

Проблемы оценки эффективности мероприятий при разработке нефтяных месторождений

А.В. Ахметзянов, С.А. Власов, В.В. Низамов, В.В. Самойлов

Аннотация. Рассматриваются проблемы использования математических (гидродинамических) моделей фильтрации флюидов в нефтеносных резервуарах при оценке эффективности геолого-технических мероприятий до их проведения. Проанализирована связь между видами мероприятий и адекватным описанием гидродинамической модели. Для некоторых мероприятий приведены соотношения, позволяющие формализовать этот процесс.

Введение

В силу экономической независимости российских нефтяных компаний учет и планирование затрат на добычу нефти является решающим фактором в эффективности их хозяйственной деятельности. Все изменения текущей технологии извлечения нефти в дальнейшем будем называть мероприятиями. В настоящее время технология извлечения нефти в нефтедобывающих компаниях располагает большим набором мероприятий, представленных в виде регламентирующего документа. Например, в ОАО «Татнефть» такой документ называется «Классификатор видов работ».

Способы оценки мероприятий можно разделить на технологические оценки по «факту» и «планируемые». Как следует из самого названия, оценка по «факту» начинается с момента запуска скважины после проведения мероприятия по фактической информации о технологических показателях текущей разработки. Соответственно, «планируемая» оценка производится по прогнозируемым показателям разработки. Большинство, опубликованных методик [1], направлено на получение оценок по факту и основаны на использовании так называемых базовых зависимостей, использующих фактические технологические показатели из истории разработки. Базовые зависимости можно разбить на две группы.

Первую составляют зависимости, полученные на основе кривых падения. Кривые падения это фактические зависимости от времени $Q_n(t)$ – добыча нефти, $Q_{ж}(t)$ – добыча жидкости, $F(t)$ – обводненность жидкости.

Вторую группу составляют зависимости, полученные на основе кривых вытеснения $Q_{н\Sigma} = \Phi(Q_{ж\Sigma})$, где $Q_{н\Sigma}$ – фактическая суммарная добыча нефти, $Q_{ж\Sigma}$ – фактическая суммарная добыча жидкости. Здесь «суммарная» означает интегрирование по времени. Все указанные кривые строятся по каждой добывающей скважине. Базовые кривые получаются из перечисленных функций путем аппроксимации их в заданном классе функций. Как правило, классы функций задаются с точностью до 2÷3 параметров, которые определяются использованием метода наименьших квадратов.

Базовые зависимости позволяют продолжить, экстраполировать кривые падения или кривые вытеснения при $t \geq t_m$, где t_m – время проведения очередного мероприятия.

Приведенная методика обладает следующими недостатками:

- прогнозными кривыми, полученными при экстраполяции базовых зависимостей, можно пользоваться на сравнительно небольшом интервале времени, поскольку базовые зависимости могут быть далеки от адекватного описания физических процессов в пласте;
- невозможно разделить эффекты от одновременно проводимых мероприятий. Это связано с трудностью правильного учета взаимодействия (интерференции) скважин;
- невозможно применить для оценки планируемых мероприятий.

С учетом сказанного авторам представляется целесообразным наряду с указанной методикой использование математических гидродинамических моделей. Кривые прогнозных падений, полученные в результате просчета модели при $t \geq t_m$ после идентификации основных ее параметров по истории разработки являются более точными по сравнению с кривыми в рассмотренной методике и могут быть использованы на гораздо более продолжительный прогнозный срок. Возможность вариантных просчетов позволяет разделить эффекты от одновременно проводимых мероприятий, а также получать оценки от проведения некоторых планируемых мероприятий.

Гидродинамическая модель

Для успешной реализации сказанного необходимо адекватное описание изменения в модели, соответствующее проводимому мероприятию. В данной работе делается попытка связать некоторые мероприятия из «Классификатора видов работ» с необходимыми изменениями граничных условий и параметров модели.

Предварительно приведем краткое описание некоторых математических соотношений, лежащих в основе гидродинамических моделей [2-4]

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = \frac{\operatorname{div} K_0(y) \mathbf{K}(x) \operatorname{grad} P(x, t)}{m(x)[C_n y(x, t) + C_g(1 - y(x, t))]}, \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma(x, t)}{\partial t} = & \frac{\varepsilon}{m} \operatorname{divgrad} \sigma(x, t) - \operatorname{divgrad} P(x, t) \left(\frac{K_n(\sigma)}{m \mu_n} + \frac{C_n \sigma(x, t) K_0(\sigma)}{m(x)[C_n \sigma(x, t) + C_g(1 - \sigma(x, t))]} \right) + \\ & + \left(\frac{1}{m \mu_n} \frac{\partial K_n(\sigma)}{\partial \sigma} - \frac{C_n \sigma(x, t)}{m(x)[C_n \sigma(x, t) + C_g(1 - \sigma(x, t))]} \frac{\partial K_0(\sigma)}{\partial \sigma} \right) (K \operatorname{grad} P(x, t), \operatorname{grad} \sigma(x, t)), \end{aligned} \tag{2}$$

В уравнениях (1) и (2) приняты следующие обозначения:

$P(x, t)$ и $\sigma(x, t)$ – функции распределения давления и нефтенасыщенности по пространству $x \in \Omega \subset R^{2+3}$ и времени $t \in [t_0, T]$;

Ω – замкнутая многосвязная область, ограниченная внешним контуром Γ_0 и внутренним контуром $\Gamma_n, n \in S$, где S – множество номеров скважин;

$K_0(\sigma) = K_n(\sigma)/\mu_n + K_g(\sigma)/\mu_g$, $K_n(\sigma)$ и $K_g(\sigma)$ – фазовые проницаемости по нефти и воде [5], μ_n и μ_g – пластовые вязкости нефти и воды;

$\mathbf{K}(x)$ – диагональная матрица абсолютных проницаемостей пласта, $K_{11}(x) = K_{22}(x)$ – проницаемости в горизонтальной плоскости, $K_{33}(x) = \alpha(x)K_{11}(x)$ – проницаемость в вертикальном направлении $\alpha(x) < 1$;

$m(x)$ – проницаемость пласта; C_n и C_g – коэффициенты сжимаемости нефти и воды; ε – параметр, учитывающей капиллярный скачок.

