

Применение методов машинного обучения к решению задач теории массового обслуживания*

В. М. Вишнеvский, А. В. Горбунова

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук, г. Москва, Россия

Аннотация. В работе впервые представлено систематизированное изложение нового метода исследования систем массового обслуживания (СМО) с использованием алгоритмов машинного обучения. Рассмотренные в обзоре публикации делятся на несколько категорий – статьи, в которых алгоритмы машинного обучения служат для прогнозирования параметров СМО технического характера и публикации, в которых машинное обучение применяется для оценки вероятностно-временных характеристик СМО. Анализ публикаций позволяет сделать вывод о высокой эффективности применения методов машинного обучения, перспективах проведения дальнейших исследований, а также о возможном выделении нового подхода в самостоятельное направление в области решения сложных задач теории очередей.

Ключевые слова: теория массового обслуживания, система массового обслуживания, сеть массового обслуживания, система с параллельным обслуживанием заявок, имитационное моделирование, интеллектуальный анализ данных, машинное обучение, искусственные нейронные сети.

DOI 10.14357/20718632210407

Введение

Математические модели сетей и систем массового обслуживания широко применяются при проектировании, исследовании и оптимизации технических, экономических, производственных, медицинских, военных и других систем [1, 2]. Существует несколько основных подходов к решению задач теории массового обслуживания (ТМО): аналитические методы, численные методы и имитационное моделирование.

Нахождение основных показателей производительности СМО не всегда является возможным аналитически. Это объясняется огра-

ничениями, накладываемыми распределениями, характеризующими входящий поток и времена обслуживания заявок. Численные же методы анализа математических моделей массового обслуживания, к примеру, итерационные или матрично-геометрические, могут оказаться довольно ресурсоемкими и энергозатратными, даже несмотря на существование упрощающих методов для некоторых типов СМО.

Еще одним подходом, применяемым с целью определения различных показателей функционирования систем массового обслуживания, является имитационное моделирование, которое позволяет решать достаточно широкий спектр реальных задач.

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 19-29-06043

В данной работе будет описан новый подход к решению задач ТМО, базирующийся на комбинации методов машинного обучения и имитационного моделирования. С одной стороны, он устраняет один из существенных недостатков имитационного моделирования, который заключается в значительных временных затратах на его проведение при исследовании сложных систем, и, с другой стороны, обладает одним из главных его преимуществ – универсальностью, т. е. подходит для исследования практически любых СМО.

Описание нового метода, особенностей его применения, в том числе и на конкретных примерах и, как следствие, возможной перспективы его выделения в самостоятельное направление при проведении дальнейших исследований в области теории очередей, является основной целью настоящего обзора.

Хотя идея нового подхода возникла относительно недавно, в настоящем обзоре рассматриваются и ранние публикации, в которых данная тематика была затронута лишь косвенно. Указанные публикации заслуживают внимания, поскольку позволяют проследить развитие нового метода от его исходной точки до современного состояния. При этом четкая формулировка подхода применительно к плоскости ТМО и его апробация на различных примерах моделей массового обслуживания отражены преимущественно в недавних работах авторов данного обзора.

Обзор организован следующим образом. В разделе 1 изложены основные аспекты теории искусственных нейронных сетей, как одного из способов машинного обучения, которые объясняют причины и возможность их применения к решению задач ТМО. В разделе 2 представлен обзор публикаций, в которых используются различные методы машинного обучения для исследования реальных систем массового обслуживания. Раздел 3 посвящен описанию концепции нового подхода, а также результатам применения его непосредственно к анализу моделей сложных систем массового обслуживания. В заключении описаны перспективы развития нового подхода и возможности его применения для оценки характеристик производительности СМО, описание которых не было рассмотрено в настоящей работе.

1. Искусственные нейронные сети и ТМО

Выделяют три основных типа задач, которые могут быть решены посредством применения различных алгоритмов машинного обучения: классификация, кластеризация и прогнозирование. Последняя задача заключается в предсказании поведения системы по ее предыдущим реакциям, что фактически сводится к задаче аппроксимации функции нескольких переменных. В последующем нас будет интересовать применение искусственных нейронных сетей и других методов машинного обучения именно в контексте решения данной проблемы, поскольку, например, нейросети считаются одним из лучших инструментов аппроксимации функций [3].

В настоящий момент известно несколько типов структур ИНС, однако в большинстве исследований по тематике ТМО и не только используется персептрон, характеризуемый одним или несколькими скрытыми слоями и прямым распространением сигнала. На каждом нейроне происходит суммирование произведений входных данных и соответствующих весовых коэффициентов, которые после прохождения через активационную функцию в качестве аргумента становятся потом входными данными для нейронов следующего слоя.

Согласно теоремам об аппроксимации функций, приведенных в [4], а также в обзоре [3], любую непрерывную функцию можно представить в виде комбинации линейных операций и единственного нелинейного элемента, что позволяет их применить к многослойному персептрону, где в качестве нелинейного элемента выступает функция активации.

Существует множество подходов к обучению нейронных сетей, которые, в свою очередь, оказывают влияние на процесс аппроксимации. Под обучением понимают процесс нахождения оптимальных весовых коэффициентов, которые бы в полной мере отражали зависимость между входными значениями и выходом нейросети. Одним из самых известных и распространенных методов обучения является метод обратного распространения ошибки.

Среди других широко применяемых методов обучения ИНС можно назвать алгоритм обучения Левенберга-Маркарта, метод шкалирован-

ных связанных градиентов и метод байесовской регуляризации. Вопрос выбора определенного алгоритма из всего множества существующих, можно разрешить только экспериментальным путем при реализации конкретной задачи. Руководствоваться при этом можно, например, оптимальным соотношением таких характеристик как точность и трудоемкость выбранных для сравнения алгоритмов [5] либо специальными метриками для машинных алгоритмов, как, например, в [6].

К одному из первых упоминаний применения методов машинного обучения, в частности алгоритма построения дерева решений ID3, к решению задач ТМО можно отнести работу [7]. Здесь говорится в общем о потенциале методов машинного обучения, а также обсуждаются новые, благодаря этим методам, возможности моделирования поведения сложных систем и преимущества их использования при реализации так называемых экспертных систем. Предложенный подход иллюстрируется на примере симуляции одной системы массового обслуживания.

