

Двухэтапный алгоритм решения задачи определения маршрутов грузопотоков в железнодорожной сети с учетом ограничений

А. Ю. Кузнецова

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
«Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова» Российской академии наук г. Москва, Россия

Аннотация. В статье рассматривается задача определения маршрутов грузовых поездов в сети при наличии ограничений на пропускные способности на станциях и перегонах. Приводится двухэтапный алгоритм решения задачи, который был разработан на основе двух подходов: методов нахождения кратчайших путей на графах и методов решения задач линейного программирования. Разработанный алгоритм квадратично зависит от количества станций и линейно от количества грузов, в работе приводятся практические рекомендации по снижению зависимости от количества станций до линейной. Приводятся расчеты вплоть до размерности 10^{10} , сравнительный анализ обоих подходов и сравнение с точным решением.

Ключевые слова: задача построения маршрутов, железнодорожная сеть, грузопотоки, доставка грузов.

DOI 10.14357/20718632210309

Введение

В последние годы на железнодорожном транспорте значительно возросло и продолжает расти количество грузоперевозок. Заказы на отправку грузов возникают каждый день по всей железнодорожной сети и требуют скорейшего выполнения. Для организации доставки заказов определяются наиболее выгодные маршруты их движения по сети, таким образом, формируются грузопотоки. В соответствии с определёнными грузопотоками определяется необходимое количество железнодорожных составов для доставки заказов, и формируются маршруты их движения.

Определение оптимальных грузопотоков сети с небольшим количеством станций при наличии ограничений на пропускные способно-

сти станций и перегонов сводится к решению задачи Форда-Фалкерсона, для решения которой могут использоваться весьма эффективные методы, на основе которых разработано много коммерческих программных продуктов. Однако размерность такой задачи для реальной железнодорожной сети оказывается настолько большой, что, как указано в ряде статей [1-3], её решение на современных компьютерах и с помощью имеющихся программных продуктов займёт недопустимо большое время.

В тех же статьях [1-3] предлагалась оригинальная идея решения этой задачи для реальных железнодорожных сетей, которая состоит в том, чтобы решить задачу Форда-Фалкерсона в два этапа. Сначала находится решение без ограничений на пропускные способности перегонов и без ограничений на пропускные спо-

способности станций по приёму поездов и хранению оставленных вагонов. На втором этапе в полученном решении устраняются нарушения пропускной способности. Задачу без указанных ограничений для реальных железнодорожных сетей удаётся решать за приемлемое время. Однако ни в одной из этих и рассмотренных статей по данной тематике не ничего не говорилось о методах, позволяющих устранять нарушения таких ограничений.

В связи с этим возникает чрезвычайно важная задача, связанная с разработкой алгоритмов и методов, позволяющих устранять указанные нарушения и получать пригодные решения задачи формирования грузопотоков. Идея и формулировка данной проблемы развивались в статьях [4-6]. Важность решения этой задачи обусловлена ещё и тем, что на основе её решения фактически организуется доставка заказов.

Постановка задачи

Задача определения маршрутов, по которым целесообразно доставлять грузопотоки от станций отправления к станциям назначения по железнодорожной сети может быть сформулирована следующим образом.

Пусть задана железнодорожная сеть, которая определена в виде ориентированного графа $G = (V, E)$, где V – множество станций, а E – множество ребер. В сети известны длины $d(e)$ перегонов $e \in E$, стоимости проезда h_i через каждую станцию $i \in V$. Для каждой станции $i \in V$ и перегона $e \in E$ известны ограничения на количество проходящих вагонов $r_1(i)$, $b_1(e)$ и их вес $r_2(i)$, $b_2(e)$.

Известны K заказов на доставку грузов в сети, каждый из которых определяется следующими параметрами: станция отправления $o(k)$, станция назначения $f(k)$, количество вагонов $l(k)$, необходимое для доставки заказа, суммарный вес груза в заказе $w(k)$, стоимость транспортировки груза за километр c^k , штрафы за его недоставку p^k – т.к. в сети есть ограничения, то некоторые заказы могут быть не доставлены.

На основе заказов на доставку формируются грузопотоки, состоящие из нескольких заказов с одинаковыми станциями отправления и назначения.

