

Оптимальный объем властных полномочий в социально-экономической иерархии по критерию удельного потребления¹

М.Г. Дмитриев, А.А. Павлов, А.П. Петров

Аннотация. Работа посвящена обзору результатов авторов по математической модели «власть-общество-экономика», объединяющей модель «власть-общество» и модель Солоу. Анализируется удельное потребление в стационарном режиме как функция нормы накопления и общего количества власти, находящегося в распоряжении властной иерархии.

Введение

В настоящей работе продолжается исследование математической модели «власть-общество-экономика», предложенной в работе [1] и объединяющей модель «власть-общество» [2-4] и давно ставшую классической модель Солоу [5].

Предложенная А.П.Михайловым модель «власть-общество» описывает эволюцию распределения власти между инстанциями иерархии, включающую в себя как перераспределение власти (т.е. ее перетекание от одних инстанций к другим), так и изменение суммарного объема власти иерархии. Классическая модель Солоу относится к классу моделей экономического роста. В целях построения модели «власть-общество-экономика» в каждую из этих моделей были внесены определенные модификации. Построенная модель описывает макроэкономические и происходящие в иерархии процессы в совокупности.

В настоящей работе рассматриваются такие понятия, как контрастные профили власти, ко-

личество власти в иерархии, изовласты и др., обсуждается проблема максимизации удельного потребления в стационарном режиме.

1. Описание модели

В модели А.П.Михайлова «власть-общество» в качестве субъекта власти рассматривается властная иерархия – упорядоченная по старшинству совокупность инстанций. При этом количество власти, которое имеет та или иная инстанция, изменяется с течением времени. Эта изменчивость называется динамикой власти. Причины динамики могут быть как внутренними, так и внешними по отношению к самой иерархии. Внутренние причины связаны с организационными процессами внутри иерархии, с перетеканием полномочий от одних инстанций к другим. Внешние причины динамики власти связаны с реакцией гражданского общества, как на общий уровень властных полномочий, находящийся в распоряжении всей иерархической структуры, так и на распределение полномочий внутри иерархии.

¹ Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проекты 05-06-80237-а и 06-01-00426-а)

Уровень той или иной инстанции в иерархии обозначается через x , при этом $x = 0$ соответствует высшему уровню иерархии, $x = 1$ – низшему. Подразумевается, что существует числовая характеристика, характеризующая количество власти той или иной инстанции иерархии. Количество власти инстанции x в момент времени t обозначается через $p(x, t)$. Сама функция $p(x, t)$ называется распределением или профилем власти в момент времени t . Реакция гражданского общества описывается функцией $F(p, x, t)$. Уравнение для $p(x, t)$ было получено А.П.Михайловым [2] и имеет вид

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = \varepsilon^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + F(p, x, t), \quad (1)$$

где коэффициент ε характеризует иерархию: он обратно пропорционален ответственности инстанций и длине иерархии.

При построении объединенной модели предполагается, что динамика власти замедляется при высоком удельном потреблении и ускоряется – при низком. Таким образом, первое уравнение объединенной модели имеет вид

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = \left(\varepsilon^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + F(p, x, t) \right) \frac{\gamma L}{C},$$

где γ – некоторый положительный коэффициент, и приняты стандартные обозначения: L – труд, C – потребление.

В давно ставшую классической модель Солоу вводятся следующие изменения. Помимо промежуточного продукта, инвестиций и потребления, вводится статья расходов, связанная с содержанием властной иерархии. Расходы на иерархию принимаются пропорциональными как выпуску X , так и общему количеству власти иерархии $P(t) = \int_0^1 p(x, t) dx$. Помимо этого, вводится зависимость выпуска X от общего количества власти $P(t)$. Именно, предполагается, что производственная функция обращается в ноль при нулевом и при некотором достаточно большом общем уровне власти иерархии. Таким образом, производственная функция имеет вид

$$X = \begin{cases} (A_0 P - A_1 P^2) F(K, L), & P \leq A_0 / A_1, \\ 0, & P > A_0 / A_1 \end{cases}$$

где A_0, A_1 – положительные постоянные, $F(K, L)$ – производственная функция Кобба-Дугласа, K – основные фонды.

