

# Синтез имитационных моделей сложных систем на основе экспертных знаний

В.А. Путилов, А.В. Горохов, В.В. Быстров

**Аннотация.** Разработана технология концептуальных шаблонов для синтеза динамических моделей сложных систем. Технология обеспечивает интеграцию коллективных экспертных знаний и построение имитационных моделей из типовых шаблонов, что существенно повышает корректность моделей и сокращает сроки их разработки. Эффективность технологии показана на задачах поддержки управления региональным развитием.

## Введение

Синтез моделей сложных систем представляет собой итерационный процесс взаимодействия «человек – модель», в ходе которого развивается как модель, так и ее создатель (знания эксперта). К созданию моделей сложных систем привлекаются коллективы экспертов, поэтому актуальной является задача интеграции и согласования их знаний. Каждый эксперт обладает собственной ментальной моделью системы, которую он формулирует в некотором поле основных понятий, присущих его предметной области, что является причиной терминологической несогласованности. Качественный характер многих параметров сложных систем обуславливает нечеткость знаний и, как следствие, проблемы при их формализации.

Поиск путей решения данных проблем привел к появлению в 1960-х годах специализированного метода имитационного моделирования – системной динамики [1]. Метод системной динамики позволяет исследовать поведение сложных систем, опираясь на возможности компьютерного моделирования. В отличие от «традиционных» методов компьютерного моделирования системная динамика не требует построения математической модели исследуемого объекта в традиционной форме, а дает исследователю инструментарий для моделирова-

ния в виде реализованных на компьютере аналитических описаний системных элементов и связей между ними. Важной составляющей системной динамики являются формальные языки описания процесса изменения моделируемого объекта. Один из них – язык системных диаграмм - позволяет описать процесс, формализуя внутренние характеристики создаваемой компьютерной модели (они называются «уровнями») и представляя скорость их изменения в виде суммы, каждый элемент которой называется «темпом». Зависимость некоторого темпа изменения уровня от самого уровня называется «обратной связью». Таким образом, системная диаграмма представляет собой формализацию модели исследуемого процесса. Но построение системных диаграмм в случае, когда объект исследования является сложной системой, становится затруднительным, и синтез приемлемой для практического использования динамической модели может занимать до нескольких лет. Поэтому основной упор проведенных исследований делался на поиски путей формализации и автоматизации этого процесса. В качестве аппарата для этого выбрано концептуальное моделирование. Концептуальная модель (КМ) используется для перехода от знаний экспертов к их единому формальному описанию, после чего становится возможен формальный синтез модели системной динамики.

## Концептуальное моделирование сложных систем

В силу ограниченности рационального мышления человека в масштабах сложных систем, знания экспертов удобно представлять в виде древовидных структур. Такие модели дают возможность оперировать небольшим количеством объектов и связей на каждом уровне иерархии сложной системы. Причем количество элементов можно оставлять всегда примерно одним и тем же, изменяя степень их агрегирования. Одним из таких подходов к созданию КМ является функционально-целевой подход (ФЦП), развитый для класса задач с древовидными моделями предметной области [2]. Исходная посылка ФЦП – решение проблем через формирование системы целей. Цель достигнута, если решена соответствующая задача. Решение задач обеспечивается соответствующими функциями синтезируемой системы. ФЦП обеспечивает структурный синтез систем, функции которых (т.е. поведение системы) обеспечивают решение соответствующих задач. Средствами ФЦП синтезируется КМ предметной области в виде многоуровневой древовидной системы целей.

