

Принцип действия и математическая модель взаимодействия волоконно-оптического анализатора с оптической системой глаза

Г.Г. Аньшаков

Аннотация. В статье приведен принцип действия волоконно-оптического анализатора и показана его актуальность для порогового диагностирования ранней катаракты глаза. Рассмотрена математическая модель взаимодействия волоконно-оптического анализатора с оптической системой глаза. Проведены расчеты хода луча в меридиональной плоскости схемотехнической модели редуцированного глаза Вербицкого и коэффициентов отражения по формуле Френеля. Получены условие попадания отраженного луча на приемный торец световода и кривая зависимости интенсивности излучения от расстояния до глаза.

Введение

Использование современных информационных технологий для своевременной адекватной диагностики и прогнозирования течения заболеваний занимает одно из самых важных мест в медицине в целом и в офтальмологии в частности. В настоящее время по сложившейся традиции для диагностирования преимущественно применяется дорогостоящая техника, которая имеется в недостаточном количестве даже в районах крупных мегаполисов и, конечно, является практически недоступной для основной части населения. Разработка недорогих автоматизированных приборов экспресс-диагностики позволит выявлять заболевания у широкого круга пациентов и направлять их по необходимости для более полного и тщательного обследования.

Наиболее распространенные способы диагностики помутнения хрусталика (катаракты) человека за последние десятилетия практически не изменились. За незначительными исключениями в них основной упор делается на человеческий фактор, а именно - на квалификацию и

опыт врача, что приводит, в случае его недостаточной квалификации, к неправильной постановке диагноза. Исключение из процесса диагностики данного фактора путем применения инструментальных средств позволит избежать явных ошибок в диагностировании и точно измерять количественные признаки заболеваний. Наиболее перспективным здесь является применение достижений в области волоконной оптики и электронных средств, позволяющих бесконтактно и быстро, без применения медикаментов для расширения зрачка измерять параметры зрения пациента и своевременно ставить диагноз.

В результате проведенных исследований была предложена методика порогового диагностирования помутнения хрусталика на ранней стадии протекания болезни.

Данный метод использует подсветку глаза через светодиод от двух источников: один с видимым излучением для возможности наведения глаза и фиксации зрачка в момент проведения измерения, второй – с ИК-излучением непосредственно для измерений. Это излучение, пройдя через оптическую систему глаза,

преломляясь и отражаясь от границ раздела сред, возвращается обратно и может быть зафиксировано. Очевидно, что интенсивность ИК-излучения зависит, в том числе, от мутности хрусталика.

Благодаря проведенным исследованиям прозрачности хрусталика *in vitro* была получена характерная зависимость интенсивности принятого излучения от расстояния между торцом световода и роговицей глаза. Соответственно, имея некоторый диапазон значений максимумов интенсивности отраженного ИК излучения для здорового глаза, можно легко определить зарождение катаракты на ранних стадиях и уже для более точной диагностики посоветовать обратиться в клинику.

Проведем анализ оптической системы (ОС) глаза. Глаз представляет собой шаровидное тело, диаметром около 25-26мм с внешней непрозрачной оболочкой белого цвета (склерой), которая имеет единственную прозрачную часть диаметром ~ 10мм. Эта часть называется роговицей.

Сохранение формы глаза происходит за счет стекловидного тела. Оно прозрачно и предназначено для прохождения лучей света от роговицы до сетчатки. Сетчатка – это разветвления зрительного нерва, оканчивающиеся фоторецепторами двух типов: палочками и колбочками. Наиболее плотная укладка колбочек имеет место в так называемом желтом пятне. Это та часть сетчатки, которая имеет наибольшее пространственное и угловое разрешение. Непрозрачная ткань с отверстием переменного диаметра называется радужной оболочкой глаза (или радужкой), представляющая по сути, апертурную диафрагму. Отверстие принято называть зрачком глаза.