Необходимо определить набор доставляемых грузопотоков и маршруты их доставки, которые удовлетворяют условиям движения грузов по сети, и стоимость доставки по которым является наименьшей.

Стоимость доставки может быть разложена на 3 слагаемых: общая стоимость проезда через перегоны, общая стоимость проезда через станции, сумма штрафов за недоставку грузопотоков. Штрафы за недоставку не обязательно должны означать стоимость в рублях и могут быть введены для учета приоритетов грузопотоков, длин маршрутов и т.д.

Выбор стоимости доставки в качестве целевой функции позволяет в условиях нехватки ресурсов сети отобрать наиболее приоритетные поставки, а в условиях достатка ресурсов в первую очередь и по максимально коротким маршрутам доставлять наиболее выгодные грузопотоки.

Модель процесса маршрутизации

Для решения задачи оптимизации используются 2 модели: модель с наличием ограничений на пропускную способность в сети и модель без таких ограничений. Первая модель используется для поиска точного решения задачи, вторая модель используется для эвристического решения задачи.

В модели без учета ограничений предполагается, что каждый грузопоток отправляется и доставляется. В модели с учетом ограничений некоторые грузопотоки могут быть не доставлены.

В качестве переменных в модели используются булевы переменные $x_i^k, y_e^k \in \{0, 1\}$, $\forall k \in K, \forall i \in V, \forall e \in E$, которые равны 1, если грузопоток с номером k прошел через станцию $i \in V$ или через перегон $e \in E$ соответственно, и 0 – если грузопоток не проходит через данную станцию или перегон. Подобный выбор переменных позволяет однозначно восстановить маршрут каждого грузопотока и учесть ограничения в сети.

В качестве целевой функции выбирается функция расходов на доставку, которую необходимо минимизировать. Функция состоит из 3х слагаемых: расходов на доставку по перегонам и станциям и штрафов за недоставку:

$$J = \min_{x_i^k, y_e^k} \left\{ \sum_{k=1}^K \sum_{e \in E} d(e) c^k y_e^k + \sum_{k=1}^K \sum_{i \in V} h_i x_i^k + \sum_{k=1}^K \delta^k p^k \right\}, \quad (1)$$

где $\delta^k \in \{0,1\}$, $\forall k \in K$ – индикатор недоставки грузопотока, равный 1, если грузопоток с номером k не был доставлен на станцию назначения и 0, если грузопоток был доставлен (отправлен). Факт отправки груза можно определить на основе переменной $x_{o(k)}^k$, в таком случае образуется следующее уравнение связи:

$$x_{o(k)}^k + \delta^k = 1, \quad \forall k \in K \quad (2)$$

Т.к. грузопотоки не накапливаются на промежуточных станциях, то должно выполняться уравнение непрерывности для промежуточных станций маршрута грузопотока k :

$$\sum_{(j,i) \in E} y_{(j,i)}^k = \sum_{(i,j) \in E} y_{(i,j)}^k = x_i^k, \quad (3)$$

$$\forall k \in K, \forall i \in V / \{o(k), f(k)\}$$

Для вершин назначения и отправления грузопотока k в уравнениях непрерывности дополнительно учитывается направление движения: грузопоток не может выходить из вершины назначения и входить в вершину отправления:

$$\sum_{(o(k),j) \in E} y_{(o(k),j)}^k = x_{o(k)}^k, \quad \sum_{(j,o(k)) \in E} y_{(j,o(k))}^k = 0 \quad (4)$$

$$\forall k \in K$$

$$\sum_{(j,f(k)) \in E} y_{(j,f(k))}^k = x_{f(k)}^k, \quad \sum_{(f(k),j) \in E} y_{(f(k),j)}^k = 0, \quad (5)$$

$$\forall k \in K$$

Из уравнений непрерывности вытекают следующие утверждения:

- $x_{f(k)}^k = x_{o(k)}^k$

т.е. отправление и прибытие грузопотока эквивалентны

- если $x_{f(k)}^k = x_{o(k)}^k = 1$, то существует путь с вершинами $o(k), v_1, \dots, v_n, f(k)$ такой,

