагрузки между оставшимися работоспособными компонентами. Разработан алгоритм, позволяющий вычислять функцию надёжности такой системы, среднее значение и дисперсию её времени безотказной работы, а также квантили функции распределения.

Ключевые слова: высотные привязные телекоммуникационные платформы, неоднородные системы типа «k-из-n», функция надёжности.

DOI 10.14357/20718632200403

Введение

В настоящее время широкое развитие получили привязные высотные беспилотные телекоммуникационные платформы, длительное функционирование которых обеспечивается путем передачи электроэнергии с земли на борт по тонкому кабель-тросу [1-3]. Привязные высотные платформы занимают промежуточное положение между спутниковыми системами и наземными системами, оборудование которых (базовые станции сотовой связи, радиорелейное и радиолокационное оборудование и т.д.) располагается на высотных сооружениях. Привязные высотные платформы по сравнению с дорогостоящими спутниковыми системами, обладают высокой экономичностью, а наземные телекоммуникационные системы превосходят их по обширности области телекоммуникационного и видео покрытия. Учитывая широту практического применения привязных беспилотных высотных платформ, как в гражданских, так и в оборонных отраслях, в исследовательских центрах передовых стран мира ведутся интенсивные работы по проектированию и реализации нового поколения таких платформ.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-06043 и проекта № 20-01-00575А.

Привязные платформы нового поколения должны иметь возможность подъема и удержания на высотах 100-200м полезной телекоммуникационной нагрузки значительного веса (до 20-30 кг), для чего необходимо обеспечивать передачу на платформу земля-борт энергии большой мощности (до 10-15кВт). Такие платформы, что особенно важно для длительного функционирования без опускания на землю, должны обладать высокими показателями надёжности, как основных компонент, так и высотной платформы в целом [4]. Для системы передачи энергии земля-борт это достигается выбором высоконадежных электронных компонент и резервированием «узких мест» как в наземном (AC-AC 380В/1500В), так и в бортовом (AC-DC 1500В/50В) преобразователях напряжения [5].

В тонком кабель-тросе для повышения прочности в условиях турбулентной атмосферы наряду с медными проводами и оптическим волокном используется кевларовая нить. Предусматриваются различные меры при возникновении нештатных ситуаций. Например, при прекращении электропитания с земли от промышленного источника 380В/50Гц (даже кратковременного) реализуется система безаварийной посадки коптера путем переключения на резервную бортовую батарею, что обеспечивает сохранность самого коптера и полезной нагрузки. При эксплуатации в горных условиях (или высокоэтажной застройке), когда ослабляются или полностью исчезают сигналы GPS/ГЛОНАСС, предусматривается переход на резервную локальную систему стабилизации с наземными маяками [5-7]. Описание аппаратно-программных средств отечественной привязной высотной телекоммуникационной платформы «Альбатрос» приведено в [8].

Высокая надёжность беспилотного модуля достигается путем выбора двигательных установок с большой наработкой на отказ, резервированием отдельных элементов системы управления и, что особенно важно, использованием мультироторной архитектуры (например, в квадрокоптере отказ одного двигателя приводит к полному прекращению функционирования, а при восьмироторном исполнении при отказе 2-х двигателей коптер может продолжать работать). Отказ одного или нескольких двигателей ведёт к увеличению нагрузки на остальные, что приводит к возможности более быстрого прекращения их функционирования. Кроме того, отказ всей системы зависит от расположения отказавших двигателей, например, отказ рядом расположенных двигателей с большей вероятностью приводит к отказу системы, чем отказы далеко отстоящих двигателей.

Для исследования надежности такого типа сложных систем в мировой литературе эффективно используются математические модели «*k* из *n*», имеющие широкие практические приложения [9]. Учет особенностей функционирования высотной беспилотной платформы в значительной мере отличает (усложняет) исследование модели «*k* из *n*», рассмотренных в настоящей статье от известных, и является актуальной задачей.

Ранние исследования систем «*k* из *n*» имели дело с однородными бинарными моделями, компоненты которых принимали два состояния: исправное и отказовое. Имеется обширная литература по исследованию таких систем (например, Триведи (Trivedi) [10], Чакраварти (Chakravarthy) и др. [11] и содержащуюся там библиографию). В дальнейшем исследование таких систем получило значительное развитие, появились исследования систем «k-из-n» с несколькими типами отказов [12, 13], систем с постепенными отказами и отказовыми состояниями нескольких типов (multi-state reliability systems), [14]. Для исследования неоднородных систем в 1980-х годах Ушаковым [15, 16] был предложен метод универсальных производящих функций, который в последнее время стал весьма популярным и нашёл различные применения (например [17]).

Юг (Yuge) и др. [18] исследовали надёжность системы «*k*-из-*n*» с отказами нескольких типов, моделируемыми с помощью многомерного показательного распределения. Куо (Kuo) и Зуо (Zuo) [19] рассмотрели надёжность широкого класса систем таких как системы параллельного, последовательного соединения, резервированных, с отказами нескольких типов, восстанавливаемых и т.п. Триведи (Trivedi) [10] предложил концепцию задержки перезагрузки и исследовал её влияние на надёжность и готовность восстанавливаемых систем надёжности. Ванг (Wang) и др. [20] рассмотрели проблему ремонта однолинейной системы с рабочими и свободными периодами. Ке (Ke) и др. [21] изучили проблему восстановления несколькими ненадёжными ресурсами. Ванг (Wang) и др. [22] исследовали проблему тёплого резервирования с блокировками, задержками и резервирование отказов переключения.

Исследованию восстанавливаемых систем «k-из-n» с непоказательно распределёнными длительностями ремонта посвящены работы [26, 27]. Исследования в этом направлении также можно найти в серии работ [28-38], обзор и библиографию которых можно найти также в гл.9 сборника [39]. Одним из принципиальных вопросов в исследовании надёжности систем является анализ чувствительности их характеристик к виду исходных распределений. В работах [23-25] аналитическими и имитационными методами исследовалась чувствительность характеристик надёжности систем «k-из-n» к виду функций распределения времени безотказной работы и ремонта её компонент.

В настоящей статье рассмотрен комплекс новых моделей оценки надёжности для сравнительного анализа и выбора вариантов оптимального построения беспилотного модуля привязной высотной платформы. В отличие от известных работ по надёжности сложных систем, в которых система сохраняет работоспособность при отказе k элементов из общего числа n (модели «k-из-n»), рассмотрены модели, в которых учитываются особенности функционирования мультироторного беспилотного модуля. К числу таких особенностей относятся: отказ одного или нескольких двигателей беспилотного модуля ухудшает характеристики надёжности оставшихся работоспособных двигательных установок в силу увеличения их нагрузки (зависимые отказы); прекращение функционирования высотного модуля зависит от расположения отказавших двигателей - отказ рядом расположенных двигателей повышает вероятность отказа всей системы. В работе получено аналитическое выражение для функции надёжности неоднородной системы «k-из-n» с независимыми и зависимыми отказами её компонент в случае, когда отказ системы зависит не только от числа отказавших её компонент, но также от их расположения в системе.

1. Постановка задачи

Рассмотрим неоднородную «k-из-$n{:}G$» систему, которая состоит из n компонент и работает тогда и только тогда, когда по крайней мере k из них работоспособны.