Уравнения (1) и (2) описывают изменения давления и нефтенасыщенности в двумерной или трехмерной области с учетом сжимаемости флюидов и некотором учете капиллярных сил. Однако, для рассматриваемых задач можно ограничиться упрощенной моделью в следующем виде

$$\operatorname{div} K_0(x) \mathbf{K}(x) \operatorname{grad} P(x, t) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \sigma(x, t)}{\partial t} = \frac{1}{m(x)} \frac{K_H(\sigma)}{\mu_H} \mathbf{K}(x) \operatorname{grad} P(x, t). \quad (4)$$

Для приведенных уравнений справедливы следующие граничные и начальные условия.

$$P(x, t) = P_{\text{задн}}, \quad x \in \Gamma_n, \quad n \in S_1; \quad (5)$$

$$P(x, t) = P_n(t),$$

$$-\int_{\Gamma_n'} K_0(\sigma) (K_{11}(x) \cos(v, x_1) \partial P(x, t) / \partial x_1 + K_{22}(x) \cos(v, x_2) \partial P(x, t) / \partial x_2 + K_{33}(x) \cos(v, x_3) \partial P(x, t) / \partial x_3) ds = Q_{\text{жн}}, \quad n \in S_2; \quad (6)$$

Γ_n' – боковая поверхность Γ_n ;

$$P(x, t) = P_0(x, t), \quad \sigma(x, t) = \sigma_{\min}, \quad x \in \Gamma_0, \quad t \in [t_0, T]; \quad (7)$$

$$\sigma(x, t) = \sigma_{\min}, \quad x \in \Gamma_n, \quad n \in S_H; \quad (8)$$

$$\sigma(x, t) = \sigma_n(t),$$

$$\int_{\Gamma_n} (\cos(v, x_1) \partial \sigma / \partial x_1 + \cos(v, x_2) \partial \sigma / \partial x_2 + \cos(v, x_3) \partial \sigma / \partial x_3) = 0, \quad n \in S_d; \quad (9)$$

$$P(x, t_0) = P_{\text{нач}}(x); \quad (10)$$

$$\sigma(x, t_0) = \sigma_{\text{нач}}(x). \quad (11)$$

$S = S_1 \cup S_2$, S_1 и S_2 – множество номеров скважин, на которых задаются величины давления $P_{\text{задн}}$ и отбора жидкости $Q_{\text{жн}}$, S_H и S_d – множество номеров нагнетательных и добывающих скважин, v – внешняя нормаль к Γ_n .

Для уравнения (4) кроме условия (8) необходимо задавать $\sigma(x, t) \in \Gamma_0$ в точках, в которых происходит втекание потока внутрь Ω .

Приведенные граничные условия предполагают, что скважины вертикальные и Γ_n – являются цилиндрическими областями с осью, параллельной оси x_3 . Если область Γ_n соответствует горизонтальной скважине, то Γ_n представляет собой цилиндр с горизонтальной осью. При этом

граничное условие может быть задано аналогично (5), т.е. $P(x, t) = P_{\text{задн}}$, $x \in \Gamma'_n$. Предполагается, что приток к горизонтальной скважине осуществляется по всей боковой поверхности $\Gamma'_n \subset \Gamma_n$. Если скважина оборудована фильтрами, то приведенное граничное условие может быть представлено в следующем виде $P(x) = P_{\text{задн}}$, $x \in \Gamma''_n$, $\partial P / \partial v = 0$, $x \in \Gamma'_n \setminus \Gamma''_n$, $\partial \sigma / \partial v = 0$, $x \in \Gamma'$, где Γ''_n – поверхность фильтров $\Gamma''_n \subset \Gamma'_n$, v – направление внешней нормали к $\Gamma'_n \subset \Gamma_n$. Граничное условие, аналогичное (6), выглядит следующим образом

$$P(x, t) = P_n(t), - \int_{\Gamma'} K_0(\sigma) (K_{11}(x) \cos(v, x_1) \partial P(x, t) / \partial x_1 + K_{22}(x) \cos(v, x_2) \partial P(x, t) / \partial x_2 + K_{33}(x) \cos(v, x_3) \partial P(x, t) / \partial x_3) ds = Q_{\text{жн}}. \tag{11'}$$

Приведенные условия для горизонтальной скважины предполагают отсутствие гидравлических потерь по длине скважины. Для их учета необходимо воспользоваться уравнением

$$\frac{\partial P}{\partial l} = \frac{\lambda_{\text{см}}}{d} (\varphi_{\text{в}} \rho_{\text{в}} W_{\text{в}}^2 + \varphi_{\text{н}} \rho_{\text{н}} W_{\text{н}}^2 + \varphi_{\text{г}} \rho_{\text{г}} W_{\text{г}}^2), \tag{12}$$