Хрусталиком называется внутренняя линза с переменным фокусным расстоянием, которая предназначена для фокусирования на сетчатку изображений при расстоянии от глаза до рассматриваемого предмета от 92мм до бесконечности. Он имеет асферическую форму передней и задней поверхностей и является эластичным.

Наиболее оптически значимым элементом ОС глаза является передняя поверхность роговицы. Это обусловлено тем, что она лежит на границе двух сред с наибольшим изменением показателей преломления. Радиус роговицы ~

7-9мм. Для анализа работы ОС глаза разработано несколько схематических моделей глаза. Первой из них является модель Гульстрандта. Несколько модифицированная схема, применяющаяся в современной офтальмологии, называется моделью стандартного глаза. Она основана на усредненных параметрах радиусов кривизны поверхностей глаза и расстояний между ними. Однако при использовании именно этой схематической модели не удастся избежать громоздких вычислений, да и сам расчет сильно осложнится. Поэтому было принято решение воспользоваться упрощенной моделью, представленной в виде Редуцированного глаза Вербицкого, который описан как часть сферы с радиусом 10,2мм при длине оптической оси 23,4мм; радиус кривизны преломляющей поверхности равен 6,8мм при показателе преломления 1,4. Такой схематический глаз называют редуцированным. В модели Гульстрандта, в которой известны все параметры подсистем глаза, коэффициент преломления меняется от 1.376 (для роговицы) до 1.403 (для хрусталика), в модели же Вербицкого при расчете показателя преломления учтены показатели преломления всех оптических поверхностей здорового глаза.

Расчет хода луча в меридиональной плоскости

Интенсивность излучения на фотоприемнике складывается из интенсивности отдельных элементарных лучей, берущих свое начало на ИК излучателе, проходящих через световод и освещающих глаз в конусе апертуры световода.

Пусть OO_1 – главная оптическая ось системы, MS – элементарный луч, берущий свое начало на расстоянии S от передней поверхности глаза AM , на расстоянии r_i от главной оптической оси, под углом u к ней; S – воображаемая точка пересечения луча с главной оптической осью (Рис 1). C – центр кривизны поверхности AM , MS' – отраженный от поверхности AM луч. Обозначим радиус кривизны поверхности через r , угол отражения через α . Большое значение в данном случае имеет правило знаков – будем считать положительным направление главной оптической оси слева направо, будем

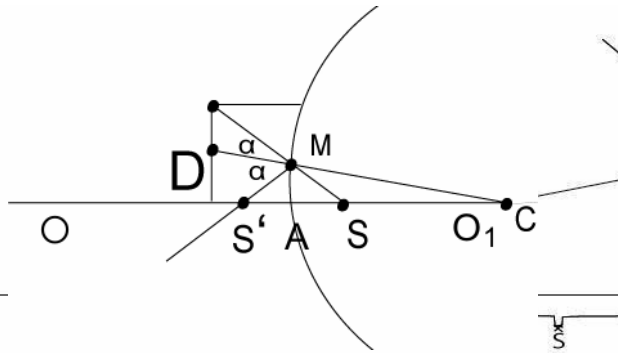


Рис. 3. Падение одиночного луча на глаз (случай 3)
Рис. 1. Падение одиночного луча на глаз

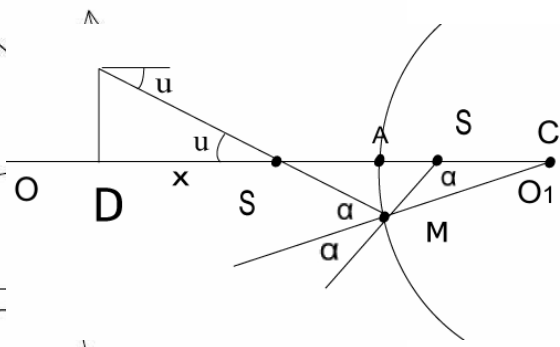


Рис. 4. Падение одиночного луча на глаз (случай 4)

считать положительным значение угла $MSC = u$, если для совмещения с осью OO_1 луч MS надо вращать по часовой стрелке. Угол α будем считать положительным, если для совмещения с нормалью CM к поверхности AM луч MS' надо вращать против часовой стрелки.