В работе [8] был проведен сравнительный анализ оценки времени отклика телекоммуникационной сети, полученной с помощью классических методов теории массового обслуживания, а точнее анализа модели M|M|2, и оценки, полученной с помощью обучения нейронной сети методом обратного распространения ошибки на наборе реальных данных, собранных при мониторинге работы исследуемой сети. Естественно, что нейронная сеть дала лучшую оценку в контексте меньшего значения среднеквадратической ошибки модели. Это было связано с простотой предложенной аналитической модели.

Существующие работы можно разделить на несколько категорий в зависимости от целей применения методов машинного обучения. С одной стороны, машинное обучение может напрямую использоваться для моделирования работы реальных систем массового обслуживания. С другой стороны, их применение возможно для анализа сложных математических моделей массового обслуживания, для которых вычисление оценок интересующих характеристик не всегда возможно в замкнутой форме, а численные методы не всегда продуктивны.

Проанализируем имеющиеся тематические публикации более подробно, чтобы отразить одно из преимуществ применения машинного обучения, а именно разнообразие задач, которые могут быть решены с помощью его методов.

2. Оценка характеристик различных систем/сетей массового обслуживания

2.1. Применение ИНС для анализа сетей связи

Снижение потерь в системах массового обслуживания в результате использования эффективной схемы управления буфером является одной из наиболее важных проблем при разработке алгоритмов управления трафиком сетей связи. Так, в [9] успешно исследуются возможности применения нейронных сетей с целью определения оптимальной схемы динамического управления буфером для адаптации в режиме реального времени к изменяющимся во времени условиям трафика.

В более свежих работах [10,11] решается проблема оптимального распределения ресурсов в беспроводных сетях связи уже с помощью глубокого обучения, которое, в свою очередь, является одной из форм машинного обучения. В [10] анализируются автономные сверхплотные сети благодаря применению глубокого Q-обучения, а в [11] с помощью глубинных нейросетей аппроксимируются два сложных итерационных алгоритма из области беспроводных сетей, предназначенных для распределения мощности сигнала, что снижает временные затраты по сравнению с использованием этих численных алгоритмов напрямую, и как следствие позволяет проводить оптимизацию распределения ресурсов сети в реальном времени.

В [12] применяются нейронные сети для краткосрочного и среднесрочного прогнозирования трафика гетерогенной сети с целью оптимизации ее ресурсов и, тем самым, повышения качества обслуживания пользователей. В статье предлагается два различных приложения на основе нейронных и нейро-нечетких систем для управления качеством обслуживания в сетях следующего поколения для оказания услуг передачи голосовых сообщений и видеодан-

ных. Тесты показали многообещающую перспективность применения нейронных сетей для прогнозирования нагрузки сети, и, кроме того, инструменты визуализации самоорганизующихся карт Кохонена обеспечили наглядность данного представления.

В [13] предлагается новый метод прогнозирования трафика беспроводной ячеистой сети, основанный на использовании сети глубокого обучения в комбинации с гауссовской моделью. Результаты численного эксперимента подтверждают превосходство этого метода над тремя наиболее известными.

В [14] с помощью нейросетей подбираются основные параметры для настройки оптимальной конфигурации беспроводной сенсорной сети. Оптимизация выполняется на основании прогноза ИНС для таких характеристик, как срок службы сети, уровень мощности передачи, а также расстояние между узлами. Этот способ ожидаемо значительно выгоднее с экономической точки зрения по сравнению с традиционными точными методами математического программирования, как, например, смешанное целочисленное программирование. Результат численного эксперимента показывают относительную ошибку прогноза указанных параметров, не превышающую 7%.

С подробным обзором применения ИНС к исследованию беспроводных сетей связи можно ознакомиться в [15]. В [16] освещаются серьезные перспективы применения различных методов машинного обучения в целом, как мощного инструмента искусственного интеллекта, к исследованию сетей связи следующего поколения на примерах описания общей концепции решения различного рода технических проблем для гетерогенных сетей, крупномасштабных MIMO, умных сетей электроснабжения и т. п.

Обзор [17] посвящен применению глубокого обучения, основой которого также являются ИНС, к анализу беспроводных сетей связи большой размерности и с очень сложной топологией. В [18] представлен обзор особенностей применения еще одного способа машинного обучения – глубокого обучения с подкреплением – к решению различных проблем в области коммуникаций и сетей связи, включая безопас-

ность, маршрутизацию трафика, управление скоростью передачи данных и многое другое, с достаточно подробным описанием самой концепции и методов обучения.

В [19] с помощью рекуррентной нейросети исследуется новый алгоритм повышения энергоэффективности беспроводной сети 5G, а в [20] ИНС предлагаются в качестве инструмента прогнозирования соотношения сигнал/шум в том числе и с целью снижения энергопотребления.

Среди последних работ в области применения методов машинного обучения при исследовании различных аспектов функционирования беспроводных сетей связи нового поколения можно перечислить [21-24]. Также отметим, что в этой области существует множество нерешенных проблем, которые уже решаются или могут быть решены с помощью методов машинного обучения, что подтверждается множеством публикаций по данной тематике [17, 18].

2.2. Применение ИНС для прогнозирования времени пребывания в реальных очередях

Физическая постановка в очередь является реальностью во многих сферах человеческой жизни, в частности, это касается отрасли предоставления услуг или продажи товаров.

Одним из основных инструментов оценки времени ожидания клиента в очереди остаются методы теории массового обслуживания. Однако в последнее время появилось множество исследований, посвященных прогнозированию времени пребывания в очередях с помощью методов машинного обучения [6, 25-27].

Так, в [25] прогнозируется время ожидания клиента в очереди в банк. В качестве входных значений выступают: время прихода клиента в банк (время поступления заявки в систему) – день недели, часы и минуты, место, которое клиент (заявка) занимает в очереди. В качестве выходного значения выступает время ожидания в очереди до начала обслуживания, в качестве метода обучения был выбран алгоритм оптимизации Адама. Таким образом, здесь машинное обучение оказывается жизнеспособной альтернативой теории очередей для прогнозирования времени ожидания.

В работе [26] аналогично с помощью искусственной нейронной сети прогнозируется время

пребывание клиента банка в очереди, однако акцент делается скорее на определении эффективного набора входных переменных нейросети с точки зрения наибольшего влияния на прогнозируемый параметр – время ожидания в очереди, при этом система массового обслуживания предполагается уже многолинейной. В качестве метода обучения используется алгоритм упругого обратного распространения ошибки. Архитектура нейросети представляет собой перцептрон с одним скрытым слоем с различными вариациями числа нейронов в нем. Для обучения используются реальные данные одного из крупнейших банков Индонезии.