Будем рассматривать работу системы до первого отказа и обозначим через A_i случайное время безотказной работы i-ой компоненты, а через $A_i(t) = \mathbf{P}\{A_i(t) \le t\}$ её функцию распределения. Для исследования надёжности сложной неоднородной системы, отказы которой зависят не только от числа отказавших её компонент, но также от их расположения в системе обозначим через $\mathbf{j} = (j_1, j_2, \ldots j_n)$ состояние системы, где $j_i = 0$, если i-ая компонента находится в отказовом состоянии и $j_i = 1$, если i-ая компонента работоспособна. Обозначим также через

$$E = \{\mathbf{j} = (j_1, j_2, \ldots j_n) : (j_i \in (0,1))\}$$

множество состояний системы, а через E_0 и E_1 подмножества её отказовых и работоспособных состояний, соответственно. Заметим, что описание этих подмножеств - отдельная проблема, зависящая от конкретной системы, условий её эксплуатации и других факторов, которая должна быть решена в каждом конкретном случае.

Над этим множеством состояний определим случайный процесс $J = \{\mathbf{J}(t);\, t \ge 0\}$ соотношением:

$$\mathbf{J}(t) = \mathbf{j}, \text{ если в момент времени } t \text{ система находится в состоянии } \mathbf{j} \in E$$

и обозначим через S время безотказной работы системы,

$$S = \inf\{t : \mathbf{J}(t) \in E_1\}.$$

В статье вычисляются

- функция распределения времени безотказной работы системы:

$$F(t) = \mathbf{P}\{S \le t\}, \quad (1)$$

- функция надёжности системы:

$$R(t) = \mathbf{P}\{S > t\}, \quad (2)$$

- среднее время безотказной работы системы:

$$\mathbf{E}[S] \equiv m = \int_0^\infty R(t)dt, \quad (3)$$

- дисперсия времени безотказной работы системы:

$$\mathbf{D}[S] = \sigma^2 = \int_0^{\infty}(t-m)^2 dF(t), \qquad (4)$$

- время безотказной работы системы с данной вероятностью $\mathbf{P}\{S<t\} = \gamma$, т.е. γ-квантиль её функции распределения равен:

$$t_{1-\gamma} = R^{-1}(1-\gamma). \qquad (5)$$

2. Функция надёжности

2.1. Функция надёжности однородной системы

Рассмотрим сначала однородную систему «k-из-$n{:}G$», для которой $A_i(t) = A(t)$ $(i=\overline{1,n})$. Обозначим через $D_n^i(t)$ событие, состоящее в том, что в момент времени t ровно i из n компонент системы находятся в работоспособном состоянии. Вероятность этого события равна

$$\mathbf{P}\{D_n^i(t)\} = \binom{n}{i}(1-A(t))^i A(t)^{n-i},$$

а соответствующая вероятность безотказной работы системы P_{sys} (t) в течение времени t (функция надёжности системы) имеет вид

$$R(t) = \mathbf{P}\{S>t\} = \sum_{i\geq k}\binom{n}{i}(1-A(t))^i A(t)^{n-i},$$

при этом среднее значение времени безотказной работы равно

$$\mathbf{E}[S] = \int_0^{\infty} R(t)dt = \\ = \sum_{i\geq k}\binom{n}{i}\int_0^{\infty}(1-A(t))^i A(t)^{n-i}\,dt.$$

Замечание. Соответствующая вероятность безотказной работы системы в течение фиксированного времени t_0 равна $q = R(t_0)$.

2.2. Функция надёжности неоднородной системы

Для исследования функции надёжности сложной неоднородной системы, отказы которой зависят от расположения её отказавших компонентов, будем пользоваться введённым ранее векторным описанием состояния системы $\mathbf{j} = (j_1, j_2, \ldots j_n)$. Тогда вероятность состояния $\mathbf{j}$ в момент времени t равна

$$p_{\mathbf{j}}(t) = \prod_{1\leq i\leq n}(1-A_i(t))^{j_i}A_i(t)^{1-j_i}.$$

При этом вероятности работоспособного и отказового состояний системы в момент времени t принимают вид

$$p_{\text{раб.}} = \sum_{\mathbf{j}\in E_1} p_j(t), \qquad p_{\text{отк.}} = \sum_{\mathbf{j}\in E_0} p_j(t).$$

А соответствующая функция надёжности системы равна

$$R(t) = \sum_{\mathbf{j}\in E_1}\prod_{1\leq i\leq n}(1-A_i(t))^{j_i} A_i(t)^{1-j_i}.$$

2.3. Функция надёжности однородной системы с зависимыми отказами её компонент

Вернёмся к исследованию однородной модели и предположим, что отказ одной из компонент системы ведёт к увеличению нагрузки на остальные её компоненты.

Формально это предположение можно сформулировать следующим образом. В результате отказа одной из компонент системы остаточное время безотказной работы A_{res} каждой из её компонент имеет распределение

$$\mathbf{P}\{A_{res} \leq t\} = A(c_i t),$$

где коэффициенты c_i $(1 < c_1 < \ldots c_i < \ldots c_k)$ отражают влияние увеличения нагрузки на распределение остаточного времени безотказной работы компонент, и после отказа $(n-k+1)$-ой компоненты происходит отказ системы.

Для исследования поведения процесса до отказа обозначим через T_i время между i-м и $(i+1)$-м отказами компоненты системы $(i=\overline{0,k})$, а через S_i – время до отказа i-й компоненты:

$$S_0 = 0,\ \ S_i = T_0 + \cdots + T_{i-1}, (i=\overline{1, n-k+1})$$

Для вычисления их распределений

$$Q_i(x) = \mathbf{P}\{T_i \leq x\}\ \ (i=\overline{0, n-k}),$$
$$F_i(x) = \mathbf{P}\{S_i \leq x\}\ \ (i=\overline{1, n-k+1}).$$

Обозначим через $A_i^{(j)}$ $(i=\overline{1,n-j},\ j=\overline{1,n-k+1})$ остаточное время безотказной работы компонент, оставшихся после отказа j-ой компоненты.

Для исследования поведения системы воспользуемся следующим алгоритмом.

Алгоритм.

Исходные данные: целое число n независимых одинаково распределенных случайных величин A_i, $i=\overline{1,n}$, целое число k компонент, необходимых для работы системы.

Изначально $A_i^{(0)} = A_i,\ i = \overline{1,n}$.

Начало.

Полагая $j = 0$, найти распределение минимума $T_0 = \min\{A_i^{(0)}, i = \overline{1,n},\}$ с.в. $A_i\ (i = \overline{1,n})$:

$$F_0(t) = \mathbf{P}\{T_0 \le t\} = 1 - (1 - A(t))^n.$$

Рабочий цикл.

При $j = \overline{1, n-k+1}$ вычислить распределения остаточного времени безотказной работы компонент $A_i^{(j)} = A_i^{(j-1)} - T_{j-1}\ (i = \overline{1, n-j})$, после отказа j-й из них:

$$A^{(j)}(t) = \int_0^\infty \mathbf{P}\left\{A_i^{(j-1)} - T_{j-1} \le t | T_{j-1} = u\right\} \mathrm{d}F_{j-1}(\mathrm{u}) =$$
$$= \int_0^\infty A^{(j-1)}(t+u)\mathrm{d}F_{j-1}(\mathrm{u}).$$

Вычислить функцию распределения остаточного времени безотказной работы с учётом изменения нагрузки на оставшиеся работоспособные компоненты:

$$A_{res}^{(j)}(t) = A^{(j)}(c_j t).$$

Найти распределение минимума T_j остаточных длительностей безотказной работы с учётом изменения нагрузки, имеющих распределение $A_{res}^{(j)}(t)$. Очевидно, что в силу независимости продолжительности жизни компонент их остаточные продолжительности жизни после отказа очередной компоненты также остаются независимыми. Таким образом, справедливо представление:

$$Q_j(t) = \mathbf{P}\{T_j \le t\} = 1 - (1 - A_{res}^{(j)}(t))^{n-j}, \quad (6)$$

$$F_j(t) = F_{j-1} * Q_j(t). \quad (7)$$

Конец цикла.