Таким образом, модифицированную модель Солоу можно представить следующей схемой (Рис.1).

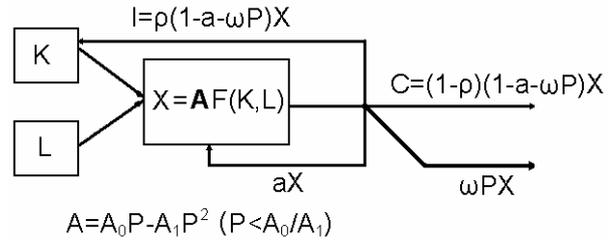


Рис. 1. Схема модифицированной модели Солоу

Здесь ρ – норма накопления, a – коэффициент прямых затрат.

Объединенная модель «власть-общество-экономика» имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial t} = \left(\varepsilon^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + F(p, x, t) \right) \cdot \frac{\gamma L}{c} \\ L = L_0 e^{\lambda t} \\ \frac{dK}{dt} = -\mu K + \rho \left[(1-a) - \omega \int_0^1 p(x, t) dx \right] X \\ X = \left[A_0 \int_0^1 p(x, t) dx - A_1 \left(\int_0^1 p(x, t) dx \right)^2 \right] K^\alpha L^{1-\alpha} \\ C = (1-\rho) \left[(1-a) - \omega \int_0^1 p(x, t) dx \right] X \end{array} \right. \quad (2)$$

где $\omega > 0$ – постоянная, характеризующая расходы на содержание властной иерархии.

Заметим, что модель описывает динамику двух взаимосвязанных, но различных процессов – политического и экономического. С содержательной точки зрения, очевидно, что эти процессы могут, вообще говоря, протекать с разными скоростями. В частности, возможен так называемый случай политической стабильности ($dp/dt = 0$) при меняющейся с течением времени фондовооруженности. Если в первом уравнении системы (1) положить $dp/dt = 0$, то она распадется: решив это уравнение (вернее,

краевую задачу для него), можно будет определить $p(x)$, и анализировать оставшиеся соотношения, считая $P = \int_0^1 p(x)dx$ известным параметром. Система (1) тогда примет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + f(p, x, t) = 0 \\ P = \int_0^1 p(x) dx \\ L = L_0 e^{\nu t} \\ \frac{dK}{dt} = -\mu K + \rho[(1-a) - \omega P]X \\ X = [A_1 P - A_2 P^2]F(K, L) \\ C = (1-\rho)[(1-a) - \omega P]X \end{array} \right. \quad (3)$$

1.1. Удельное потребление в стационарном режиме

Осуществив переход к удельным показателям, и рассмотрев соответствующую стационарную задачу, получим, что стационарное значение фондовооруженности $k = K/L$ оказывается равным

$$k_s = \left(\frac{\rho[1-a-\omega P](A_0 P - A_1 P^2)}{\mu + \lambda} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}},$$

а максимальное (по норме накопления) значение удельного потребления $c = C/L$ в стационарном режиме достигается при $\rho = \alpha$ и равняется

$$c_* = (1-\alpha)\alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}(\mu + \lambda)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}[(1-a) - \omega P]^{\frac{1}{1-\alpha}}(A_0 P - A_1 P^2)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (3)$$

В свою очередь, максимальное значение величины C_* по общему количеству власти достигается при

$$P = \frac{\omega A_0 + (1-a)A_1 - \sqrt{(\omega A_0 - (1-a)A_1)^2 + \omega(1-a)A_0 A_1}}{3A_1 \omega} \quad (4)$$

Найденное значение общего количества власти P является оптимальным в смысле максимизации удельного потребления в стационарном режиме

2. Возможные стационарные распределения власти

Введенный выше системный параметр ε обратно пропорционален квадрату длины иерархии и коэффициенту усиления реакции гражданского общества, а также прямо пропорционален степени «безответственности» власти. Поэтому для многих реальных, протяженных иерархий (таких, как государство, регион, большая организация) этот системный параметр ε является малым, и, следовательно, уравнение модели «власть-общество» можно рассматривать как сингулярно возмущенное. Асимптотический анализ модели «власть-общество-экономика» проводится в основном методом пограничных функций А.Б.Васильевой [6,7] а наиболее интересные решения сингулярно возмущенных уравнений модели относятся к классу контрастных структур [7].