Положение луча, по сути, определяется координатами $S + x$ и u , где $DS=x$. Так как треугольник, образованный лучом MS , SD и отрезком r_i - прямоугольный, то получим $x = r_i / \text{tg}(\alpha)$.

Из треугольника MSC по теореме синусов получаем:

$$\frac{AS + r}{\sin(180 - \alpha)} = \frac{r}{\sin(u)},$$

откуда сразу же находим угол отражения:

$$\sin(\alpha) = \left(r + S + \frac{r_i}{\text{tg}(u)} \right) \times \frac{\sin(u)}{r}. \quad (1)$$

Аналогично и мая во внимание, кальный к одному CS' :

На данном эт несколько вариан чей в данной сис углов u и α . Гран иметь место при i

Рассмотрим ко. Вариант 2, изображенный на Рис. 2, может существовать при условии $u < 0$. для

$$\text{tg}(u) > \frac{-r_i}{S + r} \quad (3).$$

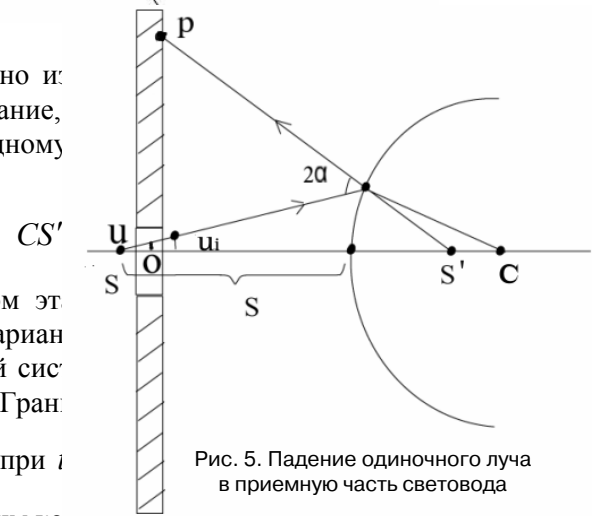


Рис. 5. Падение одиночного луча в приемную часть световода

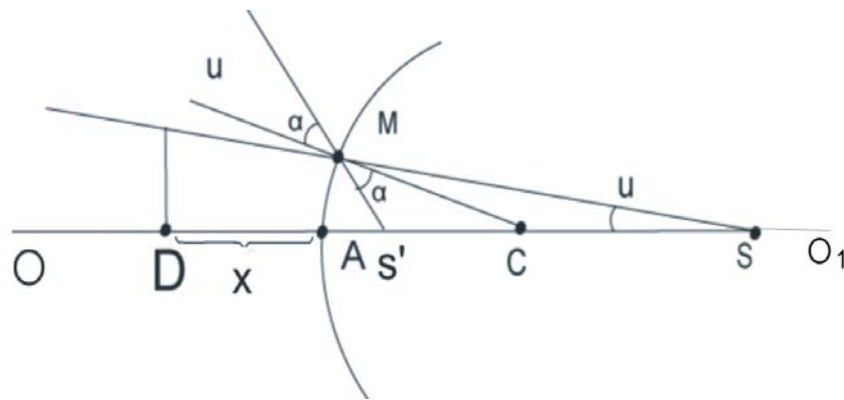


Рис. 2. Падение одиночного луча на глаз (случай 2)

В этом случае выражение для $\sin(\alpha)$ аналогично (1), а значение CS' будет иметь вид (4).

$$CS' = r \frac{\sin(\alpha)}{\sin(u + 2\alpha)} \quad (4)$$

Вариант 3 представлен на Рис. 3. Он может иметь место при условиях $u < 0$ и $tg(u) < \frac{r_i}{S+r}$.

В этом случае значение $\sin(\alpha)$ будет вычисляться по формуле (1), а значение CS' - по формуле (2).