где l – направление вдоль оси горизонтальной скважины, d – диаметр сечения скважины, $\lambda_{\text{см}}$ – коэффициент гидравлического трения, его определение можно взять из [5], $\varphi_{\text{в}}, \varphi_{\text{н}}, \varphi_{\text{г}}$ – истинные объемные доли нефтяной, водной и газовой фракций, $\rho_{\text{в}}, \rho_{\text{н}}, \rho_{\text{г}}$ – плотности нефти, воды и газа, f – площадь сечения скважины, $W_{\text{н}} = \bar{Q}_{\text{н}} / \varphi_{\text{н}} f$, $W_{\text{в}} = \bar{Q}_{\text{в}} / \varphi_{\text{в}} f$, $W_{\text{г}} = \bar{Q}_{\text{г}} / \varphi_{\text{г}} f$ – истинные значения скорости нефтяной, водной и газовой фаз,

$$\bar{Q}_{\text{ф}} = - \int_{\Gamma''_n \subset \Gamma'_n} K_0(\sigma) (K_{11}(x) \cos(v, x_1) \partial P(x, t) / \partial x_1 + K_{22}(x) \cos(v, x_2) \partial P(x, t) / \partial x_2 + K_{33}(x) \cos(v, x_3) \partial P(x, t) / \partial x_3) dl,$$

Γ''_n – боковая поверхность скважины заключенная между двумя плоскостями $l = L$, где L – конец скважины и текущим значением l .

При учете уравнения (12) граничное условие (5) трансформируется в следующие условия

$$P_l(x, t) = \bar{P}(l), P(0) = P_{\text{задн}}, \tag{12'}$$

где индекс l соответствует точкам поверхности образованной секущей при текущей координате l . Как будет сказано ниже, ряд мероприятий связано с изменением течения газожидкостной смеси в лифте, поэтому для вертикальной (наклонной) части лифта необходимо использовать уравнение, аналогичное (12), при этом $l = 0$ будет соответствовать координате устья скважины. Запишем его в следующем виде (предполагая механизированный способ добычи)

$$P_{\text{заб}} = P_{\text{буф}} + \Delta P_{\text{ст}} + \Delta P_{\text{тр1}} + \Delta P_{\text{тр2}} + \Delta P_{\text{м}}, \tag{13}$$

где $\Delta P_{\text{ст}}$ – статический перепад давления, определяемый весом столба жидкости, $\Delta P_{\text{тр1}}$ – перепад давления, определяемый трением на участке забой – вход в насос, $\Delta P_{\text{тр2}}$ – перепад давления, определяемой трением на участке выход насоса – устье скважины, $\Delta P_{\text{м}}$ – перепад давления, определяемый напорной характеристикой насоса. Величины $\Delta P_{\text{тр1}}$ и $\Delta P_{\text{тр2}}$ просчитываются по уравне-

нию (12), а $\Delta P_M = F(Q_{ж}, \varphi_r, \varphi_b, \varphi_n, \mu_n, \rho_n, A)$, где $\bar{\mu}_n$ и $\bar{\rho}_n$ – динамическая вязкость и плотность нефти при средней температуре в насосе, A – набор конструктивных параметров [5].

При газлифтном способе добычи можно также использовать уравнение (12). В этом случае φ_r зависит не только от давления, но и от подачи газа через клапаны. При учете процессов в лифте вместо граничного условия (5) необходимо ставить новое условие

$$\bar{P}(0) = P_{уст} \quad (0 \leq l \leq L_{заб}) \quad (14)$$

где $L_{заб}$ – глубина забоя, $P_{уст}$ – давление на устье.

В большинстве существующих программных пакетах по моделированию приведенные уравнения (1), (2) решаются при помощи разностной аппроксимации на некоторой разностной сетке. Наиболее употребительной является следующая вычислительная схема. В уравнении (1) фиксируется сеточная функция $\sigma_{ijk}^{(n-1)}$ с предыдущего временного слоя $(n-1)$, и оно трансформируется в систему линейных алгебраических уравнений относительно сеточной функции $P_{ijk}^{(n)}$. После этого подсчитанные величины $P_{ijk}^{(n)}$ подставляются в уравнение (2), а сеточные функции $\sigma_{ijk}^{(n-1)}$, входящие в правую часть (2) берутся с предыдущего $(n-1)$ -го временного слоя. Уравнение (2) трансформируется в элементарную систему алгебраических уравнений относительно функций $\sigma_{ijk}^{(n)}$. Математические проблемы, связанные с этой вычислительной схемой, освещены в [2-4].

Поскольку цель данной работы заключается в анализе возможностей использования математических моделей для оценки эффективности проведения мероприятий, а проведение многих мероприятий обуславливает изменение граничных условий. Например, при разностной аппроксимации уравнений модели условие (5) для разностной схемы записывается как $P_{ijk} = P_{зад n}$, а условие (6) в виде

$$\begin{aligned} (P_{ij}^n)_l = \sum_k [& (K_{i-1,jk} P_{i-1,jk}^n + K_{ijk} P_{i+1,jk}^n + K_{ij-1k} P_{ij-1k}^n + K_{ijk} P_{ij+1k}^n + \\ & + z(P_{ij}^{n-1})_l h^2 / \Delta t^2) - Q_{жl}] / [\sum_k (K_{i-1,jk} + 2K_{ijk} + K_{ij-1k}) + \\ & + zh^2 / \Delta t^2] = (A_{ij} - Q_{жl}) / B_{ij}, l \in S_2, (P_{ijk}^n) = (P_{ij}^n)_l. \end{aligned} \quad (15)$$