Рассматриваемые в [2,3] краевые условия (однородные краевые условия второго рода) описывают идеализированную ситуацию, при которой отсутствуют потоки власти через концы иерархии. Следует отметить, что такие условия на верхнем краю иерархии, как правило, не вполне соответствуют реальной политической ситуации, так как обычно государства (регионы, организации) взаимосвязаны между собой, учреждают те или иные надиерархические (например, наднациональные) организационные структуры. А это приводит к появлению над высшей инстанцией иерархии неких «внешних» органов, от которых (или к которым) власть может перетекать от этой высшей инстанции. Одно из направлений развития модели «власть-общество» связано с изучением системы с неоднородными краевыми условиями.

Всюду далее в настоящей работе будем рассматривать неизменную во времени реакцию общества (исследование периодической функции реакции общества: $F(p, x, t + T) = F(p, x, t)$ начато в [8]).

Если реакция общества $F(p, x)$ нелинейна, то система «власть-общество» может иметь несколько устойчивых состояний, отличающихся друг от друга, в первую очередь, общим количеством власти иерархии. Если в [2] рассматривался случай одного устойчивого состояния иерархии, то в [1] было введено предположение о существовании двух устойчивых распределений власти, каждое из которых является, в некотором смысле, желательным с точки зрения общества. Обозначим их через $\varphi_1(x)$ и $\varphi_3(x)$, причем будем полагать эти функции достаточно гладкими и удовлетворяющими неравенству $\varphi_1(x) < \varphi_3(x)$ при $0 \leq x \leq 1$. Далее будем называть распределение власти $\varphi_1(x)$ партиципаторным (в политологии партиципаторной демократией принято называть демократическую систему, для которой характерно более активное прямое участие граждан в политическом управлении и соответственно, менее полномочную властную иерархию, в противоположность демократии элит, при которой граждане осуществляют управление через выбранных представителей – депутатов и т.д.), а $\varphi_3(x)$ – распределением сильной руки (Рис.2).

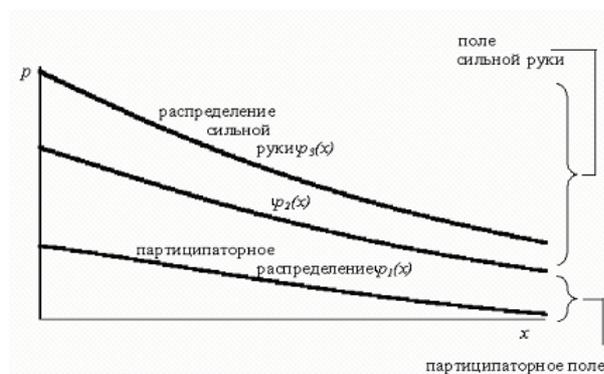


Рис.2. Партиципаторное распределение и распределение сильной руки

Более точно: уравнение (1) модели «власть-общество» имеет устойчивые стационарные решения, асимптотически (при малых ε) близкие к $\varphi_1(x)$ и $\varphi_3(x)$. Эти решения мы также будем называть партиципаторным распределением и распределением сильной руки.

При этом оказывается, что при выполнении некоторых условий, помимо решений, близких к $\varphi_1(x)$ и $\varphi_3(x)$, уравнение (1) может иметь и другие устойчивые стационарные решения [1].

С математической точки зрения эти решения относятся к классу контрастных структур: они содержат внутренние переходные слои и в пределе $\varepsilon \rightarrow 0$ имеют разрывную функцию, например

$$\lim p_{st}(x, \varepsilon) = \begin{cases} \varphi_3(x), & x < x_0 \\ \varphi_1(x), & x > x_0 \end{cases}$$

где x_0 – некоторая точка из интервала $(0, 1)$. Такие решения мы называем стационарными контрастными распределениями власти (СКРВ), они описывают ситуацию, при которой часть властной иерархии (например, верхняя) имеет сравнительно много власти (как при распределении сильной руки), а другая часть – сравнительно мало (как при партиципаторном распределении).