В результате работы алгоритма получаем функцию распределения времени безотказной работы системы:

$$Q_{n-k}(t) = \mathbf{P}\{T_{n-k} \le t\} = 1 - (1 - A_{res}^{(n-k)}(t))^k, \quad (8)$$

$$F_{n-k+1}(t) = F_{n-k} * Q_{n-k}(t), \quad (9)$$

где $*$ - символ операции свёртки.

Откуда находим функцию надёжности системы:

$$R(t) = 1 - F_{n-k+1}(t). \quad (10)$$

Конец алгоритма.

Замечание 1.

В случае показательно распределённых длительностей безотказной работы компонент остаточное время безотказной работы имеет также показательное распределение с тем же параметром, при этом, вычисление $Q_j(t)\ (j = \overline{0, n-k})$ значительно упрощается.

$$Q_j(t) = \mathbf{P}\{\min(A_i,\ i = \overline{1, n-j}) \le c_j t\} =$$
$$= 1 - (1 - A(c_j t))^{n-j} = 1 - e^{-c_j (n-j)\alpha t} \quad (11)$$

Замечание 2.

Кроме того, если не учитывать влияние изменения нагрузки на распределение остаточного времени безотказной работы компонент, то распределение время безотказной работы системы есть распределение (n-k+1)-го члена вариационного ряда времени безотказной работы её компонент:

$$A_{(1)}, \dots, A_{(n-k+1)}, \dots, A_{(n)}.$$

Замечание 3.

Для неоднородной системы с разными компонентами задача значительно усложняется, поскольку на каждом шаге необходимо учитывать не только число, но и типы отказавших компонент.

Разработанный алгоритм позволяет на основе полученной функции надежности вычислять другие характеристики надежности, а также проводить дополнительные исследования в различных направлениях, в частности, исследовать и сравнивать различные конфигурации систем типа «k-из-n», выполнять анализ чувствительности модели к виду распределений времени безотказной работы её компонент.

3. Пример. Численный анализ

3.1. Описание системы и постановка задачи

В качестве примера применения рассмотренной модели рассмотрим модель «4-из-6: G», которая описывает архитектуру шестироторного модуля привязной высотной телекоммуникационной платформы [3]. В данном случае мультикоптер рассматривается как система горячего резервирования, состоящая из $n = 6$ компонент (роторов), которые работают и отказывают независимо друг от друга (Рис. 1).

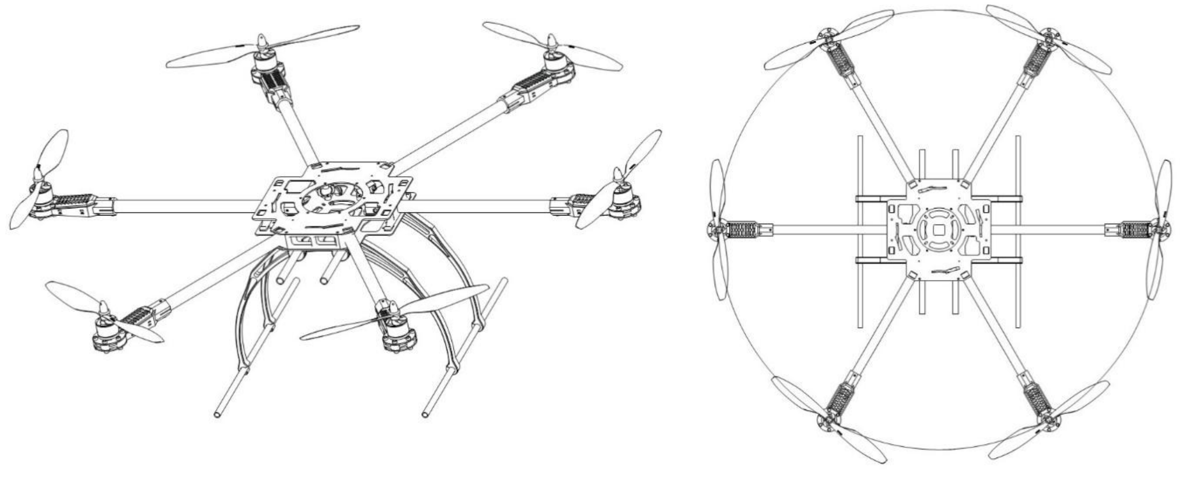

Рис. 1. Схема шестироторного лётного модуля

Задача состоит в вычислении функции надёжности такой системы, а также других характеристик её надёжности.

3.2. Вычисление характеристик надёжности однородной системы

Если не принимать во внимание расположение отказывающих компонент, эта система работоспособна пока работоспособны, по крайней мере, 4 из 6 роторов. Для рассмотренного выше примера ограничимся случаем показательного распределения времени безотказной работы компонент системы $A(t) = 1 - e^{-\alpha t}$, $t \geq 0$, при котором распределение остаточного и исходного времени безотказной работы компонент совпадают. Это позволяет получить не только явные аналитические выражения для характеристик надежности системы, но и окончательные численные результаты. А именно, согласно (1)-(5):

- функция надёжности системы примет вид:

$$R(t) = \sum_{i=4}^{6} \frac{6!}{i!(6-i)!} e^{-\alpha t i}(1 - e^{-\alpha t})^{6-i} =$$
$$= 15e^{-4\alpha t} - 24e^{-5\alpha t} + 10e^{-6\alpha t}$$

- средняя продолжительность жизни системы равна:

$$\mathbf{E}[S] \equiv m = \int_0^{\infty} R(t)dt =$$
$$= \int_0^{\infty} (15e^{-4\alpha t} - 24e^{-5\alpha t} + 10e^{-6\alpha t}) \cdot dt = \frac{37}{60\alpha}$$

- дисперсия времени безотказной работы системы равна:

$$\mathbf{D}[S] = \sigma^2 = \int_0^{\infty} (t - m)^2 dF(t) =$$
$$= \int_0^{\infty} \left(t - \frac{37}{60\alpha}\right)^2 (60\alpha e^{-4\alpha t} - 120\alpha e^{-5\alpha t} + 60\alpha e^{-6\alpha t})dt =$$
$$= \frac{469}{3600\alpha^2}$$

- время безотказной работы системы с данной вероятностью $\mathrm{P}\{S<t\} = \gamma$, т.е. γ-квантиль функции распределения её времени безотказной работы, равно:

$$R^{-1}(1 - \gamma) = t_{1-\gamma}.$$

В частном случае при значении среднего времени безотказной работы компонент $\alpha^{-1} = 1$ и значении $\gamma = 0.1$, получим:

- $R(t) = 15e^{-4t} - 24e^{-5t} + 10e^{-6t}$,
- $m = \mathbf{E}[S] = 0.6167$,
- $\mathbf{D}[S] = 469/3600 \approx 0.1303$,
- $t_{1-\gamma} = 0.2243$.

График зависимости функции надёжности системы от времени в данном случае представлен на Рис. 2.

