

## Обработка и распознавание изображений промышленных деталей \*

В. З. Рахманкулов, А. А. Ахрем, В. В. Герасимов,  
В. В. Лебедев

В статье рассматриваются алгоритмы и программы, основанные на эффективных методах фильтрации, оконтуривания, вычисления признаков и распознавания объектов типа 2-мерных замкнутых контуров произвольной формы с внутренними контурами. Приведены результаты разработки программно-алгоритмического обеспечения для распознавания объектов, которые можно представить в виде многоугольника, содержащего внутренние контуры. Для решения этой задачи использован реляционный метод максимальной клики. Приведены примеры реализации метода.

### Введение

При создании интеллектуальных роботов актуальной является задача разработки алгоритмов и программ зрительного очувствления, основанных на эффективных методах обработки и распознавания деталей.

Обработка изображения имеет две стадии: предварительная и основная.

*Предварительная обработка* может заключаться в фильтрации и выделении контура изображения [1, 2].

Для качественной фильтрации изображений большую роль играют условия съёмки и выбранный способ фильтрации. Перед фильтрацией необходимо перевести цветное изображение в полутоновое. Широкое распространение в системах технического зрения роботов получили усредняющие и медианные фильтры с различными апертурами. Эти фильтры могут использоваться как однократно, так и многократно в различных комбинациях. Представляет интерес анализ эффективности этих способов фильтрации и выбор наилучшего из них. Однако в ряде случаев использование этих способов не дает нужных результатов.

---

\* Работа выполнена при поддержке комплексной программы Президиума РАН «Математическое моделирование и интеллектуальные системы» (проект № 2.44).

Многие века существовала проблема единообразного и достаточно простого представления сложных функций. Эта проблема получила новую значимость в связи с появлением и бурным развитием связи, радиотехники и средств телекоммуникаций. Долгое время решением этой проблемы было использование аппарата представления произвольных функций и сигналов в виде рядов Фурье. Однако в последние годы стало очевидно, что применение рядов Фурье для функций с локальными особенностями, в частности для импульсных и цифровых сигналов, оказалось малоэффективным. Связано это было с тем, что базисная функция рядов Фурье — синусоида являлась по природе гладкой и строго периодической функцией, определенной на бесконечности. И на практике (в условиях ограничения членов ряда или спектра разложения) такая функция принципиально была не способна описывать произвольные сигналы и функции. По этой причине возникла необходимость в функциях совсем другой природы, которые возможно было использовать для обработки зашумленных сигналов и изображений. Поэтому в начале 90-х гг. прошлого века (хотя первый простейший тип вейвлета был описан Хааром еще в 1909 г.) появился совершенно новый вид функций, гораздо более приспособленный для решения вышеуказанных задач. Имя этим функциям — *вейвлеты* (от английского слова *wavelets* — волна). В последующие годы теория вейвлетов бурно развивалась. Появлялось множество их разновидностей и типов, применимых для решения конкретных практических задач. Таких как, например, обработка и распознавание изображений, а именно сжатие файлов с изображениями, удаление шума (фильтрация), декомпозиция, реставрация и идентификация изображений. Причем набор вейвлетов, в их временном или в частотном представлении, может приближать сложный сигнал (изображение), как и идеально точно, так и некоторой погрешностью. Таким образом, вейвлеты — это новый математический и практический аппарат представления и обработки произвольных функций, сигналов и изображений. Перспективным является исследование возможностей вейвлет-фильтров для обработки изображений промышленных деталей [3].

В принятой авторами постановке при распознавании используются признаки контуров изображений. Для качественного распознавания контуры должны быть яркими, что имеет место при бинарном изображении, тонкими и без разрывов. Для получения контура после фильтрации изображения необходимо повысить его контрастность (перепады яркости).

Существуют различные способы повышения контрастности, например, использование операторов Собеля и Робертса [1]. Представляет интерес проанализировать результаты использования этих методов. Для перевода изображения из полутонового в бинарное можно использовать пороговый детектор. Важным является выбор величины порога (при большой величине порога может произойти разрыв контура, а при малой — появляются неинформативные пиксели). Для уменьшения толщины контура можно уменьшить размер изображения.

*Основная обработка* предназначена для получения классификационных признаков объекта, которые используются при его распознавании [1]. При распознавании изображений многоугольников с внутренними контурами в качестве признаков можно использовать углы внешних контуров и внутренние контуры; необходимо также знать расстояние от внутренних контуров до ближайших к ним углов.

В связи с универсальностью и эффективностью в условиях сильной зашумленности изображений объектов для распознавания был выбран *реляционный метод максимальной клики* [4]. В ходе проведенных исследований авторами разработана модификация этого метода [5–8], предназначенная для распознавания многоугольных и многогранных изображений. На базе разработанных алгоритмов создан программный комплекс обработки и распознавания изображений 3D.IMAGER.PRO.2.0. Он представляет собой приложение, написанное на языке C++ с использованием интегрированной среды разработки приложений BORLAND C++ BUILDER 5.0 и предназначенное для функционирования в совместимых с IBM PC компьютерах под управлением операционных систем WINDOWS 98, 2000, XP [8].

В предыдущих работах авторов [5–8] были подробно описаны алгоритмы и программы, предназначенные для распознавания сильно зашумленных многоугольных и многогранных объектов с помощью модифицированного реляционного метода поиска максимальной клики графа соответствия изображений эталона и образа. Представлены программно-алгоритмические средства обработки изображений геометрических объектов на этапах фильтрации, оконтуривания и получения характерных признаков изображений этих объектов. Программный комплекс использован для создания виртуальной модели технического зрения с визуальным очувствлением от цифровой видеокамеры для адаптивного робота и для создания виртуальной модели трехмерной рабочей сцены, включающей платформу для сборки деталей типа тел вращения. Программный ком-

плекс позволяет распознавать детали, определять координаты и параметры посадочных мест платформы и формировать обратную связь для управления. Комплекс рассчитан на работу, как в режиме компьютерного моделирования, так и в режиме совместного с адаптивным роботом функционирования.

В настоящей статье будут представлены следующие результаты работы:

- выбор оптимальных условий съёмки;
- выбор наилучших, из числа хорошо зарекомендовавших себя в робототехнике, способов предварительной обработки изображений;
- перспективы использования вейвлет-фильтров для обработки изображений промышленных деталей;
- распознавание объектов, представленных в форме замкнутых 2-мерных контуров произвольной формы;
- распознавание 2-мерных объектов, содержащих внешний многоугольный и внутренние контуры, классическим методом максимальной клики;
- распознавание промышленных деталей, типа тел вращения.

## **Фильтрация изображений**

### ***Рекомендации по условиям съёмки***

Для получения изображений деталей использовалась цифровая видеокамера Sony (разрешение:  $640 \times 480$ ,  $300 \times 200$ ; поле зрения: 50 градусов). При фильтрации изображений деталей, расположенных на платформе робототехнического комплекса, желательно:

- 1) выбирать тёмный фон для светлых деталей и наоборот;
- 2) чтобы оптическая ось камеры была перпендикулярна плоскости платформы и была направлена на центр детали (это позволит избежать теней от граней деталей);
- 3) использовать источник рассеянного излучения (много обычных ламп) или экран белого цвета, который создает рассеянный поток отраженного излучения; экран располагается таким образом, чтобы отраженный свет падал на теневую сторону детали; рассеянное излучение необходимо для деталей с высокой отражающей способностью, напри-

мер, изготовленных из алюминия (это позволяет избегать световых бликов на изображении поверхности детали);

- использовать непрозрачный экран, который размещается между источником освещения и объектом.