Согласно теореме о покрытии [2], система в целом должна строиться из таких подсистем, которые обеспечивают покрытие соответствующих подзадач основной целевой задачи системы. При декомпозиции цели системы  $G$  получаем множество подцелей  $\{G_i\}$ . Декомпозиция проведена так, что множество подцелей не пересекающееся. Каждой подцели ставится в соответствие некоторая подсистема  $P_i$ , такая, что совокупность действий  $T_i$ , выполняемых этой подсистемой, будет покрывать подцель  $G_i$ . Получен первый уровень декомпозиции. На следующем уровне декомпозиции подцель  $G_i$  представлена в виде множества подцелей следующего уровня иерархии:

$$G_i = \bigcup_j G_{ij}, \quad j = \overline{1, N_i},$$

где  $N_i$  – количество подцелей цели  $G_i$ . Каждой подцели ставится в соответствие некоторая подсистема  $P_{ij}$ , такая, что совокупность действий  $T_{ij}$ , выполняемых этой подсистемой, будет покрывать подцель  $G_{ij}$ . Получен второй уровень

декомпозиции и т.д. Декомпозиция целей КМ производится экспертным методом. Для экспертов обязательными являются: ограничение на структуру создаваемого фрагмента КМ - он должен быть древовидным; единая идентификация компонентов нижнего уровня КМ и глубина декомпозиции. Глубина декомпозиции определяется экспертами по достижении примитивных, то есть неделимых в пределах моделируемой системы, целей (примитивов).

Таким образом, получена КМ сложной системы, объединяющая формализованные знания группы экспертов в виде одной или нескольких древовидных структур, что обеспечивает в дальнейшем формализацию синтеза моделей системной динамики.

## Синтез имитационных моделей из типовых шаблонов

Концептуальная модель объекта моделирования реализуется в виде базы знаний.

В качестве декларативных знаний выделяются:

- дерево целей сложной системы  $Tr$ , которое содержит цели, полученные в результате декомпозиции глобальной цели и материальные связи между ними;
- множество шаблонов;
- множество экземпляров шаблонов;
- справочник; эта структура данных содержит необходимую, по мнению экспертов, информацию о предметной области моделируемого объекта.

В свою очередь дерево целей, являющееся представлением концептуальной модели предметной области, может быть представлено как объединение множества вершин всех уровней декомпозиции и множества примитивов - вершин, для которых дальнейшее разбиение цели не производится.

$$Tr = \bigcup_{k=1}^{n_k} V^k \cup L,$$

где  $k$  – уровень иерархии,  $n_k$  – количество вершин дерева целей на  $k$ -ом уровне иерархии.

Множество  $V^k$  является объединением вершин нижнего уровня, где  $m$  – количество нижестоящих вершин для данной вершины.

Для удобного хранения информации о вершине дерева целей, ее можно рассматривать как

кортеж  $V_l^k = \langle Id, G, F \rangle$ , Id – идентификатор вершины, G – цель вершины, F – закон, описывающий правило объединения дочерних вершин.

Множество L – множество примитивов дерева целей концептуальной модели. Выделение этих вершин в отдельное множество обусловлено наличием группы специальных процедур вывода, выполняющих действия только над элементами из этого множества.

Под шаблоном [3] подразумевается некоторая конструкция, имеющая установившуюся во времени структуру и набор входных, выходных параметров и начальных значений. В работе шаблон реализуется в виде конструкции на языке системной динамики, и спецификация шаблона производится с учетом этого фактора.

Формально шаблон можно представить следующей записью на языке теории множеств:  $P = \{St, Fn, X, Y, I\}$ , где St – структура шаблона, Fn – закон функционирования шаблона, X – множество входных параметров шаблона, Y – множество выходных параметров шаблона, I – множество начальных значений.

В работе шаблон рассматривается как отдельный объект, обладающий своей внутренней структурой [3]. Данный объект исследуется как «черный ящик», имеющий входные и выходные параметры и выполняющий определенную функциональную нагрузку.

Необходимо отличать шаблон, заданный его спецификацией, от определенного значениями шаблона, который будем называть экземпляром. Таким образом, экземпляр шаблона – это наполненный шаблон, содержащий информацию не только о составе и структуре шаблона, но и конкретные значения входных, выходных и начальных параметров шаблона. Кроме того, каждый экземпляр адресован экспертом одному из примитивов дерева целей.