3.3. Вычисление характеристик надёжности однородной системы с учётом расположения отказавших компонент

Продолжим исследование модели типа «4-из-6: G» в предположении, что система работоспособна пока работают по крайней мере 4 из 6 роторов, причём два отказавших двигателя не должны быть расположены рядом друг

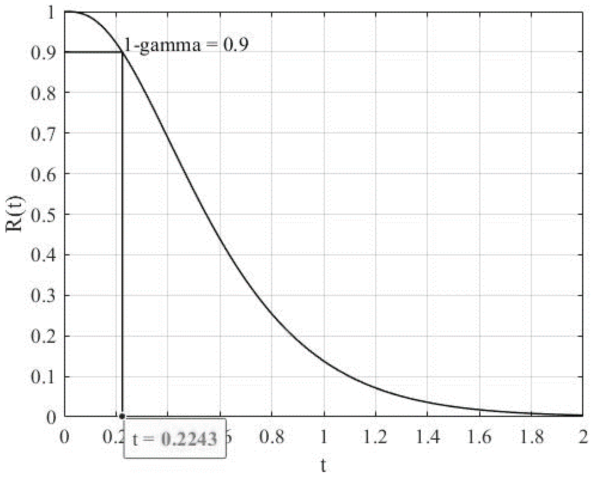

Рис. 2. График зависимости функции надёжности системы $R(t)$ от времени t. Случай однородной системы

с другом. Такую систему будем обозначать «4*-из-6: G». Другими словами, система отказывает, когда отказывают два рядом расположенных двигателя или когда отказывают три любых двигателя.

Для удобства перенумеруем состояния системы в двоичном коде, то есть поставим в соответствие состоянию $\mathbf{j} = (j_1, j_2, \ldots j_6)$ его номер по следующей формуле:

$$j = |j| = \sum_{1 \le i \le 6}(1 - j_i)\, 2^{6-i}. \qquad (*)$$

Тогда множество работоспособных состояний E_1 состоит из состояний с номерами

$$E_1 = \{0, 1, 2, 4, 5, 8, 9, 10, 16, 17, 18, 20, 32, 34, 36, 40\}.$$

Таким образом, например, для однородной системы с показательными распределениями времени безотказной работы её компонент функция распределения времени безотказной работы системы имеет вид:

$$F(t) = \sum_{\mathbf{j}: j \in E_0} \prod_{1 \le i \le n} e^{-\alpha j_i t}(1 - e^{-\alpha t})^{1-j_i}.$$

Соответствующая функция надёжности равна

$$R(t) = 1 - F(t) =$$
$$= \sum_{j: j \in E_1} \prod_{1 \le i \le n} e^{-\alpha j_i t}(1 - e^{-\alpha t})^{1-j_i} =$$
$$= 9e^{-4\alpha t} - 12e^{-5\alpha t} + 4e^{-6\alpha t}.$$

Отсюда в соответствии с (3)-(5):

- средняя продолжительность жизни системы в данном случае равна

$$\mathbf{E}[S] \equiv m = \int_0^\infty R(t)dt =$$
$$= \int_0^\infty (9e^{-4\alpha t} - 12e^{-5\alpha t} + 4e^{-6\alpha t})\, dt = \frac{31}{60\alpha},$$

- дисперсия времени безотказной работы системы равна

$$\mathbf{D}[S] = \sigma^2 = \int_0^\infty (t - m)^2 dF(t) =$$
$$= \int_0^\infty \left(t - \frac{31}{60\alpha}\right)^2 (36\alpha \cdot e^{-4\alpha t} - 60\alpha \cdot e^{-5\alpha t} + 24\alpha \cdot e^{-6\alpha t})dt = \frac{433}{3600\alpha^2},$$

- время безотказной работы системы с данной вероятностью $F(t) = \gamma$ (γ-квантиль функции распределения времени безотказной работы) находится из уравнения:

$$R(t) = 1 - \gamma, \quad t_{1-\gamma} = R^{-1}(1 - \gamma).$$

Тогда при значении среднего времени безотказной работы компонент $\alpha^{-1} = 1$ и значении $\gamma = 0.1$, получим:

- $R(t) = 9e^{-4t} - 12e^{-5t} + 4e^{-6t}$.
- $\mathbf{E}[S] = m = 31/60 \approx 0{,}5167$,
- $\mathbf{D}[S] = \sigma^2 = 433/3600 \approx 0{,}1203$,
- $t_{1-\gamma} = 0{,}1476$.

График зависимости функции надёжности системы от времени в данном случае представлен на Рис. 3.

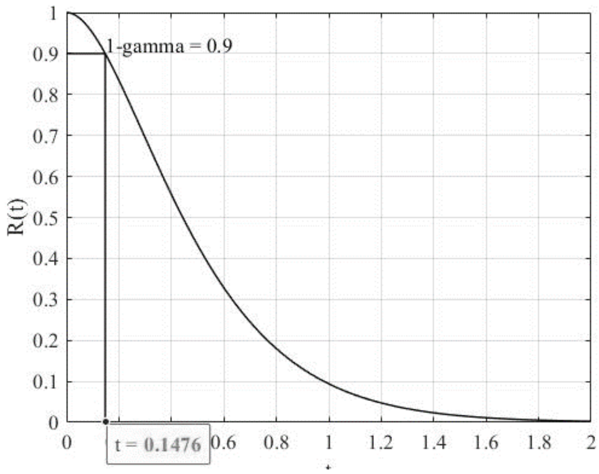

Рис. 3. График зависимости функции надёжности системы $R(t)$ от времени t. Случай однородной системы с учётом расположения отказавших компонент

3.4. Вычисление характеристик надёжности однородной системы с зависимыми отказами её компонент

Предположим, длительности безотказной работы компонент имеют показательное распределение и отказ одной компоненты системы ведёт к увеличению нагрузки на остальные её компоненты. Если не принимать во внимание расположение отказывающих компонент, то функция распределения времени безотказной работы системы в данном случае согласно замечанию 1 к алгоритму, имеет вид:

$$F(t) = Q_0 * Q_1 * Q_2(t),$$

где

$$Q_j(t) = 1 - (1 - A(c_j t))^{6-j} = 1 - e^{-(6-j)c_j\alpha t},$$

Таким образом,

$$F(t) = 1 + \frac{-24c_2 \cdot e^{-5c_1\alpha t} + 30c_1 \cdot e^{-4c_2\alpha t}}{(6-5c_1)(4c_2-5c_1)} + $$

$$+\frac{20c_1c_2 \cdot e^{-6\alpha t} - 30c_1 \cdot e^{-4c_2\alpha t}}{(6-5c_1)(4c_2-6)}.$$

Отсюда согласно (2)-(5),

$$R(t) = 1 - F(t) =$$

$$= \frac{24c_2 \cdot e^{-5c_1\alpha t} - 30c_1 \cdot e^{-4c_2\alpha t}}{(6-5c_1)(4c_2-5c_1)} -$$

$$-\frac{20c_1c_2 \cdot e^{-6\alpha t} - 30c_1 \cdot e^{-4c_2\alpha t}}{(6-5c_1)(4c_2-6)},$$

- среднее время безотказной работы системы в данном случае равно

$$\mathbf{E}[S] = m = \int_0^\infty R(t)dt = \frac{12c_2 + 10c_1c_2 + 15c_1}{60c_1c_2\alpha},$$

- дисперсия времени безотказной работы системы равна

$$\mathbf{D}[S] = \sigma^2 = \int_0^\infty (t-m)^2\, dF(t) =$$

$$= \frac{\frac{1}{36}\left(c_2^2 + \frac{9}{4}\right)c_1^2 + \frac{1}{25}c_2^2}{c_1^2c_2^2\alpha^2},$$

- гамма-квантиль функции распределения времени безотказной работы системы

$$t_{1-\gamma} = R^{-1}(1-\gamma).$$

При фиксированных значениях $\alpha = 1$, $c_1 = 1{,}1$, $c_2 = 1{,}4$, $\gamma = 0{,}1$ имеем:

- $R(t) = 154e^{-6t} + 672e^{-5{,}5t} - 825e^{-5{,}6t}$,
- $\mathbf{E}[S] = m = 487/924 = 0{,}5271$,
- $\mathbf{D}[S] = \sigma^2 = 79165 / 853776 \approx 0{,}09272$,
- $t_{1-\gamma} = 0{,}1935$.

