

# Оптимальное размещения базовых станций в рамках комплексного проектирования беспроводной сети\*

О. Ю. Першин<sup>1</sup>, В. М. Вишневецкий<sup>1</sup>, А. А. Мухтаров<sup>1</sup>, А. А. Ларионов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>РГУ нефти и газа (НИУ) им. И.М. Губкина, г. Москва, Россия

<sup>1</sup>ИПУ РАН, г. Москва, Россия

**Аннотация.** Статья посвящена задаче синтеза топологической структуры при проектировании беспроводных сетей связи. Разработан итерационный метод размещения базовых станций беспроводной широкополосной сети вдоль протяженных транспортных магистралей. Задача размещения базовых станций сформулирована как экстремальная задача на конечном множестве в виде специальной комбинаторной модели. Для решения задачи разработан алгоритм метода ветвей и границ (МВиГ), использующий специфику математической модели. На основании предложенного алгоритма построена процедура нахождения последовательности лучших вариантов размещения базовых станций. Приведены численные расчеты, подтверждающие эффективность предложенного алгоритма.

**Ключевые слова:** проектирование беспроводных сетей, размещение базовых станций, метод ветвей и границ, метод построения последовательности планов.

DOI 10.14357/20718632220102

## Введение

Современные беспроводные широкополосные сети связи (БШС) широко применяются для создания телекоммуникационной инфраструктуры VANET (Vehicular Ad Hoc Network) вдоль протяженных транспортных магистралей. БШС обеспечивает связь и высокоскоростную передачу данных для движущихся транспортных средств и стационарных объектов транспортной магистрали как между собой, так и с центром управления. При проектировании таких современных БШС необходимо решить ряд взаимосвязанных задач [1]: анализ и предварительное обследования места развертывания сети, выбор типов технических средств и прото-

колов, выбор топологической структуры и оценка характеристик производительности сети с помощью математического моделирования.

Эффективным способом повышения технико-экономических показателей проекта является оптимизация топологии сети, а именно решение задачи выбора оптимального набора станций из заданного избыточного множества и определение мест их размещения вдоль линейной контролируемой территории. Выбор топологической структуры сети является актуальной задачей при проектировании БШС. Подобная проблема, в частности, ставилась и обсуждалась в ряде работ. А. Герна и др. [2] для задачи развертывания узлов беспроводной сети вдоль автодорог представили модель на

\* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (19-29-06043).

основе «муравьиного алгоритма», максимизирующую телекоммуникационное покрытие. В работе [3] Z. Gao и др. представили «жадный алгоритм» размещения узлов сети VANET для базовых станций с однотипными параметрами. А. Джалули и др. [4] предложили еще один приближенный алгоритм оптимального размещения базовых станций, учитывающий неоднородность трафика и время задержки при передаче сообщения. И. Мавроматис и др. [5] предложили алгоритм развертывания вдоль дорог сети миллиметрового диапазона, максимизирующее покрытие и учитывающий ограничение по показателю уровня принимаемого сигнала. О. Амине и др. [6] рассматривают задачи размещения БС сотовой сети с помощью «генетического алгоритма». Е. С. Скаков и др. [7] представили модель размещения типов базовых станций сотовой сети, учитывающую межсотовые помехи и затухания при распространении сигнала. В работе [8] представлена модель «эгоистичного выбора базовых станций в беспроводной сети в игровой постановке», где каждый игрок стремится увеличить свою величину отношения «сигнал к интерференции плюс шум». В работе [9] представлен метод анализа задержки в кластерных сетях VANET, позволяющий минимизировать общее количество базовых станций.

Завершающим этапом проектирования является оценка характеристик производительности БШС с построенной топологией с целью проверки соответствия ее характеристик заданным требованиям, расчетом параметров сети, расчетом надежности и т.п. [10-15]. Для такой оценки чаще всего используется имитационное моделирование, что является наиболее трудоемким в вычислительном отношении процессом. Если характеристики сети не удовлетворяют заданным требованиям, приходится возвращаться на предыдущие этапы и повторять итерационный процесс проектирования с новыми входными данными для получения нового варианта размещения БШС.

Основным результатом представленной работы является разработка метода нахождения последовательности лучших решений в выборе топологии БШС и использование этой последовательности в рамках комплексного проектиро-

вания БШС. В первом разделе дается формулировка задачи нахождения оптимальной топологии БШС в виде экстремальной задачи на конечном множестве. Принципиальным отличием исследуемой задачи от более ранней постановки, предложенной в работе [16], является нахождение не только мест размещения, но и выбор набора станций из заданного избыточного множества, что значительно усложняет получение численных результатов. Во втором разделе описывается процедура построения бинарного дерева ветвлений, которая используется далее для построения МВиГ. В третьем разделе дается описание алгоритма на основе МВиГ для решения сформулированной задачи. Алгоритм представляет собой модификацию алгоритма размещения станций, предложенного в [16], что позволяет решать задачу в более общей постановке. В четвертом разделе описывается процедура получения на основании разработанного алгоритма последовательности лучших решений задачи выбора топологии сети для использования этой последовательности на этапе моделирования БШС. В пятом разделе статьи приводятся расчеты технологических характеристик БС, необходимых для выбора оптимальной топологии сети.

## 1. Постановка задачи и ее формулировка в экстремальной комбинаторной форме

Пусть задано множество БС  $S = \{s_j\}$  с параметрами  $s_j = \{r_j, \{R_{jq}\}, p_j, c_j\}$ ,  $j = 1, \dots, m$ ;  $q = 1, \dots, m; j \neq q$ . Каждая БС включается два модуля радиосвязи – для подключения абонентов и для связи с БС. Первый характеризуется радиусом покрытия  $r_j$ , второй радиусом связи  $\{R_{jq}\}$ . Также заданы  $p_j$  – пропускная способность и  $c_j$  – стоимость БС. Заданы ограничения на суммарную стоимость  $C$  и суммарное время задержки пакетов в сети  $T$ . Задан отрезок  $\alpha$  длины  $L$  с концами в точках  $a_0$  и  $a_{n+1}$ . Внутри отрезка  $\alpha = [a_0, a_{n+1}]$  задано множество возможных точек размещения БС  $A = \{a_i\}$ ,

$i = 1, \dots, n$  с координатами  $l_i$ . Точка  $a_0$  имеет координату  $l_0 = 0$ , точка  $a_{n+1}$  имеет координату  $l_{n+1} = L$ . На концах отрезка в вершинах  $a_0$  и  $a_{n+1}$ , установлены БС специального вида и  $s_{m+1}$ , соответственно, для которых радиусы покрытия, пропускные способности и стоимости не задаются. Радиусы связи задаются как  $R_{0j}$  и  $R_{(m+1)j}$ , соответственно.