Реализация КМ в виде базы знаний обеспечивает возможность использования экспертных знаний без участия экспертов при решении задач синтеза моделей системной динамики. Данные задачи решаются путем преобразования декларативных знаний о предметной области в процедурные знания системной динамики с помощью набора формальных правил.

Декларативная база знаний содержит факты, к которым относятся: набор шаблонов, сопос-

тавленных примитивам, дерево целей, набор вспомогательных переменных, справочники и кодификаторы, содержащие текстовые знания об исследуемой предметной области.

Процедурные знания экспертов реализованы в базе знаний в виде процедур вывода, которые позволяют формализовать процесс синтеза динамической модели. На вход процедур подаются декларативные знания базы знаний, на выходе получают элементы моделей системной динамики. Процедуры вывода представляют собой отображения структуры концептуальной модели в структуру системно-динамических моделей.

База знаний содержит три группы процедур вывода.

1. Процедуры вывода, определяющие для каждого шаблона модели, покрывающие действия (процедуры сопоставления). Назначение данных процедур осуществить покрытие примитива дерева целей концептуальной модели экземпляром шаблона. Для любого шаблона из множества шаблонов модели существует экземпляр только тогда, когда каждому элементу структуры шаблона найдется соответствующий элемент множества понятий и терминов и когда каждому начальному значению шаблона будет задано значение из нормативной базы – множества коэффициентов и констант.

2. Процедуры вывода, определяющие материальные связи между шаблонами в динамической модели. В общем случае при условии, что все шаблоны после их заполнения становятся экземплярами, процедуру можно представить как отображение некоторого подмножества экземпляров на декартово произведение этого подмножества на себя.

3. Процедуры вывода, определяющие информационные связи между шаблонами в динамической модели. Рассматриваются три типа информационной связи: связь между элементами структуры двух шаблонов; связь между вспомогательной переменной и элементом структуры шаблона; связь между элементом структуры шаблона и вспомогательной переменной.

Применение к соответствующим наборам декларативных знаний рассмотренных процедур обеспечивает формальный синтез состава и

структуры системно-динамической модели. Последовательность применения процедур задается алгоритмами синтеза модели на основе шаблонов.

### Оценка точности системно-динамических моделей

В данном разделе представлены результаты исследования оценки погрешностей потокового класса системно-динамических моделей, включающие в себя методику оценки методических погрешностей композитных моделей. Данная методика основывается на использовании рекуррентных соотношений, которые достаточно хорошо применимы к вычислительной схеме, используемой в большинстве программных средств автоматизации моделирования.

Ошибки имитационного моделирования, которые будут рассмотрены далее, по своей природе являются ошибками аппроксимации и на этапе создания моделей их разумно отнести к методическим ошибкам. Как правило для их количественной оценки используется метод эталонной модели [4]. Данный метод модифицирован так, чтобы непосредственно ориентировать исследование на имитационное моделирование с применением технологии концептуальных шаблонов.

Предполагаем, что

1. исследуемая динамическая модель  $M$  представляет собой точно известную и однозначно определенную композицию относительно самостоятельных подмоделей, представляющих собой шаблоны;

$$M = \text{сК}\{Mi \mid i \in I\};$$

2. для каждой названной в пункте (1) подмодели  $Mi$  известна эталонная рекуррентная модель  $\langle Mi; \Delta T_i \rangle, i \in I$ ;

3. единственными источниками ошибок исследуемой композиционной модели являются:

- отклонение общесистемного времени  $\Delta T$  от элементарных циклов  $\Delta T_i$  подмоделей (т.е. шагов интегрирования);

- используемый метод интегрирования в вычислительной схеме.

