

Алгоритм оценки сходимости стохастической Парето-оптимизации*

С. М. Бекетов, А. М. Гинцяк, М. В. Дергачев

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. Статья описывает исследование по разработке алгоритма для оценки сходимости стохастической Парето-оптимизации. Актуальность работы обусловлена необходимостью снижения вычислительных затрат, возникающих при больших многокритериальных вычислениях, где требуется учитывать множество конфликтующих критериев для поиска оптимальных решений. Одной из проблем в этом контексте является нахождение компромисса между точностью фронта Парето и ресурсами, необходимыми для его вычисления. В многокритериальной оптимизации важно оценивать сходимость, чтобы избежать чрезмерного числа итераций, которые могут быть неэффективными с точки зрения улучшения результата. Проблема заключается в поиске оптимального количества итераций, при котором фронт Парето достигает достаточной точности, и дальнейшие итерации не приводят к значительному улучшению качества решений. Целью исследования является разработка алгоритма, который позволяет оценить сходимость фронта Парето и определить, когда можно завершить процесс оптимизации без потери качества решений. Результаты могут быть полезны специалистам, занимающимся задачами многокритериальной оптимизации и разработкой алгоритмов на основе стохастических условий.

Ключевые слова: оценка сходимости оптимизации, фронт Парето, стохастическая оптимизация, многокритериальная оптимизация, Парето-оптимизация, точность фронта Парето, метод Монте-Карло, качество решения

DOI 10.14357/20718632240409 EDN HBLXQQ

Введение

В задаче многокритериальной оптимизации целью является нахождение оптимального набора решений, которые формируют так называемый фронт Парето [1]. Данный фронт содержит такие решения, при которых улучшение одного критерия невозможно без ухудшения другого [2]. Однако процесс нахождения и улучшения фронта Парето может быть чрезвычайно затратным, особенно при

большом количестве итераций [3]. Проблема заключается в том, что с одной стороны, необходимо достаточное количество итераций для приближения к идеальному фронту Парето, а с другой – каждая итерация увеличивает вычислительные затраты [4; 5]. При малом числе итераций фронт Парето будет недостаточно эффективным, а при чрезмерном количестве итераций процесс становится слишком долгим и ресурсоемким. Следовательно, необходимо разработать алгоритм, который бы позволил оценить оптимальное количество итераций, при котором

* Исследование выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание № 075-03-2024-004 от 17.01.2024).

фронт Парето уже достаточно близок к глобальному оптимуму, но при этом затраты времени и вычислительных ресурсов минимальны.

Таким образом, целью исследования является разработка алгоритма, который позволит оценить сходимость фронта Парето в процессе стохастической оптимизации и определить оптимальное количество итераций, необходимое для достижения приемлемого качества решения при минимальных затратах вычислительных ресурсов. Для этого требуется введение метрик, которые позволили бы количественно оценивать качество фронта Парето и его приближение к идеальному состоянию. Такие метрики должны учитывать не только степень приближения к глобальному оптимуму, но и ресурсоемкость процесса оптимизации, что делает задачу поиска эффективных решений еще более сложной.

Теоретическая значимость исследования заключается в развитии методов оценки сходимости многокритериальной оптимизации, в частности, в области стохастической Парето-оптимизации. Разработанный алгоритм создает основу для дальнейших исследований в области оптимизации и моделирования сложных систем, пополняя методологическую и инструментальную базу. Практическая значимость работы проявляется в возможностях применения разработанного алгоритма в реальных задачах в таких областях, как инженерия, экономика, управление производственными процессами и IT-технологии. Алгоритм позволяет минимизировать время и вычислительные затраты, сохраняя при этом требуемое качество решений, что особенно актуально при работе с большими объемами данных и сложными вычислительными моделями.

Материалы и методы

Для решения данной задачи используется метод Монте-Карло, который применяется для генерации случайных сценариев [6], на основе которых проводится оценка качества получаемого фронта Парето. Данный метод основан на многократном случайном моделировании, что позволяет учесть неопределенности и вариативность условий, в которых принимаются решения [7; 8], а также выявить наиболее усредненные варианты среди множества возможных.

Основным инструментом анализа является принцип Парето, основанный на многокритериальной оптимизации. Многокритериальная оптимизация представляет собой процесс поиска решений, удовлетворяющих одновременно нескольким (часто конфликтующим) критериям [9]. В таких задачах не всегда возможно улучшить один показатель без ухудшения других, что требует нахождения компромиссных решений.