Требуется разместить БС таким образом, чтобы максимизировать размер телекоммуникационного покрытия отрезка  $L$  при выполнении требования наличия связи каждой станции со станциями на концах отрезка (шлюзами) через систему размещенных станций, а также выполнении ограничений на величину межконцевой задержки  $T$  и суммарную стоимость размещенных станций  $C$ . В качестве решения требуется получить оптимальное решение, максимизирующее телекоммуникационное покрытие, а также множество допустимых размещений, отклоняющиеся от оптимального не более чем на заданное  $\epsilon$  (в процентах).

Сформулируем задачу в виде экстремальной задачи на конечном множестве. Допустимой расстановкой БС назовем такой возрастающий по величине координат  $l_i$  набор пар  $P = \{(a_i, s_j)\}$ ,  $a_i \in A, i \neq 0, i \neq n+1; s_j \in S$ , для которого выполняются требования:

а) для каждой пары  $(a_i, s_j)$ :

- слева: либо найдется такая пара  $(a_k, s_q)$ , что,  $l_i - l_k \leq R_{jq}$  и  $l_i - l_k \leq R_{qj}$ , либо  $l_i - l_0 \leq R_{j0}$  и  $l_i - l_0 \leq R_{0j}$ ;

- справа: либо найдется такая пара  $(a_t, s_g)$ , что,  $l_t - l_i \leq R_{jg}$  и  $l_t - l_i \leq R_{gj}$ , либо  $l_{n+1} - l_i \leq R_{j(m+1)}$  и  $l_{n+1} - l_i \leq R_{(m+1)j}$ .

Данное требование гарантирует, что любая станция может быть связана со станциями на концах отрезка либо через промежуточные станции, либо непосредственно;

б) в одной точке стоит не более одной БС;

в) сумма задержек по всем размещенным станциям меньше заданной величины  $T$  – средней задержки по времени по всей системе станций (12):

$$\sum_{j \in S_\sigma} \bar{T}_j \leq T,$$

где  $S_\sigma$  – множество размещенных БС,  $\bar{T}_j$  – среднее время задержки на станции;

г) суммарная стоимость размещенных станций меньше заданного бюджетного ограничения  $C$ .

Каждой допустимой расстановке станций  $P$  соответствует величина покрытия  $z(P)$ , определяемая как суммарное покрытие станций, входящей в набор пар  $P$ . Введем понятие «недопокрытия» отрезка  $\alpha$ :

$$f(P) = L - z(P).$$

Пусть  $G$  – множество всех допустимых расстановок  $P$ . Тогда мы можем сформулировать нашу задачу в следующей комбинаторной форме экстремальной задачи на конечном множестве.

**Задача 1.** Требуется найти такую допустимую расстановку  $P^*$ , что

$$f(P^*) = \min \{f(P), P \in G\} \quad (1)$$

Обозначим через  $\Gamma$  все множество вариантов размещения станций (не обязательно допустимых) из множества  $S$  на заданном множестве возможных мест их размещения.

## 2. Дерево ветвлений для перебора элементов в множестве $\Gamma$

Опишем процедуру построения бинарного дерева поиска (дерева ветвлений). Данная процедура будет использована в алгоритме метода ветвей и границ МВиГ решения Задачи 1. Описываемая процедура использует известный прием разбиения множества  $G$  на подмножества с использованием некоторого параметра. Процесс формирования и последовательность исследования подмножеств обычно представляется с помощью дерева поиска, представляющего собой ориентированное от корня дерева ветвлений, где каждому подмножеству соответствует вершина на дереве. Множеству  $\Gamma$  соответствует корневая вершина.

## 2.1. Параметр для разбиения множеств на подмножества

**Процедура 1.** Пусть  $G_0$ , где нижний индекс – номер итерации, исходное множество  $\Gamma$ . На каждой итерации, начиная с итерации  $\nu = 0$ , разбиваем текущее подмножество  $G_\nu$  на два подмножества  $G_\nu^1$  и  $G_\nu^2$ . Множество  $G_\nu$  обычно называется «материнским», а множества  $G_\nu^1$  и  $G_\nu^2$  – «потомками» множества  $G_\nu$ . В качестве параметра разбиения используем переменную  $\pi_{ij}$ , для которой  $\pi_{ij} = 1$ , если наложено условие, что на месте  $a_i$  расположена БС  $s_j$  и  $\pi_{ij} = 0$ , если наложено условие, что на месте  $a_i$  БС  $s_j$  располагаться не будет.

В дальнейшем будем считать, что для множества  $G_\nu^1$  задано условие  $\pi_{ij} = 1$ , а для множества  $G_\nu^2$  задано условие  $\pi_{ij} = 0$  (Рис. 1).

Очевидно, что

$$G_\nu^1 \cup G_\nu^2 = G_\nu \quad (2)$$

$$G_\nu^1 \cap G_\nu^2 = \emptyset. \quad (3)$$

На этапе разбиения любого множества  $G_\nu$  все множество переменных  $\Pi = \{\pi_{ij}\}$  можно разделить на три подмножества: множество  $\Pi^+$  – «фиксированные» переменные, для которых  $\pi_{ij} = 1$ , множество  $\Pi^-$  – «запрещенные» переменные, для которых  $\pi_{ij} = 0$ , и множество  $\Pi^f$  – «свободные» переменные, для которых значения на данной итерации еще не заданы. Для

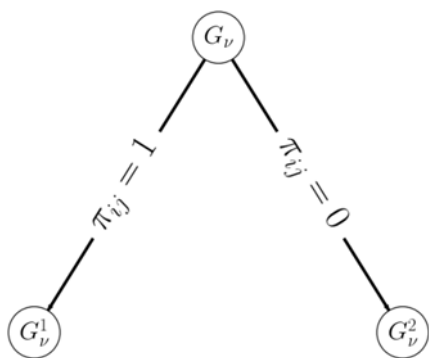


Рис. 1. Разбиение узла дерева на два дочерних подмножества

разбиения множества  $G_\nu$ , на каждой итерации выбирается переменная из множества  $\Pi^f$  с наименьшим индексом  $j$  среди всех переменных с наименьшим индексом  $i$ . Таким образом сначала определяется незанятое место размещения  $a_i$  с наименьшим номером (индексом  $i$ ) и на нем размещается еще не размещенная БС  $s_j$  с наименьшим номером (индексом  $j$ ).