что $x_{v_i}^k = 1 \forall i: 1, \dots, n$, $y_{(o(k),v_1)}^k = y_{(v_n,f(k))}^k = 1$, $y_{(v_i,v_{i+1})}^k = 1 \forall i: 1, \dots, n-1$

т.е. если грузопоток отправляется, то существует путь до вершины назначения

- если $x_{o(k)}^k = 0$, то $x_v^k = 0 \forall v \in V$ и $y_e^k \forall e \in E$

т.е. если грузопоток не отправляется, то он не проходит ни через одну станцию, ни через один перегон

Ограничения пропускных способностей станций и перегонов имеют вид:

$$\forall i \in V \quad \sum_{k=1}^K x_i^k l(k) \leq r_1(i), \quad \sum_{k=1}^K x_i^k w(k) \leq r_2(i), \quad (6)$$

$$\forall e \in E \quad \sum_{k=1}^K y_e^k l(k) \leq b_1(e), \quad \sum_{k=1}^K y_e^k w(k) \leq b_2(e), \quad (7)$$

где $r_1(i), r_2(i)$ – ограничения на суммарную длину и вес грузопотоков для станции i , $b_1(e), b_2(e)$ – ограничения на суммарную длину и вес грузопотоков для перегона e .

При поиске маршрутов без учета ограничений, вводятся дополнительные предположения о доставке каждого грузопотока, которые приводят к следующим уравнениям:

$$x_{f(k)}^k = x_{o(k)}^k = 1, \quad \forall k \in K \quad (8)$$

Как следствие, $\delta^k = 0$ – из модели исключаются штрафы.

Алгоритм решения задачи

Задача построения маршрутов грузопотоков в сети с заданными ограничениями на пропускную способность имеет большую размерность, является NP-трудной, и не может быть решена точно за приемлемое время. Поэтому в данной работе был разработан эвристический метод решения задачи с помощью двухэтапного алгоритма, на первом этапе которого находятся маршруты грузопотоков без учета ограничений, а на втором – корректируются построенные маршруты в соответствии с ограничениями на пропускные способности на перегонах и станциях. Идея данного алгоритма была взята из статьи [1], где рассматривались варианты

решения данной задачи, но не было приведено описание каждого из этапов алгоритма.

Выбор алгоритма для первого этапа является крайне важным, поскольку на данный этап, как будет показано далее, приходится наибольшая доля времени в решении задачи. В работе рассматривались классические подходы к построению маршрутов без учета ограничений: алгоритм Дейкстры для нахождения кратчайших путей на графах и симплекс-метод для решения задач линейного программирования. Оба подхода алгоритма могут применяться к задачам оптимизации, в то же время, согласно теории, алгоритмическая сложность алгоритма Дейкстры в среднем меньше, чем у симплекс-метода. В настоящем исследовании проводилось практическое сравнение скоростей работы алгоритмов с помощью вычислительных экспериментов.

Т.к. на первом этапе алгоритма необходимо многократно находить кратчайшие расстояния между некоторыми, часто совпадающими или пересекающимися, парами станций, то производится оптимизационная работа по сокращению времени работы алгоритма:

а. предварительно для каждой станции определяются грузопотоки, приходящие в нее или исходящие из нее, и, как следствие, парные конечные станции грузопотоков

б. после этого станции сортируются по убыванию количества парных с ними станций

с. станции рассматриваются в порядке очередности:

- i. находятся кратчайшие маршруты от рассматриваемой станции до парных, в которые ведут грузопотоки
 - ii. у всех парных станций из числа парных вычеркивается рассматриваемая станция
 - iii. рассматриваемая станция вычеркивается из списка
 - iv. оставшиеся станции вновь сортируются по убыванию количества парных с ними станций
- d. всем грузопотокам назначаются кратчайшие маршруты, равные найденным кратчайшим маршрутам между его конечными станциями.

На втором этапе алгоритма принимаются в расчет ограничения на станциях и перегонах, что приводит к возникновению так называемых элементов «непроезда»: станций или перегонов сети, для которых количество или суммарный вес вагонов в проходящих грузопотоках превышают заданные ограничения. С целью соблюдения ограничений сети для некоторых грузопотоков приходится искать новые пути или отказываться от доставки – устранение «непроездов» в сети. Поиск путей для каждого грузопотока происходит по отдельности.