В [6] также исследуется время ожидания в очереди на обслуживание в кассе банка. При этом сравнивается точность прогнозирования трех методов машинного обучения: глубокое обучение, случайный лес, градиентный бустинг и СМО М|М|1. Все перечисленные интеллектуальные методы дают хорошее приближение по сравнению с СМО, что было вполне ожидаемо, поскольку выбранная модель массового обслуживания не лучшим образом соответствует реальной. Наиболее точный результат с точки зрения качества прогноза и значений F -меры (меры Ван Ризбергера), характеризующей соотношение точности и полноты алгоритма, дает метод градиентного бустинга.

В работе [27] был проведен анализ десяти различных методов машинного обучения для прогнозирования времени ожидания в очереди в медицинском учреждении, в число которых входят: нейронная сеть, случайный лес, метод опорных векторов, модель эластичной сети, которую можно считать обобщением регрессии с регуляризацией, многомерные адаптивные регрессионные сплайны, метод k ближайших соседей, градиентный бустинг, бутстрэп-агрегирование или бэггинг, дерево классификации и регрессии, а также линейная регрессия. Для каждой их перечисленных моделей в качестве обучающей выборки было использовано 70% имеющихся данных, а остальные 30% – для тестирования алгоритмов. Для оценки точности прогнозирования после применения обученных моделей к тестовому набору данных была вычислена среднеквадратическая ошибка, на основании чего была выбрана лучшая, в том

числе и с точки зрения производительности, для оценки времени ожидания в очереди модель, которой оказалась эластичная сеть.

3. Применение методов машинного обучения для оценки характеристик моделей систем массового обслуживания

Несмотря на наличие вышеописанных статей, в которых применяются методы машинного обучения при решении различного рода задач, лежащих в той или иной степени в плоскости ТМО, ни в одной из них полноценно не была сформулирована концепция новой методики. Все публикации на эту тему носят достаточно разрозненный характер. Выявить из них какую-то общую идею и уж тем более выделить ее в отдельное новое направление при решении сложных задач ТМО наравне с классическими методами довольно сложно.

Основные положения применения нового подхода в том виде, который позволяет его использовать при анализе моделей массового обслуживания любой сложности, были сформулированы в работах авторов настоящего обзора. Эти публикации, в которых изложены ключевые принципы нового подхода, будут описаны ниже.

Основная идея и ее новизна заключаются в комбинации имитационного моделирования с различными методами интеллектуального анализа данных и применением ИНС, в частности. Имитационное моделирование является одним из способов получения высокоточных оценок показателей производительности моделей массового обслуживания. Так, на вход имитационной модели подаются значения параметров, от которых зависят эти показатели, например, среднее время между поступлениями заявок или среднее время обслуживания на приборах, а на ее выходе мы получаем искомую величину. Однако время, затрачиваемое на получение одного значения интересующей характеристики модели, может колебаться в пределах от нескольких секунд до нескольких минут. Это зависит от сложности моделируемой СМО, программной среды для симуляции, аппаратного обеспечения вычислительной системы.

Время симуляции для получения необходимого количества оценок в целях составления полноценного представления об их поведении может превысить все разумные пределы. Поэтому если с помощью симуляции получить набор значений интересующих характеристик для отдельных значений входных параметров в рамках заданного числового промежутка, то далее можно на полученных данных обучить нейросеть, которая с необходимой степенью точности будет давать оценку уже для любых промежуточных значений входных параметров из этих же интервалов без каких-либо ограничений на их количество.

В результате, необходимо будет затратить время на имитационное моделирование не для всех требуемых значений входных параметров, а уже для их ограниченного количества, а также на непосредственное обучение нейросети или какой-либо другой интеллектуальной модели. Сам же процесс прогнозирования фактически не требует временных затрат. В случае, если получено аналитическое решение и разработан алгоритм отыскания численных характеристик СМО, но он требует слишком много временных и вычислительных затрат, то можно поступить аналогичным образом.

Что касается построения имитационной модели, то здесь существует несколько вариантов. Можно воспользоваться специализированными программными приложениями, разработанными для этих целей. Одними из наиболее популярных приложений являются GPSS World, AnyLogic и Arena [28]. В качестве альтернативы уже готовым вариантам можно разработать собственную имитационную модель, например, в программной среде Python с довольно широким набором возможностей и множеством готовых библиотек, в том числе и для обучения искусственных нейронных сетей.

Резюмируя, выделим следующие основные этапы подхода с использованием методов машинного обучения:

1. получение посредством имитационного моделирования значений интересующих характеристик анализируемой системы для конечного набора значений из заданных числовых промежутков для входных параметров, от которых зависит производительность системы;

2. обучение интеллектуальной модели на полученных с помощью симуляции данных одним из методов машинного обучения с целью решения задачи прогнозирования;

3. практически мгновенная оценка искомых характеристик производительности для любых других промежуточных значений входных параметров на тех же числовых промежутках с помощью обученной интеллектуальной модели.

Со спецификой построения имитационных моделей систем массового обслуживания можно ознакомиться, например, в [29]. Однако сложным остается вопрос о необходимом количестве прогонов модели, т.е. в данном случае подразумевается количество заявок, которое необходимо пропустить через систему для получения одного выходного значения (или одного набора выходных значений).

При этом стоит отметить, что данные, получаемые при реализации одного прогона для оценки среднего значения практически любой исследуемой случайной величины, являются коррелированными, что приводит к необходимости значительного увеличения числа реализаций по сравнению со случаем независимых случайных величин. К тому же длина прогона не является фиксированной величиной, а определяется индивидуально для каждого набора входных параметров, что дополнительно увеличивает время симуляции.

3.1. Применение ИНС для анализа классических моделей массового обслуживания

Работы [30, 31] посвящены построению модели классической системы массового обслуживания $M|M|1$ с помощью искусственной нейронной сети и анализу адекватности этого моделирования. В [30] нейросеть была разработана с использованием алгоритма обратного распространения ошибки с одним скрытым слоем. Эксперименты показали, что значения, моделируемые с использованием нейросети, совпадают с расчетными значениями, получаемыми благодаря использованию классического математического подхода.