Далее в этом разделе рассматриваются СКРВ. Анализ проводится методами теории контрастных структур. Основными математическими результатами, лежащими в основе нашего анализа, являются соответствующие результаты А.Б.Васильевой, В.Ф. Бутузова и их учеников по теории контрастных структур.

Так как $\varphi_1(x)$ и $\varphi_3(x)$ предполагаются устойчивыми состояниями, то они должны быть разделены одним неустойчивым. В связи с этим далее мы рассматриваем кубическую функцию реакции гражданского общества:

$$F(p, x) = -k_1(x)(p - \varphi_1(x))(p - \varphi_2(x))(p - \varphi_3(x))$$

причем $\varphi_1(x) < \varphi_2(x) < \varphi_3(x)$. Таким образом, два устойчивых распределения власти $\varphi_1(x)$ и $\varphi_3(x)$ разделены неустойчивым $\varphi_2(x)$. Назовем область $p < \varphi_2(x)$ партиципаторным полем, а область $p > \varphi_2(x)$ – полем сильной руки (Рис.2). Таким образом, функция $\varphi_2(x)$ имеет смысл линии раздела полей. Назовем функцию $h_1(x) = \varphi_2(x) - \varphi_1(x)$ шириной партиципаторного поля, а функцию $h_3(x) = \varphi_3(x) - \varphi_2(x)$ – шириной поля сильной руки. Выполнение неравенства $h_1(x) > h_3(x)$ для любого x означает, что идеи партиципаторной демократии имеют более широкую общественную поддержку, чем идея «сильной руки», и наоборот. Наиболее содержательными являются случаи, при которых функция $h_1(x) - h_3(x)$ меняет знак на интервале $(0, 1)$. Окрестность неустойчивого распределе-

ния власти $\varphi_2(x)$ назовем прецедентным полем. Наличие прецедентов необходимо для образования более сложных, составных профилей власти. Если в начальный момент такие прецеденты отсутствуют, то контрастный переходный слой не образуется и в любой момент времени решение остается в том поле, в котором находилось изначально. Например, если начальное распределение власти целиком находилось в поле сильной руки, то даже при выполнении условия $h_1(x) > h_3(x)$ для любого x (что означает большую поддержку обществом партиципаторной демократии), в последующие моменты времени распределение власти будет оставаться в поле сильной руки.

Рассмотрим содержательный смысл некоторых стационарных решений нелинейной модели «власть-общество». Предположим, что (Рис.3), что в момент $t = 0$ функция $p(x, 0, \varepsilon)$ (начальный профиль власти) принимает значения в поле сильной руки при $x < \xi$, и в партиципаторном поле при $x > \xi$, где $0 < \xi < 1$.

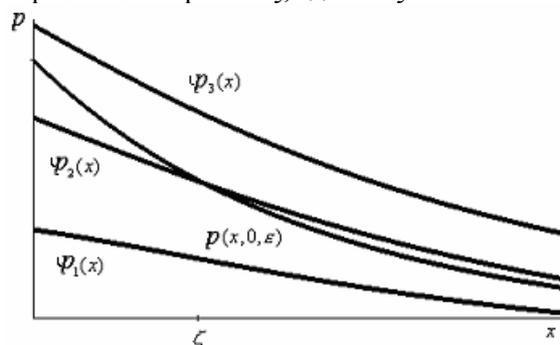


Рис.3. Взаимное расположение начального распределения власти и корней уравнения $F(p, x) = 0$

Тогда распределение $p(x, t, \varepsilon)$ притянется к распределению сильной руки при $x < \xi$, и к партиципаторному распределению при $x > \xi$, (Рис.4). В окрестности точки ξ образуется переходный слой.

Затем этот переходный слой движется, и при выполнении некоторых условий образуется стационарное контрастное распределение власти, имеющее переход в окрестности некоторой точки x_0 , удовлетворяющей уравнению $\varphi_2(x_0) = \frac{\varphi_3(x_0) + \varphi_1(x_0)}{2}$. Таким образом, в точке перехода стационарного контрастного распре-

деления власти (СКРВ) ширина партиципаторного поля равна ширине поля сильной руки: $h_1(x_0) = h_3(x_0)$ [2].