Выполнение этих рекомендаций позволяет избежать появления ложных контуров и их разрывов. Условие 2 невыполнимо при съемке всей платформы.

### ***Выбор наилучшего способа фильтрации***

В ПК реализованы следующие фильтры:

- фильтры № 1 и № 2 — усредняющие 4-связные с окнами в форме креста и соответственно без учета и с учётом центрального пикселя;
- фильтры № 3 и № 4 — усредняющие 8-связные с квадратными окнами и соответственно с учётом и без учета центрального пикселя;
- фильтр № 5 — усредняющий 8-связный с квадратным окном, с порогом фильтрации и без учета центрального пикселя;
- фильтры № 6 и № 7 — медианные 8-связные с учетом центрального пикселя и соответственно с квадратным окном и с окном в форме креста;
- фильтр № 8 — медианный 4-связный с окном в форме креста и с учетом центрального пикселя.

Эти фильтры могут применяться как однократно, так и многократно в различных комбинациях.

Перед применением этих фильтров необходимо перевести исходное полноцветное изображение в полутоновое. В цветном изображении каждый пиксель характеризуется тремя байтами. Первый байт задает яркость  $N_k$  красного цвета, второй байт задает яркость  $N_c$  синего цвета, третий байт задает яркость  $N_z$  зеленого цвета. В полутоновом изображении пиксель характеризуется одним байтом, который задает его яркость  $N$ . Яркость  $N$  определяется по формуле

$$N = (N_k + N_c + N_z) / 3.$$

### ***Вейвлет-фильтрация***

Вейвлет-анализ является новейшим направлением в области теории и практики обработки функций и сигналов.

Вейвлеты способны эффективно представлять локальные особенности функций и сигналов, обеспечивать их высокую степень компрессии и вести их эффективную обработку. Существуют пакеты по вейвлетам Wavelet Toolbox, Wavelet Extension Pack, Wavelet Explorer, являющиеся расширениями систем компьютерной математики (СКМ) соответственно MATLAB 6.0/6.1, Mathcad 2001 и Mathematica 4.

Вейвлеты — новые математические объекты и понятия. В последние годы стало очевидно, что традиционный аппарат представления произвольных функций в виде рядов Фурье является малоэффективным для функций с локальными особенностями, например, для зашумленных изображений. Это связано с тем, что базисная функция рядов Фурье — синусоида является гладкой и периодической функцией.

Вейвлеты позволили решить задачу представления функций с локальными особенностями. Вейвлеты — функции, имеющие вид коротких волновых пакетов с нулевым интегральным значением, локализованные по оси независимой переменной ( $t$  или  $x$ ) и способные к сдвигу по ней и масштабированию (сжатию или растяжению). Вейвлеты создаются с помощью специальных базовых функций — прототипов, задающих их вид и свойства.

Вейвлеты — новый математический и практический аппарат представления и обработки произвольных функций, сигналов и изображений. По своей значимости роль вейвлетов можно сравнить с ролью рядов Фурье. Но вейвлеты имеют преимущества перед рядами Фурье. Вейвлеты представлены большим числом базовых функций, а базисная функция рядов Фурье — синусоида. Это разнообразие вейвлетов резко расширяет круг решаемых с их помощью задач и делает решение этих задач творческим.

В области обработки и распознавания изображений вейвлеты позволяют осуществлять сжатие файлов с изображениями, удаление шума, деконпозицию, реставрацию и идентификацию изображений. Вейвлеты и основанные на них интегральные вейвлет-преобразования были предложены в начале 90-х гг. прошлого столетия. Теория вейвлетов в последующие годы интенсивно развивается. В настоящей работе мы будем использовать следующие понятия и обозначения [9–11]:

а)  $L_2(\mathbb{R})$  — гильбертово пространство измеримых функций  $f(x)$ , определенных на вещественной оси  $\mathbb{R} \equiv (-\infty, +\infty)$  и удовлетворяющих равенству

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx < \infty ;$$

б)  $\langle f, g \rangle$  — скалярное произведение в гильбертовом пространстве функций  $L_2(\mathbb{R})$ , задаваемое формулой

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \bar{g}(x) dx,$$

где  $\bar{g}(x)$  — функция, комплексно сопряженная функции  $g(x)$ ;

в)  $\|f\| \equiv \langle f, f \rangle^{1/2}$  — норма элемента  $f(x)$  гильбертова пространства  $L_2(\mathbb{R})$ ;

г) для любой функции  $\varphi(x) \in L_2(\mathbb{R})$  положим

$$\varphi_{j,k}(x) \equiv 2^{j/2} \varphi(2^j x - k), \quad j, k \in Z,$$

где  $Z$  — множество целых чисел  $Z \equiv \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$  (отметим, что так как

$$\|f(2^j(-k))\| = \left( \int_{-\infty}^{+\infty} |2^j x - k|^2 dx \right)^{1/2} = 2^{-j/2} \|f\|,$$

то для любой функции  $\varphi \in L_2(\mathbb{R})$ , имеющей единичную норму

$$\|\varphi_{j,k}\| = \|\varphi\| = 1, \quad j, k \in Z;$$

д)  $\delta_{j,k} \equiv \{1, \text{ если } j = k; 0, \text{ если } j \neq k\}$  — символ Кронекера, определенный в  $Z \times Z$ .

Следуя [3; 12–14] введем

### Определение 1

Функция  $\varphi \in L_2(\mathbb{R})$  называется ортогональным вейвлетом, если семейство  $\{\varphi_{j,k}\}, \varphi_{j,k}(x) \equiv 2^{j/2} \varphi(2^j x - k)$ , является ортонормированным базисом гильбертова пространства  $L_2(\mathbb{R})$ ; это означает, что

$$\langle \varphi_{j,k}, \varphi_{l,m} \rangle \equiv \delta_{j,l} \delta_{k,m}, \quad k, l, m \in Z$$

и любая  $f \in L_2(\mathbb{R})$  может быть представлена как

$$f(x) = \sum_{j,k=-\infty}^{+\infty} c_{j,k} \varphi_{j,k}(x), \quad (1)$$

где ряд (1) сходится в пространстве  $L_2(\mathbb{R})$ , а именно

$$\lim_{M_1, N_1, M_2, N_2 \rightarrow +\infty} \left\| f - \sum_{j=-M_2}^{N_2} \sum_{k=-M_1}^{N_1} c_{j,k} \varphi_{j,k} \right\| = 0.$$

В качестве примера рассмотрим процедуру построения вейвлета Хаара, который определяется на основе функции прямоугольной волны

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0, 1), \\ 0 & \text{для других значений } x. \end{cases}$$

Следуя [3, 15], процедуру построения вейвлета Хаара проведем в несколько этапов. Сначала определим возрастающую последовательность подпространств  $L_2(\mathbb{R})$ , в пределе дающую все пространство  $L_2(\mathbb{R})$ . На основе этой последовательности будут естественным образом введены пространства вейвлетов и сами вейвлеты Хаара.