Узлы ijk соответствуют l -ой скважине, h – шаг сетки по пространству, Δt – шаг сетки по времени, z – число дискретных точек по вертикали, $K_{ijk} = K_0(\sigma_{ijk}^{n-1})\mathbf{K}_{ijk}$, где \mathbf{K}_{ijk} некоторое усреднение, например,

$$\begin{aligned} K_{ijk} = [& K_0(\sigma_{ijk}^{n-1})K_{i-1,jk} + K_0(\sigma_{i+1,jk}^{n-1})K_{i+1,jk} + K_0(\sigma_{ij-1k}^{n-1})K_{ij-1k} + \\ & + K_0(\sigma_{ij+1k}^{n-1})K_{ij+1k} + K_0(\sigma_{ijk-1}^{n-1})K_{ijk-1} + K_0(\sigma_{ijk+1}^{n-1})K_{ijk+1}] / 4. \end{aligned}$$

При моделировании призабойной зоны скважин (в силу ее особых свойств) часто пользуются уравнением [8]

$$P_{забl} = (P_{ij}^n)_l - Q_{жl} / R_l^n. \quad (16)$$

В этом случае, если задано граничное условие в виде (5), то для сеточной модели будет справедливо равенство

$$(P_{ij}^n)_l = (A_{ij} + P_{забl} R_l^n) / (B_{ij} + R_l^n), l \in S_1, \quad (17)$$

где A_{ij} и B_{ij} определяются в (15).

Для оценки ряда мероприятий в модели необходимо учитывать процессы в лифте, следовательно, необходимо граничное условие (14). Это можно сделать двумя способами. Первый заключает-

ся в линеаризации линейных функций $\Delta P_{тр}$ и ΔP_m в некоторой стационарной точке, считая, что изменения $\Delta Q_{ж}$ позволяют это сделать с достаточной точностью. Тогда соотношение (13) можно представить в виде

$$P_{забl}^n = (P_{забl}^n)_0 + [Q_{жl}^n - (Q_{жl}^n)_0] / R_l^n, \tag{18}$$

где $(P_{забl}^n)_0$ и $(Q_{жl}^n)_0$ – стационарные точки.

Из соотношений (16), (18) следует $Q_{жl}^n (1 / K_l^n + 1 / R_l^n) = (P_{ij}^n)_l + (Q_{жl}^n)_0 / K_l^n - (P_{забl}^n)_0$ и условие (6) трансформируется в следующее соотношение

$$(P_{ij}^n)_l = [A_{ij} + (P_{забl}^n)_0 (1 / K_l^n + 1 / R_l^n)^{-1} + (Q_{жl}^n)_0 / K_l^n (1 / K_l^n + 1 / R_l^n)] / [B_{ij} + (1 / K_l^n + 1 / R_l^n)^{-1}]. \tag{19}$$

Второй способ заключается в прямом решении линейной системы (1) с соответствующими краевыми условиями и уравнением (13) с условием (14). Способы решения задачи изложены в [9], они используют либо метод простой итерации, либо метод Ньютона. В этом случае в качестве начального приближения можно использовать решение линеаризованной системы, изложенное выше.

В точке ijk , соответствующе l -й добывающей скважине с учетом краевого условия (9) справедливо соотношение.

$$\sigma_{ijk}^n = \sigma_{ijk}^{n-1} + h_{ijk}^{n-1} \Delta t - Q_{жlk}^n f_{ijk} \Delta t / h^2 + Q_{жlk}^n \Delta t / m_{ijk} [C_n \sigma_{ijk}^n + C_b (1 - \sigma_{ijk}^n)] h^2, \tag{20}$$

где L_{ijk} – разностная аппроксимация правой части уравнения (2), вычисленная в точке ijk ,

$$Q_{жlk}^n = K_{i-1jk} P_{i-1jk}^n + K_{ijk} P_{i+1jk}^n + K_{ij-1k} P_{ij-1k}^n + K_{ijk} P_{ij+1k}^n - (P_{ij}^n)_l (K_{i-1jk} + 2K_{ijk} + K_{ij-1k}),$$

$$f_{ijk} = K_n (\sigma_{ijk}^{n-1}) / \mu_n K_0 (\sigma_{ijk}^{n-1}).$$

Приведем теперь описание многокомпонентной модели, которая должна применяться при закачке в пласт различных реагентов [7]

$$\frac{\partial}{\partial t} (m \rho_\alpha \sigma_\alpha C_{l\alpha} + \rho_\alpha \bar{C}_{l\alpha}) = \text{div}(m D_{l\alpha} \sigma_\alpha \text{grad}(\rho_\alpha C_{l\alpha})) - \text{div}(\rho_\alpha V_\alpha C_{l\alpha}) - \sum_{v=1}^{v=N_\alpha} \eta_{lv} (\varphi_{l\alpha} - \varphi_{lv}) + \rho_\alpha q_\alpha \bar{C}_{l\alpha}, \tag{21}$$

α и v – означают фазу, l – компонента, m – пористость, $D_{l\alpha}$ – коэффициент конвективной диффузии компонента l в фазе α , ρ_α – плотность фазы α , V_α – плотность фазы α , σ_α – насыщенность фазы α , q_α – плотность (21) источников фазы α , $C_{l\alpha}$ и $\varphi_{l\alpha}$ – массовая доля и химический потенциал компонента l из фазы α , $\bar{C}_{l\alpha}$ – количество адсорбированной компонента l в фазе α , η_{lv} – коэффициент межфазного массопереноса компонента l между фазами v и α .