Общий алгоритм устранения «непроездов» в сети состоит из следующих шагов:

1. определяются приоритеты грузопотоков на основе их параметров, включающие начальные данные и количество станций «непроезда» в построенном маршруте

2. грузопотоки рассматриваются в порядке убывания приоритета

3. для каждого грузопотока определяется маршрут в соответствии со следующими правилами:

- a. если на пути следования грузопотока отсутствуют элементы «непроезда», то есть нет конфликтов за ограниченную пропускную способность с другими грузопотоками, или оставшаяся пропускная способность позволяет следовать грузопотоку по данному пути, то грузопоток доставляется по начальному маршруту
- b. если на пути следования грузопотока есть элементы «непроезда», оставшаяся пропускная способность которых не позволяет грузопотоку проследовать через данный элемент (проблемные элементы), то для данного грузопотока производятся попытки поиска нового пути, пропускные способности элементов которого позволяют следовать грузопотоку.

Найденные пути, в зависимости от режима работы алгоритма, могут быть перестроенными и достроенными. Перестроенный путь – это кратчайший путь следования между конечными станциями грузопотока, который заново находится с учетом текущих значений пропускных способностей. Достроенный путь – путь, в котором для каждого проблемного элемента

начального кратчайшего пути грузопотока был найден объезд ограниченной длины.

Объездом данного проблемного элемента на пути следования грузопотока называется последовательность станций и перегонов, конечные станции которой должны быть расположены на заданном пути грузопотока: начальная станция – перед элементом по направлению движения грузопотока, последняя – после него. Длиной объезда называется количество станций в этом объезде.

Найденный путь объезда одного элемента может позволять объехать некоторые другие проблемные элементы на пути грузопотока. В таком случае уже не производится поиска пути объезда для обойденных элементов.

Формирование достроенного пути происходит следующим образом:

- i. выбирается первый проблемный элемент на пути следования грузопотока, если такого нет, то достроенный путь считается найденным
- ii. для данного элемента ведется поиск объезда ограниченной длины
- iii. если такой объезд найден, то соответствующая часть исходного пути грузопотока заменяется на объезд и следует возврат к первому шагу, иначе считается, что достроенный путь найти не удалось
- с. если удастся найти новый путь, то грузопоток доставляется по нему, иначе он считается недоставленным, и его доставка переносится на следующий временной период

4. в случае доставки грузопотока, на соответствующую величину уменьшаются пропускные способности станций и перегонов сети на всем пути следования грузопотока

Для построения объезда ограниченной длины проблемного элемента на пути грузопотока, был разработан модифицированный алгоритм Дейкстры, на вход которого передаются следующие параметры:

- конфигурация сети с учетом текущих пропускных способностей
- текущий путь грузопотока с указанием проблемных элементов

- проблемный элемент для данного грузопотока
- размеры грузопотока (параметры, которые ограничиваются пропускной способностью)
- максимальная длина объезда

Алгоритм Дейкстры работает следующим образом:

1. для переданного проблемного элемента берется ближайшая предыдущая станция по пути следования грузопотока (начальная станция)

2. для начальной станции устанавливается стоимость объезда = 0, для остальных станций – бесконечность

3. для начальной станции устанавливается длина объезда = 0, для остальных станций вводится бесконечная длина объезда

4. для каждой станции устанавливается станция начала, равная начальной станции

5. для каждой станции устанавливается предыдущая станция, равная пустоте

6. все станции считаются необработанными

7. минимальная стоимость нового пути устанавливается равной бесконечности

8. минимальный путь считается пустым массивом

9. пока есть необработанные станции с конечной стоимостью объезда и длиной объезда меньше переданной максимальной длины, исполнять:

- a. среди станций с длиной объезда меньше максимальной взять необработанную станцию v с минимальной стоимостью объезда
- b. если v принадлежит исходному пути грузопотока и по ходу движения грузопотока расположена после проблемного элемента, то
 - i. посчитать стоимость нового пути как: стоимость объезда для v + стоимость исходного пути от станции отправления до станции начала для v + стоимость исходного пути от v до станции назначения – стоимость проезда через v
 - ii. сравнить стоимость нового пути с минимальной стоимостью нового пути
 - iii. если стоимость нового пути меньше, то