**I.** Рассмотрим следующую систему функций  $\{\varphi_{0,n}(x)\}$ :

$$\varphi_{0,n}(x) = \varphi(x - n), \quad n \in \mathbb{Z},$$

где  $\mathbb{Z}$  — множество целых чисел.

Обозначая через  $V_0$  пространство в  $L_2(\mathbb{R})$ , порожденное линейными комбинациями таких сдвигов (другими словами,  $V_0$  — замыкание линейной оболочки системы  $\{\varphi_{0,n}(x), n \in \mathbb{Z}\}$ ). Легко видеть, что система  $\{\varphi_{0,n}(x)\}$  образует ортонормированный базис пространства  $V_0$ .

Рассмотрим теперь масштабированные сдвиги  $\varphi(2x - n)$ . Имеем

$$\varphi(2x - n) = \varphi\left(2\left(x - \frac{n}{2}\right)\right).$$

Для носителя  $\text{supp}(\varphi(2x - n))$  находим

$$\text{supp}(\varphi(2x - n)) = \left[ \frac{n}{2}, \frac{n+1}{2} \right].$$

Поэтому  $\|\varphi\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi^2(2x - n) dx = \frac{1}{2}$ . Рассмотрим систему функций  $\{\varphi_{1,n}(x)\}$

$$\varphi_{1,n}(x) = \sqrt{2}\varphi(2x - n), \quad n \in Z.$$

Пусть  $V_1$  — пространство, порожденное этими функциями. Для пространств  $V_0, V_1$  справедливо следующее предложение [3, 15].

### Утверждение 1

1. Система  $\{\varphi_{1,n}(x)\}$  образует ортонормированный базис пространства  $V_1$ .
2. Для пространств  $V_0, V_1$  выполнено следующее включение  $V_0 \subset V_1$ .

Рассмотрим теперь для любого натурального  $j$  систему функций

$$\varphi_{j,n}(x) = \sqrt{2^j} \varphi(2^j x - n).$$

Отметим, что система функций  $\{\varphi_{j,n}(x)\}$  обладает следующими свойствами [3, 15]

- a) Система  $\{\varphi_{j,n}(x)\}$  ортонормированна.
- b)  $\text{supp}(\varphi_{j,n}) = \left[ \frac{n}{2^j}, \frac{n+1}{2^j} \right]$ .
- c) Все функции системы получаются из  $\sqrt{2^j} : \varphi(2^j x)$  сдвигали на  $n2^{-j}$  по оси  $OX$ .

Обозначим через  $V_j$  — пространство, порожденное системой функций  $\{\varphi_{j,n}(x)\}$ . Справедливо следующее предложение [3, 15].

**Утверждение 2**

Для пространств  $V_0, \dots, V_j$  имеет место цепочка включений

$$V_0 \subset V_1 \subset \dots \subset V_j.$$

Продолжая этот процесс до бесконечности, мы получим бесконечную систему вложенных подпространств  $V_j \subset L_2(\mathbb{R})$ , то

$$\overline{\bigcup_{j=0}^{\infty} V_j} = L_2(\mathbb{R}),$$

где чертой сверху обозначено замыкание множества  $\bigcup_{j=0}^{\infty} V_j$ ).

Аналогичным образом могут быть введены пространства  $V_j$  с отрицательным индексом  $j$ . В этом случае мы получаем систему вложенных пространств  $V_j$ , бесконечную в обе стороны:

$$\dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \dots \subset V_j \subset \dots$$

Для этой системы пространств выполнено [3, 15]:

$$\prod_{j=-\infty}^{+\infty} V_j = 0; \quad \overline{\bigcup_{j=-\infty}^{+\infty} V_j} = L_2(\mathbb{R}).$$

**II.** Для каждого целого числа  $j \in \mathbb{Z}$  рассмотрим оператор  $P_j$  ортогонального проектирования пространства  $L_2(\mathbb{R})$  на подпространство  $V_j$ :

$$P_j: L_2(\mathbb{R}) \rightarrow V_j,$$

$$P_j(f) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} (f, \varphi_{j,n}) \varphi_{j,n}, \quad f \in L_2(\mathbb{R}).$$

Отметим, что в любой точке  $x \in \mathbb{R}$  последняя сумма состоит из одного ненулевого слагаемого, поскольку промежутки, на которых функции  $\varphi_{j,n}(x)$  отличны от нуля, при различных  $n$  не пересекаются. Операторы проектирования  $P_j$  обладает следующими важными свойствами [3, 15].

- 1) для любого  $j \in Z$  оператор  $P_j: L_2(\mathbb{R}) \rightarrow V_j$  линеен и непрерывен;
- 2) для любого целого  $j: P_j P_{j+1} = P_j$ .

Рассмотрим подробнее действие операторов проектирования. Для любой функции  $f \in L_2(\mathbb{R})$  имеем:

$$\begin{aligned} (f, \varphi_{0,n}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\varphi(x-n)dx = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)\varphi(y-n)dy = \int_0^1 f(y+n)dy = \int_n^{n+1} f(x)dy = f_{0n}, \end{aligned}$$

где  $f_{0n}$  – среднее значение функции  $f(x)$  на промежутке  $[n, n+1)$ .

Принимая во внимание, что

- a)  $P_0(f) = \sum_{n \in Z} (f, \varphi_{0,n}) \varphi_{0,n}(x) = \sum_{n \in Z} f_{0n} \varphi_{0,n}(x)$ .
- b) Функция  $\varphi_{0,n}(x)$  является кусочно-постоянной функцией, принимающей среднее значение  $f_{0n}$  на каждом промежутке  $[n, n+1)$ .

Для  $P_1(f)$  мы имеем

$$P_1(f) = \sum_{n \in Z} (f, \varphi_{1,n}) \varphi_{1,n}(x) = \sum_{n \in Z} \frac{1}{\sqrt{2}} f_{1n} \sqrt{2} \varphi(2x-n) = \sum_{n \in Z} f_{1n} \varphi(2x-n).$$

Другими словами,  $P_1(f)$  есть ступенчатая функция, принимающая среднее значение  $f_{1n}$  на каждом промежутке  $\left[\frac{n}{2}, \frac{n+1}{2}\right)$ .

Если функция  $f(x)$  достаточно хорошая, например, равномерно непрерывная, то ее проекции  $P_j(f)$  будут равномерно приближаться к  $f(x)$ .