Фронт Парето представляет собой множество решений, каждое из которых не доминируется по всем критериям другими решениями, то есть ни одно из решений на фронте Парето не может быть улучшено по одному критерию без ухудшения хотя бы по одному другому [10; 11]. Таким образом, фронт Парето позволяет учитывать только такие решения, которые являются оптимальными с точки зрения всех рассматриваемых критериев, исключая доминируемые варианты и фокусируя внимание на тех, что обеспечивают лучший возможный компромисс между конфликтующими целями [12].

Используемая модель, на основе которой формируется фронт Парето по генерации случайных сценариев, рассматривается как "черный ящик", то есть ее внутренняя структура и механизмы работы не должны приниматься во внимание при оценке эффективности получаемых решений. Принципиальная структура модели управления показана на Рис. 1.

Данная принципиальная структура модели управления используется во многих организационных системах [13 - 15]. На приведенной схеме представлена структура модели управления с использованием метода Монте-Карло. Данная схема иллюстрирует основные этапы взаимодействия между элементами системы. Внешнее воздействие, реализуемое через метод Монте-Карло, играет ключевую роль в генерации случайных сценариев, что позволяет учесть неопределенности и вариативность условий. Полученные сценарии поступают на вход модели, которая, преобразует входные данные в выходные результаты, не раскрывая внутренней структуры или механизма работы. Выходные данные содержат множество решений, каждое из которых оценивается на предмет оптимальности в рамках фронта Парето. Подсистема обратной связи используется для корректировки

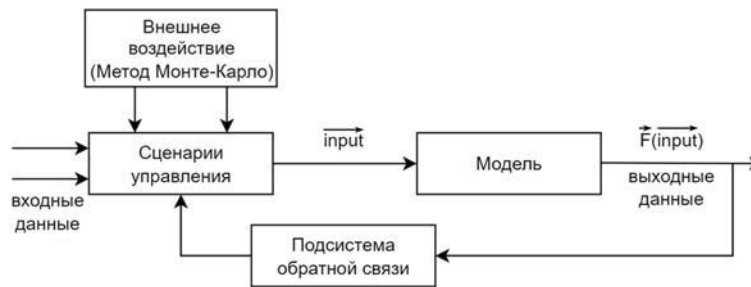


Рис. 1. Принципиальная структура модели управления

сценариев управления на основе анализа выходных данных, что позволяет адаптировать процесс моделирования и постепенно улучшать результаты, не дублируя одинаковые случайные сценарии.

Результаты

Для оценки сходимости Парето-оптимизации был разработан алгоритм, который состоит из нескольких ключевых шагов, обеспечивающих комплексный подход к анализу качества решений и эффективному определению момента остановки процесса оптимизации. Данный алгоритм позволяет наглядно и количественно оценивать изменения в структуре фронта Парето по мере выполнения итераций, а также оптимизировать количество шагов, необходимых для достижения качественного решения. Для демонстрации работы алгоритма была произведена реализация на языке программирования Java. Разработанный алгоритм показан на Рис. 2.

На начальном этапе определяется параметр n , который влияет на количество будущих стохастически сгенерированных сценариев. Далее вычисляется t – коэффициент для метода Монте-Карло, отражающий количество прогонов (итераций). Данный коэффициент рассчитывается по формуле 1.

$$t = 2^{N-n} \quad (1)$$

где $t \geq 1$,

$$N = \log_2(K_{\max}),$$

K_{\max} – максимальное возможное количество сценариев.

На следующем шаге происходит генерация 2^n случайных сценариев, после чего проверяется максимизация или минимизация целевых