1. сделать минимальную стоимость нового пути равной рассчитанной стоимости нового пути
 2. посчитать путь объезда как инвертированный список предыдущих станций, начиная с v и заканчивая станцией начала для v
 3. сделать минимальный путь равным последовательному объединению списка станций исходного пути до станции начала для v , станций пути объезда, списка станций исходного пути после станции v
- с. иначе (v не принадлежит исходному пути или принадлежит, но лежит до начальной станции), для каждой соседней с v необработанной станции w , пропускная способность которой не меньше параметров размеров грузопотока при условии, что пропускная способность перегона (v, w) так же не меньше параметров размера грузопотока, рассчитать новую стоимость объезда следующим образом:
- i. если w расположена в исходном пути до начальной станции по пути следования грузопотока, то
 1. стоимость объезда для w сделать равной 0
 2. длину объезда для w сделать равной 0
 3. начальную станцию для w сделать равной w
 - ii. иначе
 1. рассчитать потенциальную стоимость объезда для w , равную стоимости объезда для v + стоимость проезда по (v, w) + стоимость проезда через w
 2. сравнить текущую и потенциальную стоимость объезда для w
 3. если потенциальная меньше, то
 - a. обновить текущую стоимость объезда для w на потенциальную
 - b. обновить текущую длину объезда для w на длину объезда для $v + 1$ (может быть такое, что объезд с меньшей стоимостью имеет длину больше и это может стать причиной, что мы можем не завершить объезд из w – тут мы полагаемся на то, что таких случаев будет немного и путь с большим количеством станций почти всегда имеет стоимость выше)
- с. обновить станцию начала для w на станцию начала для v
- d. пометить v как обработанную
10. если минимальная стоимость нового пути конечна, то объезд считается построенным, иначе объезда не существует (либо на всех путях нарушаются текущие пропускные способности, либо на некоторых путях не удалось пойти дальше из-за лимита длины).
- Заметим, что при такой логике построения верны следующие утверждения:
- объезд может начинаться в любой станции перед начальной – это может приводить к замедлениям при расчетах, поэтому иногда может быть полезно отказаться от этого преимущества
 - в станции, из которой начинается объезд, длина объезда всегда равна 0 (нет «штрафа» за взятие более ранней точки)
 - ситуация, когда последовательное построение 2-х объездов 2-х проблемных элементов приводит к стоимости хуже, чем построение 1-ого объезда 2-х проблемных элементов, невозможна
 - однако возможна ситуация, когда построение двух объездов не удастся, однако удастся построение одного объезда для тех же двух элементов, когда начальная вершина объезда во втором случае идет позже начальной вершины объезда в первом, как показано на Рис. 1 (пропуски – элементы «непроезда», 1 – объезд возможен, 2 – нет).

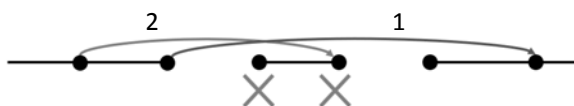


Рис. 1. Пример, когда один большой объезд лучше двух

Чтобы избежать такой ситуации, используется следующая идея: в алгоритме Дейкстры смотреть на все получившиеся объезды и брать тот объезд, вершина окончания которого расположена дальше все по пути следования грузопотока. «Штраф» за такой выбор будет только в тех случаях, когда более длинный по количеству станций путь будет иметь меньшую стоимость проезда, что, по предположению, случается не часто.

Перестроение пути происходит с помощью алгоритма Дейкстры, в котором используется дополнительная проверка на пропускные способности, или с помощью методов целочисленного программирования.

Разработанный алгоритм имеет сложность порядка $O(M \cdot N^2)$, где M – количество грузопотоков, N – количество станций в сети.

Реализация алгоритма

Для проверки быстродействия алгоритма и сравнения двух подходов к построению маршрутов грузопотоков без ограничений была разработана программа на языке Python версии 3.*, которая может строить начальные маршруты как с помощью алгоритма Дейкстры, так и с помощью симплекс-метода, и находить объездные пути как с помощью полной перестройки маршрута, так и с помощью поиска объезда в ограниченной окрестности точек «непроезда». Так же возможен запуск точного решения программы, который реализован с помощью симплекс-метода. Данные для программы могут быть считаны из файлов или сгенерированы случайным образом. Программа реализована модульным образом, что позволяет получать результаты независимо на каждом из этапов.