Так как:

- a) равномерно непрерывные функции плотны в  $L_2(\mathbb{R})$ ;
- b) операторы проектирования  $P_j: L_2(\mathbb{R}) \rightarrow V_j$  непрерывны; то для любого  $f \in L_2(\mathbb{R})$  выполнено:

$$P_j(f) \xrightarrow{L_2} f \quad \text{при } j \rightarrow \infty,$$

что еще раз подтверждает соотношение

$$\overline{\bigcup_{j=-\infty}^{+\infty} V_j} = L_2(\mathbb{R}).$$

**III.** Построенные в предыдущем разделе проекции  $P_j(f)$  являются приближениями функции  $f(x) \in L_2(\mathbb{R})$ , все более точными при увеличении индекса  $j$ . Сравним между собой два последовательных приближения  $P_j(f), P_{j+1}(f)$ . С этой целью рассмотрим их разность  $P_{j+1}(f) - P_j(f)$ . Эта разность лежит в подпространстве  $V_{j+1}$  и ортогональна подпространству  $V_j \subset V_{j+1}$ , т. е. она принадлежит ортогональному дополнению  $W_j$  к  $V_j$ , другими словами справедливо следующее разложение

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j.$$

Данному разложению можно придать следующий смысл. Более точное приближение  $P_{j+1}(f)$  функции  $f(x) \in L_2(\mathbb{R})$  в пространстве  $V_{j+1}$  получается как прямая сумма приближения  $P_j(f) \in V_j$  и дополнительного слагаемого  $P'_j(f)$ , отражающего уточнения при переходе от  $P_j(f)$  к  $P_{j+1}(f)$ :

$$P_{j+1}(f) = P_j(f) \oplus P'_j(f).$$

Рассмотрим теперь основные свойства пространств  $W_j$ . В случае  $j = 0$  мы имеем

$$V_1 = V_0 \oplus W_0.$$

Пусть функция  $\psi$  принадлежит пространству  $W_0$ . Тогда она раскладывается по базису  $\{\phi_{1,n}(x)\}$  пространства  $V_1$ :

$$\psi = \sum_n c_n \phi_{1,n}.$$

Положим в (1)  $c_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $c_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $c_k = 0$ ,  $k \geq 2$ . В этом случае для  $\phi(x)$  имеем

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi_{1,0}(x) - \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi_{1,1}(x) = \varphi(2x) - \varphi(2x-1).$$

$$\psi(x) = \begin{cases} 1, & x \in \left[0, \frac{1}{2}\right), \\ -1, & x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right), \\ 0, & x \notin [0, 1). \end{cases}$$

Функция  $\psi(x)$  называется вейвлетом Хаара. Для вейвлета Хаара имеет место следующее важное утверждение [3, 15].

**Утверждение 3**

Функции  $\psi_{j,n}(x) = \sqrt{2^j} \psi(2^j x - n)$  образуют при любом  $j \in \mathbb{Z}$  ортонормированный базис пространства  $W_j$ . Функции  $\psi_{j,n}(x)$  называется базисными вейвлетами Хаара. Функция  $\varphi(x)$  называется масштабирующей функцией Хаара. В соответствии с разложением

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j$$

Оператор проектирования  $P_{j+1}: L_2(\mathbb{R}) \rightarrow V_{j+1}$  раскладывается в сумму

$$P_{j+1}(f) = P_j(f) \oplus P'_j(f).$$

Первое слагаемое этого разложения есть более грубое приближение в пространстве  $V_j$ , а второе слагаемое отражает детали, которые  $P_j(f)$  отличается от  $P_{j+1}(f)$ . Процедуру разложения  $V_{j+1} = V_j \oplus W_j$  можно применить и к пространству  $V_j$ . Тогда имеем:

$$V_j = V_{j-1} \oplus W_{j-1};$$

$$V_{j+1} = V_{j-1} \oplus W_{j-1} \oplus W_j.$$

Продолжая до бесконечности, получаем разложение  $V_{j+1}$  на ортогональные пространства вейвлетов:

$$\overline{V_{j+1}} = \bigcup_{j=-\infty}^{+\infty} W_j.$$

Поскольку  $\bigcup_{j=-\infty}^{+\infty} V_j = L_2(\mathbb{R})$ , то при  $j \rightarrow +\infty$  получаем разложение всего пространства  $L_2(\mathbb{R})$  в ортогональную сумму подпространств вейвлетов:

$$L_2(\mathbb{R}) = \bigcup_{j=-\infty}^{+\infty} W_j.$$

В каждом подпространстве  $W_j$  ортонормированный базис образует система  $\{\varphi_{j,n}(x)\}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , поэтому вся система функций

$$\{\varphi_{j,n}(x)\}, \quad \psi_{j,n}(x) = \sqrt{2^j} \psi(2^j x - n), \quad j \in \mathbb{Z}$$

образует базис Хаара пространства  $L_2(\mathbb{R})$ .

Отметим, что на самом деле построено нечто большее, чем просто ортонормированный базис пространства  $L_2(\mathbb{R})$ . Была получена система подпространств

$$\dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \dots,$$

проекции на которые дают приближения элементов  $f(x) \in L_2(\mathbb{R})$ . Эта система обладает свойствами:

$$\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j = L_2(\mathbb{R}); \quad \bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\}.$$

Пространства  $V_j$  являются масштабированными версиями пространства  $V_0$ ,

$$f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(2x) \in V_{j+1}.$$

Существует функция  $\varphi(x)$  такая, что для каждого  $j \in Z$  имеет место разложение

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j,$$

где дополнительное пространство вейвлетов  $W_j$  имеет ортонормированный базис  $\psi_{j,n}(x) = \sqrt{2^j} \psi(2^j x - n)$ , порожденный одной функцией  $\psi(x)$ .

Оказывается, что такая конструкция является достаточно общей. Существуют и другие функции, которые также порождают аналогичные разложения пространства  $L_2(\mathbb{R})$ .

**IV.** В настоящем разделе мы рассмотрим вопрос о том, какие функции  $\varphi(x)$  порождают, подобно функциям Хаара, возрастающую последовательность подпространств

$$\dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \dots$$

Для этого нам понадобится следующее

### Определение 2

Функция  $\varphi(x) \in L_2(\mathbb{R})$  называется масштабирующей, если она может быть представлена в виде

$$\varphi(x) = \sqrt{2} \sum_{n \in Z} h_n \varphi(2^j x - n), \quad (2)$$

где числа  $h_n, n \in Z$  удовлетворяют условию

$$\sum_{n \in Z} |h_n|^2 < +\infty.$$

Равенство (2) называется масштабирующим уравнением. Набор  $\{h_n\}, n \in Z$  называется масштабирующим фильтром. Отметим, что функция Хаара, рассмотренная нами ранее в разделе I, удовлетворяет определению 2, т. е. является масштабирующей функцией. Приведем теперь ряд примеров масштабирующих функций, отличных от функций Хаара.

### Пример 1

Функция «мексиканская шляпа»

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & x \in [-1, 1], \\ 0 & \text{при остальных } x. \end{cases}$$

Эта функция имеет компактный носитель:

$$\text{supp } \varphi(x) \equiv \{x \in \mathbb{R}, |x| \leq 1\}.$$

Она удовлетворяет масштабирующему уравнению

$$\varphi(x) = \frac{1}{2}\varphi(2x+1) + \varphi(2x) + \frac{1}{2}\varphi(2x-1).$$

Фильтр состоит из трех ненулевых чисел:

$$h_{-1} = \frac{1}{2\sqrt{2}}; \quad h_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad h_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

### Пример 2

$$\psi_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x+1)^2, & x \in [-1, 0]; \\ \frac{3}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2, & x \in [0, 1]; \\ \frac{1}{2}(x-2)^2, & x \in [1, 2]; \\ 0, & x \notin [-1, 2]. \end{cases}$$

Масштабирующее соотношение в этом случае имеет следующий вид:

$$\varphi_1(x) = \frac{1}{4}\varphi_1(2x+1) + \frac{3}{4}\varphi_2(2x) + \frac{3}{4}\varphi_2(2x-1) + \frac{1}{4}\varphi_2(2x-2).$$

Масштабирующий фильтр состоит из четырех чисел:

$$\begin{aligned} h'_{-1} &= \frac{1}{4}; & h'_0 &= \frac{3}{4}; \\ h'_1 &= \frac{3}{4}; & h'_2 &= \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Отметим, что если масштабирующая функция имеет компактный носитель, лежащий на промежутке длиной  $N$ , то сумма в равенстве (2) является конечной, состоящей не более чем из  $N + 1$  слагаемого (см. примеры 1, 2).