В [31] была также разработана модель искусственной нейросети для моделирования СМО $M|M|1$. Входной слой состоял из четырех нейронов, соответствующих значениям интен-

сивности входящего потока, интенсивности обслуживания, максимального числа заявок, одновременно находящихся в системе, и общего числа заявок в системе, а выходной слой – из восьми нейронов, которые соответствовали значениям загрузки системы, вероятности простоя системы, среднего числа заявок в очереди и в системе, среднего времени ожидания начала обслуживания и пребывания в системе, а также вероятности того, что в системе находится n заявок. Полученная модель была протестирована, и проверка показала, что нейронная сеть в высокой степени соответствует аналитической модели и способна прогнозировать целевые параметры для заданных входных данных с минимальной незначительной ошибкой. В [32] аналогичным образом нейросеть, моделирующая классическую СМО, используется для планирования и оптимизации очереди на взлетно-посадочной полосе аэропорта.

3.2. Применение ИНС для анализа сложных моделей массового обслуживания

Применение нейросетей для анализа немарковских систем массового обслуживания представляется одним из наиболее перспективных направлений исследований в области ТМО. В настоящий момент имеется незначительное количество публикаций, посвященных этой тематике. Тем не менее, данный пробел начинает восполняться, в том числе и авторами данной работы, поскольку именно посредством немарковских систем моделируется большинство реальных физических систем и процессов в них, а их исследование с помощью классических методов не всегда дает удовлетворительный результат.

Одной из первых работ (если не самой первой), затронувшей применение аппарата нейронных сетей к анализу немарковских моделей СМО, является статья [5]. Здесь исследуется немарковская СМО с «разогревом» [33]. В случае СМО с «разогревом» вида $H_2|M|M|3$ и $M|H_2|M|3$ численные алгоритмы расчета стационарных вероятностей состояний оказываются очень трудоемкими и ресурсозатратными. Применение нейронных сетей в этом случае позволило заметно снизить трудоемкость без потери в точности вычислений.

В качестве структуры нейросети был выбран двуслойный персептрон. На вход нейронной сети подавались интенсивности входящего и обслуживающего потоков, а также «разогрева» и коэффициент вариации. Выходными параметрами в случае СМО $H_2|M|M|3$ было стационарное распределение числа заявок, а для $M|H_2|M|3$ – среднее время ожидания обслуживания и среднее время пребывания в системе. Для обучения ИНС использовались три алгоритма: алгоритм обучения Левенберга-Маркарта, метод шкалированных связанных градиентов и метод Байесовской регуляризации. Последний оказался самым точным в смысле минимальной среднеквадратической ошибки приближения.

В работе [34] исследуется межконцевая задержка многофазной сети массового обслуживания (СМО), в которой первый узел представляет собой СМО $G|G|1$, а последующие $(K-1)$ узлов – системы вида $\cdot|G|1$. Для таких сетей не существует точных методов анализа, поэтому применяются приближенные. Одним из основных подходов к исследованию подобных сетей является метод декомпозиции совместно с диффузионной аппроксимацией, подразумевающей оценку параметров входящих потоков (коэффициентов вариации). Для определения коэффициентов вариации известно несколько вариантов формул, вследствие чего для средней межконцевой задержки получается несколько оценок [29,35]. Но все они могут давать относительно низкую точность приближения.

Для сравнительного анализа результатов применения метода декомпозиции и нового подхода с применением ИНС рассматривается два вида распределения времени обслуживания – равномерное и распределение Парето. Значение средней абсолютной процентной ошибки (МАРЕ) для средней межконцевой задержки, прогнозируемой нейросетью, не превышает 1%, в то время как, в случае четырех вариантов аналитических формул для определения коэффициента вариации, участвующего, в свою очередь, в аналитическом выражении для средней межконцевой задержки, это значение меняется от 2.321% в самом лучшем случае до 6.387% в самом худшем случае, соответственно.

В статьях [36] и [37] новым методом исследуется среднее время отклика и его средне-

квадратическое отклонение (дисперсия) для СМО типа fork-join. Основная идея функционирования этой системы заключается в том, что заявка при поступлении расщепляется на несколько подзаявок, после чего каждая из них встает в очередь на обслуживание к соответствующему прибору. Время пребывания заявки в СМО является максимумом из времен пребывания каждой из ее подзаявок. Сложность анализа времени отклика в fork-join системе заключается в коррелированности времен пребывания подзаявок в силу их общих моментов появления в системе.

В [36] рассматривается fork-join система с K ветвями типа $M|M|1$. Для оценки среднего времени отклика такой системы $E[R_K]$ наиболее известно 5 приближенных формул, причем одна из них дает наименьшую погрешность (как правило, не превышающую 5%) при $K \leq 32$. Для дисперсии среднего времени отклика $\text{Var}[R_K]$ известно уже не так много формул, в основном применяется одна [36].

Значения средней относительной погрешности приближений MAPE, рассчитанные на тестовой выборке в случае оценки среднего времени отклика и его среднеквадратического отклонения с помощью нейросети равны примерно 0.739% и 0.364% против 1.592% и 6.896%, рассчитанных с помощью соответствующих аналитических формул.

В [37] также исследуется fork-join система, но уже с K ветвями типа $M|G|1$. Один из основных подходов к оценке среднего времени отклика и его второго момента базируется на теории порядковых статистик, однако приближение получается гораздо более худшего качества в отличие от ситуации с экспоненциальным распределением. Время обслуживания на приборах имеет распределение Парето с параметром α . Таким образом, в число показателей, влияющих на вероятностно-временные характеристики системы, входят нагрузка ρ , количество подсистем $M|G|1 - K$ и величина α . В результате значения средней относительной ошибки для математического ожидания и среднеквадратического отклонения времени пребывания заявки в fork-join СМО составляют примерно 24.425% и 18.702% в случае расчетов по аналитическим формулам и 0.708% и 3.355% в случае применения нейросети.

На примере представленных работ, различные показатели погрешностей приближений при использовании методов машинного обучения принимают меньшие значения по сравнению с результатами применения аналитических формул, что свидетельствует в пользу нового подхода. Однако интерес представляет и то, что скрывается за этими средними характеристиками, т. е. насколько большим может оказаться разброс конкретных значений ошибок, входящих в состав выражений этих типов ошибок, для отдельных значений входных параметров. Естественно, интерес в большей степени представляют составные элементы MAPE – абсолютные значения относительных ошибок аппроксимации, поскольку они являются интуитивно более понятными и более наглядными в контексте сравнительного анализа.

В работе [38] исследуется результат применения нейросетей к анализу замкнутой СеМО. Поскольку имитационное моделирование может отнимать достаточно большое количество времени, то для того, чтобы провести детальный разбор значительного числа элементов, составляющих MAPE, была выбрана экспоненциальная замкнутая СеМО, для характеристик которой известны точные аналитические выражения. Это позволяет, следуя, тем не менее, всем этапам подхода, проверить большее количество оценок. Под известными аналитическими выражениями подразумеваются формулы для стационарных вероятностей состояний, в состав которых входит нормирующая константа. Для ее нетривиального вычисления применяется алгоритм Бузена, запрограммированный в Python.