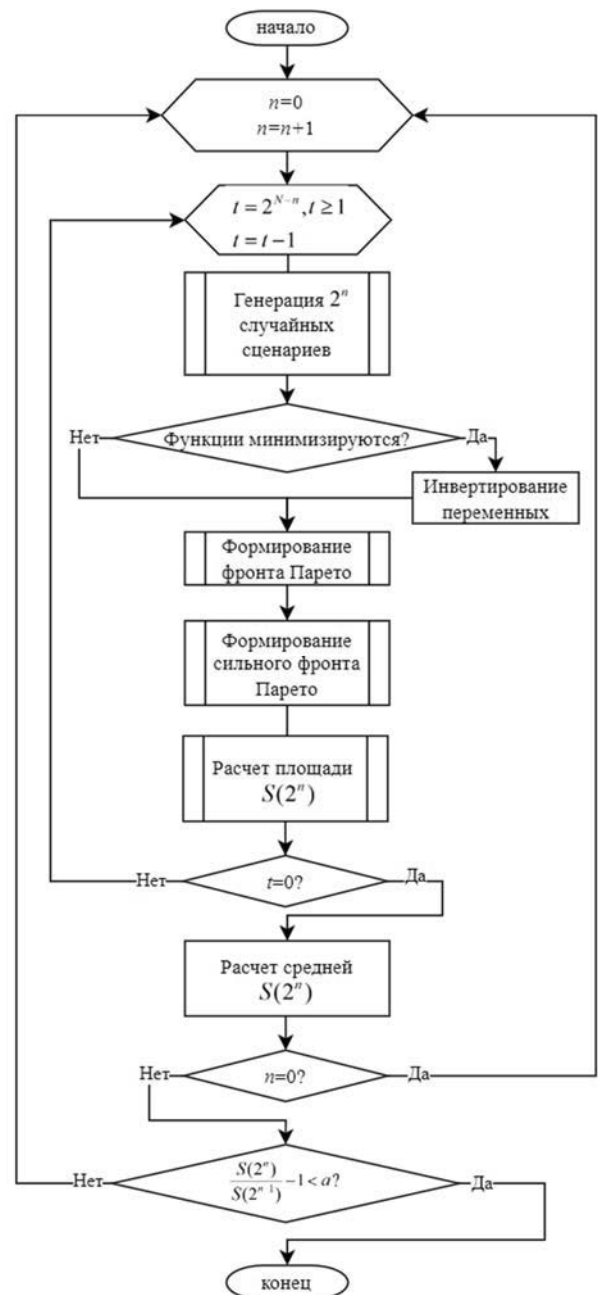


Рис. 2. Алгоритм оценки качества фронта Парето

функций. В случае если функции минимизируются, то происходит инвертирование переменных по формуле 2.

$$\begin{cases} x^* = \frac{1}{x} \\ y^* = \frac{1}{y} \end{cases} \quad (2)$$

Данное действие необходимо для дальнейшего применяемого способа оценки сходимости Парето-оптимизации. Фронт Парето при минимизации целевых функций показан на Рис. 3.

В данном случае необходимо инвертировать переменные, таким образом фронт будет перевернут. Фронт Парето при инвертировании переменных показан на Рис. 4.

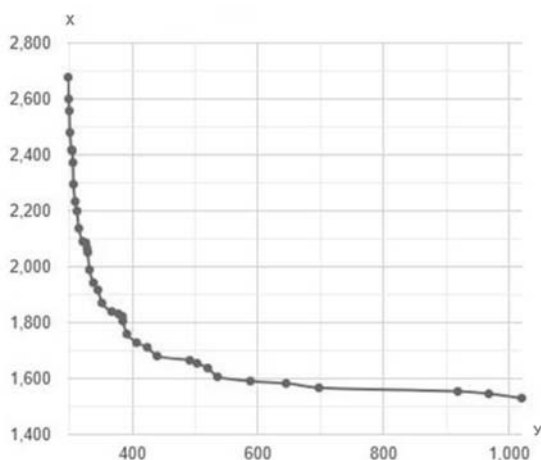


Рис. 3. Фронт Парето при минимизации целевых функций

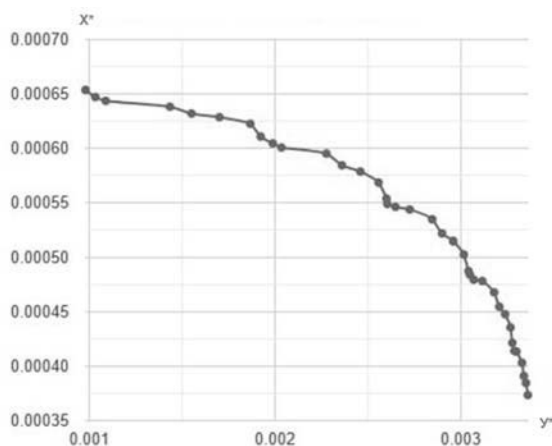


Рис. 4. Фронт Парето при инвертировании переменных

После инвертирования переменных производится формирование сильного (строго выпуклого) фронта Парето. Сильный фронт представляет собой сглаженную версию фронта Парето, что позволяет нивелировать влияние небольших флуктуаций, шумов или случайных изменений [16]. Сильный фронт Парето строится путем исключения решений, которые являются слабыми с точки зрения оптимальности, то есть тех, которые уступают другим решениям по целевым функциям. Данный процесс позволяет получить более четкую и устойчивую кривую, которая представляет тенденцию к сходимости фронта Парето к оптимальному решению. Сильный фронт Парето показан на Рис. 5.

Сглаживание важно для устранения локальных выбросов и шума [17], который может искажать реальную картину сходимости. Таким образом, сильный фронт лучше отражает общую структуру множества решений и позволяет более объективно оценивать прогресс оптимизации.

