

Построение и инициализация адаптивного нейронечеткого управления на основе техники SDRE для двухзвенного манипулятора*

Д. А. Макаров¹, В. А. Пузач²

¹ Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" РАН, г. Москва, Россия

² Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, Россия

Аннотация. В данной работе для заданного класса нелинейных систем впервые применен механизм адаптации нейронечеткого регулятора, аппроксимирующего управление, полученное с помощью подхода SDRE. Основными результатами работы являются архитектура нейронечеткой сети, а также методы ее инициализации. Предложенный подход применен к модели двухзвенного манипулятора с неопределенными коэффициентами. Численные эксперименты показали эффективность полученного управления по совокупности рассмотренных критериев качества.

Ключевые слова: уравнение Риккати с зависящими от состояния коэффициентами, SDRE, адаптивное управление, нечеткое управление, двухзвенный манипулятор.

DOI 10.14357/20718632220108

Введение

В современной теории управления одной из открытых проблем является построение адаптивного управления для нелинейных систем с параметрической неопределенностью и анализ устойчивости соответствующей замкнутой системы. Одним из подходов, способным учесть нелинейность и неопределенность объекта управления, является нечеткая логика. Аффинные системы представляют собой класс нелинейных систем, представители которого часто встречаются в различных практических задачах. Для данного класса существует ряд разработанных методов по синтезу регуляторов, в частности, метод на основе уравнения Риккати с зависящими от состояния коэффициентами.

Нечеткие модели применяются для большого количества различных прикладных задач, например, в робототехнике [1–6]. Большинство работ использует две основные модели нечеткой логики: модель Мамдани [5], модель Такаги-Сугено [1–4]. Их сходство заключается в том, что условные части правил являются нечеткими высказываниями относительно входных переменных. В модели Мамдани после «ТО» также стоит нечеткое высказывание, а в модели Такаги-Сугено вычисляются четкие выходные значения, чаще всего представляющие собой линейные комбинации входных переменных. Важным преимуществом нечеткого управления является возможность учесть знания экспертов о системе.

* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-11-00202, <https://rscf.ru/project/21-11-00202/>.

Адаптивное нечеткое управление широко применяется в нелинейных задачах с неопределенностями [7–10]. Управление такого типа позволяет работать с объектами, для которых трудно или невозможно провести точную идентификацию модели. В данной работе было построено нечеткое адаптивное управление для нелинейного объекта с параметрической неопределенностью.

При построении адаптивного управления необходимо задать как закон обратной связи, так и закон адаптации. Для определения первого будем использовать одну из современных техник – SDRE. Она применяется для синтеза регуляторов в нелинейных аффинных системах и получила в последнее время достаточно широкое распространение (обзоры [11–13]). Эта техника основана на представлении исходной нелинейной системы в формально линейном виде, в котором матрицы зависят от состояния системы. Для построения управления вводится квадратичный критерий, элементы весовых матриц которого также могут быть функциями состояния системы. Стабилизирующее управление строится с помощью формального применения алгоритма Калмана для линейно-квадратичной задачи оптимального управления. Таким образом, вместо решения соответствующего уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана, которое в общем случае может быть достаточно трудоемким, используется численное решение матричного алгебраического уравнения типа Риккати с зависящими от состояния коэффициентами (State-Dependent Riccati Equation - SDRE), поэтому данная техника и получила такое название. Конечно, такой подход является эвристическим, однако он был успешно использован для множества практических задач [12, 13], что обусловлено следующими его преимуществами: широким классом допустимых управляемых систем (основные требования – это лишь стабилизируемость и детектируемость соответствующих матриц системы и критерия для каждого допустимого состояния системы), простотой реализации, некоторой субоптимальностью относительно заданного функционала и др. К недостаткам подхода можно отнести необходимость численного решения SDRE в темпе

функционирования объекта управления, что в условиях ограниченных вычислительных ресурсов может быть труднореализуемо.

В ходе обзора были найдены только две работы по совместному использованию SDRE и нечеткого управления. В исследовании [14] для управления ориентацией космического аппарата был разработан нейронечеткий регулятор, аппроксимирующий регулятор SDRE с целью повышения вычислительной эффективности. Устойчивость нового управления проверялась численно на основе второго метода Ляпунова, а эффективность оценивалась по времени выполнения, качеству аппроксимации и установившейся погрешности. Результаты моделирования показали, что полученный нейронечеткий регулятор эффективно аппроксимирует регулятор SDRE с асимптотической устойчивостью в ограниченной области изменения угловой скорости, охватывающей рабочий диапазон скоростных маневров. Во второй найденной работе строится [15] регулятор на основе одноэлементных функций принадлежности и Паде-аппроксимации. Как отмечают авторы, фактически такой регулятор является четким, и его достоинством является вычислительная эффективность, поскольку его параметры определяются оффлайн с помощью метода наименьших квадратов (МНК), а обучающее множество строилось с помощью SDRE-регулятора. В работе рассматривалась задача стабилизации системы с параметром при управлении, при малых значениях которого система является слабо управляемой, а при больших содержит большой коэффициент усиления в контуре обратной связи. Проведенные численные эксперименты показали, что полученное управление качественно близко к управлению SDRE и обеспечивает устойчивость замкнутого контура при всех рассмотренных начальных условиях и значениях параметра. Отметим, что в работах [14, 15] предполагается, что модель объекта управления точно определена, поэтому не рассматривается случай наличия неопределенностей в системе управления и адаптивное управление не строится.

Целью данной работы является получение новых результатов в области построения управления на основе SDRE, в котором адаптация к неизвестным параметрам будет осуществ-

влена на основе нечеткой логики. Здесь используется адаптивное управление с эталонной моделью (ЭМ) из статьи [16]. Новизной работы является архитектура и инициализация адаптивного нейронечеткого регулятора для заданной модели робота манипулятора. Инициализация осуществляется с помощью обучения и особого выбора коэффициентов этого регулятора. Она позволяет снизить время, необходимое для процесса адаптации, и повысить качество управления, что будет показано в разделе с численными экспериментами.