Чтобы провести заявленный детальный анализ, с помощью обученной нейросети и с помощью аналитических формул вычисляются показатели среднего времени пребывания v_i и среднего числа заявок N_i в каждом из 5 узлов сети для наборов интенсивностей обслуживания μ_i . Таких наборов в общей сложности получается 59049. Структура относительных погрешностей приближений для набора из почти шестидесяти тысяч входных элементов такова, что в самом худшем случае относительная погрешность не превышает 5%, причем для малого числа данных.

Новая методика была применена и к широкому классу систем поллинга. Системы поллинга представляют собой СМО с несколькими очередями и общим обслуживающим прибором. Обслуживающий прибор по определенному правилу посещает очереди и обслуживает находящиеся в них заявки. Несмотря на значительное число работ в этой области, остается большое число нерешенных задач, в частности исследование систем с коррелированными входными потоками или системы с ограниченными дисциплинами обслуживания очередей. Для расчета характеристик систем поллинга в статье [39] впервые был применен метод машинного обучения с использованием ИНС.

Так, в [39] приведено описание результатов машинного обучения для систем поллинга типа М/М/1 с циклическим опросом, МАР/М/1 с коррелированным входным потоком, а также системы типа М/М/1 с адаптивным циклическим опросом. Для обучения машинной модели системы поллинга типа М/М/1 использованы результаты аналитических расчетов характеристик производительности, а для остальных систем, для которых не удается разработать алгоритм расчета характеристик производительности известными методами, использованы результаты имитационного моделирования. Проведение обширных вычислительных экспериментов показало, что результаты обучения ИНС с высокой точностью совпадают с результатами аналитических или имитационных расчетов, при этом машинная модель позволяет значительно сократить время расчета характеристик систем поллинга по сравнению с имитационным моделированием.

В работе [40] рассматривается многолинейная СМО с накопителем неограниченной емкости и неоднородными приборами. Оптимальная политика распределения заявок между приборами с целью минимизации долгосрочных средних затрат в единицу времени для этой системы имеет пороговый тип. Оптимальные пороги могут быть вычислены с помощью алгоритма, который имеет некоторые ограничения, однако с помощью ИНС эти ограничения снимаются. Полученные результаты в рамках численного эксперимента иллюстрируют хорошее качество оценок. Отметим также работы [41, 42], в которых впервые методы машинного

обучения использованы для исследования тандемной сети массового обслуживания как с зависимыми, так и независимыми функциями распределения времени обслуживания пакетов на фазах системы.

Заключение

В статье приводится описание нового, перспективного подхода исследования систем и сетей массового обслуживания, базирующегося на комбинации методов машинного обучения и имитационного моделирования. Приведен обзор опубликованных в мировой литературе работ, где этот метод эффективно используется для отыскания численных характеристик сложных СМО с существенным сокращением трудоемкости и времени вычислений.

Показана перспективность применения нового метода для дальнейшего исследования нерешенных задач ТМО, таких как анализ приоритетных СМО или многофазных систем большой размерности с входящим коррелированным ВМАР-потоком, исследования сетей массового обслуживания, не удовлетворяющих теореме ВСМР [43]. Поэтому новый подход в силу своей универсальности может вызвать значительный интерес и спровоцировать проведение множества новых исследований в области теории очередей.

Литература

1. Вишнеvский В.М., Дудин А.Н., Клименок В.И. Стохастические системы с коррелированными потоками. Теория и применение в телекоммуникационных сетях. М.: Техносфера. 2018. 564 С.
2. Вишнеvский В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. М.: Техносфера. 2003. 512 С.
3. Шведов А.С. Аппроксимация функций с помощью нейронных сетей и нечетких систем // Проблемы управления. 2018. №1. С. 21-29.
4. Stone M.N. The generalized Weierstrass approximation theorem // Mathematics Magazine. 1948. Vol.21, No 4. P. 167-183.
5. Хомоненко А.Д., Яковлев Е.Л. Нейросетевая аппроксимация характеристик многоканальных немарковских систем массового обслуживания // Труды СПИИРАН. 2015. Вып.41. С. 81-93.
6. Mourõ R.N., Carvalho R.S., Carvalho R.N., Ramos G.N. Predicting Waiting Time Overflow on Bank Teller Queues // Proceedings of the 16th IEEE International Conference