На следующем этапе проводится вычисление площади под сильным фронтом Парето, как показано на Рис. 5. Площадь под кривой является важной количественной характеристикой, которая позволяет оценить качество решений на фронте. Большая площадь означает, что решения находятся ближе к глобальному оптимуму, то есть фронт представляет собой более качественные компромиссные решения.

В ходе оптимизации на каждом шаге может происходить изменение структуры фронта Парето, поэтому важно уметь корректно оценивать

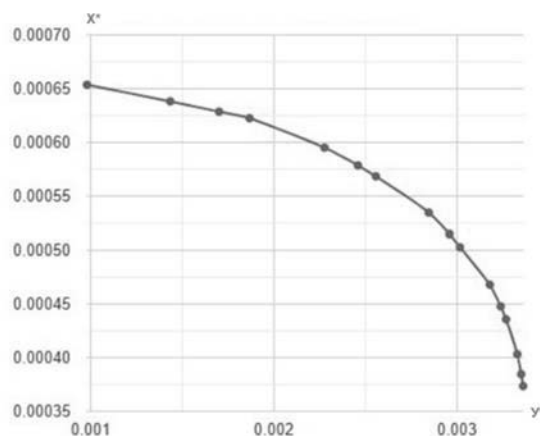


Рис. 5. Сильный фронт Парето

прогресс на ранних стадиях процесса. Для этого в алгоритм вводится механизм моделирования количества итераций методом Монте-Карло, который помогает сгладить результаты на первых шагах оптимизации.

Ранние этапы часто характеризуются быстрыми изменениями на фронте, так как алгоритм активно ищет возможные улучшения. Однако со временем эти изменения становятся менее значительными, и прогресс замедляется. Моделирование количества итераций помогает сгладить резкие скачки на начальных шагах и улучшить анализ фронта на протяжении всей оптимизации. Данный факт важен при работе с большим количеством итераций, когда ранние этапы процесса требуют более тщательного анализа для оценки остаточной эффективности [18]. На основе множества сгенерированных вариантов производится расчет средней площади относительно количества сгенерированных сценариев.

Заключительный этап алгоритма включает анализ процента изменений площади под кривой. Данный шаг важен для определения момента, когда можно остановить процесс оптимизации, так как дальнейшее увеличение числа итераций не будет давать значительного улучшения качества решений. Для этого на каждом шаге итераций вычисляется процентное изменение площади под кривой по сравнению с предыдущим количеством сценариев по формуле 3.

$$\frac{S(2^n)}{S(2^{n-1})} - 1 < a \quad (3)$$

Если процентное изменение становится достаточно малым (например, менее необходимой

точности приближения a от предыдущего шага), это свидетельствует о том, что процесс сходимости замедлился, и дальнейшая оптимизация не принесет существенных улучшений. График зависимости площади от количества итераций (в логарифмической шкале) показан на Рис. 6.

Данный алгоритм позволяет оптимизировать количество сценариев, необходимых для получения качественного фронта Парето. Оптимизация продолжается до тех пор, пока изменения в качестве решений остаются значительными. Как только алгоритм достигает минимальных изменений, он прекращает работу, что экономит вычислительные ресурсы и время.

Также был построен график зависимости a (необходимой точности) от количества итераций. Данный график показан на Рис. 7.

На основе данной визуализации можно выбирать необходимую точность и настраивать сразу определенное количество генерации начальных сценариев.

Обсуждение

Разработанный алгоритм для оценки сходимости стохастической Парето-оптимизации имеет свои сильные и слабые стороны. К сильным сторонам можно отнести его способность эффективно вычислять точность фронта Парето с помощью расчета площади под сильным фронтом. Данный подход позволяет получить более точные оценки прогресса сходимости и избежать избыточных итераций. Использование метода Монте-Карло в генерации случайных сценариев способствует сглаживанию результатов