В качестве относительно независимых подмоделей, рассматриваемых в предлагаемой методике, достаточно хорошо подходят типо-

вые модели системной динамики – шаблоны. Следует отметить, что поведение каждого шаблона можно описать с помощью рекуррентной математической модели, вычисляемой с «индивидуальным» элементарным циклом (шагом интегрирования) и основанной на системе разностных уравнений.

Дополнительным существенным предположением для предлагаемого подхода является предположение о гладкости номинальной характеристической функции ошибок [4] в пределах реальной полосы погрешностей каждой из используемых подмоделей  $Mi, i \in I$ . На практике названное предположение позволяет реальные кривые ошибок подмоделей в пределах зоны погрешностей заменить сглаженной кривой.

Отдельно также следует отметить, что оговоренные в пункте (3) причины погрешностей оказываются аддитивными. Указанное здесь обстоятельство позволяет вместо совокупности эталонных моделей  $\langle Mi; \Delta T_i \rangle, i \in I$ , для каждого метода интегрирования просто рассматривать соответствующие Совокупные Номинальные Функции Ошибок (СНФО).

В методике оценки методической погрешности рекуррентных системно-динамических моделей для построения СНФО используются линейная, параболическая, кубическая аппроксимации функций. Для каждого вида аппроксимации доказываются оптимизационные теоремы, на основе которых строится анализ методических ошибок. Теоремы позволяют осуществить и обосновать правильность выбора оптимального шага интегрирования для композитных системно-динамических моделей. Доказательство теорем проводится с использованием математического аппарата и методов теории решения экстремальных задач, в частности, линейное программирование, поскольку задачу исследования методических погрешностей можно свести к задаче поиска экстремальных точек обобщенной функции ошибок композитной модели.

Каждый шаблон может иметь свой собственный шаг интегрирования или, другими словами, собственный элементарный цикл. С учетом данного факта, системное время считается действительной величиной из интервала  $[0,1]$ . Это достигается простой нормировкой величин

элементарных циклов подмоделей, т.е. масштабированием с коэффициентом  $\frac{1}{\max_{i \in I} \Delta T_i}$  множества  $\{\Delta T_i \mid i \in I\}$  характеристических циклов подмоделей. Далее принимается  $i = \overline{1,2}$ , что позволяет избежать необходимости скрупулезного учета точек “инверсии” для кривых ошибок подмоделей на множестве значений приведенных циклов. Таким образом, для определенности считаем  $\frac{1}{\max_{i \in I} \Delta T_i} * \min_{i \in I} \Delta T_i = a \leq b = 1$ - нормированные циклы подмоделей с соответствующими функциями ошибок  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$ .

**Теорема 1.** Если СНФО  $f_i(t)$ ,  $i = \overline{1,2}$ , подмоделей  $\{M1; M2\}$  динамической модели  $M$  линейны относительно  $t$ , то оптимальное значение  $\Delta T^*$  системного времени, минимизирующее ошибку аппроксимации  $M$ , совпадает с одной из границ интервала  $[a, b]$ .

**Теорема 2.** Парная композиция рекуррентных динамических моделей, обладающих однотипными СНФО вида (1), достигает наименьшей ошибки аппроксимации при 
$$\Delta T = \frac{k_1 a + k_2 b}{k_1 + k_2}.$$

$$\begin{cases} f_1(t) = k_1(t-a)^2 \\ f_2(t) = k_2(t-b)^2 \end{cases} \quad (1)$$

**Теорема 3.** Множество оптимальных значений системного времени парной композиции рекуррентных динамических моделей, обладающих однотипными СНФО вида (2), непусто и содержит, по крайней мере, одну точку множества

$$\left\{ \frac{k_1 a - k_2 b + (b-a)\sqrt{k_1 k_2}}{k_1 - k_2}; \frac{(k_1 a - k_2 b) - (b-a)\sqrt{k_1 k_2}}{k_1 - k_2} \right\}.$$

$$\begin{cases} f_1(t) = k_1(t-a)^3; \\ f_2(t) = k_2(b-t)^3. \end{cases} \quad (2)$$