- on Machine Learning and Applications (ICMLA). 2018. P. 842-847.
7. Khoshnevis B., Parisay S. Machine Learning and Simulation: Application in Queuing Systems // *Simulation*. 1993. Vol.61, No.5. P. 294-302.
 8. Merlo G., Britos P., Rossi B., Garcia Mart'inez, R. Neural networks applied to automatic estimation of networks performance // *Proceedings of the International Conference on Intelligent Systems and Control*. 2004. P. 167-171.
 9. Yousefi'zadeh H., Jonckheere H., Dynamic neural-based buffer management for queuing systems with self-similar characteristics // *IEEE Transactions on Neural Networks*. 2005. Vol.16. P. 1163-1173.
 10. Li H., Gao H., Lv T., Lu Y. Deep q-learning based dynamic resource allocation for self-powered ultra-dense networks // *IEEE international conference on communications workshops (ICC Workshops)*. 2018. P.1-6.
 11. Sun H., Chen X., Shi Q., Hong M., Fu X., Sidiropoulos N.D. Learning to optimize: Training deep neural networks for wireless resource management // *IEEE 18th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*. 2017. P.1-6.
 12. del-Hoyo-Alonso R., Fernández-de-Alarcón, P., Navamuel-Castillo J.-J., Medrano-Marqués N.J., Martindel-Brio B., Fernández-Navajas J., Abadía-Gallego D. Neural Networks for QoS Network Management // *Computational and Ambient Intelligence*. 2007. Vol.4507. P.887-894.
 13. Nie L., Jiang D., Yu S., Song H. Network traffic prediction based on deep belief network in wireless mesh backbone networks // *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*. 2017. P.1-5.
 14. Akbas A., Yildiz H., Ozbayoglu A., Tavli B. Neural network based instant parameter prediction for wireless sensor network optimization models // *Wireless Network*. 2019. Vol.25. P.3405-3418.
 15. Ahad N., Qadir Ju., Ahsan N. Neural networks in wireless networks: Techniques, applications and guidelines // *Journal of Network and Computer Applications*. 2016. Vol.68. P.1-27.
 16. Jiang C., Zhang H., Ren Y., Han Z., Chen K.-C., Hanzo L. Machine Learning Paradigms for Next-Generation Wireless Networks // *IEEE Wireless Communications*. 2017. Vol.24, No.2. P.98-105.
 17. Mao Q., Hu F., Hao Q. Deep Learning for Intelligent Wireless Networks: A Comprehensive Survey // *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 2018. Vol.20, No.4. P.~2595-2621.
 18. Luong N.C. et al. Applications of Deep Reinforcement Learning in Communications and Networking: A Survey // *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 2019. Vol.21, No.4. P. 3133-31741.
 19. Memon M.L., Maheshwari M.K., Saxena N., Roy A., Shin D.R. Artificial Intelligence-Based Discontinuous Reception for Energy Saving in 5G Networks // *Electronics*. 2019. Vol.8, No.7. Article Number: 778.
 20. Ullah R., Marwat S.N.K., Ahmad A.M., Ahmed S., Hafeez A., Kamal T., Tufail M. A Machine Learning Approach for 5G SINR Prediction // *Electronics*. 2020. Vol.9, No.10. Article Number: 1660.
 21. Kaur R., Kaur Sandhu J. and Sapra L. Machine Learning Technique for Wireless Sensor Networks // *Sixth International Conference on Parallel, Distributed and Grid Computing (PDGC)*. 2020. P. 332-335.
 22. Laha S., Chowdhury N., Karmakar R. How Can Machine Learning Impact on Wireless Network and IoT? – A Survey // *1th International Conference on Computing, Communication and Networking Technologies (ICCCNT)*. 2020. P. 1-7.
 23. Bhatti M.A., Riaz R., Rizvi S.S., Shokat S., Riaz F., Kwon S.J. Outlier detection in indoor localization and Internet of Things (IoT) using machine learning // *Journal of Communications and Networks*. 2020. Vol.22, No.3. P. 236-243.
 24. Morshedi M., Noll J. Estimating PQoS of Video Streaming on Wi-Fi Networks Using Machine Learning // *Sensors*. 2021. Vol.21, No.2. Article Number: 621. P. 1-17.
 25. Kyritsis A.I., Miche, D. A Machine Learning Approach to Waiting Time Prediction in Queueing Scenarios // *Second IEEE International Conference on Artificial Intelligence for Industries*. 2019. P.17-21
 26. Hermanto R.P.S., Suharjito S., Nugroho, A. Waiting-Time Estimation in Bank Customer Queues using RPROP Neural Networks // *Procedia Computer Science*. 2018. Vol.135. P.35-42
 27. Curtis C., Liu Ch., Bollerman Th.J., Pianykh O.S. Machine Learning for Predicting Patient Wait Times and Appointment Delays // *Journal of the American College of Radiology*. 2018. Vol.15, No.9. P.1310-1316.
 28. Luís M.S. Dias, António A.C. Vieira, Guilherme A.B. Pereira, José A. Oliveira. Discrete Simulation Software Ranking – a Top list of the Worldwide most Popular and Used Tools // *Proceedings of the 2016 Winter Simulation Conference (WSC)*. 2016. P. 1060-1071.
 29. Bolch G., Greiner S., Meer H., Trivedi K.S. *Queueing Networks and Markov Chains: Modeling and Performance Evaluation With Computer Science Applications*. John Wiley & Sons, Inc., 2006.
 30. Sivakami Sundaria M., Palaniammalb S. Simulation of M|M|1 Queueing System Using ANN // *Malaya Journal of Matematik: Special Issue*. 2015. No.1. P.279-294.
 31. Sivakami Sundaria M., Palaniammalb, S. An ANN Simulation of Single Server with Infinite Capacity Queueing System // *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering*. 2019. Vol.8 No.12. P. 4067-4071.
 32. Sivakami Sundari M., Yamini S., Kalicharan Rath, Senthil Kumar S., Palaniammalb S. Artificial Neural Network simulation for Markovian Queueing Models in a Busy airport // *International Conference on Computer Science, Engineering and Applications (ICCSEA)*. 2020. P. 1-6.
 33. Гиндин С.И., Хомоненко А.Д., Ададуров С.Е. Численный расчет многоканальной системы массового обслуживания с рекуррентным входящим потоком и «разогревом» // *Известия Петербургского университета путей сообщения*. 2013. № 4 (37). С. 92-101.
 34. Gorbunova A.V., Vishnevsky V.M., Larionov A.A. Evaluation of the End-to-End Delay of a Multiphase Queueing System Using Artificial Neural Networks // *Lecture Notes in Computer Science*. Springer. 2020. Vol.12563. P. 631-642.
 35. Rabta B. A review of decomposition methods for open queueing networks // *Reiner G. (eds.) Rapid Modelling for*

- Increasing Competitiveness. Springer, London. 2009. P. 25-42.
36. Gorbunova A.V., Vishnevsky V.M. Estimating the Response Time of a Cloud Computing System with the Help of Neural Networks // *Advances in Systems Science and Applications*. 2020. Vol.20. No.3. P. 105-112.
 37. Gorbunova A.V., Lebedev A.V. Response Time Estimate for a Fork-join System with Pareto Distributed Service Time as a Model of a Cloud Computing System Using Neural Networks // *Communications in Computer and Information Science*. Springer. 2021. In print.
 38. Gorbunova A.V., Vishnevsky V.M. Evaluation of the Performance Parameters of a Closed Queuing Network Using Artificial Neural Networks // *Lecture Notes in Computer Science*. Springer. 2021. In print
 39. Vishnevsky V.M., Semenova O.V., Bui D.T. Using a machine learning for analysis of polling systems with correlated arrivals // *Lecture Notes in Computer Science*. Springer. 2021. In print
 40. Efrosinin D, Stepanova N. Estimation of the Optimal Threshold Policy in a Queue with Heterogeneous Servers Using a Heuristic Solution and Artificial Neural Networks. *Mathematics*. 2021. Vol.9, No.11. Article Number: 1267
 41. Лазарева В.Е., Ларионов А.А., Мухтаров А.А. Расчёт межконцевых задержек и длин очередей в многошаговой тандемной сети с применением методов машинного обучения / *Материалы Всероссийской конференции с международным участием "Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем"* (Москва, 2020). М.: РУДН, 2020. С. 43-48.
 42. Вишнеvский В.М., Ларионов А.А., Мухтаров А.А. Расчёт характеристик тандемной сети с фиксированными длинами входящих пакетов методом машинного обучения / *Материалы 13-й конференции с международным участием "Новые информационные технологии в исследовании сложных структур"* (ICAM 2020, Томск). Томский государственный университет, 2020. С. 82-84.
 43. Dudin A.N., Klimenok V.I., Vishnevsky V.M. The theory of queuing systems with correlated flows. 1st ed. Heidelberg: Springer. 2020. 410 p.