График зависимости функции надёжности системы от времени в данном случае представлен на Рис. 4.

Заметим, что выражение функции распределения времени безотказной работы системы имеет особенности в точках $c_1 = 6/5$ и $c_2 = 3/2$, где оно имеет другой вид. Найдём выражение для функции распределения времени безотказной работы в этом случае.

При $c_1 = 6/5$ и $c_2 = 3/2$:

$$F(t) = 1 - 18\alpha^2t^2e^{-6\alpha t} - 6\alpha t \cdot e^{-6\alpha t} - e^{-6\alpha t}.$$

Функция надёжности в данном случае имеет вид:

$$R(t) = 1 - F(t) = 18\alpha^2t^2e^{-6\alpha t} + 6\alpha t \cdot e^{-6\alpha t} + e^{-6\alpha t}.$$

Средняя продолжительность жизни системы равна:

$$m = E[S] = \int_0^\infty R(t)dt =$$

$$= \int_0^\infty \left(18\alpha^2t^2e^{-6\alpha t} + 6\alpha t \cdot e^{-6\alpha t} + e^{-6\alpha t}\right)dt =$$

$$= \frac{1}{2\alpha}.$$

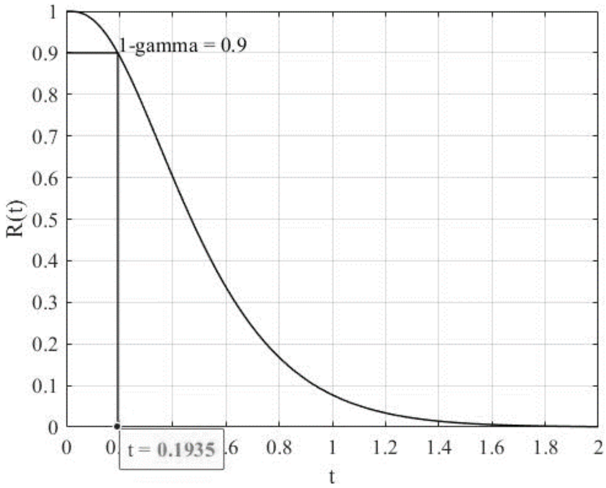

Рис. 4. График зависимости функции надёжности системы $R(t)$ от времени t. Случай однородной системы с зависимыми отказами её компонент

Дисперсии времени безотказной работы системы в данном случае равна:

$$D(S) = \sigma^2 = \int_0^{\infty}(t-m)^2 f(t)dt =$$
$$= \int_0^{\infty}(t-\frac{1}{2\alpha})^2 \cdot 108\alpha^3 t^2 \cdot e^{-6\alpha t}dt = \frac{1}{12\alpha^2}.$$

γ-квантиль функции распределения времени безотказной работы находится из уравнения:

$$R(t) = 1-\gamma$$

$$18\alpha^2 t^2 e^{-6\alpha t} + 6\alpha t \cdot e^{-6\alpha t} + e^{-6\alpha t} = 1-\gamma .$$

Приведенные на Рис. 2–Рис. 4 графики функции надежности позволяют более наглядно проводить сравнительный анализ надежности рассматриваемой системы разных модификаций. Этот анализ удобно проводить на основании значений квантилей функции распределения времени безотказной работы системы для разных (высоких) уровней надежности. В частности, сравнивая Рис. 2 и Рис. 3, видно, что для случая однородной системы типа «k-из-n:G» заданный уровень надежности 0,9 будет сохраняться дольше, чем для случая однородной системы с учетом расположения отказавших компонент. Это ожидаемый результат, поскольку первый из этих случаев представляет собой более идеализированный вариант модели, и не учитывает влияние топологии отказов компонент на изменение надежности всей системы.

Заключение

В данной работе в качестве аналитической модели надёжности лётного модуля привязной высотной беспилотной телекоммуникационной платформы предложена модель резервированной системы типа «k-из-n:G» и некоторые её модификации.

Разработан алгоритм вычисления характеристик надежности однородных и неоднородных систем типа «k-из-n» с учетом расположения отказавших компонент и возможности перераспределения нагрузки между оставшимися работоспособными компонентами. Этот алгоритм позволяет исследовать и сравнивать различные конфигурации «k-из-n» систем, в том числе применительно к моделированию мультироторных платформ, а также проводить анализ чувствительности характеристик надёжности таких систем к виду функций распределения времени безотказной работы их компонент.

Литература

1. S. Kiribayashi, K. Yakushigawa, K. Nagatani. Design and Development of Tether-Powered Multirotor Micro Unmanned Aerial Vehicle System for Remote-Controlled Construction Machine. Springer // Field and Service Robotics, 2018, pp. 637-648.
2. G. Wang, W. Samarathunga, S. Wang. Uninterruptible Power Supply Design for Payload Tethered Hexaroters // International Journal of Emerging Engineering Research and Technology, Volume 4, Issue 2, 2016, pp. 16-21.
3. V.M. Vishnevsky. D.V. Efrosinin, A. Krishnamoorthy. Principles of Construction of Mobile and Stationary Tethered High-Altitude Unmanned Telecommunication Platforms of Long-Term Operation. // Communications in Computer and Information Science, 2018.Volume 919. Springer, Cham, Pp. 561-569. DOI:10.1007/978-3-319-99447-5.
4. V. Vishnevsky, R. Meshcheryakov. Experience of Developing a Multifunctional Tethered High-Altitude Unmanned Platform of Long-Term Operation / Lecture Notes in Computer Science. 2019. Springer, V. 11659. pp.236-244.
5. V. M. Vishnevsky, B. N. Tereschenko, D. A. Tumchenok, A. M. Shirvanyan, and Alexander Sokolov. Principles of Building a Power Transmission System for Tethered Unmanned Telecommunication Platforms // Lecture Notes in Computer Science. Springer, 2019. Vol. 11965. p.94-110.
6. V. M. Vishnevskiy, A. M. Shirvanyan and D. A. Tumchenok. Mathematical Model of the Dynamics of Operation of the Tethered High-Altitude Telecommunication Platform in the Turbulent Atmosphere. //Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, IEEE Xplore, 2019, pp.1-7. DOI: 10.1109/SOSG.2019.8706784
7. Вишневский В.М. Математические методы проектирования и опыт реализации привязных высотных беспилотных телекоммуникационных платформ / Труды 13-го Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ ХШ, Москва, 2019), М.: ИПУ РАН, 2019. С. 40-42.
8. В. М. Вишневский, А. М. Ширванян, Н.Н. Бряшко. Расчет необходимой мощности для функционирования привязной беспилотной платформы в условиях турбулентной атмосферы // Информационные технологии и вычислительные системы. 2020. №3. С.71-84.
9. Shepherd, D.K. (2008). k-out-of-n systems. In F, Ruggeri, R. Kenett & F.W. Faltin (eds.), Encyclopedia of statistics in quality and reliability. Chichester, England: Wiley.
10. K.S. Trivedi, Probability and Statistics with Reliability, Queuing and Computer Science Applications. // Wiley, New York, 2016. DOI:10.1002/9781119285441
11. S. R. Chakravarthy, A. Krishnamoorthy and P. V. Ushakumari. A (k-out-of-n) reliability system with an unreliable server and Phase type repairs and services: The (N, T) policy. // Journal of Applied Mathematics and Stochastic Analysis; 14(4): 361-380, 2001.