1. Постановка задачи

Рассмотрим систему управления

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1_i} &= x_{2_i}, \\ &\dots \\ \dot{x}_{(n-1)_i} &= x_{n_i}, \\ \dot{x}_{n_i} &= a_i(x)x + \sum_{k=1}^p b_{ik}(x)u_k + \eta_i(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $i=1, \dots, p$; $x = (x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_p^T)^T \in \mathcal{R}^n$ – вектор состояния, доступный для измерения, при этом $x_i^T = (x_{1_i} \ x_{2_i} \ \dots \ x_{n_i}) \in \mathcal{R}^{n_i}$ и $n = n_1 + n_2 + \dots + n_p$, p – число подсистем типа (1). Следуя [16], предполагалось, что $a_i(x)$ – неизвестные гладкие вектор-функции, $b_{ik}(x)$ – неизвестные гладкие функции, $\eta_i(t)$ – неизвестные и возмущающие воздействия. При этом имеют место неравенства $0 < \underline{b}_{ii} \leq b_{ii}(x) \leq \bar{b}_{ii}$, $|\dot{b}_{ii}(x)| \leq \beta_{ii}(x)$, $|\eta_i| \leq \bar{\eta}_i$, $|\omega_i| \leq \bar{\omega}_i$, где ω_i – минимальная ошибка аппроксимации модели, а величины с верхними и нижними подчеркиваниями считаются известными.

Задана ЭМ:

$$\dot{x}_{m_i} = \begin{pmatrix} 0 & I_{n_i-1} \\ -a_{1,m} & -a_{2,m} \dots -a_{n_i,m} \end{pmatrix} x_{m_i}, \quad (2)$$

где $x_{m_i} \in \mathcal{R}^{n_i}$ – вектор состояния i -ой ЭМ.

Необходимо построить обратную связь $u(x, t)$, используя технику SDRE и нечеткую логику таким образом, чтобы $x_{m_i} - x_i = e_i \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, $i=1, \dots, p$, а соответствующая замкнутая система являлась асимптотически устойчивой по Ляпунову в некоторой заданной области $X \subset \mathcal{R}^n$ при всех допустимых неопределенностях.

2. Метод решения

Для каждого начального условия из заданного множества строится управление на основе SDRE техники. Далее для различных моментов времени измеряются значения входа и выхода регулятора, данные пары сохраняются в качестве набора тренировочных данных. Этот набор используется для обучения нейронечеткой сети, которая будет аппроксимировать SDRE регулятор. Адаптация полученного нейронечеткого регулятора будет осуществляться на основе механизма, описанного в [16].

2.1. Техника SDRE

Управление на основе SDRE-техники строится для стабилизации в нуле аффинных систем вида:

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + B(x)u, \quad x \in X \subset \mathcal{R}^n, u \in \mathcal{R}^r.$$

где $f(0) = 0$ и $f(\cdot) \in C^1(\mathcal{R}^n)$. Регулятор строится с учетом минимизации критерия

$$J(x_0, u(\cdot)) = \frac{1}{2} \int_0^\infty \{x^T Q(x)x + u^T R(x)u\} dt. \quad (3)$$

Здесь весовые матрицы $Q(x), R(x) > 0$ при $x \in X$. Всегда найдется такая матричная функция $A(x)$, что будет иметь место

$$f(x) = A(x)x, \quad (4)$$

где $A: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^{n \times n}$ находится факторизацией, причём при $n > 1$ неединственным образом. Также предполагается, что пары $\{A(x), B(x)\}$ и $\{A(x), H(x)\}$, где $H^T H = Q(x)$, поточечно стабилизируемы и детектируемы для $x \in X$.

Регулятор строится в виде [8]

$$u(x) = -R^{-1}(x)B^T(x)P(x)x, \quad (5)$$

где $P(x)$ - симметричная, положительно определенная матрица, которая является решением алгебраического матричного уравнения Риккати

$$P(x)A(x) + A^T(x)P(x) - P(x)B(x)R^{-1}(x)B^T(x)P(x) + Q(x) = 0. \quad (6)$$

Полученное управление (5) было аппроксимировано при помощи нейронечеткого подхода, описанного далее. В данном случае $u \in \mathcal{R}^p$.

2.2. Модель Такаги-Сугено

База правил нечеткого регулятора имеет вид:

$$\begin{aligned} R_1: & \text{If } x \text{ is } A_1 \text{ then } y = f_1(x), \\ & \dots \\ R_m: & \text{If } x \text{ is } A_m \text{ then } y = f_m(x), \end{aligned} \quad (7)$$

где m – количество правил, x – входной вектор нечеткого управления, $j=1, \dots, m$, A_j – нечеткие множества, задающие разбиение пространства входных значений нечеткого регулятора. В данной работе $f_j(x) = c_{j1}x_1 + c_{j2}x_2 + \dots + c_{jn}x_n$, где $c_{jk} \in \mathcal{R}$ – параметры.

Значение выхода нечеткого регулятора вычисляется как

$$u_f(x, t) = \frac{\sum_{j=1}^m \mu_{A_j}(x) f_j(x)}{\sum_{j=1}^m \mu_{A_j}(x)}, \quad (8)$$

где $\mu_{A_j}(x)$ – функция принадлежности множества A_j с множеством значений $[0, 1]$.