Наконец, вариант 4, представленный на Рис.4, выполняется при условиях, приведенных для варианта 3 и дополнительно при $u < \alpha$. Однако выражения для $\sin(\alpha)$ и CS' будут аналогичны выражениям предыдущего случая, поэтому при дальнейших расчетах эти случаи будут объединены в один.

Таким образом, было показано, что для любого луча с известными начальными параметрами по формулам (1), (2), (4) можно получить параметры отраженных лучей.

Условие попадания отраженного луча на приемный торец световода

Интенсивность принятого фотоприемником излучения зависит в первую очередь от того, какая часть отраженного от глаза излучения попала непосредственно в приемную часть световода. Чтобы вычислить это, определим условия попадания элементарного отраженного луча.

Световод представляет собой конструкцию из двух концентрических независимых друг от друга групп волокон – одна группа используется для ИК излучения и подсветки видимым светом для наведения зрачка пациента, вторая – для приема отраженного излучения. Обозначим радиус каждой из частей как d_1 и d_2 соответственно. Введем систему координат с осью абсцисс в виде главной оптической оси OO_1 , центром координат в точке пересечения передней поверхности излучающей части световода с главной оптической осью и осью ординат, имеющей свое начало там же. Пусть P – точка попадания отраженного луча в приемную часть световода (Рис. 5).

В описанной выше системе координат уравнение отраженного луча PS' можно записать в виде $y = kx + b$, где $k = tg(u')$, а $u' = 180 - 2\alpha + u$. Отсюда получим $k = tg(u - 2\alpha)$.

Зная координаты точки S' : $OS' = S + r - CS'$, можем найти значение отрезка $OP = b$. Очевидно, что условием попадания луча PS' в приемную часть световода будет условие

$$d_1 < b < d_1 + d_2 \text{ и } -d_1 - d_2 < b < -d_1 \quad (5)$$

Учитывая (1), получим значение для b :

$$b = \frac{(S+r)\sin(2\alpha - u) - r\sin(\alpha)}{\cos(2\alpha - u)} \quad (6).$$

Таким образом, используя результаты (5) и (6), можно выделить подмножество элементарных лучей, которые, будучи отраженными от глаза, попадут в приемную часть световода. Вместе с тем, легко показать, что возникает еще один случай (Рис. 6), вызванный описанным выше критическим условием (3), в котором выражение для b примет несколько иной вид: $b = \frac{(S+r)\sin(2\alpha - u) - r\sin(\alpha)}{\cos(2\alpha + u)}$.

Условие попадания будет выражаться в виде: $d_1 < b < d_1 + d_2$.

Однако, если падающий и отраженный лучи пойдут так, как в описанном выше варианте 3, то выражение b , как и условия попадания отраженного луча запишутся в виде (5) и (6).

Расчет коэффициентов отражения по формулам Френеля

Для получения реалистичных отражений (равно как и преломлений) необходимо учитывать тот факт, что доля отраженной (и преломленной) световой энергии не является постоянной величиной. Она зависит как от угла падения, так и от длины волны света.

Эта доля отраженной световой энергии описывается при помощи коэффициентов Френеля.

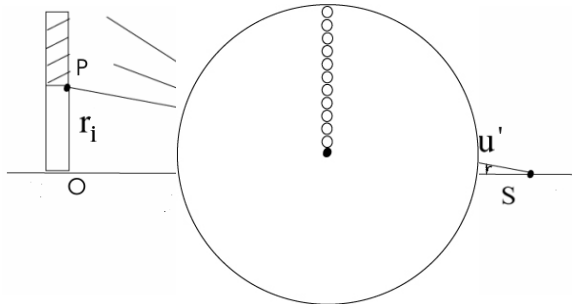


Рис. 6. Падение одиночного луча в приемную часть световода (случай 2)

Рис. 8. Вид торца световода

Пусть

свет падает

в точку **P**, лежащую на границе раздела двух сред, отличающихся своими коэффициентами преломления (Рис. 7). Обозначим через n_1 и n_2 коэффициенты преломления для среды, из которой идет луч, и среды, на границе которой происходит преломление.