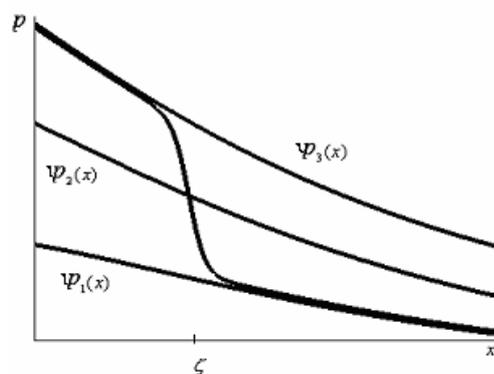


Рис. 4. Контрастное распределение власти

При этом СКРВ, близкие к распределению сильной руки на верхних уровнях власти ($p \approx \varphi_3$ при $0 \leq x < x_0$), и к партиципаторному распределению на нижних уровнях власти ($p \approx \varphi_1(x)$ при $x_0 < x \leq 1$) устойчивы, если ширина поля сильной руки больше ширины партиципаторного поля на верхних уровнях власти ($h_3(x) > h_1(x)$ при $0 \leq x < x_0$), и меньше – на нижних ($h_3(x) < h_1(x)$ при $x_0 < x \leq 1$). Наоборот, если $h_3(x) < h_1(x)$ при $0 \leq x < x_0$, и $h_3(x) > h_1(x)$ при $x_0 < x \leq 1$, то СКРВ - неустойчиво.

Аналогичное утверждение имеет место для «конфедеративных» СКРВ – близких к партиципаторному распределению на верхних уровнях власти, и к распределению сильной руки на нижних уровнях власти ($p \approx \varphi_1(x)$ при $0 \leq x < x_0$ и $p \approx \varphi_3$ при $x_0 < x \leq 1$).

В рамках модели получены интерпретации некоторых состоявшихся и несостоявшихся процессов в новейшей истории России по принципу – реализуются только устойчивые состояния, и конечно, при ряде дополнительных условий, среди которых, например, следующее - часть властной иерархии должна находиться в области влияния другого устойчивого состояния. Отметим, что профиль власти с введением федеральных округов, увеличивает авторитарность центральной власти, но пока сохраняет свою устойчивость, т.к. компенсируется существованием самоорганизации на низшем уровне управления (выборы мэров

городов и муниципальных образований). Властная вертикаль со всей конституционной полнотой власти в каждой точке иерархии – профиль сильной руки, также устойчивый профиль. Устойчивые профили власти с внутренней точкой перехода появляются после экспериментов с неустойчивыми формами управления. Расстояние точки срыва, перехода между профилями определяется определенным равенством числа сторонников сильной и либеральной власти.

Представленный механизм прогноза и анализа профилей власти (некое когнитивное клише) требуют проведения соответствующих социальных измерений, которые позволят сформировать количественные оценки параметров модели. Построение текущего (начального профиля) власти и представлений гражданского общества (электората, коллектива организации), их предпочтений к методам управления (жестким - «сильная рука», партиципаторным - «мягким» или комбинационным) суть две необходимые программы социологических измерений для привязки модели к изучаемой иерархической системе (стране, региону, крупной организации).

На языке предвыборных технологий анализ предельных устойчивых профилей есть не что иное, как объективно востребованный электоратом профиль власти. Под этот профиль воссоздается программа кандидата и либо выбирается кандидат из имеющихся, с наиболее близкой программой (и тогда можно говорить о прогнозе выборов), либо готовится кандидат с такой программой, которая отвечает пожеланиям электората.

Очевидно, что стиль управления, структура властной иерархии влияют на экономический рост и темпы развития. Параметры такого стационарного взаимодействия изучены в [3]. Оказывается, что оптимальное стационарное удельное потребление (эффективное по максимуму удельного потребления) потребление, как и в теореме Солоу, достигается, если норма накопления ρ будет равной коэффициенту эластичности по фондам α .

Анализ изовласт (линий в пространстве параметров, отвечающих одинаковым значениям количества власти) позволяет получить сле-

дующее. В допустимой области ($C_* > 0$) эффективному стационарному удельному потреблению, как функции стационарного объема власти в иерархии P отвечает также некоторое P_0 - эффективный стационарный объем власти в иерархии, максимизирующий C_* по P .