Выражение (8) можно переписать следующим образом

$$u_f(x, t) = \xi \Theta x, \quad (9)$$

где

$$\Theta = \begin{pmatrix} c_{11} & \dots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix}$$

и ξ – вектор нормализованных степеней активации правил, определяемый как

$$\xi = \frac{1}{\sum_{j=1}^m \mu_{A_j}(x)} \begin{pmatrix} \mu_{A_1}(x) & \mu_{A_2}(x) & \dots & \mu_{A_m}(x) \end{pmatrix}. \quad (10)$$

2.3. Механизм адаптации

Адаптивное управление строилось по закону из [16]:

$$u_i = u_{f_i} + u_{s_i}, \quad (11)$$

где u_f – нечеткая часть, u_s – дополнительное слагаемое для работы с неопределенностью.

Параметры u_f из (11) изменялись согласно пропорционально-интегральному(ПИ) закону

$$\Theta_i = \psi_i + \phi_i, \quad (12)$$

где ψ_i – пропорциональная составляющая, а ϕ_i – интегральная, определяемые как

$$\psi_i = \gamma_{i1} b_{c_i}^T P_i e_i \xi_i^T x^T, \quad (13)$$

$$\dot{\phi}_i = \gamma_{i2} b_{c_i}^T P_i e_i \xi_i^T x^T, \quad (14)$$

где $b_{c_i}^T = (0 \dots 0 \ 1) \in \mathcal{R}^n$, $\gamma_{i1}, \gamma_{i2} > 0$ – задаваемые константы, и P_i – симметричная, положительно определенная матрица, являющаяся решением уравнения Ляпунова:

$$A_{m_i}^T P_i + P_i A_{m_i} = -Q_i. \quad (15)$$

Дополнительное слагаемое u_s из (11) определяется как

$$\begin{aligned} u_{s_i} = & \left(\bar{d}_i + \frac{1}{\underline{b}_{ii}} \sum_{j=1, j \neq i}^p \bar{b}_{ij} |u_j| \right) (1 + \delta_i) \frac{e_i^T P_i b_{c_i}}{|e_i^T P_i b_{c_i}| + \sigma_i} + \\ & + \frac{\beta_{ii}(x)}{2\underline{b}_{ii}^2} e_i^T P_i e_i, \end{aligned} \quad (16)$$

где $\bar{d}_i = \frac{\bar{\eta}_i}{\bar{b}_{ii}(x)} - \bar{d}_i$, величина $|u_j| \in \mathcal{R}$ описана далее, а параметры δ_i, σ_i использовались для сглаживания u_s (в первом слагаемом может использоваться $\text{sgn}(e_i^T P_i b_{c_i})$ вместо двух последних множителей).

Величины $|u_j|$ из (16) имеют следующий вид:

$$|u_j| = |\xi_j \Theta_j z_j| + k_{sj} + \frac{\beta_{ij}(x)}{2\underline{b}_{ij}^2} e_j^T P_j e_j, \quad (17)$$

$$\text{где } k_s = \begin{pmatrix} \underline{b}_{11} & -\bar{b}_{12} & \dots & -\bar{b}_{1p} \\ -\bar{b}_{21} & \underline{b}_{22} & \dots & -\bar{b}_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\bar{b}_{p1} & -\bar{b}_{p2} & \dots & \underline{b}_{pp} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_p \end{pmatrix},$$

$$v_i = \sum_{j=1, j \neq i}^p \bar{b}_{ij} \left(|\xi_j \Theta_j z_j| + \frac{\beta_{jj}(x)}{2\underline{b}_{jj}} e_j^T P_j e_j \right) + \underline{b}_{ii} \bar{d}_i + \frac{\beta_{ii}(x)}{2\underline{b}_{ii}} e_i^T P_i e_i,$$

2.4. Инициализация

Предложено два различных метода инициализации, основной целью которых является сделать нейронечеткий регулятор схожим в некотором плане с управлением на основе техники SDRE (а именно, полученным с помощью выражения (5)). Последнее будет обозначаться далее как u_{SDRE} . Так как техника SDRE зачастую приводит к хорошим результатам при стабилизации аффинных систем, предполагалось, что такой прием приведет к сокращению времени адаптации, и, следовательно, к улучшению качества работы регулятора.

2.4.1. Метод 1

Цель инициализации: $u_f(x_0) = u_{SDRE}(x_0)$, $x_0 = x(0)$. Чтобы это соотношение выполнялось, использовалась пропорциональная часть ψ , а интегральная ϕ занулялась, то есть

$$u_f(x_0) = \psi(x_0) + \phi(x_0) = \psi(x_0) = u_{SDRE}(x_0). \quad (18)$$

В пропорциональной части b, P, e, x не могут быть изменены, т.к. они не являются параметрами алгоритма, в отличие от ξ, γ . В соответствии с нашей целью и с последним замечанием ставилась оптимизационная задача (для каждой i -ой подсистемы она своя):

$$\begin{cases} \min_{\xi_i, \gamma_{i1}} [u_{SDRE_i}(x_0) - \gamma_{i1} \xi_i b_{ci}^T P_i e_i \xi_i^T x_0^T x_0]^2, \\ 0 \leq \xi_{ij} \leq 1 \quad j=1, \dots, m, \\ \sum_{j=1}^m \xi_{ij} = 1. \end{cases}$$

После того, как получены ξ_{ik} , необходимо найти такие параметры W функций принад-

лежности, чтобы степень активаций правил равнялась ξ_{ik} , то есть

$$\mu_{ij}(x_0, W_{ij}) = \xi_{ij} \quad \forall i=1, \dots, p \quad \forall j=1, \dots, m,$$

где i – индекс компоненты управления, j – индекс правила, $W_{ij} = (W_{i,j,1} \dots W_{i,j,l_{ij}})$ – вектор параметров функции принадлежности μ_{ij} . Обычно количество правил меньше, чем количество неизвестных параметров, т.е. $m < \sum_{j=1}^p l_{ij}$.