Справедливы соотношения

$$\sum_\alpha \sigma_\alpha = 1, \sum_l C_{l\alpha} = 1, \alpha = 1, \dots, N_\alpha, \tag{22}$$

$$V_\alpha = -K_\alpha(\sigma) \mathbf{K} \text{grad}(P_\alpha + \rho_\alpha g z), \tag{23}$$

$$P_\alpha - P_v = P_{k\alpha v}, \tag{24}$$

где $K_0(\sigma)$, \mathbf{K} , μ_α – описаны выше, z – вертикальная координата, P_{kav} – капиллярный скачок [5]. Величину $\bar{C}_{l\alpha}$ можно получить из уравнений $\rho_\alpha \bar{C}_{l\alpha} = q_{l\alpha}(\rho_\alpha C_{l\alpha})$, где $q_{l\alpha}$ – функции, получаемые из уравнений кинетики.

Иногда можно использовать изотермы Генри $\bar{C}_{l\alpha} = G_{l\alpha} C_{l\alpha}$, $G_{l\alpha}$ – коэффициент Генри.

Кроме приведенных соотношений необходимы соотношения, связывающие проницаемости с концентрациями заканчиваемых реагентов. Если необходимо учесть эффект от уменьшения остаточной нефтенасыщенности, то нужно знать зависимость этой величины от межфазного натяжения, которая в свою очередь зависит от концентрации ПАВ и т.д.

Оценка эффективности

Перейдем теперь к основному содержанию работы. Каким образом оценить эффективность проведения мероприятия с помощью модели? Нам представляется перспективным использовать модель в трех случаях.

1. Мероприятие фактически не проведено, но стоит задача выбора мероприятия из некоторого ограниченного множества мероприятий с точки зрения определенного сформулированного критерия эффективности.

2. Мероприятие фактически проведено на скважине, но одновременно либо на этой скважине, либо на скважинах, влияющих на работу данной скважины, проведены другие мероприятия. При этом встает задача разделения эффектов. При решении этой сложной задачи оценить некоторые мероприятия можно с помощью модели.

3. Использовать модель для оценки планируемых мероприятий.

Свяжем теперь проблему оценки проведения мероприятий с проблемой связи того или иного мероприятия с изменением, как уравнений моделей, так и граничных условий. С этой точки зрения разобьем множество мероприятий, представленных в «Классификации вида работ» на подгруппы.

Подгруппа I. Мероприятия, для оценки которых не требуется менять структуру и параметры уравнений (1) и (2). Это мероприятия, связанные с конструкцией скважины. К этой группе можно отнести мероприятия с индексами из множества «11100-1116379» – капитальный ремонт элементов конструкций добывающих скважин. Мероприятия «121» – «1216456» – капитальный ремонт элементов нагнетательных скважин. Мероприятия из множества «2103», связанные с ликвидацией утечек, обрывов штанг. Мероприятия из множеств «1115265» – «1115456» – удаление начальных шламовых пробок и очистка стен колонн от парафиновых и других отложений. Мероприятия из множества «1111181» – «1112161» – мероприятия, связанные с герметизацией конструкций скважин. К подгруппе I отнесем также мероприятия, определенные изменением способов эксплуатации добычи и оптимизацией добычи. Это мероприятия из множества «2101502» – «2103581». К этой подгруппе отнесем мероприятие, связанное с переводом добывающей скважины на нагнетательный режим.

Все перечисленные мероприятия отображаются в модели через структуру и параметры уравнений (12) и (13). Например, указанные выше мероприятия по очистке стен колонн от отложений приводят к увеличению диаметра колонны и уменьшению потерь на трение. Это учитывается в правой части уравнения (12). Переход от фонтанного способа добычи на механизированный приводит к изменению структуры уравнения (13); появляется член ΔP_m , определяющий напорную характеристику насоса. Оптимизация добычи связана с изменением типа насоса и изменением глубины подвески. В уравнениях (12) и (13) это отразится на изменении напорной характеристики ΔP_m и изменении величин $\Delta P_{тр1}$ и $\Delta P_{тр2}$. Переход с фонтанной скважины на газлифтный способ добычи отразится на правой части уравнения (12). Ее структура изменится в соответствии

с поступлением газа через клапаны, благодаря чему изменится и плотность жидкости и составляющая $\Delta P_{ст}$ в (13).

Перевод добывающей скважины на нагнетательный режим отразится на уравнении (13). Его можно с достаточной точностью записать как $P_{забл} = P_{буфл} + \Delta P_{ст}$.

Изменится и граничное условие (14), то есть величина $P_{буфл}$. Оценка мероприятия из подгруппы I будет проходить следующим образом. В соответствии с мероприятием определяется структура уравнений (12) и (13) и параметры, входящие в них. Задаем граничное условие (14) на данной скважине, а на остальных скважинах те условия, которые были до проведения рассматриваемого мероприятия. Совместный просчет уравнений (1), (2), (12) и (13) с указанными краевыми условиями определит функции $Q_{nl}(t)$ и $Q_{jl}(t)$, $t \geq t_m$, функции добычи нефти и жидкости в l -ой скважине после моделирования мероприятия.

Эффект от проведения мероприятия определится как

$$\Delta Q_{nl} = Q_{nl}(t) - Q_{нбл}(t),$$

$$\Delta Q_{jl} = Q_{jl}(t) - Q_{жбл}(t), t \geq t_m.$$

Функции $Q_{нбл}(t)$ и $Q_{жбл}(t)$ – базовые функции, которые можно определить тремя способами:

1. На отрезке $\Delta t_6 = t_m - t_6$ с помощью кривых вытеснения и падения построить функции $Q_{нбл}(t)$, $Q_{жбл}(t)$ и продолжить их на время $t \geq t_m$.

2. На отрезке Δt_6 построить функцию $Q_{жбл}(t)$ с помощью кривых вытеснения.