Введем следующие обозначения:

$$c = \cos(\alpha) \frac{n_1}{n_2}, \quad g = \sqrt{1 + c^2 - \frac{(n_1)^2}{(n_2)^2}}.$$

Тогда отраженная доля энергии будет задаваться следующей формулой:

$$R(\alpha) := 1 + \frac{\left[\frac{c \cdot (g + c) - \frac{(n_1)^2}{(n_2)^2}}{c \cdot (g - c) + \frac{(n_1)^2}{(n_2)^2}} \right]^2}{0.5 \cdot \left(\frac{g - c}{g + c} \right)^2}$$

Учитывая, что луч попадает из воздуха, среды с единичным коэффициентом преломления [3], можно переписать формулу Френеля в виде:

$$R(\alpha) := 1 + \frac{\left[\frac{c \cdot (g + c) - 1}{(n_2)^2} \right]^2}{0.5 \cdot \left(\frac{g - c}{g + c} \right)^2}$$

По сути, значение интенсивности излучения, умноженное на коэффициент Френеля, и определит, как влияет на интенсивность отраженного излучения, коэффициент преломления среды

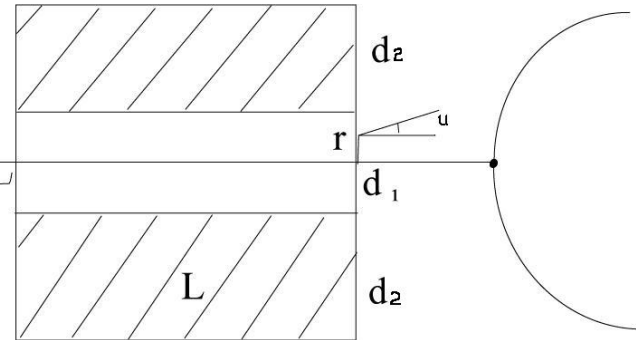


Рис. 9. Световод, источник излучения, глаз

глаза, в который входит степень помутнения хрусталика.

Расчет интенсивности излучения световода и коэффициентов пропускания

Рассмотрим световод с радиусом передающей части d_1 и диаметром волокна световода d . Пусть световод имеет нормальное распределение волокон, тогда излучение каждого из волокон обозначим через I . Суммарное излучение, очевидно, складывается из излучений отдельных волокон, умноженное на число этих волокон (Рис. 8).

Количество волокон в столбце - d_1/d , суммарная площадь, занимаемая ими, - $d_1 \cdot d \cdot d/d = d_1 \cdot d$.

В площади торца световода таких столбцов укладывается $\pi \cdot d_1 \cdot d_1 / d_1 \cdot d = \pi \cdot d_1 / d$ (мы считаем площадь столбца как площадь, состоящую из маленьких квадратов, ограничивающих волокна световода).

Суммарная интенсивность такого торца будет $I_{sum} = I \cdot \pi \cdot d_1 / d$

Интенсивность излучения на торце световода складывается из интенсивностей излучения каждого из волокон, на которую в свою очередь влияют параметры световода и параметры источника излучения (Рис. 9).

Для передающего канала световода, представляющего собой светопроводящий жгут с регулярной укладкой волокон, сила излучения в направлении u на выходе r_i волокна будет иметь:

$$I(u, r_i) = \frac{(d_1)^2 * P_{ic} * h^2 * \tau(u) * \cos(u)}{2(1 - \cos(\alpha_0)) * [(r_i)^2 + h^2]^2}, \quad (7)$$

где u - угол между лучом и главной оптической осью, r_i - расстояние от главной оптической оси до центра i -го волокна световода, откуда выходит этот луч, P_{ic} - сила света источника света в данном направлении, $\tau(u)$ - светопропускание световода, α_0 - угол апертуры световода.