Поэтому часть из неизвестных параметров можно фиксировать, а для остальной ставить задачи вида $\min_{W_{ij}} [\mu_{ij}(x_0, W_{ij}) - \xi_{ij}]^2$, в которых

ограничения будут стандартные требования к параметрам (например, $\sigma > 0$ для гауссианы). Пример такого нахождения параметров можно посмотреть в численных экспериментах.

2.4.2. Метод 2

Цель инициализации: $u_{f_i}(x_0) + u_{s_i}(x_0) = u_{SDRE_i}(x_0)$. Выполнение этого условия гарантирует совпадение адаптивного управления (11) и SDRE-управления в начальный момент времени. Для того, чтобы адаптивный регулятор был похожим на SDRE-управление и в других точках, параметры Θ не должны сильно отличаться от параметров Θ_L , полученных из обучения. При такой инициализации становится возможным построить адаптивное управление на основе аппроксимации SDRE нейронечеткой сетью.

Согласно (17) v_i линейно зависят от $|\xi_j \Theta_j z_j|$, следовательно, и k_{sj} , и $|u_j|$ линейно зависят от $|\xi_j \Theta_j z_j|$. Значит, верно

$$\begin{aligned} u_i(x) &= \xi_i \Theta_i x + s_{i1} \cdot |\xi_1 \Theta_1 x| + \dots + s_{ip} \cdot |\xi_p \Theta_p x| + \tilde{s}_i = \\ &= u_{f_i}(x) + s_{i1} \cdot |u_{f_1}(x)| + \dots + s_{ip} \cdot |u_{f_p}(x)| + \tilde{s}_i = \\ &= v_i + s_{i1} \cdot v_1 + \dots + s_{ip} \cdot v_p + \tilde{s}_i, \end{aligned} \quad (19)$$

где $\tilde{s}_i = \tilde{s}_i(\underline{b}, \bar{b}, \bar{\eta}, \bar{\omega}, \beta(x), \delta, \sigma)$, $s_{ij} = s_{ij}(\underline{b}, \bar{b}, \delta, \sigma)$, причем $\underline{b}, \bar{b}, \eta$ зависят от параметров модели.

Таким образом, при фиксированных \tilde{s}_i, s_{ij} набор значений $u_{f_i}(x) = v_i$ однозначно определяет набор $u_i(x)$.

Как уже упоминалось, должно иметь место $u_i(x_0) = u_{SDRE_i}(x_0)$. Для выполнения этой цели изменялись параметры Θ_i . Понятно, что задача (19) будет точно решена относительно Θ_i только тогда, когда она будет точно решена относительно v_j .

Ставилась задача безусловной оптимизации:

$$\min_v [u_i(x_0) - u_{SDRE_i}(x_0)]^2. \quad (20)$$

Если эта задача не имела точного решения, то рассматривалась расширенная:

$$\min_{v, \underline{b}, \bar{b}, \bar{\eta}, \bar{\omega}, \beta(x), \delta} [u_i(x_0) - u_{SDRE_i}(x_0)]^2. \quad (21)$$

Пусть имеются параметры из обучения Θ_L и известно, что в начальный момент времени должно выполняться $u_{f_i}(x_0) = v_i$, где v_i – решение оптимизационной задачи (20) или (21). Необходимо, чтобы найденные параметры Θ были близки к Θ_L , поэтому решалась следующая оптимизационная задача:

$$\min_{\Theta} \|\nu - \xi \Theta x\| + \alpha \|\Theta - \Theta_L\|, \quad (22)$$

где $\alpha > 0$ – параметр, который задает компромисс между "удаленностью" Θ от параметров из обучения Θ_L и ошибкой значения управления.

2.5. Обучение

В данной процедуре описывается процесс обучения нейронечеткого регулятора, который состоит в определении параметров W_{ij} функций принадлежности μ_{ij} и коэффициентов матрицы Θ . Алгоритм обучения состоит из следующих шагов:

1. Создать данные для обучения нейронечеткого регулятора:

- задать множество $X_{train}^0 \subset X$ допустимых начальных условий;
- сгенерировать n_0 начальных условий из X_{train}^0 ;

с) Для $l = 1, \dots, n_0$:

- выполнить симуляцию системы с управлением SDRE для l -го начального условия на промежутке времени $[0, t_f]$, где t_f – время моделирования,
- выбрать моменты времени $t_1, \dots, t_k \in [0, t_f]$,
- сгенерировать набор обучающих примеров $D_s = (Z, U)$, $Z = \{x(t_j)\}_{j=1}^k$, $U = \{u(t_j)\}_{j=1}^k$, где для момента времени $t_j \in [0, t_f]$: $x(t_j)$ – состояние как вход сети, $u(t_j)$ – значение управления SDRE как выход сети,
- добавить данные в общий набор: $D = D_s \cup D$.

2. Обучить нейронечеткий регулятор на наборе данных D при помощи градиентного спуска или гибридного метода, сочетающего градиентный спуск и МНК.