### Пример 3

Масштабирующая функция  $\varphi_2(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ . Коэффициенты разложения  $\varphi_2(x) = \sqrt{2} \sum_n h''_n \varphi_2(2x - n)$  имеют следующий вид [3]:

а)  $h''_0 = \frac{1}{\sqrt{2}};$

б)  $h''_n = (-1)^{\frac{(n-1)}{2}} 2\sqrt{2}(\pi n)^{-1}$ , когда  $n$  — нечетное число;

в)  $h''_n = 0$ , для остальных  $n$ .

V. Напомним, что функция  $\eta \in L_2(\mathbb{R})$  называется ортогональным вейвлетом, если семейство  $\{\eta_{j,k}\}$ :  $\eta_{j,k}(x) \equiv 2^{\frac{j}{2}} \eta(2^j x - k)$ , является ортонормированным базисом гильбертова пространства  $L_2(\mathbb{R})$ . Это означает, что

$$(\eta_{j,k}, \eta_{l,m}) \equiv \sigma_{j,l} \sigma_{k,m}, \quad j, k, l, m \in \mathbb{Z},$$

где  $\sigma_{j,l}(\sigma_{k,m})$  — символ Кронекера, и любая функция  $f(x) \in L_2(\mathbb{R})$  может быть представлена как

$$f(x) = \sum_{j,k=-\infty}^{+\infty} c_{j,k} \eta_{j,k}(x), \quad (3)$$

$$\lim_{M_1, N_1, M_2, N_2 \rightarrow \infty} \left\| f - \sum_{j=-M_2}^{N_2} \sum_{k=-M_1}^{N_1} c_{j,k} \eta_{j,k} \right\|_{L_2(\mathbb{R})} = 0. \quad (4)$$

Для коэффициентов  $c_{j,k}$  вейвлет ряда функций  $f(x)$  справедлива следующая формула:

$$c_{j,k} = (f, \eta_{j,k}).$$

Определим теперь интегральное преобразование  $W_\eta$  в  $L_2(\mathbb{R})$  формулой

$$W_\eta f(b, a) \equiv |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \overline{\eta\left(\frac{x-b}{a}\right)} dx, \quad (\text{где } f \in L_2(\mathbb{R})). \quad (5)$$

В силу (3)–(5) для вейвлет-коэффициентов  $c_{j,k}$  справедливо следующее соотношение:

$$c_{j,k} = W_\eta f(k2^{-j}, 2^{-j}). \quad (6)$$

Линейное преобразование  $W_\eta$  называется интегральным вейвлет-преобразованием относительно базисного вейвлета  $\eta$ . Соотношение (6) показывает, что  $(j, k)$ -й вейвлет-коэффициент функции  $f \in L_2(\mathbb{R})$  определяется интегральным вейвлет-преобразованием  $f$ , вычисленным в точке двухпараметрического сдвига  $b = k2^{-j}$  с двоичным растяжением  $a = 2^{-j}$ , где тот же ортогональный вейвлет  $\eta$  используется для порождения вейвлет-ряда (3), (4) и для определения интегрального преобразования (5).

Важность интегрального преобразования (5) для вейвлет-анализа функций-сигналов  $f(x) \in L_2(\mathbb{R})$  будет обсуждена в последующих публикациях. Заметим, что две составляющие вейвлет-анализа: вейвлет-ряд (3), (4) и линейное интегральное вейвлет-преобразование (5), тесно связаны друг с другом, как это описывается формулой (6).

Отметим также, что применение вейвлет-анализа для задач фильтрации целесообразно для таких классов изображений, для которых исполь-

зование традиционных медианных и сглаживающих фильтров не дает приемлемых результатов.

## Получение контура изображения

Для качественного распознавания контуры должны быть яркими (что имеет место при бинарном изображении), тонкими и без разрывов. В данной реализации окончательный цвет контуров — белый. Для получения контуров после фильтрации изображения (рис. 1) необходимо повысить его контрастность (перепады яркости). В данном ПК для этого можно использовать операторы Робертса и Собеля [1]. Оператор Собеля давал яркие и расплывчатые границы контуров, а оператор Робертса давал менее яркие, но и менее расплывчатые границы.

Для перевода изображения из полутонового в бинарное использовался пороговый детектор (пиксели, яркость которых больше величины порога, заменяются на белые; пиксели, яркость которых меньше величины порога, заменяются на чёрные). При большой величине порога (рис. 2) может произойти разрыв контура (пропадают информативные пиксели), при малой (рис. 3) — появляются помехи (неинформативные пиксели). При величине порога  $L = 20$  контуры детали теряли целостность. При величине порога  $L = 10$  контуры детали не теряли целостность, были яркими, но утолщенными.

Для уменьшения толщины контура уменьшаем изображение в два раза путём его масштабирования. Разработанный авторами программно-алгоритмический комплекс позволяет производить масштабирование изображением четных или нечётных пикселей.

## Вычисление признаков изображений

Для распознавания модифицированным методом максимальной клики многоугольников необходимо вычисление их углов и сторон [4]. Для распознавания классическим методом максимальной клики объектов, содержащих внутренние контуры (см. рис. 4), необходимо вычислять и другие признаки, например, площадь внутреннего контура и параметры для проверки непротиворечивости соответствий признаков эталона и объекта, например, расстояния между внутренними контурами и между внутренними контурами и углами внешних контуров [1]. К настоящему времени разработано алгоритмическое и программное обеспечение для вычисления этих признаков.