Светопропускание световода определяет долю потери световой энергии в нем и складывается из нескольких составляющих: $\tau = \tau_1 * \tau_2 * \tau_3 * \tau_4 * \tau_5$.

Составляющая τ_1 - геометрическое светопропускание, определяющее потери световода в случае, если угол при вершине конического снопа лучей, падающего на торец световода, $\alpha > \alpha_0$. Угол α - угол излучения светодиода, указанный в его технических характеристиках. В

этом случае: $\tau_1 = \frac{\sin(\alpha_0)^2}{\sin(\alpha)}$.

Составляющая τ_2 характеризует потери, вызванные тем, что при падении света на границу раздела «воздух - световод» часть энергии отражается в первую среду. Эти потери не зависят от длины световода и определяются показателями преломления жилы и апертурой падающего конического снопа лучей. Составляющая потеря τ_2 с учетом отражения от обоих торцов определяется уравнением $\tau_2 = (1 - \rho_\phi)^2$, где ρ_ϕ - коэффициент френелевского отражения от жилы, который в общем случае является функцией угла наклона световых лучей к торцу световода. Однако для углов $\alpha_0 < 30^\circ$ эту величину можно считать постоянной.

Составляющая τ_3 показывает величину потерь светового потока, распространяющегося по световоду за счет поглощения и рассеяния материалом жилы, и с достаточной для практики точностью определяется как:

$$\tau_3 = e^{-\varepsilon L \frac{n_c}{\sqrt{(n_c)^2 - \sin(\alpha)^2}}}$$

где ε - показатель ослабления (поглощения и рассеяния материала световода), L - длина световода, n_c - показатель преломления жилы световода.

Величина τ_4 характеризует потери из-за многократных внутренних отражений луча на границе «жила - оболочка»:

$$\tau_4 = (\rho_b)^{1.18} \frac{L * \sin(\alpha)}{D_c * \sqrt{(n_c)^2 - \sin(\alpha)^2}},$$

где ρ_b - коэффициент единичного внутреннего отражения, D_c - диаметр жилы световода.

И, наконец, τ_5 - коэффициент заполнения входного торца световода жилами - определяет, какая часть потока, упавшего на входной торец световода, попадает на торцы жил.

При теоретическом анализе использовались серийно выпускаемые световоды, состоящие из цилиндрических единичных световодов, со следующими параметрами:

$\varepsilon = 0.4/\text{м}$; $\rho_b = 0.999$; $\rho_\phi = 0.06$; $L = 0.25\text{м}$; $\alpha_0 = 30^\circ$; $D_c = 0.22\text{мм}$.

Если говорить о конфигурации световода, то он состоит из множества волокон (~600) диаметром 22 - 100 мкм (в зависимости от конструктива), имеющих некоторый угол апертуры (обычно 30 или 41) и обладающих некой диаграммой направленности. По сравнению со зрачком глаза (~4 мм), размер волокна световода настолько мал, что его можно представить точечным источником излучения с известной диаграммой направленности. Поэтому интенсивность излучения световода можно рассматривать как совокупность излучений его волокон, представляя каждое из них точечным источником.

Расчет зависимости интенсивности излучения от расстояния до глаза

При расчете были заданы следующие условия:
 - мощность излучения светодиода $P_{sv} = 40\text{мВт}$,
 угол излучения светодиода 10° (по этим данным мы определим силу излучения I);
 - радиус передающей части $d_1 = 2\text{мм}$, радиус приемной части $d_2 = 6\text{мм}$;
 - расстояние от светодиода до торца световода $h = 10\text{мм}$.