3. Численные эксперименты

3.1. Модель объекта управления

Согласно [16] двухзвенный робот манипулятор описывается системой:

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_v(\dot{q}) + F_c(\dot{q}) = u,$$

$$D = \frac{l^2}{3} \begin{pmatrix} m_1 + 4m_2 + 3m_2 \cos(q_2) & m_2 + \frac{3}{2}m_2 \cos(q_2) \\ m_2 + \frac{3}{2}m_2 \cos(q_2) & m_2 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} -m_2 l^2 \sin(q_2) \dot{q}_2 & -\frac{1}{2} m_2 l^2 \sin(q_2) \dot{q}_2 \\ \frac{1}{2} m_2 l^2 \sin(q_2) \dot{q}_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (23)$$

$$G = \frac{gl}{2} \begin{pmatrix} m_1 \cos(q_1) + m_2 \cos(q_1 + q_2) + 2m_2 \cos(q_1) \\ m_2 \cos(q_1 + q_2) \end{pmatrix},$$

$$F_v = \begin{pmatrix} k_{v1} & \dot{q}_1 \\ k_{v2} & \dot{q}_2 \end{pmatrix}, F_c = \begin{pmatrix} k_{c1} \text{sign}(\dot{q}_1) \\ k_{c2} \text{sign}(\dot{q}_2) \end{pmatrix}.$$

где $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathcal{R}^2$ – векторы углов звеньев манипулятора, скоростей и ускорений этих углов

соответственно, $D(q) \in \mathcal{R}^{2 \times 2}$ – матрица инерции, $C(q) \in \mathcal{R}^2$ – вектор Кориолиса, $G(q) \in \mathcal{R}^2$ – вектор гравитационного момента, $F_v(\dot{q}), F_c(\dot{q})$ – моменты вязкого и кулоновского трения, $u \in \mathcal{R}^2$ – вектор управляющих моментов.

Далее, если не оговорено иное, используют данные значения параметров: длина звена $l = 1\text{м}$, массы первого и второго звена равны $m_1 = m_2 = 1\text{кг}$, $g = 9.81\text{м/с}^2$, и коэффициенты трения $k_{v1} = 0.3, k_{v2} = 0.5, k_{c1} = 0.2, k_{c2} = 0.5$.

3.2. Обучение

Для аппроксимации SDRE использовались различные варианты архитектуры нейронечеткой сети. Результаты обучения оценивались по критериям:

1. $I_1 = \int_0^{t_f} (u_{SDRE}(t) - u_L(t))^T (u_{SDRE}(t) - u_L(t)) dt$.
2. $I_2 = (x(u_{SDRE}(t_f), t_f) - x(u_L(t_f), t_f))^T (x(u_{SDRE}(t_f), t_f) - x(u_L(t_f), t_f))$.

3. I_3 – процент запусков для разных начальных точек из тестового набора, для которых $x(t) < 50 \forall t \in [0, t_f]$. Данный критерий применялся для оценки устойчивости системы.

3.2.1. База правил нейронечеткого регулятора

Часть экспериментов проводилась для архитектуры из статьи [16]:

If x_1 is V_k^1 then $u_{f_1} = c_{k1}^1 x_1 + c_{k2}^1 x_2 + c_{k3}^1 x_3 + c_{k4}^1 x_4$

If x_3 is V_k^2 then $u_{f_2} = c_{k1}^2 x_1 + c_{k2}^2 x_2 + c_{k3}^2 x_3 + c_{k4}^2 x_4$

Для такой архитектуры не удалось организовать процесс обучения, обеспечивающий приемлемые значения критериев качества I_1, I_2, I_3 для соответствующего обученного нейронечеткого регулятора. Поэтому было предложено две модификации:

- Mod1 – увеличено число нечетких множеств для переменных x_1, x_3 (в [16] их 3),

- Mod2 – использовано более сложное условие с добавлением AND: If x_1 is V_k^1 AND x_3 is V_k^2 .

3.2.2. Обучающая выборка

Наборы данных для обучения были созданы согласно процедуре, описанной ранее. Для каждого набора данных множество X_{train}^0 допустимых начальных значений выглядело так

$$\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1 \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right], x_2 \in [-6\pi; 6\pi],$$

$$x_3 \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right], x_4 \in [-6\pi; 6\pi]\}.$$

Выбор конкретных точек x_0 из множества X_{train}^0 происходит одним из способов:

1. Выборка из равномерного распределения с носителем X_{train}^0 .
2. Регулярная сетка над X_{train}^0 : по каждой координате берется одинаковое число точек.
3. Регулярная сетка над X_{train}^0 : точки по каждой координате находятся на одинаковом расстоянии друг от друга.

Определенный выбор моментов времени t_1, \dots, t_k будем называть «типом дискретизации». В ходе экспериментов опробованы следующие варианты:

1. $\{0.01 \cdot s \mid s = \overline{0,500}\} \cup \{5 + 0.2 \cdot s \mid s = \overline{1,50}\} \cup \{15 + 0.01 \cdot s \mid s = \overline{1,500}\}$
2. $\{0.05 \cdot s \mid s = \overline{0,100}\} \cup \{5 + 0.1 \cdot s \mid s = \overline{1,100}\} \cup \{15 + 0.05 \cdot s \mid s = \overline{1,100}\}$
3. $\{0, 0.01, 0.02, \dots, 20\}$
4. $\{0, 0.05, 0.1, \dots, 20\}$
5. $\{0, 0.07, 0.14, \dots, 20\}$
6. $\{0, 0.085, 0.17, \dots, 20\}$
7. $\{0, 0.1, 0.2, \dots, 20\}$
8. $\{0, 0.12, 0.24, \dots, 20\}$
9. $\{0, 0.019, 0.038, \dots, 20\}$
10. $\{0 + 0.05 \cdot s \mid s = \overline{0,140}\} \cup \{7 + 0.1 \cdot s \mid s = \overline{1,130}\}$

Табл. 1. Архитектура и результаты обучения нейронечетких регуляторов

Архитектура		Набор данных			Метод обучения	Эпох	Критерий		
Тип связи	Кол-во мн-в	n_0	Тип сетки	Тип дискр.			1	2	3
Mod2	3	100	1	7	гибридный	3000	1151.51	2.39	70.26%
Mod2	3	392	3	7	гибридный	3000	1464.45	0.13	97.63%
Mod2	5	392	3	1	град.спуск	1000	3170.38	10.92	99.74%
Mod2	3	1224	3	7	гибридный	268	702.47	1.15	90.92%
Mod2	5	1224	3	1	град.спуск	1000	4482.61	16.23	99.08%
Mod1	5	100	1	7	град.спуск	1000	7997.9	9.3	70.92%

Согласно Табл. 1 наилучшим регулятором по совокупности трех критериев является регулятор из второй строки. Он отработал почти на всех точках из тестового набора, малое значение первого критерия говорит о высоком качестве аппроксимации, а по второму критерию данный регулятор является лучшим. Такой регулятор близок к u_{SDRE} и относительно надежен, поэтому его параметры использовались для второго типа инициализации. Так как инициализация первого типа требует лишь знания значения u_{SDRE} в точке x_0 , веса обученной нейронечеткой сети в такой ситуации не используются.