Просчитать уравнения (1), (2), задав на l -ой скважине краевое условие в форме (5) $Q_{жл} = Q_{жбл}(t)$, $t \geq t_m$. Получив функцию $Q_{nl}(t)$ после просчета уравнений, находим $\Delta Q_{nl}(t)$.

3. Если имеется возможность определить параметра уравнений (12), (13), соответствующих течению смеси в l -ой скважине до проведения мероприятия, то просчитать систему уравнений (1), (2), (12), (13) с граничным условием на l -ой скважине в виде (14) при $t \geq t_m$ и найти функции $Q_{nl}(t)$, $Q_{jl}(t)$, $\Delta Q_{nl}(t)$ и $\Delta Q_{jl}(t)$.

Подгруппа II. К этой подгруппе отнесем мероприятия, которые в модели приводят к появлению новых краевых условий. Они индексируются как «2101501» – «2101506», «1171301» – «1171304», «127301» – «1271304».

Они связаны с бурением новых скважин. В модели это означает появление новых граничных контуров Γ_l , на которых необходимо задать соответствующие граничные условия. Также необходимо добавить уравнения (12) и (13), моделирующие течение смеси в лифте скважины.

Напомним, что если бурится горизонтальная скважина, и мы задаем условие типа (5) и, кроме того, хотим учесть потери на трение в горизонтальной части скважины, то необходимо к уравнениям (1), (2) добавить уравнение (12) и условие (12'). Наиболее просто задается краевое условие типа (5) без учета потерь на трение в горизонтальной части скважины. В разностном виде оно будет выглядеть следующим образом. Предположим, что горизонтальная скважина, аппроксимируемая отрезком вдоль оси x_1 , начинается с узла $i_1 j_1 k_1$ и заканчивается узлом $i_2 j_2 k_2$. Тогда условие (5) выглядит как $P_{i_1 j_1 k_1} = \dots = P_{i_2 j_2 k_2} = P_{забл}$.

Рассмотрим пример использования моделей для решения задачи об оценке эффекта от бурения новых скважин. Предположим нам необходимо оценить приращение добычи нефти от бурения новых скважин на интервале времени, в течение которого можно пренебречь изменением нефтенасыщенности в пласте.

Воспользуемся уравнением (1), считая, что σ фиксировано и известно в момент проведения оценки мероприятия. Вообще говоря, нефтенасыщенность для решения указанной задачи можно не использовать и достаточно знать величины $K_0(\sigma)$ и $K(x)$, определенные выше.

Уравнение (1) запишем в виде

$$\operatorname{div} K_0(x, \sigma) \operatorname{grad} P = 0. \quad (25)$$

В качестве граничных условий будем использовать (5) и (6)

$$P(x) = P_0(x), x \in \Gamma_0, P(x) = P_i, x \in \Gamma_i.$$

Решение уравнения (25) в силу линейности относительно P можно представить в виде

$$P(x) = P_0(x) + \sum_{i \in N_1 \cup N_2} \Psi_i(x) P_i,$$

где N_1 – множество номеров скважин, находящихся в эксплуатации до момента бурения новых скважин, N_2 – множество номеров скважин, предназначенных для бурения, P_i – забойное давление i -й скважины, $\Psi_i(x)$ – решение уравнения (25) при следующих граничных условиях

$$P_i(x) = 1, x \in \Gamma_i, P_i = 0, i \in (N_1 \cup N_2) \setminus i \cup \Gamma_0.$$

Из (37) следует, что

$$Q_i = Q_{i0} + \sum_{j \in N_1 \cup N_2} \varphi_{ij} P_j, \quad \varphi_{ii} < 0, \varphi_{ij} > 0, i \neq j.$$

Если скважины из множества N_2 не разбурены, то давления P_{i0} на контурах $\Gamma_i, i \in N_2$ можно определить из системы уравнений

$$\sum_{j \in N_2} \varphi_{ij} P_{j0} = -Q_{i0} - \sum_{j \in N_1} \varphi_{ij} P_j, i \in N_2. \quad (26)$$

Матрица элементов $\varphi_{ij}, i, j \in N_2$ является матрицей типа Адамара, следовательно, система уравнений (26) имеет единственное решение.

Если разбурены $k \in N_3 \subset N_2$ скважин, то приращения добычи жидкости можно представить в следующем виде

$$\Delta Q_i = \sum_{j \in N_3} \varphi_{ij} (P_j - P_{j0}) + \sum_{j \in N_2 \setminus N_3} \varphi_{ij} (P_{N_3j} - P_{j0}), i \in N_1 \cup N_3, \quad (27)$$

где P_{N_3j} определяется из системы уравнений, имеющей единственное решение

$$\sum_{j \in N_2 \setminus N_3} \varphi_{ij} P_{N_3j} = -Q_{i0} - \sum_{j \in N_1 \cup N_3} \varphi_{ij} P_j, i \in N_2 \setminus N_3.$$

Приращение добычи нефти ΔQ_n в результате доразбуривания k скважин можно представить в виде

$$\Delta Q_{nN_3} = \sum_{i \in N_1 \cup N_3} \Delta Q_i f_i,$$

где ΔQ_i – определено в (27) (здесь f_i – по-прежнему означает функцию Баклея).