12. T. Zhang, M Xie, and M, Horigome. Availability and reliability of (k-out-of- (M+N)): warm standby systems. // Reliability Engineering & System Safety 91: 381-387, 2006.
13. I. Gertsbakh, Y. Shpungin. Reliability Of Heterogeneous ((k, r)-out-of-(n, m)) System. Reliability: Theory & Applications, No. 3(42), vol-11, Sept-2016, pp. 8-10.
14. A. Lisnianski, G. Levitin. Multi-State System Reliability: Assessment, Optimization and Application. World Scientific. Springer, 2003
15. I. Ushakov. A universal generating function // Sov. J. Comput. Syst. Sci. (1986) 24: 37-49.
16. I. Ushakov. Optimal standby problem and a universal generating function // Sov. J. Comput. Syst. Sci. (1987) 25: 61-73.
17. G. Levitin. The universal generating function in reliability analysis and optimization. Springer Series in Reliability Engineering. Springer-Verlag London Limited 2005.
18. T. Yuge, M Maruyama, and S. Yanagi. Reliability of a (k-out-of-n) system with common-cause failures using multivariate exponential distribution. // Procedia Computer Science 96: 968-976, (2016).
19. W. Kuo, M.J. Zuo. Optimal reliability modeling: principles and applications. // New York: Wiley; 2003.
20. K.H. Wang, W.L. Chen, D.Y. Yang. Optimal management of the machine repair problem with working vacation: Newton's method. // Computational and Applied Mathematics 233: 449-458, (2009).
21. J.C. Ke, Y.L. Hsu, T.H. Liu, Z.G. Zhang. Computational analysis of machine repair problem with unreliable multi-repairmen. // Computers and Operations Research 40: 848-855, (2013).
22. K.H. Wang, J.B. Ke, J.C. Ke. Profit analysis of the M/M/R machine repair problem with balking, reneging, and standby switching failures. // Computers and Operations Research 34: 835-847, 2007.
23. Г.Ж.К. Уанкпо, Д.В. Козырев. Имитационная модель расчёта стационарных вероятностей системы типа k из n с произвольными распределениями времени безотказной работы и ремонта её элементов / Материалы Всероссийской конференции с международным участием "Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем" (Москва, 2019). М.: РУДН, 2019. С. 119-126.
24. Г.Ж.К. Уанкпо, Д.В. Козырев. Программный комплекс для имитационного моделирования и оценки надёжности систем типа k из n с произвольными исходными распределениями / Материалы Всероссийской конференции с международным участием "Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем" (Москва, 2019). М.: РУДН, 2019. С. 113-118.
25. Д.В. Козырев, З.Ф. Нгуен. Расчёт характеристик надёжности лётного модуля привязной мультироторной беспилотной высотной платформы на основе гексакоптера / Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь (DCCN-2019). Материалы XXII Международной научной конференции. М.: РУДН, 2019. С. 504-513.
26. M.S. Moustafa. Availability of K-out-of-N: G Systems with Exponential Failure and General Repairs // Economic Quality Control. Vol. 16 (2001). No.1. P. 75-82.
27. D.G. Linton, J.G. Saw. Reliability analysis of the k-out-of-n: f system, IEEE Trans. Reliab. R-23 (1974) 97-103.
28. В.В. Рыков, Чан Ань Нгиа. О чувствительности характеристик надёжности систем к виду функций распределения времени безотказной работы и восстановления их элементов. Вестник РУДН. Серия Математика, Информатика, Физика № 3, 2014, С.65-77.
29. D. Efrosinin, V. Rykov, and V. Vishnevskiy. Sensitivity of Reliability Models to the Shape of Life and Repair Time Distributions. (9-th International Conference on Availability, Reliability and Security (ARES 2014), p.430-437. Published in CD: 978-I-4799-4223-7/14, 2014, IEEE. DOI 10.1109/ ARES 2014.65.
30. D. Efrosinin, V. Rykov. Sensitivity Analysis of Reliability Characteristics to the Shape of the Life and Repair Time Distributions. In: Communication in Computer and Information Science, v. 487, pp. 101-112.
31. V. Rykov, V. Itkin. On Sensitivity of Reliability Systems Operating in Random Environment to Shape of their Input Distributions. Reliability: Theory and Applications. Vol. 10, 2015, December. Pp. 71-80.
32. Rykov, V., Kozyrev, D., Zaripova, E. Modeling and simulation of reliability function of a homogeneous hot double redundant repairable system // Proceedings - 31st European Conference on Modelling and Simulation, ECMS 2017, pp. 701-705, 2017. DOI: 10.7148/2017-0701
33. Vladimir Rykov, Dmitry Kozyrev. Analysis of renewable reliability systems by Markovization method / Analytical and Computational Methods in Probability Theory. ACMPT 2017. Lecture Notes in Computer Science, volume 10684. Springer, Cham, Pp.210-220, 2017. DOI: 10.1007/978-3-319-71504-9_19.
34. V. Rykov. On steady state probabilities of renewable system with Marshal–Olkin failure model. Statistical Papers (2018) 59:1577-1588, DOI: 10.1007/s00362-018-1037-6.
35. V. Rykov, E. Zaripova, N. Ivanova, S. Shorgin. On Sensitivity Analysis of Steady State Probabilities of Double Redundant Renewable System with Marshal-Olkin Failure Model, // In: Distributed Computer and Communication Networks. Proceedings. Eds. By Vladimir V. Vishnevskiy and Dmitry V. Kozyrev, Springer, 2018, pp. 234-245.
36. Rykov V., Kozyrev D. On Sensitivity of Steady-State Probabilities of a Cold Redundant System to the Shapes of Life and Repair Time Distributions of Its Elements. In: Pilz J., Rasch D., Melas V., Moder K. (eds) Statistics and Simulation. IWS 2015. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol 231. Springer, Cham, pp. 391-402, 2018. DOI: 10.1007/978-3-319-76035-3_28
37. Kozyrev D.V., Rykov V.V., Kolev N. Reliability Function of Renewable System under Marshall-Olkin Failure Model / Reliability: Theory & Applications, Vol.13, No.1(48). San Diego: Gnedenko Forum, 2018, pp. 39-46
38. Rykov, V., Kozyrev, D. On the reliability function of a double redundant system with general repair time distribution // Applied Stochastic Models in Business and Industry, 35 (2), pp. 191-197, 2019. DOI: 10.1002/asmb.2368
39. V. Rykov. On Reliability of Renewable Systems. // In Reliability Engineering. Theory and Applications (Edds.by Ilia Vonta and Mangey Ram) CRC Press. 2018, pp. 173-196.