3.3. Инициализация

Для данного примера уточним, как находить параметры функций принадлежности в методе 1. Используется база правил регулятора из статьи [16]. Переменным x_1, x_3 поставлены в соответствие по 3 нечетких множества с функциями принадлежности $zmf, gaussmf, smf$ из Fuzzy Logic Toolbox среды технических расчетов MATLAB. Вид этих 6 нечетких множеств определяют 12 параметров, которые должны удовлетворять 6 условиям вида при $i = 1, 2$:

$$\begin{cases} \min_{b_{i1}} [\xi_{i1} - zmf(x_0 - 1, b_{i1})]^2, \\ b_{i1} \geq x_0, \\ \min_{c_i} [\xi_{i2} - gaussmf(1, c_i)]^2, \\ c_i \geq 0, \\ \min_{b_{i3}} [\xi_{i3} - smf(x_0 - 1, b_{i3})]^2, \\ b_{i3} \geq x_0. \end{cases}$$

3.4. Результаты

Предложенные методы сравнивались с инициализацией из [16] согласно значениям следующих критериев:

$$1. J_u = \int_0^{t_f} u^T u dt .$$

$$2. J_e = \int_0^{t_f} e^T e dt .$$

Для этого запускалась адаптация с заданной инициализацией для набора различных начальных точек x_0 . В некоторых экспериментах изменялись параметры m_1, m_2 модели, а в других – параметры γ закона адаптации.

3.4.1. Эксперимент 1

Для инициализации используется метод 1. Одинаковы в данном эксперименте: $m_2 = 1, t_f = 30$. Множество начальных точек, на котором проверялась работоспособность метода:

$$X_{test}^0 = \left\{ (q_1, 0, q_2, 0) \mid q_1, q_2 \in \left[-\pi, -\frac{3\pi}{4}, \dots, \pi \right] \right\}.$$

Изменялась масса первого звена $m_1 \in [0.25, 0.5, 1, 10, 20]$.

Для оценки результатов рассматривались отношения значения критерия при нашей инициализации к значению критерия при инициализации из [16]. Из Табл. 2 можем видеть, что инициализация даёт выигрыш 30% в среднем по критерию 1 с достаточно большим среднеквадратичным отклонением. В то же время, значение критерия 2 почти не изменяется и очень близко к 1. Получается, что для произ-

вольной начальной точки возможно получить улучшение значения критерия 1, почти ничего не проиграв по критерию 2. Пример траекторий системы при использовании данной инициализации можно увидеть на Рис. 1.

3.4.2. Эксперимент 2

Для инициализации использовался метод 2. Одинаковы в данном эксперименте: $m_2 = 1$,

$t_f = 30$. Множество начальных точек, на котором проверялась работоспособность метода:

$$X_{test}^0 = \left\{ (q_1, 0, q_2, 0) \mid q_1, q_2 \in \left[-\pi, -\frac{3\pi}{4}, \dots, \pi \right] \right\}.$$

Изменялись:

- масса первого звена $m_1 \in [0.25, 0.5, 1, 10, 20]$;
- параметры γ закона адаптации (значения приведены в Табл. 3.)

Табл. 2. Результат первого эксперимента

критерий	min	max	mean	Std
J_u^1 / J_u^{old}	0.1364	1.1688	0.7006	0.3103
J_e^1 / J_e^{old}	0.9911	1.0090	1.0013	0.0029

min – минимальное значение отношения критериев, max – максимальное, mean – среднее, std – среднеквадратичное отклонение