## 2.2 Движение по дереву ветвлений

После разбиения очередного подмножества  $G_\nu$  на два подмножества  $G_\nu^1$  и  $G_\nu^2$ , последним на дереве ветвлений присваиваются порядковые индексы  $G_{\nu+1}$  и  $G_{\nu+2}$ , соответственно. При формировании дерева ветвлений различаются два типа шагов: «прямой» и «обратный». Прямой шаг – это движение «в глубину» по той же ветви дерева, реализующее очередное разбиение множества  $G_\nu$  на два потомка, и обратный шаг, реализующий переход от множества  $G_\nu$  к одному из ранее сформированных подмножеств. Обратный шаг делается в том случае, когда получено либо пустое множество  $G_\nu$ , либо множество, состоящее из единственного элемента. В этих случаях соответствующая вершина дерева называется «закрытой».

Для движения по дереву будем использовать правило LIFO. На основании этого правила прямые шаги будут выполняться до тех пор, пока не будет получена закрытая вершина. На дереве ветвлений это соответствует продолжению движения по той же ветви дерева. При этом из двух множеств  $G_{\nu+1}$  и  $G_{\nu+2}$  первым будет исследоваться на возможность закрытия соответствующей вершины множество  $G_{\nu+1}$ . Если вершина не будет закрыта, то из неё будет продолжено дальнейшее движение по той же ветви (выполнение прямого шага). Если вершина будет закрыта, то будет выполнен обратный шаг: для продолжения движения будет выбрана незакрытая вершина с наибольшим порядковым номером  $\nu$  среди всех висячих вершин дерева (последняя сформированная вершина из нерассмотренных). Процедура

будет завершена, когда все вершины дерева будут закрыты.

### 3. Алгоритм метода ветвей и границ

Для построения алгоритма МВиГ для решения Задачи 1 с использованием Процедуры 1 для построения дерева ветвлений достаточно разработать методы исследования вершин дерева на возможность их закрытия.

Рассмотрим вершину, соответствующую множеству  $G_v$ . В соответствии с техникой МВиГ закрытие вершины возможно в трех случаях.

**Случай 1.** Множество  $G_v$  – пусто, т.е. доказано, что в множестве  $G_v$  при данном наборе фиксированных и запрещенных переменных  $\pi_{ij}$  нет ни одной допустимой расстановки  $P$ .

**Случай 2.** Доказано, что в множестве  $G_v$  не может быть допустимой расстановки  $P$  с меньшим значением целевой функции (1), чем у лучшей расстановки  $\hat{P}$  из уже найденных. Значение функции  $f(\hat{P})$  называется «рекордом», а расстановка  $\hat{P}$  – «рекордным решением». В качестве начального рекорда принимается число, заведомо большее искомого оптимального решения, например длина всего отрезка  $L$ .

**Случай 3.** Найдено оптимальное решение Задачи 1 на множестве  $G_v$ .

Прежде чем рассмотреть эти три случая, запишем важное свойство любого множеств  $G_v$ , являющееся следствием принятого правила выбора свободной переменной для разбиения очередного множества  $G_v$  при прямом шаге.

**Свойство 1.** Пусть для исследуемого множества  $G_v$ ,  $v \neq 0$ , точка  $a_k$  – любое из мест, на которых уже размещена БС из множества  $S$  в соответствии с набором фиксированных и запрещенных переменных  $\pi_{ij}$ , выделяющим данное множество из множества  $G_0$ . Тогда для всех мест «слева» от  $a_k$ , т.е. точек  $a_i$ ,  $i < k$ , размещение станций уже определено (при этом некоторые места могут быть пустыми).

Перейдем непосредственно к исследованию случаев 1–3.

#### Случай 1

Проверка текущего множества  $G_v$  на пустоту состоит в установлении факта невозможности выполнения требований а) – г), введенных ранее при определении допустимой расстановки.

Рассмотрим проверку условия выполнения требования а) для множества  $G_v$ ,  $v > 0$ . Пусть множество  $G_v$  образовано разбиением материнского множества при помощи переменной  $\pi_{kt} = 1$ . Проверяем, что каждый из радиусов  $R_{th}$  и  $R_{ht}$  больше расстояния  $l_k - l_d$ , где  $h$  – индекс БС, размещенной на ближайшей слева точке  $a_d$ . Если ближайшая слева точка  $a_0$  (левый конец отрезка  $\alpha$ ), то делается проверка, для радиуса  $R_{t0}$  и  $R_{0t}$ .

Если данное требование не выполняется, то множество  $G_v$  недопустимо, соответствующая вершина закрывается и делается шаг обратного хода в соответствии с Процедурой 1. Если множество  $G_v$  образовано разбиением материнского множества при помощи переменной  $\pi_{kt} = 0$  и  $a_d$  – точка с наибольшим индексом, среди точек, на которых уже размещены станции (точки  $a_0$ , если размещенных станций нет), то надо проверить, что среди нераспределенных станций, без учета БС  $s_t$ , есть такая БС  $s_q$ , что расстояние между точками  $a_k$  и  $a_d$  не больше, чем  $R_{qh}$  и  $R_{hq}$ . Если проверка отрицательна, то множество  $G_v$  – пусто, соответствующая этому множеству на дереве поиска вершина должна быть закрыта и выполняется шаг обратного хода в соответствии с Процедурой 1.

Требование б) выполняется в результате соответствующего выбора очередной БС для размещения, требования в) и г) выполняются суммированием стоимости и задержек размещенных станций, соответственно.

#### Случай 2

Построим оценку величины недопокрытия для множества  $G_v$ , полученного из материн-

ского множества добавлением условия  $\pi_{kt} = 1$ . Частичным недопокрытием назовем величину  $\Delta(k, d, p, t)$ , которая вычисляется по формуле:

$$\Delta(k, d, p, t) = \max\{(a_k - a_d) - (r_p + r_t), 0\} \quad (4)$$

Частичное недопокрытие (4) определяется для любых двух точек  $a_d$  и  $a_k$ ,  $k > d$ , на которых расположены станции  $s_p$  и  $s_t$  при условии, что между этими точками нет других станций. Очевидно, что для любой расстановки  $P$  недопокрытие  $f(P)$  вычисляется как сумма всех недопокрытий  $\Delta(k, d, p, t)$  между местами размещения станций, включая концы отрезка  $\alpha$ , на которых стоят станции особого типа  $s_0$  и  $s_{m+1}$ .