Из (27) можно получить более грубые верхние оценки. Для бурения одной i -й скважины

$$(\Delta Q_{nN_3})^I = \varphi_{ii} (P_i - P_{i0}),$$

$$(\Delta Q_{nN_3})^{\text{II}} = \varphi_{ii}(P_i - P_{i0}) + \sum_{j \in N_1} \varphi_{ij}(P_i - P_{i0}),$$

так как $\varphi_{ii} < 0$, $P_i - P_{i0} < 0$, $\varphi_{ij} > 0$, $j \neq i$, то

$$\Delta Q_{nN_3} < (\Delta Q_{nN_3})^1 < (\Delta Q_{nN_3})^{\text{II}}.$$

Приведенные оценки позволяют ставить задачу о выборе мест (координат) бурения новых скважин, обеспечивающих максимум приращения общей добычи нефти при ограничениях на средства проведения мероприятий.

К подгруппе II отнесем мероприятия, связанные с ликвидацией скважин «1151220», «1151321», «1151322», «1251220», «1251321», «1251322». При ликвидации скважины исчезает контур, моделирующий границу этой скважины. Для уравнений в разностной форме узлы, аппроксимирующие скважину становятся обычными узлами разностной сетки. В случае, если ликвидированная скважина становится действующей, то с точки зрения краевых условий это эквивалентно бурению новой скважины.

К этой же подгруппе отнесем мероприятия, связанные с отключением отдельных пропластков, пластов, с приобщением пластов, с переводом с одного пласта на другой. Это мероприятия, индексированные как «1121102» – «1123212», «122101» – «1223212».

Проиллюстрируем связь подобного мероприятия с изменением граничного условия в модели.

Предположим, что скважина охватывает перфорацией несколько пластов (пропластков). Пусть мероприятие заканчивается в цементации некоторого пропластка.

Краевые условия (5) после мероприятия трансформируется следующим образом. До изоляции условие (5) выглядело как $P_{ijk_1} = \dots = P_{ijk_2} = P_{заб}^n$, где k_1 – вертикальный номер узла кровли l -й скважины, k_2 – подошвы скважины.

После изоляции краевое условие выглядит как $P_{ijk} = P_{заб}^n$, $k \in \{k_1, \dots, k_2\} \setminus \{k_{s_1}, \dots, k_{s_l}\}$, где k_{s_1}, \dots, k_{s_l} – вертикальные номера узлов, соответствующие изолированным пропласткам. Условие (20) трансформируется к виду

$$\begin{aligned} \sigma_{ijk}^n &= \sigma_{ijk}^{n-1} + L_{ijk}^{n-1} \Delta t - Q_{жlk}^n f_{ijk} \Delta t / h^2 + Q_{жlk}^n [m_{ijk} (C_{\text{H}} \sigma_{ijk}^{n-1} + (1 - \sigma_{ijk}^{n-1}) C_{\text{B}})]^{-1} \Delta t / h^2, \\ Q_{жlk}^n &= K_{i-1jk} P_{i-1jk}^n + K_{ijk} P_{i+1jk}^n + K_{ij-1k} P_{ij-1k}^n + K_{ijk} P_{ij+1k}^n - (P_{ij})_l (K_{i-1jk} + 2K_{ijk} + K_{ij-1k}), \\ &k \in \{k_1, \dots, k_2\} \setminus \{k_{s_1}, \dots, k_{s_l}\}, \end{aligned}$$

а узлы ijk , соответствующие l -й скважине, и $k \in \{k_{s_1}, \dots, k_{s_l}\}$ становятся обычными узлами сетки.

Подгруппа III. К этой подгруппе относятся мероприятия, учет которых приводят к изменению параметров модели пласта в уравнениях (1), (2). К подгруппе III можно отнести одно из важнейших мероприятий – ГРП. Как следует из [6], проведение ГРП вызывает появление в пласте области с проницаемостью, резко отличающейся от проницаемости в пласте до проведения мероприятия. Для адекватной оценки мероприятия необходимо знание следующих факторов:

- геометрия трещин,
- свойства пропанта,
- свойства реагентов, закачиваемых в призабойную зону при одновременном проведении ГРП и ОПЗ.

Исходя из этих факторов, необходимо задать геометрию области, аппроксимирующей трещины, задать параметры, определяемые видом пропанты и применяемым веществом при ОПЗ. После этого, производится просчет уравнений (1) и (2) с соответствующими краевыми условиями и определяются функции $Q_{nl}(t)$ и $Q_{жl}(t)$, необходимые для получения оценок $\Delta Q_{nl}(t)$ и $\Delta Q_{жl}(t)$.

К подгруппе III относятся мероприятия, для оценки которых необходимо изменить как структуру, так и параметры исходной системы (1), (2). Характерными мероприятиями являются мероприятия из группы «12750» – выравнивание профиля приемистости. Закачка реагентов приводит к тому, что в пласте образуются оторочки смесей, оценить движение которых можно только при помощи многокомпонентных уравнений модели (21)–(24). Кроме того, необходимо знать упомянутые выше соотношение, связывающие проницаемости с концентрациями закачиваемых реагентов и т.д.

Рассмотрим теперь проблему оценки квазимероприятия. Под квазимероприятием на данной скважине будем понимать изменение ее режима вследствие проведения мероприятия на другой скважине, в зоне влияния которой находится данная скважина. Выбор краевого условия существенно влияет на оценку квазимероприятия. Поясним это на следующем примере. Пусть данная добывающая скважина в механизированном режиме. Она находится в зоне влияния некоторой нагнетательной скважины, на которой произошло изменение закачки. Очевидно, что в силу изменения пластового давления должно произойти изменение отбора жидкости из данной скважины. Однако, если на ней было задано краевое условие в виде (2), то в модели изменения отбора жидкости не произойдет. Если задать краевое условие в виде (6), то изменение режима произойдет, однако оно не будет согласовано с характеристикой насоса. Поэтому наиболее адекватным будет задание краевого условия в виде (14) с учетом уравнений (12), (13). Очевидно, что в этом изменение режима будет больше, чем при задании краевого условия в виде (6), но меньше, чем при задании в виде (5). Если изменение режима закачки не выводит из линейной зоны рабочую точку на напорной характеристике, можно использовать удобную формулу (19) для счета поля давления, которая получена вследствие предполагаемой линейной модели.