Основанная на приведенных выше теоремах методика оценки методической погрешности системно-динамических моделей апробирована

на различных композициях шаблонов. Для применения методики в соответствии с методом эталонной модели в композицию объединялись две относительно не зависящие друг от друга подмодели. Каждая подмодель взята в качестве шаблона и реализована в инструментальной среде динамического моделирования. Для каждого шаблона заданы эталонные модели с выбранным эталонным значением шага интегрирования. Все погрешности рассчитывались для конкретных уровней относительно эталонной модели на различных временных интервалах. На основе экспериментальных и расчетных данных строились реальные и аппроксимированные функции ошибок (СНФО).

Основным недостатком предлагаемой методики оценки композитных моделей является то, что она оперирует экспериментальными данными. Другими словами, для анализа погрешностей композиции, состоящей из двух шаблонов, необходимо произвести большое количество расчетов и многократный прогон модели. С ростом числа шаблонов, входящих в композитную модель, количество указанных действий возрастает по геометрической прогрессии и ведет к значительным затратам вычислительных ресурсов. Это ограничивает размер и степень детализации моделируемых систем.

С другой стороны, предлагаемая методика позволяет осуществлять обоснованный выбор шага интегрирования композитной модели. Это дает возможность систематической верификации моделей системной динамики, а также и других классов имитационных моделей.

### **Инструментальная система автоматизации синтеза имитационных моделей**

Предлагаемая технология алгоритмизирована и реализована в виде программного комплекса автоматизации синтеза системно-динамических моделей сложных систем [5]. Комплекс реализован в среде программирования Delphi, имитационная часть – в системе динамического моделирования Powersim. Программная реализация имеет модульную структуру, что обеспечивает удобство и относительную легкость редактирования отдельных

модулей, не влияющее на работу остальных, и добавление новых функциональных возможностей в комплекс.

Основные блоки:

1. База знаний представляет собой компьютерную реализацию формализованных знаний экспертов о предметной области.

2. Блок пользовательского интерфейса является набором программ, обеспечивающих удобное взаимодействие пользователя с системой. Программы пользовательского интерфейса обслуживают все функции инструментальной системы, реализующие обмен информацией с пользователем.

3. Блок формализации знаний экспертов представляет собой блок формирования общей КМ и частных подмоделей экспертов. Программы данного блока выполняют настройку системы на исследуемую предметную область путем задания цели и критерия декомпозиции для создания КМ, создания экспертных вариантов КМ в виде персональных баз знаний и реализацию экспертного метода задания отношений КМ в виде связей базы знаний.

4. Блок формирования шаблонов есть комплексе программ, позволяющих экспертам реализовать типовые шаблоны на языке системных диаграмм.

5. Блок сопоставления шаблонов есть комплексе программ, позволяющих экспертам сопоставлять разработанные шаблоны соответствующим примитивам КМ, то есть создавать экземпляры шаблонов.

6. Блок синтеза модели представляет собой комплексе программ, позволяющих системному аналитику осуществить синтез разработанной КМ, то есть составить файл-описатель структуры, связей и механизмов функционирования элементов КМ.

Основные функции, реализуемые программным комплексом, можно разделить на четыре класса: организация диалога с пользователем, приобретение и пополнение знаний, реализация и сопоставление шаблонов, синтез модели.

Программы комплекса "Организация диалога с пользователем" обеспечивают организацию сеанса работы, который заключается в выполнении процедур загрузки системы, идентификации пользователя и предоставление ему прав

соответственно его статусу, защиты системы от несанкционированного доступа к данным, завершения работы с системой, осуществляют ввод экспертных знаний в диалоговом режиме.

Программы комплекса "Приобретение и пополнение знаний" формируют в режиме диалога с экспертами концептуальную модель предметной области в виде базы знаний древовидной структуры.