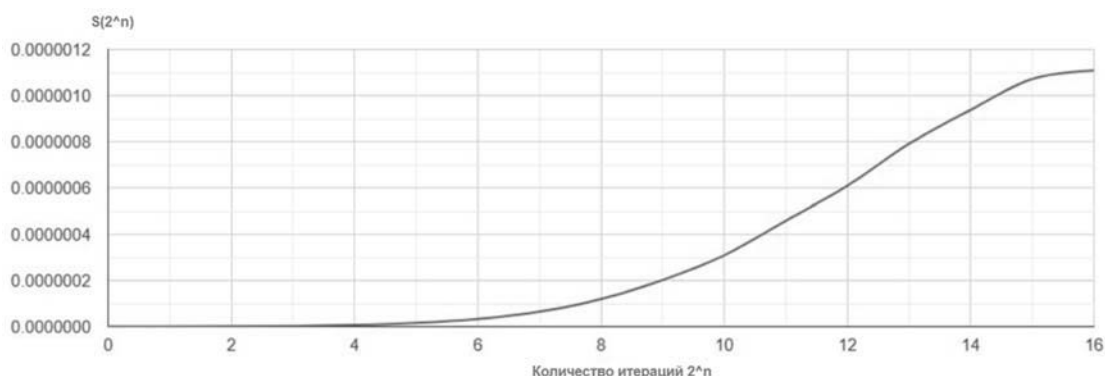


Рис. 6. График зависимости площади от количества итераций

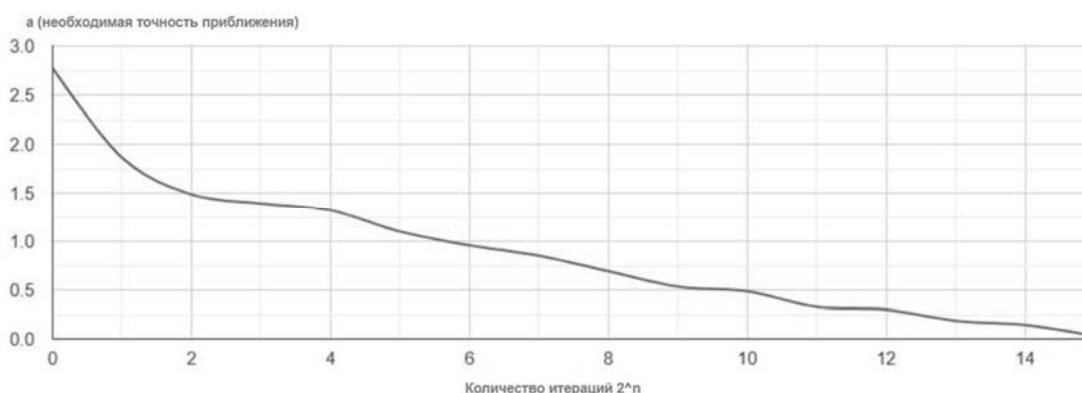


Рис. 7. График зависимости необходимой точности от количества сценариев

на первых шагах оптимизации, что делает алгоритм более адаптивным и универсальным в применении. Однако среди слабых сторон алгоритма следует выделить его зависимость от качества сгенерированных сценариев. В случае недостаточного количества или плохого качества сценариев результаты могут быть искажены. Также алгоритм может требовать увеличенных вычислительных ресурсов на ранних этапах, когда необходимо генерировать много итераций с малым набором сценариев для получения надежных результатов.

Для более глубокого анализа эффективности алгоритма в дальнейшем необходимо рассчитать асимптоту, к которой стремится сходимость. Такие графики могут помочь оценить максимально возможный глобальный оптимум и позволят определить, насколько близко достигнутые решения приближаются к этому оптимуму. Построение асимптоты поможет выявить, в каких точках алгоритм приближается к своему идеальному состоянию, что является ключевым при оптимизации вычислительных затрат.

Перспектива применения разработанного алгоритма выходит за рамки стохастической Парето-оптимизации. Алгоритм также может быть адаптирован для использования в других моделях «черного ящика», где необходимо учитывать неопределенности и множество критериев. Например, он может быть применен в задачах оптимизации процессов в киберфизических системах [19], а также в целом в организационных системах [20], где часто требуется находить компромиссные решения между конфликтую-

щими целями. Возможность генерации случайных сценариев и анализа их влияния на итоговые решения делает алгоритм универсальным инструментом, который может значительно улучшить процесс принятия решений в сложных многокритериальных задачах. Таким образом, дальнейшие исследования в этом направлении могут открыть новые возможности для практического применения алгоритма и его модификаций в различных областях.

Заключение

В данной работе представлен алгоритм для оценки сходимости стохастической Парето-оптимизации. Основное внимание в исследовании было уделено нахождению оптимального количества итераций, что позволяет эффективно сбалансировать качество решений и необходимые вычислительные ресурсы. Использование метода Монте-Карло для генерации случайных сценариев стало важным инструментом в оценке качества фронта Парето, поскольку он учитывает сглаживание результатов на первых шагах оптимизации. Разработанный подход позволяет динамически оценивать, насколько быстро алгоритм достигает желаемого фронта, а также выявлять момент, когда дальнейшие итерации перестают существенно улучшать качество решений.

Разработанный алгоритм предоставляет специалистам возможность более целенаправленно распределять ресурсы, что особенно важно в условиях ограниченных вычислительных мощностей. Для более глубокого анализа эффективности алгоритма в дальнейшем необходимо

сосредоточиться на расчете асимптоты сходимости, что позволит оценить максимально возможный глобальный оптимум и определить, насколько близко достигнутые решения приближаются к этому оптимуму.