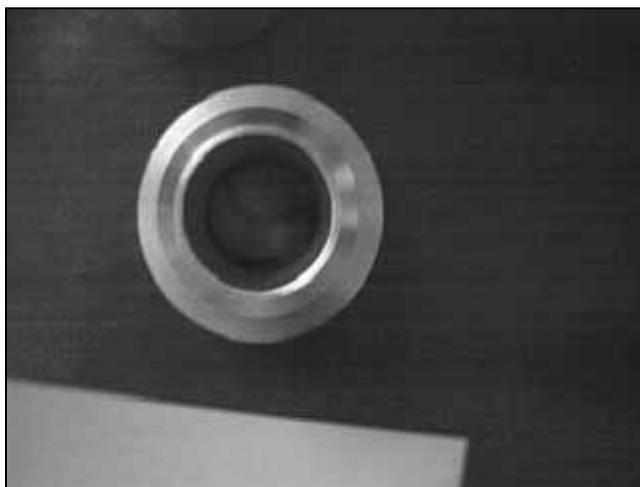


Рис. 1

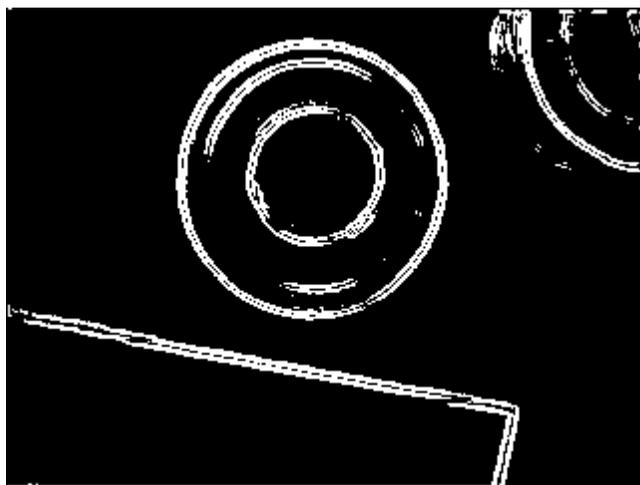


Рис. 2

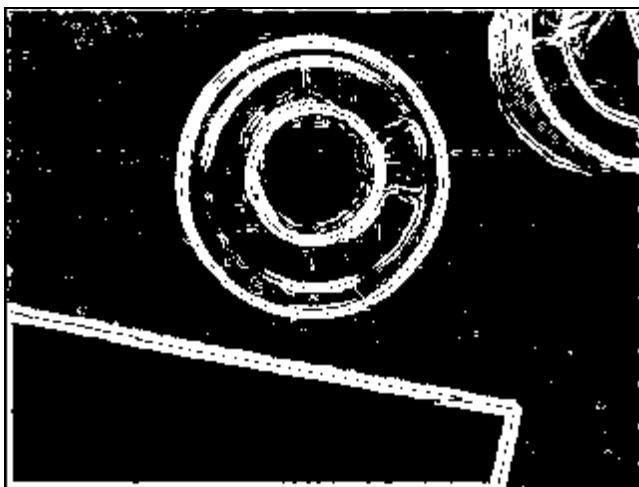


Рис. 3

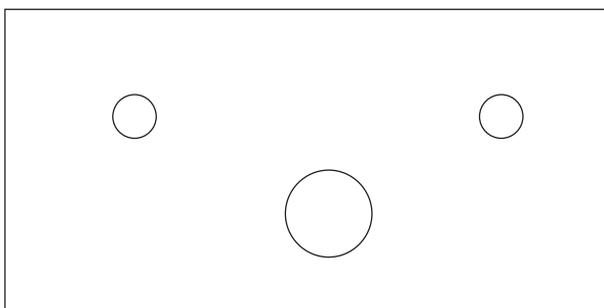


Рис. 4

## Распознавание изображений

### *Распознавание 2-мерных замкнутых контуров произвольной формы*

Замкнутые контуры произвольной формы можно аппроксимировать многоугольниками и использовать для распознавания модифицированный метод максимальной клики. Следует задать величину погрешности аппроксимации  $\epsilon$  и в соответствии с ней выбирать длины сторон.

В качестве эталонов можно использовать две окружности, радиусы которых отличаются. Окружности аппроксимируются вписанными правильными многоугольниками. В качестве объектов распознавания можно использовать эллипсы, также аппроксимированные вписанными многоугольниками. Эллипсы получаются при фотосъемке деталей типа тел вращения, находящихся в посадочных местах поворотной платформы робототехнического комплекса, в случае, если оптическая ось перпендикулярна плоскости платформы, но направлена не в центр детали.

Эксперименты можно провести, задавая различные соотношения большой  $a$  и малой  $b$  осей эллипса. Следует иметь в виду, что малая ось эллипса будет равна диаметру окружности при съёмке с одного расстояния. Таким образом, для распознавания окружностей можно сравнивать её диаметр с величиной большой оси эллипса. Таким образом, можно проверить правильность алгоритма и программы аппроксимации.

### ***Распознавание 2-мерных замкнутых многоугольных контуров, содержащих внутренние контуры***

На рис. 1 приведено контурное изображение эталона одного из таких объектов.

Контурное изображение объекта может из-за помех отличаться от эталона длинами сторон и углами внешнего контура, а также площадями окружностей и их центрами. На изображении объекта может отсутствовать, например, угол, либо угол и один из внутренних контуров. Для распознавания таких объектов можно использовать классический метод максимальной клики, идеология которого основана на использовании локальных классификационных признаков. Использование локальных признаков связано с тем, что объект может быть виден не полностью. В качестве локальных признаков для объекта, представленного на рис. 1, целесообразно использовать окружности и углы [5]. Перечислим теперь этапы распознавания:

- Вычисление численных значений признаков для эталонов и объектов;
- Составление описаний эталонов и объектов; описания содержат векторы признаков.

Вектор признака эталона  $Y_i$  может быть представлен в виде

$$Y_i = (y_{i1}, y_{i2}, y_{i3}, y_{i4}, y_{i5}). \quad (4)$$

Вектор признака объекта  $Z_j$  может быть представлен в виде

$$Z_j = (z_{j1}, z_{j2}, z_{j3}, z_{j4}, z_{j5}). \quad (5)$$

Вектор признаков содержит:

- 1) его тип  $y_{i1}, z_{j1}$ ;
  - 2) численные значения признаков  $y_{i2}, z_{j2}$ ;
  - 3) номер близлежащего (соседнего) признака в описании эталона  $y_{i3}$  и объекта  $z_{j3}$ ;
  - 4) декартовы координаты признаков эталона и объекта  $y_{i4}, y_{i5}, z_{j4}, z_{j5}$ .
- Определение соответствий признаков эталона и объекта:
    - 1) сравнения типов признаков эталона и объекта;
    - 2) для однотипных признаков осуществляется сравнение их численных значений.

В случае, если признаки  $Y_i$  и  $Z_j$  однотипны и слабо отличаются по величине, то имеет место соответствие  $(Y_i, Z_j)$ , которое задает вершину  $(i, j)$  на графе.
  - Далее проверяется непротиворечивость соответствий (назначений):
    - 1) соответствия  $(Y_i, Z_j)$  и  $(Y_l, Z_m)$  противоречивы, если одному признаку эталона соответствуют два признака объекта или одному признаку объекта соответствуют два признака эталона ( $i = l$  или  $j = m$ );
    - 2) соответствия  $(Y_i, Z_j)$  и  $(Y_l, Z_m)$  противоречивы, если признаки  $Y_i, Y_l$  являются соседними, а признаки  $Z_j, Z_m$  не являются соседними и наоборот ( $y_{i3} = l$  и  $z_{j3} \neq m$  или  $y_{l3} \neq l$  и  $z_{j3} = m$ ).
  - Строится матрица смежности дополнительного графа и определяется число независимости максимального, независимого множества вершин дополнительного графа.

Вершины графа соединяются ребрами, если соответствующие им значения непротиворечивы. Полученный граф называется графом соответствия эталона и объекта. Мощность наибольшей максимальной клики графа характеризует степень соответствия объекта эталону. Затем строится граф, дополняющий исходный до полного — дополнительный граф. Число независимости (число вершин)  $\alpha$  максимального, независимого

множества вершин дополнительного графа также характеризует степень соответствия объекта эталону. Исходный и дополнительный графы характеризуются матрицами смежности.

Авторами был использован алгоритм поиска с возвратами, так как в работе [16] показано, что более сложные алгоритмы улучшенного перебора дают существенный выигрыш в случае, если число вершин и ребер графа больше 100, а во многих практически важных случаях это число значительно меньше.

К настоящему времени разработана программа нахождения величины  $\alpha$  по векторам признаков эталона и объекта и проведена серия машинных экспериментов для распознавания двумерных объектов, содержащих внешний многоугольный контур и внутренние контуры в форме окружностей. В качестве признаков можно принять углы и внутренние контуры, которые следует характеризовать их площадью.