Программы комплекса "Реализация шаблонов" реализуют в режиме диалога с системным аналитиком разработку, редактирование и удаление шаблонов, соответствующих КМ.

Программы комплекса "Сопоставление шаблонов" обеспечивают в режиме диалога с экспертами параметризацию шаблонов и формирование экземпляров, соответствующих КМ.

Программы комплекса "Синтез модели" обеспечивают в интерактивном режиме формирование спецификации имитационной модели как композиции экземпляров и отношений, координирующих их функционирование, а также формирование оптимального с точки зрения точности шага интегрирования.

В системе предусмотрено разделение пользователей по категориям в зависимости от выполняемых ими функций: системный аналитик - специалист, выполняющий настройку системы на исследуемую предметную область и, частично, администраторские функции в программном комплексе; эксперт - специалист в определенной предметной области. Программный комплекс осуществляет защиту информации на уровне пользователя для предотвращения несанкционированного доступа к персональным данным пользователя и его собственным разработкам. Политика доступа одного пользователя к рабочим данным другого может изменяться и настраиваться системным аналитиком.

### **Реализация имитационных моделей региональных социально-экономических систем**

В Институте информатики и математического моделирования КНЦ РАН разрабатывается система прогнозирования развития региона. Данная система представляет собой

комплекс системно-динамических моделей региона (Мурманской области), включающий в себя модели основных отраслей экономики региона, таких как горнопромышленный, топливно-энергетический, рыбопромышленный, транспортно-коммуникационный и агропромышленный комплексы, а также трудовых ресурсов региона. Разработка системно-динамических моделей данных комплексов осуществляется с помощью предложенного программного комплекса и включает в себя определение основных элементов модели, областей их устойчивых состояний, материальных потоков, изменяющих состояния элементов, информационных связей, управляющих потоками и интеграцию моделей в единый комплекс с учетом динамики их взаимного влияния.

К настоящему времени разработаны следующие компоненты системы: трудовые ресурсы; топливно-энергетический комплекс; рыбопромышленный комплекс, транспортно-коммуникационный комплекс [6]. Данные компоненты реализованы средствами системы динамического моделирования Powersim. Исследования проводились в интересах программы «Стратегия развития Мурманской области до 2015г.». В первую очередь, с помощью моделей определяются внешние и внутренние параметры, наиболее влияющие на поведение региональной системы.

В качестве примера приводятся результаты исследования рыбопромышленного комплекса Мурманской области.

На Рис. 1 представлены результаты исследования системно-динамической модели этого комплекса. Модель настраивалась по данным 1997 года для оценки ее корректности – результаты имитации сравнивались со статистическими данными за 1998-2005гг. Результаты имитации с 2006 по 2015 год являются прогнозом. На графиках (Рис. 1, Рис. 2) показаны: общий вылов морепродуктов, – величина природных ресурсов в области промысла, – общая грузоподъемность судов рыбопромыслового флота Мурманской области.

Рассмотрены сценарии: отсутствие инвестиций в рыбопромышленный комплекс (в настоящее время износ судов комплекса составляет около 60%); различный уровень

ежегодных инвестиций от 50 до 500 млн. руб. в год (рассмотрено более 50 сценариев).

На Рис.1 представлены результаты исследования развития рыбопромышленного комплекса Мурманской области без инвестиций. На графике видно, что, начиная с 2006 года, общий вылов морепродуктов будет ограничиваться снижением общей грузоподъемности судов, а не биоресурсами.