Построим нижнюю оценку  $W(G_v)$  для недопокрытий  $f(P)$  расстановок  $P$  множества  $G_v$ , т.е.

$$W(G_v) \leq f(P), P \in G_v.$$

Если  $W(G_v) \geq f(\hat{P})$ , то множество  $G_v$  не может содержать расстановки лучше уже найденной расстановки  $\hat{P}$ , тогда соответствующая множеству  $G_v$  вершина на дереве поиска должна быть закрыта и далее выполняется шаг обратного хода в соответствии с Процедурой 1.

Построим оценку недопокрытия для множества  $G_v$ , полученного из материнского множества добавлением условия  $\pi_{kt} = 1$ . Оценка будем искать в виде суммы

$$W(G_v) = w_1(G_v) + w_2(G_v).$$

Величина  $w_1(G_v)$  вычисляется как сумма все частичных недопокрытий слева от вершины  $a_k$  и величины радиуса покрытия, размещаемой станции  $r_t$ . Оценка  $w_2(G_v)$  вычислим для недопокрытия справа на части  $\beta$  до конца отрезка  $\alpha$  (точки  $a_{n+1}$ ). Данную оценку получим релаксацией условий, определяющих допустимую расстановку станций на участке  $\beta$ . Найдем такое подмножество  $S_\beta$  множества станций  $S$ ,

состоящее из еще не размещенных станций и дающее минимальное недопокрытие на участке  $\beta$  при выполнении только условий б) – г). Для этого сформулируем следующую задачу булевого программирования.

Введем булевы переменные  $x_j$ ,  $x_j = 1$ , если  $s_j \in S_\beta$ , и  $x_j = 0$ , в противном случае.

### Задача 2

$$z = |\beta| - \sum_{x_j \in S_\beta} 2r_j x_j \rightarrow \min.$$

при условии:

$$\sum_{x_j \in S_\beta} c_j x_j \leq C, \quad (5)$$

$$\sum_{x_j \in S_\beta} x_j \leq m, \quad (6)$$

$$x_j \in \{0, 1\},$$

где  $|\beta|$  – длина отрезка  $\beta$ ,  $m$  – число свободных мест для размещения станций на отрезке  $\beta$ .

Эффективность использования оценки в методе ветвей и границ определяется точностью оценки и временем ее вычисления. Задача 2 – это задача ЦЛП, являющаяся труднорешаемой [17]. На основании Задачи 2 можно получить две менее точные оценки, но имеющие более эффективные методы решения. Заметим, что при снятии ограничения (5) или (6) Задача 2 представляет собой целочисленную задачу о ранце с эффективным псевдополиномиальным алгоритмом решения [17]. С точки зрения точности оценки, более перспективным представляется снятие ограничения (6), так как на практике, обычно, число возможных мест размещения станций существенно меньше числа размещенных станций, полученного в результате решения задачи. Назовем задачу, полученную снятием ограничения (6), Задачей 3. Задачу 2 при снятии условия целочисленности на переменные назовем Задачей 4. Задача 4 есть задача линейного программирования. Очевидно, что Задачи 3 и 4, являясь оценками целевой функции решения Задачи 2, могут служить оценками  $w_2(G_v)$ .

В Табл. 1 приведены результаты вычислительного эксперимента, показывающего время решения Задач 2-4 и относительную точность Задачи 3, 4 по отношению к Задаче 2. Для непокрытого участка заданной длины  $|\beta| = 50$ ,

Табл. 1. Сравнения оценок недопокрытия для задачи ЦЛП и ЛП

Количество точек размещения, $m$	Количество свободных станций, $ S_{\beta} $	ЦЛП		Задача о ранце			ЛП		
		Время расчета, сек	Недопокрытие, $z$	Время расчета, сек	Недопокрытие, $z$	Точность, %	Время расчета, сек	Недопокрытие, $z$	Точность, %
5	6	0,3250	436,0	0,3214	426,0	97,71	0,0047	436,0	100,00
5	8	0,3218	431,0	0,3582	398,0	92,34	0,0045	431,0	100,00
8	10	0,3765	395,0	0,3621	375,0	94,94	0,0094	395,0	100,00
8	12	0,3746	390,0	0,2977	347,0	88,97	0,0094	390,0	100,00
12	15	0,3363	339,0	0,2960	309,0	91,15	0,0114	339,0	100,00
12	17	0,4072	336,0	0,3456	283,0	84,23	0,0136	336,0	100,00
18	20	0,3558	265,0	0,3407	265,0	100,00	0,0121	265,0	100,00
18	25	0,3794	260,0	0,3096	259,0	99,62	0,0169	257,6	99,08
25	30	0,3177	246,0	0,3576	246,0	100,00	0,0222	244,3	99,32
25	45	0,3539	229,0	0,3556	229,0	100,00	0,0494	226,4	98,86
30	50	0,2994	225,0	0,3146	225,0	100,00	0,0570	224,1	99,61
30	100	0,5179	223,0	0,5177	223,0	100,00	0,1513	218,8	98,09

варьируя количеством неразмещенных станций, а также количеством свободных мест размещения рассчитаем оценку недопокрытия при бюджетном ограничении  $C = 600$ . Как видно из результатов расчетов для решения задач большой размерности целесообразно использовать в качестве оценки  $w_2(G_v)$  Задачу 3, так как время ее расчета в виде задачи линейного программирования существенно ниже с учетом высокой точности.

Если множество  $G_v$  получено из материнского добавлением условия  $\pi_{kt} = 0$ , то оценка  $W(G_v)$  равна оценке материнского множества.

В разделе 6 приведены результаты вычислительного эксперимента, показывающего время решения Задач 2-4 и относительную точность Задач 3 и 4 по отношению к Задаче 2.

**Случай 3**

Этот случай рассматривается только для множеств  $G_v$ , состоящих из единственной

расстановки  $P$ , для которой недопокрытие  $f(P)$  вычисляется как сумма всех недопокрытий  $\Delta(k, d, p, t)$  между местами, где размещены станции, включая концы отрезка  $\alpha$ , на которых стоят станции  $s_0$  и  $s_{m+1}$ .