Вишневский Владимир Миронович. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, Россия. Заведующий лабораторией, главный научный сотрудник, доктор технических наук, профессор. Количество печатных работ: более 200 (в т.ч. 5 монографий). Область научных интересов: Теория и практика построения инфокоммуникационных систем и сетей, Прикладная теория вероятностей, Теоретическая информатика. E-mail: vishn@inbox.ru

Козырев Дмитрий Владимирович. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, Россия; Российский университет дружбы народов, г. Москва, Россия. Старший научный сотрудник, доцент, кандидат физико-математических наук. Количество печатных работ: 80 (в т.ч. 1 монография). Область научных интересов: Прикладная теория вероятностей. Теория надёжности. Прикладные стохастические модели. Имитационное моделирование. E-mail: kozyrev-dv@rudn.ru

Рыков Владимир Васильевич. Российский университет дружбы народов, г. Москва, Россия; РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, г. Москва, Россия, Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН, г. Москва, Россия. Профессор кафедры, доктор физико-математических наук, профессор. Количество печатных работ: более 200 (в т.ч. 5 монографии и 5 учебных пособий). Область научных интересов: Теория вероятностей и математическая статистика. Надёжность и риск. Сети и системы массового обслуживания. Управляемые стохастические системы. E-mail: vladimir_rykov@mail.ru

Нгуен Зуи Фыонг. Аспирант Физтех-школы радиотехники и компьютерных технологий, Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), г. Долгопрудный, Московская область, Россия. Количество печатных работ: 4. Область научных интересов: прикладные стохастические модели, имитационное моделирование. E-mail: zui.fyong.nguen@phystech.edu

Reliability Modeling of an Unmanned High-Altitude Module of a Tethered Telecommunication Platform

V. M. Vishnevsky[I], D. V. Kozyrev[I, II], V. V. Rykov[II, III, IV], D. P. Nguyen[V]

[I] V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
[II] Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russia
[III] National University of Oil and Gas "Gubkin University", Moscow, Russia
[IV] Institute for Information Transmission Problems of the Russian Academy of Sciences (Kharkevich Institute), Moscow, Russia
[V] Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Moscow Region, Russia

Abstract. We perform reliability modeling of a high-altitude module of a tethered telecommunication platform as a heterogeneous k-out-of-n system. Several variants of such a model are considered, including the ones, taking into account the dependence of system failures on the configuration of the failed components, and taking into account the redistribution of load between the remaining workable components. An algorithm has been developed that allows to calculate the reliability function of such a system, the average value and variance of its uptime, and the quantiles of the uptime distribution function.

Keywords: High-altitude tethered telecommunication platforms, k-out-of-n systems, reliability modeling.

DOI 10.14357/20718632200403

References

1. S. Kiribayashi, K. Yakushigawa, K. Nagatani. Design and Development of Tether-Powered Multirotor Micro Unmanned Aerial Vehicle System for Remote-Controlled Construction Machine. Springer // Field and Service Robotics, 2018, pp. 637-648.
2. G. Wang, W. Samarathunga, S. Wang. Uninterruptible Power Supply Design for Payload Tethered Hexaroters // International Journal of Emerging Engineering Research and Technology, Volume 4, Issue 2, 2016, pp. 16-21.
3. V.M. Vishnevsky. D.V. Efrosinin, A. Krishnamoorthy. Principles of Construction of Mobile and Stationary Tethered High-Altitude Unmanned Telecommunication Platforms of Long-Term Operation. // Communications in Computer and Information Science, 2018.Volume 919. Springer, Cham, Pp. 561-569. DOI:10.1007/978-3-319-99447-5.
4. V. Vishnevsky, R. Meshcheryakov. Experience of Developing a Multifunctional Tethered High-Altitude Unmanned

Platform of Long-Term Operation / Lecture Notes in Computer Science. 2019. Springer, V. 11659. pp.236-244.
5. V. M. Vishnevsky, B. N. Tereschenko, D. A. Tumchenok, A. M. Shirvanyan, and Alexander Sokolov. Principles of Building a Power Transmission System for Tethered Unmanned Telecommunication Platforms // Lecture Notes in Computer Science. Springer, 2019. Vol. 11965. p.94-110.
6. V. M. Vishnevskiy, A. M. Shirvanyan and D. A. Tumchenok. Mathematical Model of the Dynamics of Operation of the Tethered High-Altitude Telecommunication Platform in the Turbulent Atmosphere. //Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, IEEE Xplore, 2019, pp.1-7. DOI: 10.1109/SOSG.2019.8706784
7. V. M. Vishnevskiy Matematicheskie metody proektirovanija i opyt realizacii privjaznyh vysotnyh bespilotnyh telekommunikacionnyh platform [Mathematical design methods and implementation experience of tethered high-altitude unmanned telecommunication platforms] / Trudy 13-go Vserossijskogo soveshhanija po problemam upravlenija [Proceedings of the 13th All-Russian meeting on control problems] (VSPU XIII, Moscow, 2019), M.: ICS RAS, 2019. P. 40-42.
8. V.M. Vishnevsky, A.M. Shirvanyan, N.N. Bryashko. Raschet neobkhodimoy moshchnosti dlya funktsionirovaniya privyaznoy bespilotnoy platformy v usloviyakh turbulentnoy atmosfery [Calculation of the required power for the operation of a tethered unmanned platform in a turbulent atmosphere] // Informacionnye tekhnologii I vichslitel'nye sistemy (Journal of Information Technologies and Computing Systems). N 3. 2020. Pp. 71-78.
9. Shepherd, D.K. (2008). k-out-of-n systems. In F, Ruggeri, R. Kenett & F.W. Faltin (eds.), Encyclopedia of statistics in quality and reliability. Chichester, England: Wiley.
10. K.S. Trivedi, Probability and Statistics with Reliability, Queuing and Computer Science Applications. // Wiley, New York, 2016. DOI:10.1002/9781119285441
11. S. R. Chakravarthy, A. Krishnamoorthy and P. V. Ushakumari. A (k-out-of-n) reliability system with an unreliable server and Phase type repairs and services: The (*N*, *T*) policy. // Journal of Applied Mathematics and Stochastic Analysis; 14(4): 361-380, 2001.
12. T. Zhang, M Xie, and M, Horigome. Availability and reliability of (*k*-out-of- (M+N)): warm standby systems. // Reliability Engineering & System Safety 91: 381-387, 2006.
13. I. Gertsbakh, Y. Shpungin. Reliability Of Heterogeneous ((k, r)-out-of-(n, m)) System. Reliability: Theory & Applications, No. 3(42), vol-11, Sept-2016, pp. 8-10.
14. A. Lisnianski, G. Levitin. Multi-State System Reliability: Assessment, Optimization and Application. World Scientific. Springer, 2003
15. I. Ushakov. A universal generating function // Sov. J. Comput. Syst. Sci. (1986) 24: 37-49.
16. I. Ushakov. Optimal standby problem and a universal generating function // Sov. J. Comput. Syst. Sci. (1987) 25: 61-73.
17. G. Levitin. The universal generating function in reliability analysis and optimization. Springer Series in Reliability Engineering. Springer-Verlag London Limited 2005.
18. T. Yuge, M Maruyama, and S. Yanagi. Reliability of a (k-out-of-n) system with common-cause failures using multivariate exponential distribution. // Procedia Computer Science 96: 968-976, (2016).
19. W. Kuo, M.J. Zuo. Optimal reliability modeling: principles and applications. // New York: Wiley; 2003.
20. K.H. Wang, W.L. Chen, D.Y. Yang. Optimal management of the machine repair problem with working vacation: Newton's method. // Computational and Applied Mathematics 233: 449-458, (2009).
21. J.C. Ke, Y.L. Hsu, T.H. Liu, Z.G. Zhang. Computational analysis of machine repair problem with unreliable multirepairmen. // Computers and Operations Research 40: 848-855, (2013).
22. K.H. Wang, J.B. Ke, J.C. Ke. Profit analysis of the M/M/R machine repair problem with balking, reneging, and standby switching failures. // Computers and Operations Research 34: 835-847, 2007.
23. H.G.K. Houankpo, D.V. Kozyrev. Imitatsionnaya model' rascheta statsionarnykh veroyatnostey sistemy tipa k iz n s proizvol'nymi raspredeleniyami vremeni bezotkaznoy raboty i remonta yeyo elementov [A simulation model for calculating the stationary probabilities of a system of type k-out-of-n with arbitrary distributions of uptime and repair of its elements] / Materialy Vserossiyskoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiyem "Informatsionno-telekommunikatsionnyye tekhnologii i matematicheskoye modelirovaniye vysokotekhnologichnykh sistem" [Materials of the All-Russian Conference with International Participation "Information and telecommunication technologies and mathematical modeling of high-tech systems"] (Moscow, 2019). M.: RUDN, 2019. 119-126.
24. H.G.K. Houankpo, D.V. Kozyrev. Programmnyy kompleks dlya imitatsionnogo modelirovaniya i otsenki nadozhnosti sistem tipa k iz n s proizvol'nymi iskhodnymi raspredeleniyami [A software package for simulation and reliability assessment of systems of type k-out-of-n with arbitrary initial distributions] / Materialy Vserossiyskoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiyem "Informatsionno-telekommunikatsionnyye tekhnologii i matematicheskoye modelirovaniye vysokotekhnologichnykh sistem" [Materials of the All-Russian Conference with International Participation "Information and telecommunication technologies and mathematical modeling of high-tech systems"] (Moscow, 2019). M.: RUDN, 2019. 113-118.
25. D.V. Kozyrev, D.P. Nguyen. Raschet kharakteristik nadozhnosti lotnogo modulya privyaznoy mul'tirotornoy bespilotnoy vysotnoy platformy na osnove geksakoptera / Raspredelennyye komp'yuternyye i telekommunikatsionnyye seti: upravleniye, vychisleniye, svyaz' (DCCN-2019) [Calculation of the reliability characteristics of the flight module of a tethered multi-rotor unmanned high-altitude platform based on a hexacopter / Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications (DCCN-2019)]. Materialy XXII Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii [Materials of the XXII International Scientific Conference]. M.: RUDN, 2019. 504-513.
26. M.S. Moustafa. Availability of K-out-of-N: G Systems with Exponential Failure and General Repairs // Economic Quality Control. Vol. 16 (2001). No.1. P. 75-82.