Далее анализируя зависимость P_0 от ω при различных a можно сделать следующие выводы.

1. Для существования области естественных колебаний, изменений власти и параметров экономического развития неравенство

$$\varphi\omega \leq 1 - a \quad \text{или} \quad \omega \leq \frac{1 - a}{\varphi}$$

должно быть строгим. При этом если уменьшается ω , то сразу появляется возможность для увеличения значений a и φ при сохранении исходного (максимального в условиях указанных значений среды) уровня удельного потребления. Если увеличивается ω , то возрастает жесткость (уменьшается область для «люфта») при выборе параметров a и φ .

2. При увеличении доли ω расходов на власть, эффективный объем власти P_0 , необходимый для оптимизации (максимизации) удельного потребления, также растет. И при этом, начиная с некоторого уровня расходов на власть, эта скорость роста резко возрастает.

3. Для поддержки прежней эффективности, при росте доли расходов на власть, требуется увеличение общего количества власти, т.е. необходимо движение в сторону авторитарной модели.

3. Потенциал среды

На границе области существования P_0 будет верно соотношение $\omega = \frac{1 - a}{\varphi}$. Введем понятие

потенциала (научно-технического) среды. Под ним будем понимать возможность власти влиять на развитие производственных и научных сил. В условиях нашей модели эта переменная совпадает с переменной φ . Малые значения φ означают, что предшествующие поколения не работали на будущее. Тогда в указанных определениях $\frac{\partial \varphi}{\partial \omega}$ - есть чувствительность потен-

циала среды к изменению доли удельных расходов на власть. Предельная (граничная) чувствительность

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \omega} = \frac{\partial \left(\frac{1-a}{\omega} \right)}{\partial \omega} = -\frac{(1-a)}{\omega^2}, \text{ т.е., с одной стороны, она отрицательна, а с другой - для рассматриваемого варианта производственной функции обратно пропорциональна квадрату доли удельных расходов на власть. Т.е. рост (снижение) расходов на власть уменьшает (увеличивает) потенциал среды.}$$

Если встать на точку зрения, что власть неизменна, если удельное потребление оптимально, то на основе понятий модели «власть-общество-экономика» можно подойти к сравнению систем властного управления. Введем

4. Измерение власти и сравнение систем властного управления

Если встать на точку зрения, что власть неизменна, если удельное потребление оптимально, то на основе понятий модели «власть-общество-экономика» можно подойти к сравнению систем властного управления. Введем

$$P_{max} = \int_0^1 [\varphi_3(x) - \varphi_1(x)] dx. \text{ Тогда стационарный}$$

объем власти в реальной иерархии определяется

$$\text{как } P = \int_0^1 [p(x) - \varphi_1(x)] dx \text{ и величину}$$

$\xi(P) = 1 - P/P_{max}$, $0 \leq \xi \leq 1$ естественно назвать индексом «партиципаторности» иерархии (здесь можно было бы также говорить об индексе самоорганизации в иерархии или децентрализованности). Действительно, если $p(x) = \varphi_1(x)$, то $\xi = 1$, а если $p(x) = \varphi_3(x)$, то $\xi = 0$. Учитывая, что по естественным причинам иерархии часто между собой различаются, поэтому для сравнения властных иерархий нет особого смысла сравнивать для них ξ . Если, как и раньше, мерилom эффективности будет удельное потребление, то эффективный индекс «партиципаторности» будет равен $\xi(P_0)$. Теперь, если ввести функцию $C_*(\xi)$, то тогда появляется платформа для сравнения эффективности властных иерархий на основе сравнения коэффициента эластичности функции $C_*(\xi)$ или $C_*(P_0)$. Действительно, иерархия тем эффективнее, чем выше относительное изменение удельного потребления при увеличении индекса «партиципаторности» на один процент или, в конечном

итоге, при изменении на единицу относительного значения доли расходов на власть.

Заключение

Итак, модель позволяет получить достаточно естественные выводы, например,

- задача власти есть снижение, за счет развития новых научных и производственных технологий прямых производственных издержек, с целью увеличения области своего существования;

- увеличение числа чиновников и служащих компаний государственного сектора или соответствующий рост расходов на их содержание, как минимум, выведут экономику из области оптимума, но могут и полностью лишить ее эффективности.