Если для найденной расстановки  $P$  выполняются условия а) – г), которые для единственной расстановки легко проверяются, и

$$f(P) < f(\hat{P}), \tag{7}$$

то  $f(P)$  принимается за новый рекорд  $f(\hat{P})$ , расстановка  $P$  становится новым рекордным решением  $\hat{P}$  и выполняется шаг обратного хода в соответствии с Процедурой 1. Если неравенство (7) не выполняется, то рекорд остается прежним и выполняется шаг обратного хода.

Работа алгоритма МВиГ заканчивается, когда все вершины дерева поиска закрыты, при этом решение задачи:  $P^* = \hat{P}$ ,  $f(P^*) = f(\hat{P})$ .

#### 4. Построения последовательности топологий для итерационной процедуры моделирования БШС

В результате проектирования БШС надо найти ее оптимальную топологию среди всех топологий, для которых будут выполняться все требования к показателям, исследуемым и рассчитываемым на этапе моделировании сети. Для решения этой задачи воспользуемся идеей метода построения последовательности планов [18].

Рассмотрим Задачу 1. Требуется найти такую допустимую расстановку  $P^*$ , что

$$f(P^*) = \min \{f(P), P \in G\}.$$

Построим для этой задачи последовательность  $\Gamma = P^1, P^2, \dots, P^k$  допустимых расстановок (решений) множества  $G$  для заданного  $k$ , в которой каждое решение не лучше предыдущего и не хуже последующего

$$f(P^1) = f(P^*),$$

$$f(P^2) = \text{extr} \{f(P), P \in G \setminus P^1\},$$

$$\dots$$

$$f(P^k) = \text{extr} \{f(P), P \in G \setminus P^1 P^2 \dots P^{k-1}\}$$

Теперь воспользуемся следующей процедурой. Будем последовательно, начиная с первой расстановки, выполнять оценку БШС на следующем этапе математического моделирования БШС. Очевидно, что как только мы получим расстановку, удовлетворяющую всем требованиям этапа моделирования, мы решим задачу нахождения оптимальной топологии среди всех топологий. Действительно, для всех предыдущих расстановок эти условия не выполняются, а все последующие расстановки в последовательности  $\Gamma$  не могут быть лучше по критерию  $f(P)$ .

Обсудим вопрос как строить подобную последовательность на основании алгоритма МВиГ, описанного в разделе 3. Заменяя неравенство (7) на нестрогое и, записывая все рекорды, полученные в процессе работы алгоритма, мы получим последовательность расстановок, где каждая расстановка не хуже предыдущей и не лучше последующей. Для получения последовательности  $\Gamma$  достаточно

«перевернуть» полученную последовательность, где первый элемент станет последним.

Недостатком такой процедуры является то, что для исследования на этапе моделирования будут отобраны только расстановки не хуже первого рекорда, и среди них может не оказаться расстановки, удовлетворяющей критериям моделирования.

Для расширения множества  $\Gamma$  можно сделать следующее. Зададим условие, что в результате решения Задачи 1 мы хотим получить не только оптимальное решение, но и все решения не хуже оптимального на величину  $d$ . Для решения такого варианта задачи достаточно неравенство (16) в алгоритме МВиГ заменить следующим неравенством

$$f(P) \leq f(\hat{P}) + d, \quad (8)$$

где  $d = \varepsilon \cdot L > 0$ ,  $\varepsilon$  – заданное отклонение в процентах, и запоминать все рекорды, полученные в процессе решения задачи.

На основании неравенства (8) можно построить итерационную процедуру, увеличивая величину  $d$ , если при данном ее значении допустимого решения не найдено на этапе моделирования. В разделе 6 представлены численные результаты.

#### 5. Расчет технологических характеристик базовых станций

##### 5.1. Расчет дальности связи

Для расчета радиуса связи и радиуса покрытия воспользуемся базовым условием обеспечения энергетического потенциала линии связи:

$$P_{tr} - L_{tr} + G_{tr} - L_{fs} + G_{recv} - L_{recv} = SOM + P_{recv}, \quad (9)$$

где  $P_{tr}$  – мощность передатчика,  $L_{tr}$  и  $L_{recv}$  – потери сигнала в антенных кабелях,  $G_{tr}$  и  $G_{recv}$  – коэффициенты усиления передающей и принимаемой антенны,  $L_{fs}$  – потери передачи в свободном пространстве,  $SOM$  (System Operating Margin) – запас на замирание сигнала, а  $P_{recv}$  – чувствительность приемника.

Потери передачи в децибеллах в свободном пространстве можно выразить по формуле Фрииса:



$$L_{fs} = 20 \cdot \lg F + 20 \cdot \lg D - G_{tr} - G_{recv} + K, \quad (10)$$

где  $F$  – центральная частота, на которой работает система связи,  $D$  – расстояние между передающей и принимающей антенной,  $G_{tr}$  и  $G_{recv}$  – коэффициенты усиления передающей и принимаемой антенны, а  $K$  – константа, зависящая от единиц измерения частоты и расстояния. Для частоты, выраженной в ГГц, и расстояния в километрах,  $K = 92,45$ ; для частоты, выраженной в МГц, и расстояния в километрах,  $K = 32,4$ ; для частоты, выраженной в МГц, и расстояния в метрах,  $K = 27,55$ .

Выразив потери  $L_{fs}$  из формулы (9) и, подставив в формулу (10), можно получить формулу для расчета дальности связи:

$$R = 10^{\left(\frac{L_{fs} - 20 \log F - K}{20}\right)} \quad (11)$$

По формуле (11) мы можем рассчитать радиусы связи  $R_{jq}$  между  $j$ -ой и  $q$ -ой базовыми станциями. Также с помощью формулы (11) рассчитываются радиусы покрытия  $r_j$ .

### 5.2. Расчет межконцевой задержки

Одной из основных характеристик проектируемой сети является ее межконцевая задержка. Рассмотрим беспроводную сеть как сеть массового обслуживания (СМО) с кросс-трафиком и с узлами  $M/M/1$ . По теореме Бурке [19] поток на выходе узла  $M/M/1$ , а значит на входе каждой последующей фазы, пуассоновский. Интенсивность на выходе каждой фазы равна суммарной интенсивности всех входящих потоков с интенсивностями  $\alpha$ .