Во время проведения вычислительных экспериментов в качестве задающих параметров для программы использовались количество станций, перегонов и грузопотоков и режим работы программы, в качестве результатов – время работы программы на каждом из этапов и значения функционала после построения начальных маршрутов и после решения задачи.

Эксперименты были организованы следующим образом: задавались возможные режимы работы программы, параметры сети и грузопотоков: количество станций, перегонов и маршрутов – количество повторений (использова-

лось 10 повторений). Программа исполнялась введенное количество повторений, во время каждого из которых на основе заданных параметров случайным образом создавались сеть и грузопотоки, после чего определялись маршруты доставки грузопотоков с помощью каждого из режимов работы программы. Возможность сравнить результаты для разных режимов работы программы на одних и тех же данных позволила провести более точное сравнение между ними. Для всех режимов работы программы на каждом повторении определялись целевые переменные, которые затем усреднялись по количеству повторений.

В экспериментах исследовались следующие режимы работы:

- Дейкстра полный – начальные маршруты определяются с помощью алгоритма Дейкстры, на этапе устранения «непроездов» грузопотоки с проблемными элементами полностью перестраиваются с помощью алгоритма Дейкстры с учетом текущей пропускной способности.

- Дейкстра объезд N – начальные маршруты определяются с помощью алгоритма Дейкстры, на этапе устранения «непроездов» для каждого проблемного элемента ведется поиск объездов длиной не более N с помощью модифицированного алгоритма Дейкстры. В экспериментах N увеличивалось вручную по мере увеличения количества станций и перегонов в сети.

- ЛП по одному – начальные маршруты по одному определяются с помощью методов линейного программирования, на этапе устранения «непроездов» маршруты полностью перестраиваются по одному с помощью методов линейного программирования.

- ЛП все маршруты – начальные маршруты определяются единой моделью с помощью методов линейного программирования, на этапе устранения «непроездов» маршруты полностью перестраиваются по одному с помощью методов линейного программирования.

- Точное – строится точное решение с помощью методов линейного программирования.

Результаты

Вычислительные эксперименты проводились для всех возможных режимов работы при разных значениях станций, перегонов и марш-

рутов: от 40 станций, 50 перегонов и 1 маршрута до 2000 станций, 2500 перегонов и 1500 маршрутов. Для точного режима эксперименты были остановлены на размерности в 80 станций, 100 перегонов и 50 маршрутов, ввиду больших временных затрат на его нахождение, а так же большой дисперсии во временных затратах, которую можно наблюдать на Рис. 2.

Для режима «ЛП все маршруты» вычисления были остановлены на наборе из 1200 станций, 1600 перегонов и 1000 маршрутов ввиду стабильного совпадения значения функционала с режимом ЛП по одному при более существенных временных затратах.

Часть полученных результатов приводится в Табл. 1.

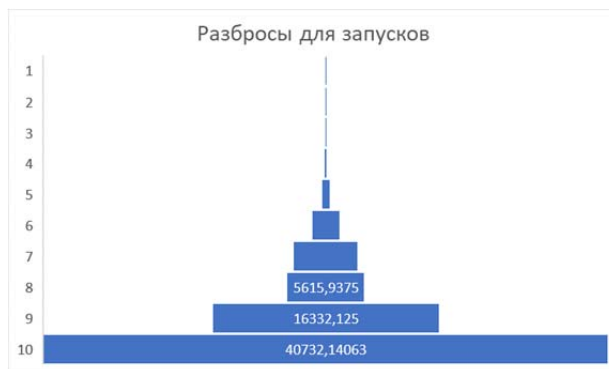


Рис. 2. Время нахождения точного решения при различных запусках программы для 80 станций, 100 перегонов и 50 маршрутов