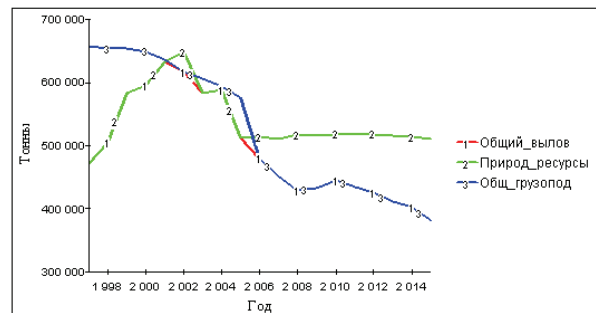


Рис. 1. Общий вылов морепродуктов без инвестиций

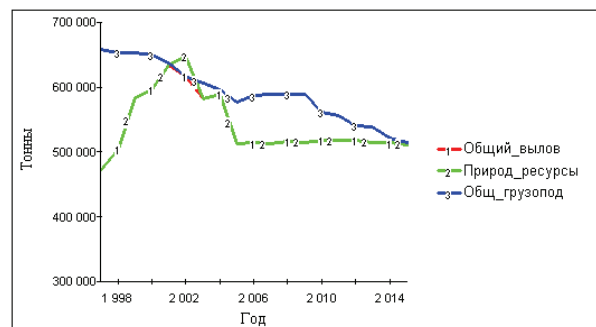


Рис. 2. Общий вылов морепродуктов с инвестициями 300 млн.руб. в год

На Рис.2 представлены результаты исследования развития рыбопромышленного комплекса Мурманской области с ежегодными инвестициями в размере 300 млн. руб. На графике видно, что общий вылов морепродуктов будет ограничиваться только биоресурсами. По этой причине также нецелесообразно и дальнейшее повышение уровня инвестиций.

Исследование модели позволило определить минимальный уровень инвестиций, достаточный для эффективного функционирования рыбопромышленного комплекса Мурманской области.

## Заключение

Разработана информационная технология концептуального синтеза имитационных моделей сложных систем. Технология основана на использовании концептуальной модели, интегрирующей коллективные экспертные знания о предметной области. Реализация концептуальной модели в виде базы знаний обеспечивает автономное использование экспертных знаний для автоматизированного синтеза имитационных моделей. Разработаны формальные процедуры, обеспечивающие синтез на основе концептуальной модели соответствующей имитационной модели из набора типовых шаблонов. Использование формализованных коллективных экспертных знаний на ранних этапах синтеза существенно повышает корректность создаваемых моделей и сокращает сроки их разработки. Предложенная технология алгоритмизирована и реализована в виде программного комплекса автоматизации синтеза имитационных моделей сложных систем.

**Путилов Владимир Александрович.** Доктор технических наук, профессор, лауреат премии Правительства РФ в области науки и техники, директор Института информатики и математического моделирования технологических процессов Кольского научного центра РАН.

**Горохов Андрей Витальевич.** Доктор технических наук, заведующий лабораторией информационных технологий управления региональным развитием Института информатики и математического моделирования технологических процессов Кольского научного центра РАН.

**Быстров Виталий Викторович.** Младший научный сотрудник Института информатики и математического моделирования технологических процессов Кольского научного центра РАН.

## Литература

1. Forrester, Jay W., 1961. Industrial Dynamics, Portland, OR: Productivity Press. 464 pp.
2. Путилов В.А., Горохов А. В. Системная динамика регионального развития. Мурманск: НИЦ «Пазори», 2002. - 306 с.
3. Шебеко Ю.А. Имитационное моделирование и ситуационный анализ бизнес процессов принятия управленческих решений (учебное и практическое пособие). – М.: Диаграмма, 1999.
4. Быстров В.В. Методика оценки точности модели, построенной на основе концептуальных шаблонов // Прикладные проблемы управления макросистемами. Труды ИСА РАН – том 28 – М., 2006. с.207 – 213.
5. Быстров В.В., Кодема В.А. Разработка информационной системы автоматизации синтеза структуры динамических моделей сложных систем // Информационные технологии в региональном развитии. – Апатиты, 2006. Вып. VI. с.93-96.
6. Горохов А.В., Путилов В.А. Системная динамика в задачах регионального планирования // Апатиты: Изд. КНЦ РАН, 2005. – 137 с.