Пропускная способность на половину меньше от заявленной в спецификации оборудования [20]. Тогда интенсивность времени обслуживания будет рассчитываться как

$$\mu_j = \frac{0.5 \cdot p_j}{w}, \quad \text{где: } p_j - \text{пропускная способность } j\text{-ой станции; } w - \text{средний размер пакета.}$$

Для каждой станции коэффициент загрузки равен

$$p_j = \frac{\sum \lambda}{\mu_j} \cdot \frac{q \cdot \lambda}{\mu_j} < 1, \quad \text{где } q - \text{число входящих потоков.}$$

Условие  $p_j < 1$  является необходимым и достаточным условием существования стационарного режима функционирования СМО. Далее по формуле Литтла [21] можно рассчитать среднюю задержку по времени на каждой станции:

$$\bar{T}_j = \frac{p_j}{1 - p_j} \cdot \frac{1}{q \cdot \lambda}.$$

Тогда межконцевая задержки в сети равна

$$T^{e2e} = \sum \bar{T}_j. \quad (12)$$

## 6. Численный пример

Рассмотрим пример задачи размещения базовых станций. Задан линейный участок  $L=230$  м. На данном участке задано множество точек размещения  $|A|=6$  с координатами  $\{36, 51, 115, 135, 182, 191\}$  (метров). Задано множество станций  $|S|=5$  с параметрами, представленными в Табл. 2. Верхний индекс  $R$  указывает на характеристики антенн для связи между станциями, верхний индекс  $r$  указывает на характеристики антенн для покрытия заданного участка. Задано бюджетное ограничение  $C=12000$  руб. и ограничение на время доставки пакетов

Табл. 2. Параметры базовых станций

БС	$P_{tr}^R$	$G_{tr}^R$	$P_{recv}^R$	$L_{tr(recv)}$	$P_{recv}^r$	$G_{recv}^r$	$p$	$c$
№	дБ	дБ	дБ	дБ	дБ	дБ	Мбит/с	руб.
1	19	2	-77	1	-67	5	72,2	4600
2	20	2	-77	1	-73	2	72,2	4100
3	19	2	-77	1	-73	2	72,2	3800
4	19	2	-75	1	-70	2	72,2	3200
5	18	2	-77	1	-67	4	72,2	3600

$T=1,5$  мс. Будем считать, что на каждую БС пакеты поступают со средним размером пакетов  $w=1500$  байт (0, 012 Мбит) и с интенсивностью  $\lambda=100$  с<sup>-1</sup>. Для поиска допустимых размещений задано отклонение от оптимального  $\varepsilon = 0.5$  %.

На концах участка размещены шлюзы  $s_0$  и  $s_{m+1}$  с параметрами (Табл. 3):

По формуле (5) рассчитаем радиус покрытия для каждой станции (Табл. 4),  $SOM = 14$  и радиусы связи между станциями и со шлюзами (Табл. 5),  $SOM = 20$ . В обоих случаях несущая частота равна  $f = 2437$  МГц.

Теперь можно приступить непосредственно к поиску оптимального размещения. В Табл. 6 представлены рекордные оценки недопокрытия,

найденные в ходе движения по дереву поиска, стоимости размещения, межконцевые задержки и номера узлов дерева, на которых найдены рекордные значения. Оптимальное решение задачи  $f(P) = 0$  (м).

Полученное размещение передается на следующий этап – математического моделирования, где проверяются оценки характеристик производительности сети. Если данное размещение не удовлетворяет требованиям, необходимо проверить, имеются ли еще размещения с недопокрытием не больше оптимального на  $\varepsilon$  % от заданного отрезка. В Табл. 7 представлены допустимые размещения с отклонением на  $\varepsilon = 0.5$  % ( $d = 1.15$  м). На примере допустимого размещения № 7 с недопокрытием  $f(P) = 1$  (м),

Табл. 3. Параметры шлюзов

Шлюз	$P_{tr}^R$	$G_{tr}^R$	$G_{recv}^R$	$L_{tr(recv)}$
№	дБ	дБ	дБ	дБ
$S_0$	20	-77	5	1
$S_{m+1}$	20	-77	5	1

Табл. 4. Рассчитанные радиусы покрытия

БС	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_0$	$S_{m+1}$
$r_{j\phi}$ м	44	44	44	31	35	0	0

Табл. 5. Рассчитанные радиусы связи базовых станций

$R_{j\phi}$ м	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_0$	$S_{m+1}$
$S_1$	--	123	123	98	123	246	246
$S_2$	138	--	138	110	138	276	276
$S_3$	123	123	--	98	123	246	246
$S_4$	123	123	123	--	123	246	246
$S_5$	110	110	110	87	--	276	219
$S_0$	276	276	276	276	276	--	--
$S_{m+1}$	276	276	276	276	276	--	--

Табл. 6. Оптимальное решение

№	Рекорд, м	Стоимость, руб.	Задержка, мс	Узел дерева	Размещение БС					
					a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>
1	84	11900	1,07	7	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>4</sub>	–	–	–
2	73	11900	1,07	25	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	–	S <sub>4</sub>	–	–
3	65	12000	1,07	61	S <sub>1</sub>	S <sub>3</sub>	–	S <sub>5</sub>	–	–
4	60	11900	1,07	91	S <sub>1</sub>	S <sub>4</sub>	–	S <sub>2</sub>	–	–
5	56	12000	1,07	127	S <sub>1</sub>	S <sub>5</sub>	–	S <sub>3</sub>	–	–
6	17	11900	1,07	161	S <sub>1</sub>	–	S <sub>2</sub>	–	S <sub>4</sub>	–
7	9	11900	1,07	171	S <sub>1</sub>	–	S <sub>2</sub>	–	–	S <sub>4</sub>
9	4	12000	1,07	193	S <sub>1</sub>	–	S <sub>3</sub>	–	–	S <sub>5</sub>
<b>9</b>	<b>0</b>	<b>12000</b>	<b>1,07</b>	<b>213</b>	<b>S<sub>1</sub></b>	<b>–</b>	<b>S<sub>5</sub></b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>S<sub>3</sub></b>

Табл. 7. Допустимые решения

№	Оптимальное размещение, м	Допустимое решение, м	Стоимость, руб.	Задержка, мс	Размещение БС					
					a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>
0	0		12000	1,07	S <sub>1</sub>	–	S <sub>5</sub>	–	–	S <sub>3</sub>
1		0	11500	1,07	S <sub>2</sub>	–	S <sub>5</sub>	–	–	S <sub>3</sub>
2		0	12000	1,07	S <sub>3</sub>	–	S <sub>5</sub>	–	–	S <sub>1</sub>
3		0	11500	1,07	S <sub>3</sub>	–	S <sub>5</sub>	–	–	S <sub>2</sub>
4		1	12000	1,07	S <sub>5</sub>	–	S <sub>1</sub>	–	–	S <sub>3</sub>
5		1	11500	1,07	S <sub>5</sub>	–	S <sub>2</sub>	–	–	S <sub>3</sub>
6		1	12000	1,07	S <sub>5</sub>	–	S <sub>3</sub>	–	–	S <sub>1</sub>
7		1	11500	1,07	S <sub>5</sub>	–	S <sub>3</sub>	–	–	S <sub>2</sub>

что больше, чем у оптимального, но с меньшей итоговой стоимостью на 500 руб., можно проверить последний канал сети, являющийся самым загруженным с параметрами другой станции. Здесь вместо станции S<sub>3</sub> размещается станция S<sub>2</sub>.