Дальнейшие исследования в данном направлении могут открыть новые возможности для практического применения алгоритма и его модификаций в различных областях. Разработанный алгоритм не только способствует эффективному решению задач многокритериальной оптимизации, но и создает основу для дальнейших исследований в данной области.

Литература

1. Tirkolaee E.B. et al. Multi-objective optimization for the reliable pollution-routing problem with cross-dock selection using Pareto-based algorithms // *Journal of cleaner production*. 2020. Т. 276. С. 122927. DOI: 10.1016/j.jclepro.2020.122927.
2. Hua Y. et al. A survey of evolutionary algorithms for multi-objective optimization problems with irregular Pareto fronts // *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*. 2021. Т. 8. №. 2. С. 303-318. DOI: 10.1109/JAS.2021.1003817.
3. Asilian Bidgoli A. et al. Machine learning-based framework to cover optimal Pareto-front in many-objective optimization // *Complex & Intelligent Systems*. 2022. Т. 8. №. 6. С. 5287-5308. DOI: 10.1007/s40747-022-00759-w.
4. Габдуллин Б.Р., Сеньюшкин Д.С., Конушин А.С. Практическое приложение методов многокритериальной оптимизации к задаче релокализации камеры // *Информационные процессы*. 2024. Т. 24. №. 2. С. 163-172. DOI: 10.53921/18195822_2024_24_2_163.
5. Cocchi G., Lapucci M., Mansueto P. Pareto front approximation through a multi-objective augmented Lagrangian method // *EURO Journal on Computational Optimization*. 2021. Т. 9. С. 100008. DOI: 10.1016/j.ejco.2021.100008.
6. Luengo D. et al. A survey of Monte Carlo methods for parameter estimation // *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*. 2020. Т. 2020. С. 1-62. DOI: 10.1186/s13634-020-00675-6.
7. Hu X. et al. Simplified models for uncertainty quantification of extreme events using Monte Carlo technique // *Reliability Engineering & System Safety*. 2023. Т. 230. С. 108935. DOI: 10.1016/j.res.2022.108935.
8. McFarland J., DeCarlo E. A Monte Carlo framework for probabilistic analysis and variance decomposition with distribution parameter uncertainty // *Reliability Engineering & System Safety*. 2020. Т. 197. С. 106807. DOI: 10.1016/j.res.2020.106807.
9. Moraes C.C.F. et al. Using the multi-criteria model for optimization of operational routes of thermal power plants // *Energies*. 2021. Т. 14. №. 12. С. 3682. DOI: 10.3390/en14123682.
10. Xu Y. et al. A Pareto Front grid guided multi-objective evolutionary algorithm // *Applied Soft Computing*. 2023. Т. 136. С. 110095. DOI: 10.3390/en14123682.
11. Pospelov K.N. et al. Multiparametric Optimization of Complex System Management Scenarios Based on Simulation Models // *International Journal of Technology*. 2023. Т. 14. №. 8. С. 1748-1758. DOI: 10.14716/ijtech.v14i8.6832.
12. Null S.E. et al. Pareto optimality and compromise for environmental water management // *Water Resources Research*. 2021. Т. 57. №. 10. С. e2020WR028296. DOI: 10.1029/2020WR028296.
13. Beketov S.M., Pospelov K.N., Redko S.G. A human capital simulation model in innovation projects // *Control Sciences*. 2024. No. 3. P. 16-25. DOI: 10.25728/cs.2024.3.2.
14. Бекетов С.М., Зубкова Д.А., Редько С.Г. Сравнение методов оптимизации в имитационных моделях сложных организационно-технических систем. Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2024. 12(3). DOI: 10.26102/2310-6018/2024.46.3.027.
15. Fedyaevskaya D.E. et al. Hierarchical Cybernetic Model of Oil Production Enterprise with Distributed Decision-Making Centers // *Digital Transformation: What is the Company of Today?* Cham: Springer Nature Switzerland, 2023. С. 21-34. DOI: 10.1007/978-3-031-46594-9_2.
16. Feng W., Gong D., Yu Z. Multi-objective evolutionary optimization based on online perceiving Pareto front characteristics // *Information Sciences*. 2021. Т. 581. С. 912-931. DOI: 10.1016/j.ins.2021.10.007.
17. Копырин А.С., Видищева Е.В. Технологии обработки и очистки данных, выявления и устранения шумов на временном ряду // *Вестник Академии знаний*. 2020. №. 4 (39). С. 220-228. DOI: 10.24411/2304-6139-2020-10466.
18. Nezami N., Anahideh H. Dynamic Exploration-Exploitation Pareto Approach for high-dimensional expensive black-box optimization // *Computers & Operations Research*. 2024. Т. 166. С. 106619. DOI: 10.1016/j.cor.2024.106619.
19. Аветисян Т.В. и др. Исследование возможностей оптимизации процессов управления киберфизическими системами // *Информационные технологии и вычислительные системы*. 2023. №. 2. С. 96-105. DOI: 10.14357/20718632230210.
20. Матвеев В.В., Филатова Т.А. Методы управления организационными системами в условиях риска и неопределенности с целью обеспечения экономической безопасности // *Национальная безопасность и стратегическое планирование*. 2021. №. 2. С. 73-96. DOI: 10.37468/2307-1400-2021-2-73-96.