Алгоритм расчета может быть следующим:

- 1) определяется синус отраженного угла α ;
- 2) рассматриваются три случая возможного направления отраженного луча и с помощью (1), (2), (4), находится множество значений углов u и длин r_i , для которых выполняются выражения (5) и (6);

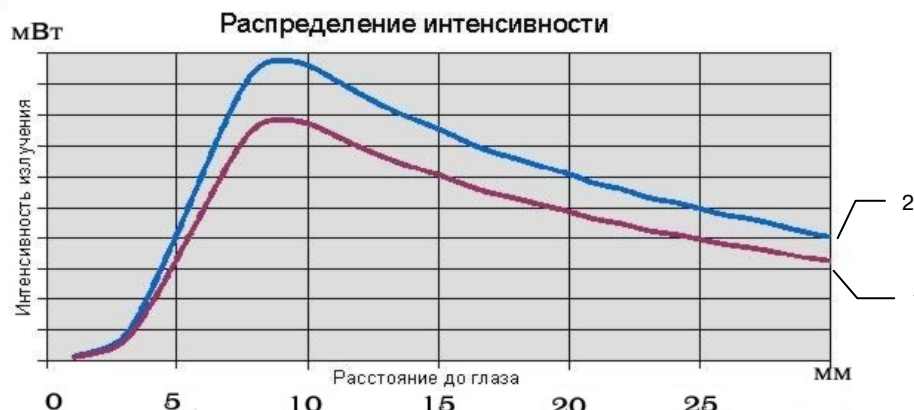


Рис. 10. Зависимость интенсивности излучения от расстояния до глаза

3) для каждого из этих лучей считаем интенсивность на основе (7) и светопропускание световода;

4) путем проинтегрирования сначала по углу \mathbf{u} в пределах от 0° до угла апертуры световода, а потом по \mathbf{r}_i – от \mathbf{d}_1 до \mathbf{d}_2 определяется зависимость интенсивности излучения от расстояния до глаза $\mathbf{I}(\mathbf{s})$;

5) находится первая производная данной функции. Приравняв ее к 0, получим искомое решение. Так как получение обоснованного решения на основе п.1-5 численными методами слишком громоздко, была составлена программа на языке C, в основу функционирования которой были заложены полученные выше формулы. Дискретно задавая шаг для угла (0.5°) и для расстояния до глаза (1мм) получима зависимость $\mathbf{I}(\mathbf{s})$, представленную на Рис. 10.

Выводы

Из полученной зависимости, представленной на Рис. 10, видно, что максимум излучения достигается при расстоянии ~ 8 мм от передней поверхности глаза. На ней кривая 1 представля-

ет зависимость принятой интенсивности отраженного ИК излучения от расстояния до глаза для здорового глаза (средний коэффициент преломления равен 1.4), а кривая 2 – для глаза с начальной стадией катаракты (средний коэффициент преломления равен 1.45). Легко заметить, что наибольшего различия значения интенсивности достигают при максимальном своем значении. Очевидно, что критерий перехода через максимум будет являться основным для прекращения измерений и принятия решения о наличии катарактальных изменений.

Литература

1. Гридин В.Н., Аньшаков Г.Г., Зак Е.А. и др. Исследование и разработка волоконно-оптического анализатора для обнаружения ранней катаракты глаза. // Отчет по НИП № 0302.4261203045 Гос. регистрация № 01.0.40 000130
 2. Зак Е.А. Волоконно-оптические преобразователи с внешней модуляцией. – Энергоатомиздат, 1989.
 3. Слюсарев Г.Г. Методы расчета оптических систем. Изд. 2-е Л.: Машиностроение, 1969.
- Аньшаков Г.Г. Системы автоматизированного проектирования электронных устройств // Информационные технологии, "Новые технологии" №4, 2005.

Аньшаков Григорий Геннадьевич. Научный сотрудник Центра информационных технологий в проектировании РАН. Окончил Московскую государственную академию тонкой химической технологии им. М.В. Ломоносова в 1999 году. Автор 14 научных работ. Область научных интересов: математическое моделирование в естественных науках, интеллектуальный анализ данных и распознавание образов, информационные ресурсы и системы, системы математического моделирования для естественных наук, вычислительные и сетевые ресурсы, специализированные системы обработки и анализа изображений и сигналов, системы визуализации и виртуального окружения, обработка и анализ изображений и сигналов.