Модель также позволяет вводить новые понятия для сравнения иерархий, которое можно осуществить на основе проведения социологических измерений в среде иерархии и вокруг нее для определения представлений о начальных и предпочтительных профилях власти. Однако, сравнение иерархий на основе индекса «партиципаторности» не будет полным, если в модели не модернизировать экономическую функцию полезности (критерий удельного потребления) с целью учета социальных ожиданий индивидуума.

Литература

1. Дмитриев М.Г., Петров А.П. Анализ модели «власть-общество» для случая двух устойчивых распределений власти. // Сб. Математические методы и приложения. Труды девятого математического чтения МГСУ (26 января - 31 января 2001 года). М.: изд-во МГСУ. - 2002. стр.150-154.
2. Михайлов А.П. Математическое моделирование власти в иерархических структурах // Матем. моделирование, 1994. Т.6, №6, стр. 108-138.
3. Михайлов А.П. Исследование системы «власть-общество». М.: Физматлит, 2006. 144 с.
4. Дмитриев М.Г., Михайлов А.П., Малков С.Ю., Петров А.П. и др. Моделирование социально-политической и экономической динамики. - М.: РГСУ, 2004. - 224 с.
5. Solow R. A contribution to the theory of growth. Quarterly Journal of Economist, vol.70, 1956, pp.65-94.
6. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высшая школа. 1990.
7. Васильева А.Б. Асимптотическая теория сингулярно возмущенных задач (спекурс для аспирантов). М.: МГУ им. Ломоносова М.В. 2005. - 158 с.

8. Петров А.П. О модели «власть-общество» с периодической функцией реакции гражданского общества // Математическое моделирование, 2007 (в печати).
9. Дмитриев М.Г., Жукова Г.С., Петров А.П. Асимптотический анализ модели «власть-общество» для случая двух устойчивых распределений власти. Математическое моделирование. 2004. Т.16, №5, стр.23-34.
10. Дмитриев М.Г., Жукова Г.С., Петров А.П. Нелинейная модель «власть-общество» для случая двух устойчивых распределений власти. Ученые записки Российского государственного социального университета. Математическое моделирование. 2004. Т.16, №5, стр.23-34.
11. Дмитриев М.Г., Петров А.П. Математическая модель «Власть-общество-инфраструктура-производство». // В сб. «Тезисы докладов и выступлений Всероссийского социологического конгресса. Глобализация и социальные изменения в современной России, том 11, 3-5 октября 2006 года». М.: Альфа-М, 2006. Стр.123-124.
12. Павлов А.А. Содержательная трактовка условий теоремы Бутузова-Неделько в условиях нелинейной модели «Власть-общество». // В сб. «Глобализация: настоящее и будущее России. Материалы VI Международного социального конгресса 24-25 ноября 2006 года. В 2-х томах. - М.: Изд-во РГСУ, 2006, т.1. – 356 с.».- Стр. 109-110.
13. Дмитриев М.Г., Павлов А.А., Петров А.П. Макромодель взаимоотношений бизнеса и власти // Социальная политика и социология. Междисциплинарный научно-практический журнал. Изд-во РГСУ, №3, 2007, стр.219-231.

Дмитриев Михаил Геннадьевич. Родился в 1947 году. Окончил Днепропетровский государственный университет в 1969 году. Доктор физико-математических наук, профессор. Имеет 190 научных публикаций, из них 2 монографии. Область научных интересов – математическое моделирование, сингулярные возмущения, оптимальное управление, системный анализ. Зав. каф. прикладной математики Российского государственного социального университета.

Павлов Александр Александрович. Окончил Московский энергетический институт в 2001 году. Автор 8 научных статей. Область научных интересов – математическое моделирование. Главный специалист Минобрнауки РФ.

Петров Александр Пхоун Чжо. Родился в 1970 году. Окончил МГУ им. М.В.Ломоносова в 1993 году. Кандидат физико-математических наук. Автор около 40 печатных работ. Область научных интересов: математическое моделирование социальных процессов. Старший научный сотрудник Института математического моделирования РАН.