Бекетов Сальбек Мустафаевич. Лаборатория «Цифровое моделирование промышленных систем» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия. Аналитик. Область научных интересов: цифровое моделирование, управление проектами, аналитика данных, математические модели принятия решений, управление в организационных системах. E-mail: salbek.beketov@spbpu.com

Гинцяк Алексей Михайлович. Лаборатория «Цифровое моделирование промышленных систем» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия. Заведующий лабораторией, кандидат технических наук. Область научных интересов: математическое, имитационное и цифровое моделирование, искусственный интеллект, оптимизация производственных процессов, алгоритмы оптимизации, мультиагентные системы. E-mail: aleksei.gintciak@spbpri.com

Дергачев Максим Владимирович. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия. Магистрант. Область научных интересов: управление IT-проектами, системы поддержки принятия решений, гибридное моделирование, искусственный интеллект, теория игр. E-mail: dergachev.mv@edu.spbstu.ru

Algorithm for Estimating the Convergence of Stochastic Pareto Optimization

S. M. Beketov, A. M. Gintciak, M. V. Dergachev

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

Abstract. The research is devoted to the development of an algorithm for estimating the convergence of stochastic Pareto optimization. The relevance of the work is due to the need to reduce the computational costs that arise with large multi-criteria calculations, where it is necessary to take into account many conflicting criteria to find optimal solutions. One of the problems in this context is finding a compromise between the accuracy of the Pareto front and the resources needed to calculate it. In multi-criteria optimization, it is important to evaluate convergence in order to avoid an excessive number of iterations, which may be ineffective in terms of improving the result. The problem lies in finding the optimal number of iterations, at which the Pareto front reaches sufficient accuracy, and further iterations do not lead to a significant improvement in the quality of solutions. The aim of the study is to develop an algorithm that allows us to evaluate the convergence of the Pareto front and determine when it is possible to complete the optimization process without losing the quality of solutions. The results can be useful for specialists involved in multi-criteria optimization tasks and the development of algorithms based on stochastic conditions.

Keywords: optimization convergence estimation, Pareto front, stochastic optimization, multi-criteria optimization, Pareto optimization, Pareto front accuracy, Monte Carlo method, solution quality.

DOI 10.14357/20718632240409 EDN HBLXQQ

References

1. Tirkolaee E.B., Goli A., Faridnia A., Soltani M., Weber G.W. Multi-objective optimization for the reliable pollution-routing problem with cross-dock selection using Pareto-based algorithms. *Journal of cleaner production*. 2020;276:122927. DOI: 10.1016/j.jclepro.2020.122927.
2. Hua Y., Liu Q., Hao K., Jin Y. A survey of evolutionary algorithms for multi-objective optimization problems with irregular Pareto fronts. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*. 2021;8(2):303-318. DOI: 10.1109/JAS.2021.1003817.
3. Asilian Bidgoli A., Rahnamayan S., Erdem B., Erdem Z., Ibrahim A., Deb K., Grami A. Machine learning-based framework to cover optimal Pareto-front in many-objective optimization. *Complex & Intelligent Systems*. 2022;8(6):5287-5308. DOI: 10.1007/s40747-022-00759-w.
4. Gabdullin B.R., Senushkin D.S., Konushin A.S. Practical application of Multi Task Learning methods to the camera relocalization problem. *Informacionnye processy*. 2024;24(2):163-172 (In Russ). DOI: 10.53921/18195822_2024_24_2_163.
5. Cocchi G., Lapucci M., Mansueto P. Pareto front approximation through a multi-objective augmented Lagrangian method. *EURO Journal on Computational Optimization*. 2021;9:100008. DOI: 10.1016/j.ejco.2021.100008.
6. Luengo D., Martino L., Bugallo M., Elvira V., Särkkä S. A survey of Monte Carlo methods for parameter estimation. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*. 2020;2020:1-62. DOI: 10.1186/s13634-020-00675-6.
7. Hu X., Fang G., Yang J., Zhao L., Ge Y. Simplified models for uncertainty quantification of extreme events using Monte Carlo technique. *Reliability Engineering & System Safety*. 2023;230:108935. DOI: 10.1016/j.res.2022.108935.
8. McFarland J., DeCarlo E. A Monte Carlo framework for probabilistic analysis and variance decomposition with distribution parameter uncertainty. *Reliability Engineering & System Safety*. 2020;197:106807. DOI: 10.1016/j.res.2020.106807.