Горбунова Анастасия Владимировна. Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук г. Москва, Россия. Старший научный сотрудник, кандидат физико-математических наук. Количество печатных работ: более 35. Область научных интересов: сети и системы массового обслуживания, прикладная теория вероятностей, имитационное моделирование. E-mail: avgorbunova@list.ru (ответственный за переписку).

Вишнеvский Владимир Миронович. Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, г. Москва, Россия. Заведующий лабораторией, главный научный сотрудник, доктор технических наук, профессор. Количество печатных работ: более 350 (в т. ч. 10 монографий). Область научных интересов: теория и практика построения инфокоммуникационных систем и сетей, прикладная теория вероятностей, теоретическая информатика. E-mail: vishn@inbox.ru

On the Application of Machine Learning Methods to Solving Problems Queuing Theory

V. M. Vishnevsky, A. V. Gorbunova

Federal Research Center "Computer Science and Control" of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract. In this paper, for the first time, a systematic presentation of a new method for studying queuing systems (QS) using machine learning algorithms is presented. The publications considered in the review are divided into several categories - articles in which machine learning algorithms are used to predict the parameters of the QS of a technical nature and publications in which machine learning is used to estimate the probabilistic-temporal characteristics of the QS. The analysis of publications allows us to conclude that the application of machine learning methods is highly effective, the prospects for further research, as well as the possible separation of a new approach into an independent direction in the field of solving complex problems of queuing theory.

Keywords: queuing theory, queuing network, queuing system, fork-join queue, simulation, data mining, machine learning, artificial neural networks.

DOI 10.14357/20718632210407

References

- Vishnevsky V.M., Dudin A.N., Klimenok V.I. Stokhasticheskie sistemy s korrelirovannymi potokami. Teoriya i primeneniye v telekommunikatsionnykh setyakh [Stochastic systems with correlated flows. Theory and application in telecommunication networks] 1st ed. Moscow: Technosphaera. 2018. 564 p.
- Vishnevsky V.M. Teoreticheskie osnovy proektirovaniya komp'yuternykh setej [Theoretical foundations of computer network design] 1st ed. Moscow: Technosphaera. 2003. 512 p.
- Shvedov A.S. Approksimatsiya funktsij s pomoshch'yu nejronnykh setej i nechetkikh sistem [Functions approximating by neural networks and fuzzy systems] // Problemy upravleniya [Control Sciences]. 2018. No.1. P. 21-29.
- Stone M.N. The generalized Weierstrass approximation theorem // Mathematics Magazine. 1948. 21(4): 167-183.
- Khomonenko A.D., Yakovlev E.L. Nejrosetevaya approksimatsiya harakteristik mnogokanal'nykh nemarkovskikh sistem massovogo obsluzhivaniya [Neural network approximation of characteristics of multi-channel non-markovian queuing systems] // Trudy SPIIRAN [SPIIRAS Proceedings]. 2015. Vol.41. P. 81-93.
- Mourõ R.N., Carvalho R.S., Carvalho R.N., Ramos G.N. Predicting Waiting Time Overflow on Bank Teller Queues // Proceedings of the 16th IEEE International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA). 2018. 842-847.
- Khoshnevis B., Parisay S. Machine Learning and Simulation: Application in Queuing Systems // Simulation. 1993. Vol.61, No.5. P. 294-302.
- Merlo G., Britos P., Rossi B., Garc'ia Mart'inez, R. Neural networks applied to automatic estimation of networks performance // Proceedings of the International Conference on Intelligent Systems and Control. 2004. P. 167-171.
- Yousefi'zadeh H., Jonckheere H., Dynamic neural-based buffer management for queuing systems with self-similar characteristics // IEEE Transactions on Neural Networks. 2005. Vol.16. P. 1163-1173.
- Li H., Gao H., Lv T., Lu Y. Deep q-learning based dynamic resource allocation for self-powered ultra-dense networks // IEEE international conference on communications workshops (ICC Workshops). 2018. P.1-6.
- Sun H., Chen X., Shi Q., Hong M., Fu X., Sidiropoulos N.D. Learning to optimize: Training deep neural networks for wireless resource management // IEEE 18th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC). 2017. P.1-6.
- del-Hoyo-Alonso R., Fernández-de-Alarcón, P., Navamuel-Castillo J.-J., Medrano-Marqués N.J., Martindel-Brio B., Fernández-Navajas J., Abadía-Gallego D. Neural Networks for QoS Network Management // Computational and Ambient Intelligence. 2007. Vol.4507. P.887-894.
- Nie L., Jiang D., Yu S., Song H. Network traffic prediction based on deep belief network in wireless mesh backbone networks // IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). 2017. P.1-5.
- Akbas A., Yildiz H., Ozbayoglu A., Tavli B. Neural network based instant parameter prediction for wireless sensor network optimization models // Wireless Network. 2019. Vol.25. P.3405-3418.
- Ahad N., Qadir Ju., Ahsan N. Neural networks in wireless networks: Techniques, applications and guidelines // Journal of Network and Computer Applications. 2016. Vol.68. P.1-27.
- Jiang C., Zhang H., Ren Y., Han Z., Chen K.-C., Hanzo L. Machine Learning Paradigms for Next-Generation Wireless Networks // IEEE Wireless Communications. 2017. Vol.24, No.2. P.98-105.
- Mao Q., Hu F., Hao Q. Deep Learning for Intelligent Wireless Networks: A Comprehensive Survey // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2018. Vol.20, No.4. P. 2595-2621.
- Luong N.C. et al. Applications of Deep Reinforcement Learning in Communications and Networking: A Survey // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2019. Vol.21, No.4. P. 3133-31741.
- Memon M.L., Maheshwari M.K., Saxena N., Roy A., Shin D.R. Artificial Intelligence-Based Discontinuous Reception for Energy Saving in 5G Networks // Electronics. 2019. Vol.8, No.7. Article Number: 778.
- Ullah R., Marwat S.N.K., Ahmad A.M., Ahmed S., Hafeez A., Kamal T., Tufail M. A Machine Learning Approach for 5G SINR Prediction // Electronics. 2020. Vol.9, No.10. Article Number: 1660.
- Kaur R., Kaur Sandhu J. and Sapra L. Machine Learning Technique for Wireless Sensor Networks // Sixth International Conference on Parallel, Distributed and Grid Computing (PDGC). 2020. P. 332-335.
- Laha S., Chowdhury N., Karmakar R. How Can Machine Learning Impact on Wireless Network and IoT? – A Survey // 1th International Conference on Computing, Communication and Networking Technologies (ICCCNT). 2020. P. 1-7.
- Bhatti M.A., Riaz R., Rizvi S.S., Shokat S., Riaz F., Kwon S.J. Outlier detection in indoor localization and Internet of Things (IoT) using machine learning // Journal of Communications and Networks. 2020. Vol.22, No.3. P. 236-243.
- Morshedi M., Noll J. Estimating PQoS of Video Streaming on Wi-Fi Networks Using Machine Learning // Sensors. 2021. Vol.21, No.2. Article Number: 621. P. 1-17.
- Kyritsis A.I., Miche, D. A Machine Learning Approach to Waiting Time Prediction in Queueing Scenarios // Second IEEE International Conference on Artificial Intelligence for Industries. 2019. P.17-21
- Hermanto R.P.S., Suharjito S., Nugroho, A. Waiting-Time Estimation in Bank Customer Queues using RPROP Neural Networks // Procedia Computer Science. 2018. Vol.135. P.35-42
- Curtis C., Liu Ch., Bollerman Th.J., Pinykh O.S. Machine Learning for Predicting Patient Wait Times and Appointment Delays // Journal of the American College of Radiology. 2018. Vol.15, No.9. P.1310-1316.
- Luís M.S. Dias, António A.C. Vieira, Guilherme A.B. Pereira, José A. Oliveira. Discrete Simulation Software Ranking – a Top list of the Worldwide most Popular and Used Tools // Proceedings of the 2016 Winter Simulation Conference (WSC). 2016. P. 1060-1071.