Практика внедрения

В заключение рассмотрим вопрос о реальной применимости математической модели для оценки эффекта от проведения мероприятий. Для достижения адекватности модели физическим процессам необходимо идентифицировать основные параметры модели, используя промысловую информацию по истории разработки. К таким параметрам, как показала практика [8], относятся параметры, определяющие функции относительно фазовых проницаемостей, а также геофизические параметры в призабойных зонах скважин.

Наиболее эффективной будет идентификация в случае избыточной промысловой информации. Например, фактические промысловые данные по истории разработки, содержащиеся в базах данных. Выбрав параметры системы уравнений модели, краевых и начальных условий и решив соответствующую им конечно-разностную систему уравнений, можно определить добычу нефти по месяцам. Тогда в качестве критерия близости выбранной модели и фактической фильтрации можно взять, например, функционал

$$I = \sum_{i \in I} \sum_{j \in S_d} (Q_{nij}^{\phi} - Q_{nij}^m)^2,$$

I – множество дискретных моментов времени по истории разработки, на которых происходит идентификация модели.

С точки зрения адекватности модели и процесса фильтрации наиболее сложная ситуация состоит в случае мероприятий из подгруппы III. Указанные выше зависимости от концентраций реагентов, входящие в описание модели, благодаря которым модель может отследить эффект по увеличению коэффициента нефтеотдачи весьма трудно идентифицировать. Это связано с двумя причинами. Первая обусловлена сложностью математического описания физико-химических процессов, связанных с применением закачки реагентов. Вторая обусловлена сложностью организации процесса идентификации по фактически проведенным экспериментам. Исходя из сказанного, оценки эффектов от мероприятия из этой подгруппы будут наиболее грубыми.

Заключение

Приведенные в работе соображения и результаты вычислительных экспериментов на тестовых задачах показывают, что математические модели целесообразно применять в практике нефтедобычи не только при составлении проектов разработки, но и при оценке технологической эффективности проведения некоторых классов мероприятий. Представляется естественным, что все должно осуществляться в единой интегрированной среде, содержащей:

- базу данных технологических показателей;
- базу данных проведения мероприятий;
- математические модели,
- результаты оптимизации выбора решений.

Литература

1. Муслимов Р.Х. Планирование дополнительной добычи и оценка эффективности методов увеличения нефтеотдачи пластов. Казань: Казанский государственный университет. 1999. 279 с.
2. Многосвязные системы управления. / Под ред. М.В. Меерова. М.: Наука. 1990. 264 с.
3. Азиз Х, Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. М.: Недра. 1982. 407 с.
4. Ахметзянов А.В., Кулибанов В.Н. Исследование 2F3D – модели фильтрации в призабойных зонах горизонтальных скважин нефтяных месторождений I и II. *АиТ* 2001, № 9. С. 14-24 и *АиТ* 2001, № 11. С. 15-28.
5. Справочное руководство по проектированию разработки и эксплуатации нефтяных месторождений. Добыча нефти. / Под ред. Ш.К. Гиматудинова. М.: Недра, 1983. 455 с.
6. Каневская Р.Д. Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с применением гидравлического разрыва пласта. М.: Недра, 1999. 212 с.
7. Леви Б.И., Дзюба В.И. Технология повышения нефтеотдачи пластов. М.: Недра. 1994. 271 с.
8. Вахитов Г.Г. Разностные методы решения задач разработки нефтяных месторождений. Л.: Недра. 1970. 248 с.
9. Ахметзянов А.В., Колтун А.А., Кулибанов В.Н., Флейшман И.В. Проблемы комплексного гидродинамического моделирования процессов разработки нефтяных месторождений. / Труды Института. Том XXI. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. 2003. С. 131-141.

Ахметзянов Атлас Валиевич. Родился в 1940 году. Окончил РГУ нефти и газа. Кандидат технических наук. Имеет 67 научных публикаций. Область научных интересов: вычислительные методы моделирования и управления процессами в распределенных системах, в частности, математическое моделирование и оптимизация процессов разработки нефтяных и газовых месторождений. Ведущий научный сотрудник Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН.

Власов Станислав Александрович. Родился в 1942 году. Окончил Московский Технологический институт легкой промышленности в 1964 году и инженерное отделение мехмата МГУ в 1973 году. Кандидат технических наук (с 1978 г.), старший научный сотрудник. Автор более 120 научных работ, в том числе 4-х монографий, в основном посвященных вопросам разработки и применения методов имитационного моделирования и имитационных систем в САПР и АСУ промышленных объектов. В настоящее время является ведущим научным сотрудником ИПУ РАН и ученым секретарем Отделения информационных технологий и вычислительных систем РАН.

Самойлов Владимир Васильевич. Родился в 1962 году. Окончил Ульяновский политехнический институт. Имеет 25 научных публикаций. Область научных интересов: информационные технологии, моделирование и оптимизация технологических процессов в нефтедобыче, разработка распределенных и интегрированных баз данных. Начальник управления «ТатАСУнефть» ОАО «Татнефть», аспирант Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН.

Низамов Вазых Вагизович. Родился в 1947 году. Окончил Казанский государственный университет. Кандидат технических наук. Заместитель начальника управления «ТатАСУнефть» ОАО «Татнефть».