27. D.G. Linton, J.G. Saw. Reliability analysis of the k-out-of-n: f system, IEEE Trans. Reliab. R-23 (1974) 97-103.
28. V.V. Rykov, Tran Anh Nghia. O chuvstvitel'nosti kharakteristik nadozhnosti sistem k vidu funktsiy raspredeleniya vremeni bezotkaznoy raboty i vosstanovleniya ikh elementov [On the sensitivity of reliability characteristics of systems to the form of the distribution functions of uptime and restoration of their elements]. Vestnik RUDN. Seriya Matematika, Informatika, Fizika № 3 [Bulletin of the RUDN University. Series Mathematics, Computer Science, Physics No. 3], 2014, 65-77.
29. D. Efrosinin, V. Rykov, and V. Vishnevskiy. Sensitivity of Reliability Models to the Shape of Life and Repair Time Distributions. (9-th International Conference on Availability, Reliability and Security (ARES 2014), p.430-437. Published in CD: 978-I-4799-4223-7/14, 2014, IEEE. DOI 10.1109/ ARES 2014.65.
30. D. Efrosinin, V. Rykov. Sensitivity Analysis of Reliability Characteristics to the Shape of the Life and Repair Time Distributions. In: Communication in Computer and Information Science, v. 487, pp. 101-112.
31. V. Rykov, V. Itkin. On Sensitivity of Reliability Systems Operating in Random Environment to Shape of their Input Distributions. Reliability: Theory and Applications. Vol. 10, 2015, December. Pp. 71-80.
32. Rykov, V., Kozyrev, D., Zaripova, E. Modeling and simulation of reliability function of a homogeneous hot double redundant repairable system // Proceedings - 31st European Conference on Modelling and Simulation, ECMS 2017, pp. 701-705, 2017. DOI: 10.7148/2017-0701
33. Vladimir Rykov, Dmitry Kozyrev. Analysis of renewable reliability systems by Markovization method / Analytical and Computational Methods in Probability Theory. ACMPT 2017. Lecture Notes in Computer Science, volume 10684. Springer, Cham, Pp.210-220, 2017. DOI: 10.1007/978-3-319-71504-9_19.
34. V. Rykov. On steady state probabilities of renewable system with Marshal–Olkin failure model. Statistical Papers (2018) 59:1577-1588, DOI: 10.1007/s00362-018-1037-6.
35. V. Rykov, E. Zaripova, N. Ivanova, S. Shorgin. On Sensitivity Analysis of Steady State Probabilities of Double Redundant Renewable System with Marshal-Olkin Failure Model, // In: Distributed Computer and Communication Networks. Proceedings. Eds. By Vladimir V. Vishnevskiy and Dmitry V. Kozyrev, Springer, 2018, pp. 234-245
36. Rykov V., Kozyrev D. On Sensitivity of Steady-State Probabilities of a Cold Redundant System to the Shapes of Life and Repair Time Distributions of Its Elements. In: Pilz J., Rasch D., Melas V., Moder K. (eds) Statistics and Simulation. IWS 2015. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol 231. Springer, Cham, pp. 391-402, 2018. DOI: 10.1007/978-3-319-76035-3_28
37. Kozyrev D.V., Rykov V.V., Kolev N. Reliability Function of Renewable System under Marshall-Olkin Failure Model / Reliability: Theory & Applications, Vol.13, No.1(48). San Diego: Gnedenko Forum, 2018, pp. 39-46
38. Rykov, V., Kozyrev, D. On the reliability function of a double redundant system with general repair time distribution // Applied Stochastic Models in Business and Industry, 35 (2), pp. 191-197, 2019. DOI: 10.1002/asmb.2368
39. V. Rykov. On Reliability of Renewable Systems. // In Reliability Engineering. Theory and Applications (Edds.by Ilia Vonta and Mangey Ram) CRC Press. 2018, pp. 173-196.

Vishnevsky V. M. Doctor of Sciences (Computer Sciences), Professor, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Profsoyuznaya str., 65, Moscow, 117997, Russia, e-mail: vishn@inbox.ru.

Kozyrev D. V. PhD, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Profsoyuznaya street, 65, Moscow, 117997, Russia; Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, 117198, Russia, e-mail: kozyrev-dv@rudn.ru.

Rykov V. V. Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Professor, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6, Miklukho-Maklaya str., 117198, Moscow, Russia; National University of Oil and Gas "Gubkin University", Moscow, Institute for Information Transmission Problems of the Russian Academy of Sciences (Kharkevich Institute), 19, build.1, Bolshoy Karetny per., Moscow, 127051, Russia, Russia, e-mail: rykov-vv@rudn.ru

Nguyen D. P. PhD student of Phystech School of Radio Engineering and Computer Technology, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), 9 Institutskiy per., Dolgoprudny, Moscow Region, 141701, Russian Federation; Number of published works:4 Research area: Applied stochastic models, Simulation e-mail: zui.fyong.nguen@phystech.edu