#### Пример 4

На рис. 5 и рис. 6 приведены соответственно эталон и распознаваемый объект с пронумерованными признаками.

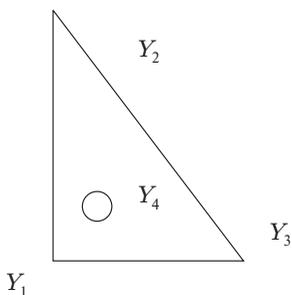


Рис. 5

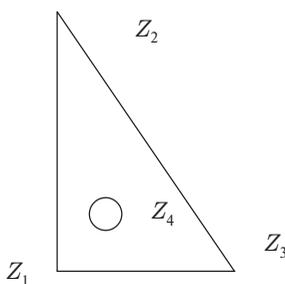


Рис. 6

- Запишем векторы признаков:

$$Y_1 = (0, 90, 4, 0, 0); \quad Y_2 = (0, 30, 4, 0, 2);$$

$$Y_3 = (0, 60, 4, 1, 0); \quad Y_4 = (1, 0.01, 1, 0.2, 0.2);$$

$$Z_1 = (0, 90, 4, 0, 0); \quad Z_2 = (0, 30, 4, 0, 2);$$

$$Z_3 = (0, 60, 4, 1, 0); \quad Z_4 = (1, 0.01, 1, 0.2, 0.2)$$

- Определим соответствия признаков объекта и эталона (назначения)  $Y_1, Z_1; Y_2, Z_2; Y_3, Z_3; Y_4, Z_4$ .

- Проверим непротиворечивость назначений. Все пары назначений непротиворечивы в соответствии с 1-м условием

$$(Y_1, Z_1; Y_2, Z_2), \quad (Y_1, Z_1; Y_3, Z_3), \quad (Y_1, Z_1; Y_4, Z_4),$$

$$(Y_2, Z_2; Y_3, Z_3), \quad (Y_2, Z_2; Y_4, Z_4),$$

$$(Y_3, Z_3; Y_4, Z_4).$$

- Проверим непротиворечивость назначений в соответствии со 2-м условием (окончательная проверка). Все перечисленные выше пары назначений непротиворечивы.

На рис. 7 приведен граф соответствия эталона и объекта.

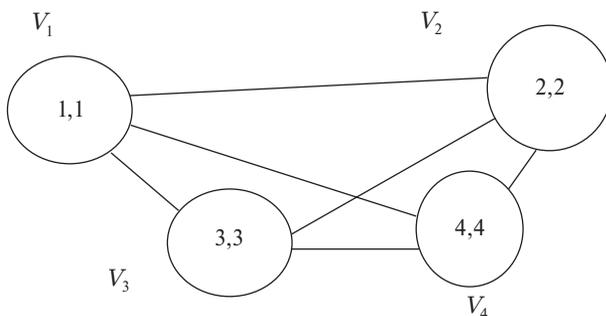


Рис. 7

Приведенный на рис. 7 граф является полным и совпадает с наибольшей максимальной кликой с мощностью  $M = 4$ .

На рис. 8 приведен соответствующий исходному дополнительный граф.

Граф, приведенный на рис. 8 совпадает с максимальным, независимым множеством вершин. Число независимости этого графа  $\alpha = 4$ . Рассмотренный пример соответствует полному совпадению эталона и объекта. Такой же результат ( $\alpha = 4$ ) будет, если численные значения признаков объекта и эталона будут близки и для всех признаков объек-

та близлежащими будут такие же признаки, что и для признаков эталона.

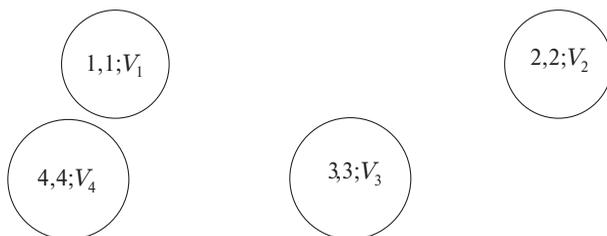


Рис. 8

### Пример 5

Пусть из-за помех окружность расположена ближе к правому углу, т. е.

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= (0, 90, 4, 0, 0); & Y_2 &= (0, 30, 4, 0, 2); \\
 Y_3 &= (0, 60, 4, 1, 0); & Y_4 &= (1, 0.01, 1, 0.2, 0.2); \\
 Z_1 &= (0, 90, 4, 0, 0); & Z_2 &= (0, 30, 4, 0, 2); \\
 Z_3 &= (0, 60, 4, 1, 0); & Z_4 &= (1, 0.01, 3, 0.8, 0.2).
 \end{aligned}$$

Имеем назначения  $Y_1, Z_1; Y_2, Z_2; Y_3, Z_3; Y_4, Z_4$

Проверим непротиворечивость назначений. Все пары назначений непротиворечивы в соответствии с 1-м условием

$$\begin{aligned}
 (Y_1, Z_1; Y_2, Z_2), & \quad (Y_1, Z_1; Y_3, Z_3), & \quad (Y_1, Z_1; Y_4, Z_4), \\
 (Y_2, Z_2; Y_3, Z_3), & \quad (Y_2, Z_2; Y_4, Z_4), & \quad (Y_3, Z_3; Y_4, Z_4).
 \end{aligned}$$

Проверим непротиворечивость назначений в соответствии со 2-м условием (окончательная проверка). Назначения  $(Y_1, Z_1; Y_4, Z_4)$ ,  $(Y_2, Z_2; Y_4, Z_4)$ ,  $(Y_3, Z_3; Y_4, Z_4)$  являются противоречивыми и 4-я вершина графа (рис. 4) не соединена со всеми другими вершинами. А в дополнительном графе (рис. 5) эта вершина будет единственной, соединенной с другими. Матрица смежности этого графа будет иметь вид

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

Число независимости этого графа  $\alpha = 3$ .

### Пример 6

Будем считать, что признаки слабо отличаются по величине, если их отличие меньше 1 %. Пусть в примере 4 признаки  $Y_4$  и  $Z_4$  сильно отличаются друг от друга. Имеем назначения  $Y_1, Z_1; Y_2, Z_2; Y_3, Z_3$ .

Проверим непротиворечивость назначений. Все пары назначений непротиворечивы

$$(Y_1, Z_1; Y_2, Z_2), \quad (Y_1, Z_1; Y_3, Z_3), \quad (Y_2, Z_2; Y_3, Z_3).$$

Матрица смежности дополнительного графа будет иметь вид

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Число независимости этого графа  $\alpha = 3$ .

## Описание программного комплекса распознавания классическим методом максимальной клики

Программный продукт представляет собой приложение, написанное на языке C++ с использованием интегрированной среды разработки приложений BORLAND C++ BUILDER 6.0. и предназначенное для функционирования в IBM PC совместимых компьютерах под управлением операционной системы WINDOWS 98, WINDOWS 2000, WINDOWS XP. Выбор среды разработки и использование языка программирования C++ позволили успешно реализовать разработанные авторами алгоритмы. При этом разработчики сделали акцент на как можно большую визуализацию всех компонентов программы и простоту ее использования пользователем.