29. Bolch G., Greiner S., Meer H., Trivedi K.S. *Queueing Networks and Markov Chains: Modeling and Performance Evaluation With Computer Science Applications*. John Wiley&Sons, Inc., 2006.
30. Sivakami Sundaria M., Palaniammal S. Simulation of M|M|1 Queueing System Using ANN // *Malaya Journal of Matematik: Special Issue*. 2015. No.1. P.279-294.
31. Sivakami Sundaria M., Palaniammal S. An ANN Simulation of Single Server with Infinite Capacity Queueing System // *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering*. 2019. Vol.8 No.12. P. 4067-4071.
32. Sivakami Sundari M., Yamini S., Kalicharan Rath, Senthil Kumar S., Palaniammal S. Artificial Neural Network simulation for Markovian Queueing Models in a Busy airport // *International Conference on Computer Science, Engineering and Applications (ICCSEA)*. 2020. P. 1-6.
33. Gindin S.I., Khomonenko A.D., Adadurov S.E. CHislennyj raschet mnogokanal'noj sistemy massovogo obsluzhivaniya s rekurrentnym vkhodyashchim potokom i "razogrevom" [Numerical calculations of multichannel queueing system with recurrent input and "warm up"] // *Izvestiya Peterburgskogo universiteta putey soobscheniya [Proceedings of Petersburg Transport University]*. 2013. Vol.37, No.4. P. 92-101.
34. Gorbunova A.V., Vishnevsky V.M., Larionov A.A. Evaluation of the End-to-End Delay of a Multiphase Queueing System Using Artificial Neural Networks // *Lecture Notes in Computer Science*. 2020. Vol.12563. P. 631-642.
35. Rabta B. A review of decomposition methods for open queueing networks // Reiner G. (eds.) *Rapid Modelling for Increasing Competitiveness*. Springer, London. 2009. P. 25-42.
36. Gorbunova A.V., Vishnevsky V.M. Estimating the Response Time of a Cloud Computing System with the Help of Neural Networks // *Advances in Systems Science and Applications*. 2020. Vol.20. No.3. P. 105-112.
37. Gorbunova A.V., Lebedev A.V. Response Time Estimate for a Fork-join System with Pareto Distributed Service Time as a Model of a Cloud Computing System Using Neural Networks // *Communications in Computer and Information Science*. 2021. In print.
38. Gorbunova A.V., Vishnevsky V.M. Evaluation of the Performance Parameters of a Closed Queueing Network Using Artificial Neural Networks // *Lecture Notes in Computer Science*. 2021. In print
39. Vishnevsky V.M., Semenova O.V., Bui D.T. Using a machine learning for analysis of polling systems with correlated arrivals // *Lecture Notes in Computer Science*. 2021. In print
40. Efosinin D, Stepanova N. Estimation of the Optimal Threshold Policy in a Queue with Heterogeneous Servers Using a Heuristic Solution and Artificial Neural Networks. *Mathematics*. 2021. Vol.9, No.11. Article Number: 1267
41. Lazareva V.E., Larionov A.A., Muhtarov A.A. Raschyot mezhkoncevnyh zaderzhek i dlin ocheredej v mnogoshagovoj tandemnoj seti s primeneniem metodov mashinnogo obucheniya [The calculation of end-to-end delays and queue sizes in a tandem network using machine learning methods] // *Proceedings of the XI Conference (with international participation) "Information and Telecommunication Technologies and Mathematical Modeling of High-Tech Systems" (ITTMM)*. 2020. P. 43-48.
42. Vishnevskij V.M., Larionov A.A., Muhtarov A.A. Raschyot karakteristik tandemnoj seti s fiksirovannymi dlinami vkhodyashchih paketov metodom mashinnogo obucheniya [Calculating the characteristics of a tandem network with fixed lengths of incoming packets using machine learning] // *Proceedings of the XIII International Conference "Computer-Aided Technologies in Applied Mathematics" (ICAM)*. 2020. P. 82-84.
43. Dudin A.N., Klimenok V.I., Vishnevsky V.M. *The theory of queueing systems with correlated flows*. 1st ed. Heidelberg: Springer. 2020. 410 p.

Vishnevsky V. M. Doctor of Sciences (Computer Sciences), Professor, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, 65 Profsoyuznaya street, Moscow 117997, Russia, e-mail: vishn@inbox.ru

Gorbunova A. V. PhD, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, 65 Profsoyuznaya street, Moscow 117997, Russia, e-mail: avgorbunova@list.ru