Табл. 1. Результаты работы программы определения маршрутов грузопотоков

Станции	Перегоны	Маршруты	Режим работы	Начальное время, с	Время работы, с	Функционал начальный	Функционал
2000	2500	1500	Дейкстра полный	865	914	178607692	3450929546
2000	2500	1500	Дейкстра объезда 15	868	870	178607692	5183718084
2000	2500	1500	Дейкстра объезда 30	867	871	178607692	5151165781
2000	2500	1500	ЛП по одному	711	909	178484798	3430557160
1200	1600	1000	Дейкстра полный	213	232	98661836	1286674534
1200	1600	1000	Дейкстра объезда 15	213	213	98661836	2764920214
1200	1600	1000	Дейкстра объезда 30	212	213	98661836	2722861363
1200	1600	1000	ЛП по одному	273	356	98577870	1284335147
1200	1600	1000	ЛП все маршруты	427	513	98577870	1284335147
80	100	50	Дейкстра полный	0,075	0,091	3167778	60537412
80	100	50	Дейкстра объезда 10	0,083	0,088	3167778	85140631
80	100	50	Дейкстра объезда 5	0,075	0,083	3167778	92011337
80	100	50	Точное	7015	7015	22415962	22415962
80	100	50	ЛП по одному	0,942	1,066	3166561	60858892
80	100	50	ЛП все маршруты	0,839	0,991	3166561	60858892

Из таблицы видно следующее:

- начальные значения функционала совпадают для каждого из режимов работы, за исключением точного решения;
- значения функционалов для решений ЛП всегда совпадают;
- значения функционалов для режимов «Дейкстра полный» и любого из ЛП почти совпадают и являются минимальными (за исключением точного решения);
- точное решение занимает в 7000 больше времени на относительно небольших размерностях;
- минимальное время решения приходится на режимы работы вида «Дейкстра объезда N»
- при наибольшей размерности время решения составляет 870 секунд.

Выводы

В результате исследования задачи построения маршрутов грузопотоков в сети с заданными ограничениями на пропускную способность было выявлено, что точное решение является неприменимым уже на небольших значениях входных параметров ввиду большой дисперсии временных затрат и больших средних значений, поэтому, несмотря на то, что точное решение дает существенно лучшие результаты функционала, возникает необходимость в использовании эвристических подходов.

Разработанный для этих целей двухэтапный алгоритм показал, что его время работы остается приемлемым даже при существенных значениях входных параметров, что означает способность подстраивать к возникающим нарушениям и изменениям в режиме работы сети.

Было показано, что качество найденного решения одинаково для лучших представителей каждого из подходов: методов линейного программирования и методов нахождения кратчайших путей на графах. Скорость нахождения решения так же почти не зависит от подхода. Тем не менее, в результате исследований были выявлены наиболее оптимальные подходы для решения задач разной размерности.

Оказалось, что для наиболее эффективного решения задачи с помощью методов линейного программирования желательно разбивать задачу нахождения начальных маршрутов всех гру-

зопотоков на отдельные подзадачи для каждого из грузопотоков, т.е. вместо одной большой матрицы рассматривать несколько матриц меньшего размера, которые в сумме дают то же число полей.

При этом начальные маршруты без ограничений для каждого из эвристического режима работы программы определяются одинаково, что следует из одинаковых значений начальных функционалов. Это позволяет строить комбинированные режимы работы программы, в которых на разных этапах работы алгоритма применяются различные методы построения.

При маленьких значениях входных параметров лучшие результаты, как по времени, так и по значениям функционала, достигаются при использовании алгоритма Дейкстры с полной перестройкой маршрутов. При больших значениях входных параметров лучшие результаты, как по времени, так и по значениям функционала показывает режим работы ЛП по одному.

Эксперименты показали, что основное время работы программы (как минимум 90% для каждого из случаев при нахождении начальных маршрутов с помощью алгоритма Дейкстры) пришлось на построение начальных маршрутов. Т.к. конфигурация сети меняется относительно редко по сравнению с частотой расчета маршрутов грузопотоков, при этом начальные маршруты зависят от конфигурации сети, можно существенно снизить время работы программы, если заранее рассчитать наиболее эффективные маршруты между различными станциями. В таком случае эффективность алгоритма улучшится вплоть до $O(N \cdot M)$.

Дальнейшие исследования целесообразно сосредоточить на улучшении алгоритма объезда с целью уменьшения значений целевой функции расходов на доставку грузопотоков.