В качестве исходных данных для программы выступают файлы с векторами признаков эталона и объекта, которые необходимо проанализировать, или файл, содержащий матрицу смежности. Анализ заключается в сопоставлении характерных признаков эталона и объекта.

После сопоставления признаков, строится матрица смежности дополнительного графа соответствия эталона и объекта. Результатом работы программы является нахождение числа независимости максимального, независимого множества дополнительного графа, значение которого дает информацию о степени соответствия эталона объекту.

1. За ввод векторов признаков эталона и объекта отвечают команды меню «Файл», «Открыть эталон», «Открыть объект» и «Открыть матрицу смежности» соответственно. Все три функции работают по одному принципу:
  - 1.1. Открывается диалоговое окно, где пользователь выбирает необходимый ему файл.
  - 1.2. производится загрузка данных в память и соответствующую часть окна программы.
2. При необходимости получения матрицы смежности из векторов признаков объекта и эталона активизацией опции «Получить матрицу» в меню «Множества» запускается функция, обрабатывающая вектора признаков объектов по описанным ранее алгоритмам и выводящая полученную матрицу в правую часть окна программы.
3. По мере необходимости изменяйте матрицу следующим образом:
  - 3.1. Если 2 вершины совместны, то в клетках, находящихся на пересечении соответствующих столбцов и строк установите «0» путем нажатия на данную клетку.
  - 3.2. Если 2 вершины не совместны, установите «1».
4. Для получения числа независимости и списка вершин одного из максимальных подмножеств в меню «Множества» запускается команда «Поиск МНМ».
5. Для сохранения полученной матрицы смежности нажмите команду «Сохранить» в меню «Файл».

Рассмотрим следующий пример.

Пусть эталоном является изображение, приведенное на рис. 4, а на объекте отсутствует один угол (рис. 9).

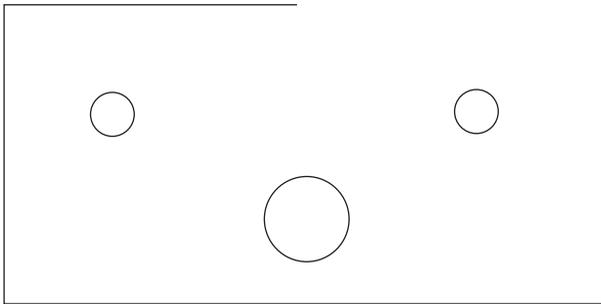


Рис. 9

В этом случае признаками объекта будут:

$$\begin{aligned} Z_1 &= (0, 90, 4, 0, 0); & Z_2 &= (0, 90, 4, 0, 100); \\ Z_3 &= (0, 90, 6, 200, 0); & Z_4 &= (1, 30, 2, 20, 80); \\ Z_5 &= (1, 100, 1, 100, 50); & Z_6 &= (1, 30, 3, 180, 80). \end{aligned}$$

В качестве назначений получаем следующие пары признаков:

$$\begin{aligned} Y_1, Z_1; & Y_1, Z_2; & Y_1, Z_3; & Y_2, Z_1; & Y_2, Z_2; & Y_2, Z_3; & Y_3, Z_1; \\ Y_3, Z_2; & Y_3, Z_3; & Y_4, Z_1; & Y_4, Z_2; & Y_4, Z_3; & Y_5, Z_4; & Y_5, Z_6; \\ & & Y_6, Z_5; & Y_7, Z_4; & Y_7, Z_6. & & \end{aligned}$$

Таким образом, получается матрица смежности размером  $17 \times 17$  (рис. 7).

После всех вычислений получаем максимальное, независимое множество, состоящее из следующих пяти вершин:

$$Y_1, Z_1; \quad Y_2, Z_2; \quad Y_4, Z_3; \quad Y_5, Z_4; \quad Y_6, Z_5.$$

Следовательно, число независимости равно пяти (рис. 10). Напомним, что, если изображение объекта идентично эталону, то число независимости равно 7. Таким образом, даже при достаточно сильном искажении изображения объект можно правильно распознать.

## Заключение

Таким образом, в настоящей статье рассмотрены алгоритмы и программы распознавания специальных классов геометрических объектов,

основанные на эффективных методах фильтрации, оконтуривания и классификации изображений. Рассмотрены также различные методы вейвлет-фильтрации изображений. Приведены основные характеристические свойства вейвлет-функций; даны примеры построения ряда вейвлет-фильтров. Приведены алгоритмы распознавания объектов, содержащих внешние и внутренние контуры произвольной формы.

эталон	объект	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
0,90:6,0:0,0;	0,90:5,0:0,0;	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
0,90:5,0:0;100;	0,90:4,0:0;100;	2	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1
0,90:7,0:200;100;	0,90:6,0:200;0;	3	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1
0,90:7,0:200;0;	1;30:2,0:20;80;	4	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
1;30:2,0:20;80;	1;100:1,0;100;50;	5	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1;100;1,0;100;50;	1;30:3,0;180;80;	6	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0
1;30:3,0;180;80;		7	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1
		8	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0
		9	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
		10	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
		11	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1
		12	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1
		13	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1
		14	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1
		15	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
		16	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1
		17	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0

Рис. 10

## Литература

1. *Логинов А. И.* Системы технического зрения. М.: МИРЭА, 1991. 80 с.
2. Системы технического зрения (принципиальные основы, аппаратное и математическое обеспечение) / Под ред. А. Н. Писаревского. Л.: Машиностроение, 1988. 424 с.
3. *Дьяконов В. П.* Вейвлеты. От теории к практике. М.: Солон-Р, 2002.

4. Техническое зрение роботов / Под ред. А. Пью. М.: Машиностроение, 1987. 320 с.
5. Рахманкулов В. З., Ахрем А. А., Герасимов В. В. Алгоритм распознавания объёмных образов на базе модифицированного метода максимальной клики // Управление информационными потоками. М.: ИСА РАН, 2002. С. 295–305.
6. Рахманкулов В. З., Ахрем А. А., Герасимов В. В., Новиков О. А. Программно-алгоритмический комплекс распознавания образов многогранных объектов // Организационное управление и искусственный интеллект. М.: УРСС, 2003. С. 208–224.
7. Макаров И. М., Рахманкулов В. З., Ахрем А. А., Герасимов В. В., Новиков О. А. Создание виртуальных моделей роботов и трехмерных сцен // Сборник докладов 3-й международной конференции «Идентификация систем и задачи управления». М., 2004. С. 87–88.
8. Макаров И. М., Рахманкулов В. З., Ахрем А. А., Герасимов В. В., Новиков О. А. Виртуальные модели технического зрения для адаптивных роботов // Сборник научных трудов МИФИ. М., 2004. С. 205–206.
9. Натансон И. П. Теория функций вещественной переменной. М.: Наука, 1974.
10. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1972.
11. Треногин В. А. Функциональный анализ. М.: Мир, 1980.
12. Чуи К. Введение в вейвлеты. М.: Мир, 2001.
13. Астафьева Н. М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук, 1998. Т. 166. № 11. С. 1145–1170.
14. Воробьев В. И., Грибунин В. Г. Теория и практика вейвлет-преобразования. СПб.: Изд-во ВУС, 1999.
15. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. М. — Ижевск: РХД, 2001.
16. Евстигнеев В. А. Применение теории графов в программировании. М.: Наука, 1985.