Результатом решения является недокрытие  $f(P) = 0$  и 7 допустимых размещений в пределах  $\epsilon$  от найденного оптимального решения. Алгоритм Задачи 1 реализован на языке Python, Задача 2 оценки недокрытия справа в МВиГ решалась в виде ЦЛП с помощью Gurobi Optimization.

### Заключение

В рамках комплексного проектирования беспроводных сетей связи рассмотрена задача синтеза топологической структуры будущей сети. В работе предложен алгоритм метода вет-

вей и границ для выбора и размещения базовых станций БШС вдоль протяженных транспортных магистралей. В большинстве практических случаев необходимо оценивать различные критерии качества обслуживания, для которых не существует аналитических решений. Такие оценки трудно учесть на этапе синтеза топологии, поэтому оптимальное решение задачи размещения не всегда может удовлетворить всем требованиям проектировщиков. Для решения данной проблемы предложена методика, позволяющая выбрать на этапе синтеза топологии, при комплексном проектировании БШС, последовательность лучших размещений для дальнейших оценок характеристик производительности сети на этапах математического моделирования. Процедура нахождения последовательности лучших решений основана на

разработанном алгоритме МВиГ. Приведены расчеты технических параметров станций, необходимые для решения задачи оптимизации. Представлен численный пример поиска последовательности лучших размещений.

Проведенное исследование позволило предложить методику и разработать соответствующий вычислительный аппарат (модели, алгоритмы, программы), позволяющие повысить качество проектирования топологии БШС при наличии ряда технологических условий, проверяемых на этапе моделирования работы сети, и ограничения на стоимость проектируемой сети.

## Литература

1. Вишневецкий В. М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей // М.: Техносфера. 2003. 512 с.
2. Guerna A., Bitam S., Calafate C. T. AC-RDV: a novel ant colony system for roadside units deployment in vehicular ad hoc networks // Peer-to-Peer Netw. Appl. 2021. Т. 14. №2. С. 627–643.
3. Gao Z. и др. Optimal and Greedy Algorithms for the One-Dimensional RSU Deployment Problem with New Model // IEEE Trans. Veh. Technol. 2018. Т. 67. № 8. С. 7643–7657.
4. Jalooli A., Song M., Wang W. Message coverage maximization in infrastructure-based urban vehicular networks // Veh. Commun. 2019. Т. 16. С. 1–14.
5. Mavromatis I. и др. Efficient millimeter-wave infrastructure placement for city-scale ITS // IEEE Veh. Technol. Conf. 2019. Т. 2019- April.
6. Amine O. M., Khreddine A. Base station placement optimization using genetic algorithms approach // Int. J. Comput. Aided Eng. Technol. 2019. Т. 11. № 6. С. 635–652.
7. Скаков Е. С. и др. Пчелиный алгоритм оптимизации для решения задачи планирования беспроводной Сети // Международный Журнал «Программные Продукты И Системы». 2016. Т. 32. С. 67–73.
8. Чиркова, Ю. В. Задача выбора и размещения базовых станций в беспроводной сети / Ю. В. Чиркова // Управление большими системами: сборник трудов. – 2020. – № 87. – С. 26-46.
9. Liu C., Huang H., Du H. Optimal RSUs deployment with delay bound along highways in VANET // J. Comb. Optim. 2017. Т. 33. № 4. С. 1168–1182.
10. Лазарева В.Е., Ларионов А.А., Мухтаров А.А. Расчёт межконцевых задержек и длин очередей в многошаговой тандемной сети с применением методов машинного обучения / Материалы Всероссийской конференции с международным участием ИТТММ 2020 (Москва, 2020). М.: РУДН, 2020. С. 43–48.
11. Вишневецкий В.М., Ларионов А.А., Мухтаров А.А. Расчёт характеристик тандемной сети с фиксированными длинами входящих пакетов методом машинного обучения / Материалы 13-й конференции ICAM 2020, Томск. Томск: Издательский дом Томского государственного университета, 2020. С. 82.
12. Larionov A. И др. A Multiphase Queueing Model for Performance Analysis of a Multi-hop IEEE 802.11 Wireless Network with DCF Channel Access // IEEE Transactions on Wireless Communications, 2019. С. 162–176.
13. Kozyrev D., Radkevich D. Reliability estimation of a broadband wireless network with linear topology and cross redundancy // AIP Conf. Proc. 2019. Т. 2116.
14. Vishnevsky V. и др. Estimation of IEEE 802.11 DCF access performance in wireless networks with linear topology using PH service time approximations and MAP input // 11th IEEE Int. Conf. Appl. Inf. Commun. Technol. AICT 2017 - Proc. 2019.
15. Kim J. и др. Analysis of a semi-open queueing network with Markovian arrival process // Perform. Eval. 2018. Т. 120. С. 1–19.
16. Ivanov R., Mukhtarov A., Pershin O. A Problem of Optimal Location of Given Set of Base Stations in Wireless Networks with Linear Topology // Communications in Computer and Information Science. , 2019. С. 53–64.
17. Гэри М, Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М. Мир, 1982.
18. Емеличев В. А., Комлик В.И. Метод построения последовательности планов для решения задач дискретной оптимизации. М. Наука. 1981.
19. Burke P. J. The Output of a Queueing System // Oper. Res. 1956. Т. 4. № 6. С. 699–704.
20. Смирнова Е. В. и др. Технология современных беспроводных сетей Wi-Fi. / под ред. А. В. Пролетарский. Москва: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017.
21. Little J. D. C. A Proof for the Queueing Formula:  $L = \lambda W$  // Oper. Res. 1961. Т. 9. № 3. С. 383–387.