9. Moraes C.C.F., Pinheiro P.R., Rolim I.G., Costa J. L.S., Junior M.S.E., Andrade, S.J.M.D. Using the multi-criteria model for optimization of operational routes of thermal power plants. *Energies*. 2021;14(12):3682. DOI: 10.3390/en14123682.
10. Xu Y., Zhang H., Huang L., Qu R., Nojima Y. A Pareto Front grid guided multi-objective evolutionary algorithm. *Applied Soft Computing*. 2023;136:110095. DOI: 10.3390/en14123682.
11. Pospelov K.N., Burlutskaya Z.V., Gintciak A.M., Troshchenko K.D. Multiparametric Optimization of Complex System Management Scenarios Based on Simulation Models. *International Journal of Technology*. 2023;14(8):1748-1758. DOI: 10.14716/ijtech.v14i8.6832.
12. Null S.E., Olivares M.A., Cordera F., Lund J.R. Pareto optimality and compromise for environmental water management. *Water Resources Research*. 2021;57(10):e2020WR028296. DOI: 10.1029/2020WR028296.
13. Beketov S.M., Pospelov K.N., Redko S.G. A human capital simulation model in innovation projects. *Control Sciences*. 2024;3:16-25. DOI 10.25728/cs.2024.3.2.
14. Beketov S.M., Zubkova D.A., Redko S.G. Comparison of optimization methods in simulation models of complex organizational and technical systems. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2024;12(3). (In Russ.). DOI: 10.26102/2310-6018/2024.46.3.027.
15. Fedyaevskaya D.E., Burlutskaya Z.V., Gintciak A.M., Dixit S. Hierarchical cybernetic model of oil production enterprise with distributed decision-making centers *Digital Transformation: What is the Company of Today?* Cham: Springer Nature Switzerland. 2023;1:21-34. DOI: 10.1007/978-3-031-46594-9_2.
16. Feng W., Gong D., Yu Z. Multi-objective evolutionary optimization based on online perceiving Pareto front characteristics. *Information Sciences*. 2021;581:912-931. DOI: 10.1016/j.ins.2021.10.007.
17. Kopyrin A.S., Vidishcheva E.V. Technologies of data processing and cleaning, noise identification and removal at time series. *Vestnik Akademii znanij*. 2020;4(39):220-228 (In Russ.). DOI: 10.24411/2304-6139-2020-10466.
18. Nezami N., Anahideh H. Dynamic Exploration–Exploitation Pareto Approach for high-dimensional expensive black-box optimization. *Computers & Operations Research*. 2024;166:106619. DOI: 10.1016/j.cor.2024.106619.
19. Avetisyan T.V., L'vovich Y.E., Preobrazhenskiy A.P., Preobrazhensky Y.P. Investigation of the possibilities of optimizing the management processes of cyberphysical systems. *Informatsionnye Tekhnologii i Vychislitel'nye Sistemy*. 2023;2:96-105 (In Russ.). DOI: 10.14357/20718632230210.
20. Matveev V.V., Filatova T.A. Management methods of organizational systems under risk and uncertainty for the purpose of ensuring economic security. *Nacional'naja bezopasnost' i strategicheskoe planirovanie*. 2021;2:73-96 (In Russ.). DOI: 10.37468/2307-1400-2021-2-73-96.

Beketov Salbek M. Laboratory of Digital modeling of Industrial systems, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 29 Politehnicheskaja, St. Petersburg, 195251, Russian Federation. Research interests: digital modeling, project management, data analytics, mathematical models of decision-making, management in organizational systems. E-mail: salbek.beketov@spbpu.com

Gintciak Aleksei M. Candidate of technical sciences. Laboratory of Digital modeling of Industrial systems, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 29 Politehnicheskaja, St. Petersburg, 195251, Russian Federation. Research interests: mathematical, simulation and digital modeling, artificial intelligence, optimization of production processes, optimization algorithms, multi-agent systems. E-mail: aleksei.gintciak@spbpu.com

Dergachev Maksim V. Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 29 Politehnicheskaja, St. Petersburg, 195251, Russian Federation. Research interests: IT project management, decision support systems, hybrid modeling, artificial intelligence, game theory. E-mail: dergachev.mv@edu.spbstu.ru