Литература

1. Ravindra K. Ahuja, Claudio B. Cunha, and Guven, Sahin. Network models in railroad planning and scheduling. In *Tutorials in Operations Research*, pages 54–101. INFORMS, 2005.
2. Jean-Francois Cordeau, Paolo Toth, and Daniele Vigo. A survey of optimization models for train routing and scheduling. *Transportation Science*, 32(4):380–404, 1998.
3. Ricardo Fukasawa, Marcus Poggi de Aragao, Oscar Porto, and Eduardo Uchoa. Solving the freight car flow prob-

- lem to optimality. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 66(6):42 – 52, 2002.
4. Steven Harrod and Michael F. Gorman. Operations research for freight train routing and scheduling. In James J. Cochran, Louis A. Cox, Pinar Keskinocak, Jeffrey P. Kharroufeh, and J. Cole Smith, editors, *Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science*. John Wiley & Sons, Inc., 2010.
 5. А.Ю. Кузнецова, Е.Н. Хоботов, К.С. Павлов. Определение маршрутов движения вагонов с грузами по железнодорожной сети. *Автоматизация в промышленности*. 2017 №2. С. 41-44.
 6. А.Ю. Кузнецова, Е.Н. Хоботов, Е.С. Рыбакова. Методы формирования маршрутов движения грузов в железнодорожных сетях. Труды пятой научно-технической конференции с международным участием «Интеллектуальные системы управления на железнодорожном транспорте. Компьютерное и математическое моделирование» (ИСУЖТ-2016). Москва, 17-18 ноября 2016 г. С. 110-113.

Кузнецова Александра Юрьевна. Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова» Российской академии наук г. Москва, Россия. Научный сотрудник. Количество печатных работ: 16. Область научных интересов: вычислительная математика, информационные технологии. E-mail: thelova@mail.ru

Two-Staged Algorithm for Freight Traffic's Route Finding in Constrained Railway Network

A. Yu. Kuznetsova

Institute of Control Sciences Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract. The article deals with the problem of freight trains' route constructing in railway networks having capacity restrictions on stations and segments of lines that connect stations. This paper describes solving two-staged algorithm for this problem based on two approaches: methods of shortest path finding in graphs and linear problem solving methods. Developed algorithm quadratically depends of number of stations and linearly depends of number of freights, practical recommendations of reducing dependency of stations to linear is given in this article. This paper contains calculations until 10^{10} dimension, comparative analysis of both approaches and their comparison with exact solution of this problem.

Keywords: routing problem, railway network, freight traffic, cargo delivery.

DOI 10.14357/20718632210309

References

1. Ravindra K. Ahuja, Claudio B. Cunha, and Güvenç Sahin. Network models in railroad planning and scheduling. In *Tutorials in Operations Research*, pages 54–101. INFORMS, 2005.
2. Jean-François Cordeau, Paolo Toth, and Daniele Vigo. A survey of optimization models for train routing and scheduling. *Transportation Science*, 32(4):380–404, 1998.
3. Ricardo Fukasawa, Marcus Poggi de Aragão, Oscar Porto, and Eduardo Uchoa. Solving the freight car flow problem to optimality. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 66(6):42 – 52, 2002.
4. Steven Harrod and Michael F. Gorman. Operations research for freight train routing and scheduling. In James J. Cochran, Louis A. Cox, Pinar Keskinocak, Jeffrey P. Kharroufeh, and J. Cole Smith, editors, *Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science*. John Wiley & Sons, Inc., 2010.
5. Kuznetsova A. Yu., Khobotov E. N., Pavlov K. S. Freight cars delivery routes finding in railway. *Automation in Industry*. 2017 #2. P. 41-44.
6. Kuznetsova A. Yu., Khobotov E. N., Rybakova E. S. Methods to form routes for cargo delivery in railway. Proceedings of V scientific and technical conference with international attendance. “Intelligent control systems in railway transport. Computer and mathematical modeling” (ICSRT-2016). Moscow, November 17-18 2016 y. P. 110-113.

Kuznetsova A. Yu. Institute of Control Sciences Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia. Researcher. Number of publications: 16. Area of scientific interests: computational science, information technology, e-mail: thelova@mail.ru