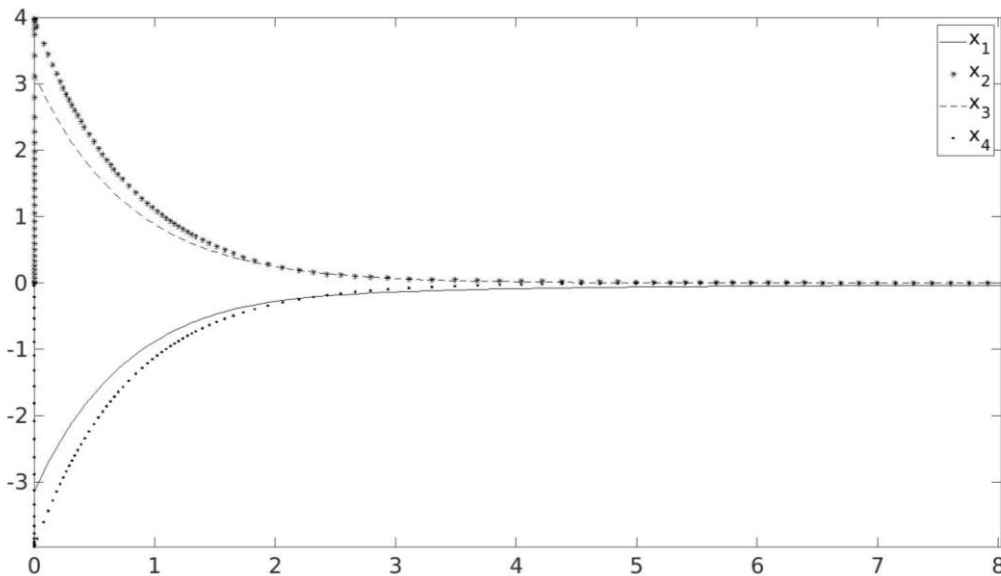


Рис. 1. Траектории для $x_0 = (-\pi \ 0 \ \pi \ 0)$ из эксперимента 1

Табл. 3. Результат второго эксперимента

Параметры	Критерий	min	max	mean	std
$\gamma = \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 300 & 300 \end{pmatrix}$	J_u^2 / J_u^{old}	0.6467	1.0845	0.8999	0.1294
	J_e^2 / J_e^{old}	6.5e-08	1.7244	1.0265	0.1551
$\gamma = \begin{pmatrix} 70 & 70 \\ 300 & 300 \end{pmatrix}$	J_u^2 / J_u^{old}	0.3852	1.0876	0.8907	0.1180
	J_e^2 / J_e^{old}	1.8e-06	1.9035	1.0899	0.1626
$\gamma = \begin{pmatrix} 140 & 140 \\ 300 & 300 \end{pmatrix}$	J_u^2 / J_u^{old}	0.3209	1.0898	0.8716	0.1461
	J_e^2 / J_e^{old}	4.5e-06	2.6515	1.0875	0.1917
$\gamma = \begin{pmatrix} 70 & 7 \\ 3000 & 300 \end{pmatrix}$	J_u^2 / J_u^{old}	0.3766	1.1409	0.8134	0.1581
	J_e^2 / J_e^{old}	4.3e-07	1.3575	1.0807	0.1311

По Табл. 3 можем сделать вывод, что второй метод инициализации хуже справляется для данной модели. Выигрыш по первому критерию варьируется от 10,01% до 18,66%, в среднем составляет 13,11%, что значительно ниже, чем 30% у первого метода. По второму критерию проигрыш изменяется от 2,65% до 8,99%, в среднем составляет 7,11%, что тоже хуже, чем у первого метода. Вдобавок можем заключить, что инициализация этого типа становится более выгодной, когда увеличиваются коэффициенты в пропорциональной части закона адаптации.

Заключение

В статье предложены новые адаптивные регуляторы для одного класса нелинейных систем. Их отличительной чертой является инициализация параметров закона адаптации, которая осуществляется на основе техники SDRE. Оба предложенных метода инициализации оказались эффективнее по критерию расхода управления, чем ранее известный метод. Проведенные эксперименты показали, что первый метод в среднем дает выигрыш 30% по первому критерию, проигрывая лишь 0,1% по второму критерию. В то же время, выигрыш второго метода инициализации составляет 18,66%, при увеличенных потерях в 8,07% по второму критерию. Таким образом, численные эксперименты подтверждают эффективность предложенного подхода для построения и инициализации нейронечеткого регулятора.

Литература

1. Hazrati B., Dadashzadeh B., Shoaran M., 2019. Fuzzy control of bipedal running with variable speed and apex height. *International Journal of Dynamics and Control*, 7(4), pp. 1379-1391.
2. Li T. H. S. et al., 2020. Fuzzy Double Deep Q-Network-Based Gait Pattern Controller for Humanoid Robots. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 30(1), pp.147-161.
3. Sobirin M., Hindersah H., 2021. Stability Control for Bipedal Robot in Standing and Walking using Fuzzy Logic Controller. 2021 IEEE International Conference on Industry 4.0, Artificial Intelligence, and Communications Technology (IAICT), pp. 1-7.
4. Wu L. F., Li T. H. S., 2020. Fuzzy dynamic gait pattern generation for real-time push recovery control of a teen-sized humanoid robot. *IEEE Access*, 8, pp. 36441-36453.
5. Yang L., Liu Z., Chen Y., 2019. Energy efficient walking control for biped robots using interval type-2 fuzzy logic systems and optimized iteration algorithm. *ISA transactions*, 87, pp. 143-153.
6. Sun W. et al., 2018. Adaptive fuzzy tracking control of flexible-joint robots with full-state constraints. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics: systems*, 49(11), pp. 2201-2209.
7. Yang T., Sun N., Fang Y., 2021. Adaptive fuzzy control for a class of MIMO underactuated systems with plant uncertainties and actuator deadzones: Design and experiments. *IEEE Transactions on Cybernetics*. (In English, unpubl.)
8. Wang H. et al., 2021. Finite-time-prescribed performance-based adaptive fuzzy control for strict-feedback nonlinear systems with dynamic uncertainty and actuator faults. *IEEE Transactions on Cybernetics*. (In English, unpubl.)
9. Lu Y., 2018. Adaptive-fuzzy control compensation design for direct adaptive fuzzy control // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 26(6), pp. 3222-3231.
10. Su X. et al., 2019. Event-triggered adaptive fuzzy control for uncertain strict-feedback nonlinear systems with guaranteed transient performance. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 27(12), pp. 2327-2337.
11. Nekoo, S.R., 2019. Tutorial and review on the state-dependent Riccati equation. *Journal of Applied Nonlinear Dynamics*, 8(2), pp.109-166
12. Cimen, T., 2012. Survey of state-dependent Riccati equation in nonlinear optimal feedback control synthesis. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 35(4), pp.1025-1047.
13. Cloutier, J.R., 1997. State-dependent Riccati equation techniques: an overview. In *Proceedings of the 1997 American control conference (Cat. No. 97CH36041) (Vol. 2, pp. 932-936)*. IEEE.
14. Kim, S.W., Park, S.Y. and Park, C., 2016. Spacecraft attitude control using neuro-fuzzy approximation of the optimal controllers. *Advances in Space Research*, 57(1), pp.137-152.
15. Даник Ю. Э. Стабилизирующий регулятор для нелинейных систем на основе нечеткой матричной Паде аппроксимации // *Информационные технологии и вычислительные системы*. 2021. №. 1. С. 42-49.
16. Golea, N., Golea, A. and Benmahammed, K., 2002. Fuzzy model reference adaptive control. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 10(4), pp.436-444.