**Першин Олег Юрьевич.** Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский государственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) им. И.М. Губкина», г. Москва. Профессор, доктор технических наук, профессор. Количество печатных работ: 90 (монографий 3). Область научных интересов: методы дискретной оптимизации, автоматизированные системы управления. E-mail: pershino@mail.ru

**Вишневецкий Владимир Миронович.** Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова, РАН, г. Москва. Количество печатных работ: 196 (монографий 9). Главный научный сотрудник, доктор технических наук, профессор. Область научных интересов: исследование беспроводных сетей связи, теория массового обслуживания. E-mail: vishn@inbox.ru

**Мухтаров Амир Амангельдыевич.** Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова, РАН, г. Москва. Количество печатных работ: 14. Область научных интересов: методы дискретной

оптимизации, автоматизированные системы управления. Младший научный сотрудник. Область научных интересов: исследование беспроводных сетей связи, методы дискретной оптимизации. E-mail: mukhtarov.amir.a@gmail.com

**Ларионов Андрей Алексеевич.** Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва. Количество печатных работ: 58. Область научных интересов: методы дискретной оптимизации, автоматизированные системы управления. Научный сотрудник. Область научных интересов: исследование беспроводных сетей связи, теория массового обслуживания. E-mail: larioandr@gmail.com

## Optimal Placement of Base Stations as Part of an Integrated Design of a Wireless Network

O. Yu. Pershin<sup>1</sup>, A. A. Mukhtarov<sup>1</sup>, V. M. Vishnevsky<sup>1</sup>, A. A. Larionov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>National University of Oil and Gas "Gubkin University", Moscow, Russia

<sup>1</sup>V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

**Abstract.** The article discusses the topology synthesis problem as a part of the integrated design of wireless communication networks. The main result of the paper is the development of an iterative method for placing base stations. The base station placement problem is formulated as an extremal problem on a finite set in the form of a special combinatorial model. The special algorithm of the branch and bound method is presented in the paper to solve the problem. The algorithm considers the specifics of the placement of the wireless network equipment. The method technique is proposed for obtaining a sequence of base station placement topology.

**Keywords:** wireless network design, base stations placement, branch and bound, sequence solutions construction.

DOI 10.14357/20718632220102

## References

- Vishnevskiy V.M. Teoreticheskiye osnovy proyektirovaniya komp'yuternykh setey / V.M. Vishnevskiy. – M.: Tekhnosfera, 2003. – 512p
- Guerna A., Bitam S., Calafate C. T. AC-RDV: a novel ant colony system for roadside units deployment in vehicular ad hoc networks // Peer-to-Peer Netw. Appl. 2021. T. 14. №2. C. 627–643.
- Gao Z. et. al. Optimal and Greedy Algorithms for the One-Dimensional RSU Deployment Problem with New Model // IEEE Trans. Veh. Technol. 2018. T. 67. № 8. C. 7643–7657.
- Jalooli A., Song M., Wang W. Message coverage maximization in infrastructure-based urban vehicular networks // Veh. Commun. 2019. T. 16. C. 1–14.
- Mavromatis I. et. al. Efficient millimeter-wave infrastructure placement for city-scale ITS // IEEE Veh. Technol. Conf. 2019. T. 2019- April.
- Amine O. M., Khireddine A. Base station placement optimization using genetic algorithms approach // Int. J. Comput. Aided Eng. Technol. 2019. T. 11. № 6. p. 635–652.
- Skakov E. S. et al. Bee Optimization Algorithm for Solving the Problem of Planning a Wireless Network // International Journal "Software Products and Systems". 2016. V. 32. P. 67–73.
- Chirkova, Yu. V. The problem of choosing and placing base stations in a wireless network / Yu. V. Chirkova // Management of large systems: a collection of works. - 2020. - No. 87. - P. 26-46.
- Liu C., Huang H., Du H. Optimal RSUs deployment with delay bound along highways in VANET // J. Comb. Optim. 2017. T. 33. № 4. C. 1168–1182.
- Lazareva B. E., Larionov A. A., Mukhtarov A. A. The calculation of end-to-end delays and queue sizes in a tandem network using machine learning methods / Information and Telecommunication Technologies and Mathematical Modeling of High-Tech Systems (Moscow, 2020). M.: RUDN, 2020. p. 43-48.
- Vishnevsky V. M., Larionov A. A., Mukhtarov A. A. Calculation of a tandem network performance characteristics with fixed incoming packet size using machine learning / ICAM (ICAM 2020, Tomsk). p. 82.
- Larionov A. et al. A Multiphase Queueing Model for Performance Analysis of a Multi-hop IEEE 802.11 Wireless Network with DCF Channel Access // IEEE Transactions on Wireless Communications, 2019. p. 162–176.
- Kozyrev D., Radkevich D. Reliability estimation of a broadband wireless network with linear topology and cross redundancy // AIP Conf. Proc. 2019. T. 2116.
- Vishnevsky V. et al. Estimation of IEEE 802.11 DCF access performance in wireless networks with linear topology using PH service time approximations and MAP input // 11th IEEE Int. Conf. Appl. Inf. Commun. Technol. AICT 2017 - Proc. 2019.
- Kim J. et al. Analysis of a semi-open queueing network with Markovian arrival process // Perform. Eval. 2018. T. 120. p. 1–19.

16. Ivanov R., Mukhtarov A., Pershin O. A Problem of Optimal Location of Given Set of Base Stations in Wireless Networks with Linear Topology // Communications in Computer and Information Science. , 2019. p. 53–64.
17. Gary M, Johnson D. Computing machines and intractable problems. M. Mir, 1982.
18. Emelichev V.A., Komlik V.I. A method for constructing a sequence of plans for solving discrete optimization problems. M. Science. 1981.
19. Burke P. J. The Output of a Queuing System // Oper. Res. 1956. T. 4. № 6. p. 699–704.
20. Smirnova E.V et al. Technology of modern wireless network Wi-Fi. / ed. A. V. Proletarsky. Moscow: MSTU im. N.E.Bauman, 2017.
21. Little J. D. C. A Proof for the Queuing Formula:  $L = \lambda W$  // Oper. Res. 1961. T. 9. № 3. p. 383–387.

**Pershin O. Yu.** Doctor of Sciences, Professor, National University of Oil and Gas "Gubkin University", Moscow, Russia, e-mail:pershino@mail.ru

**Vishnevsky V. M.** Doctor of Sciences, Professor, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia, e-mail: vishn@inbox.ru

**Mukhtarov A. A.** V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia, e-mail: mukhtarov.amir.a@gmail.com

**Larionov A. A.** V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia, e-mail: larioandr@gmail.com