Макаров Дмитрий Александрович. Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН), г. Москва. Старший научный сотрудник. Кандидат физико-математических наук. Количество печатных работ: более 50. Область научных интересов: управление сложными динамическими системами, робастные методы устойчивости и стабилизируемости, искусственный интеллект, экспертные системы. E-mail: makarov@isa.ru

Пузач Владислав Александрович. Московский физико-технический институт (МФТИ), г. Долгопрудный. Студент магистратуры. Количество печатных работ: 1. Область научных интересов: нечеткое управление, искусственный интеллект. E-mail: puzach.va@phystech.edu

Construction and Initialization of an Adaptive Neuro-Fuzzy Control Based on the SDRE Technique for a Two-Link Manipulator

D.A. Makarov¹, V.A. Puzach¹¹

¹Federal Research Center "Computer Science and Control" of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

¹¹Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russia

Abstract. In modern control theory, one of the open problems is the construction of adaptive control for nonlinear systems with parametric uncertainty and the analysis of the stability of the corresponding closed system. One of the approaches that can take into account the nonlinearity and uncertainty of the control object is fuzzy logic. Affine systems are a class of nonlinear systems whose representatives are often found in various practical problems. For this class, there are a number of developed methods for the synthesis of regulators, in particular, a method based on the Riccati equation with state-dependent coefficients. In this paper, for a given class of nonlinear systems, the adaptation mechanism of a neuro fuzzy controller approximating the control obtained using the SDRE approach is applied for the first time. The main results of the work are the architecture of the neuro fuzzy network, as well as methods of its initialization. The proposed approach is applied to the model of a two-link manipulator with uncertain coefficients. Numerical experiments have shown the effectiveness of the obtained control according to the totality of the quality criteria considered.

Keywords: state-dependent riccati equation, adaptive control, fuzzy control, two-link robot.

DOI 10.14357/20718632220108

References

- Hazrati B., Dadashzadeh B., Shoaran M., 2019. Fuzzy control of bipedal running with variable speed and apex height. *International Journal of Dynamics and Control*, 7(4), pp. 1379-1391.
- Li T. H. S. et al., 2020. Fuzzy Double Deep Q-Network-Based Gait Pattern Controller for Humanoid Robots. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 30(1), pp.147-161.
- Sobirin M., Hindersah H., 2021. Stability Control for Bipedal Robot in Standing and Walking using Fuzzy Logic Controller. 2021 IEEE International Conference on Industry 4.0, Artificial Intelligence, and Communications Technology (IAICT), pp. 1-7.
- Wu L. F., Li T. H. S., 2020. Fuzzy dynamic gait pattern generation for real-time push recovery control of a teen-sized humanoid robot. *IEEE Access*, 8, pp. 36441-36453.
- Yang L., Liu Z., Chen Y., 2019. Energy efficient walking control for biped robots using interval type-2 fuzzy logic systems and optimized iteration algorithm. *ISA transactions*, 87, pp. 143-153.
- Sun W. et al., 2018. Adaptive fuzzy tracking control of flexible-joint robots with full-state constraints. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics: systems*, 49(11), pp. 2201-2209.
- Yang T., Sun N., Fang Y., 2021. Adaptive fuzzy control for a class of MIMO underactuated systems with plant uncertainties and actuator deadzones: Design and experiments. *IEEE Transactions on Cybernetics*. (In English, unpubl.)
- Wang H. et al., 2021. Finite-time-prescribed performance-based adaptive fuzzy control for strict-feedback nonlinear systems with dynamic uncertainty and actuator faults. *IEEE Transactions on Cybernetics*. (In English, unpubl.)
- Lu Y., 2018. Adaptive-fuzzy control compensation design for direct adaptive fuzzy control // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 26(6), pp. 3222-3231.
- Su X. et al., 2019. Event-triggered adaptive fuzzy control for uncertain strict-feedback nonlinear systems with guaranteed transient performance. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 27(12), pp. 2327-2337.
- Nekoo, S.R., 2019. Tutorial and review on the state-dependent Riccati equation. *Journal of Applied Nonlinear Dynamics*, 8(2), pp.109-166
- Cimen, T., 2012. Survey of state-dependent Riccati equation in nonlinear optimal feedback control synthesis. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 35(4), pp.1025-1047.
- Cloutier, J.R., 1997, June. State-dependent Riccati equation techniques: an overview. In *Proceedings of the 1997 American control conference* (Cat. No. 97CH36041) (Vol. 2, pp. 932-936). IEEE.
- Kim, S.W., Park, S.Y. and Park, C., 2016. Spacecraft attitude control using neuro-fuzzy approximation of the

- optimal controllers. *Advances in Space Research*, 57(1), pp.137-152.
15. Danik Yu. E., 2021. Stabilizing regulator for nonlinear systems based on fuzzy matrix Pade approximation. *Informatsionnyye tekhnologii i vychislitel'nyye sistemy*. №. 1. С. 42-49.
16. Golea, N., Golea, A. and Benmahammed, K., 2002. Fuzzy model reference adaptive control. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 10(4), pp.436-444.

Makarov D. A. Cand. Sci. (Physics and Mathematics). Federal Research Center “Computer Science and Control” of Russian Academy of Sciences, senior researcher, Moscow, pr-t 60-letiya Oktyabrya, 9, 117312, Russia. E-mail: makarov@isa.ru

Puzach V. A. Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Institutsky per., 9. Russia. E-mail: puzach.va@phystech.edu