

КОММУНИКАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Анализ результатов численного эксперимента по последовательному заполнению сетей со стохастической топологией

Я. Р. Гринберг, И. И. Курочкин

Аннотация

В статье приводится анализ результатов численного эксперимента по заполнению моделей телекоммуникационных сетей потоками связи с помощью пяти последовательных алгоритмов. Даются их краткие характеристики и поясняются особенности. Все алгоритмы используют принцип нахождения пути минимальной стоимости, однако сама стоимость в каждом алгоритме рассчитывается по-своему.

В эксперименте участвовала 131 модель сети стохастической топологии. Анализ алгоритмов проводился на основе проведенного потока, которым удалось заполнить сеть до критерия завершения. Простой алгоритм являлся базовым и оценка остальных алгоритмов проводилась относительно него.

Эксперимент позволил выявить два лучших алгоритма из пяти. А также подтвердить гипотезу о полезности использования минимально-разрезного подхода в создании алгоритмов последовательного заполнения сети.

Введение

Рассматривается задача заполнения потоковой сети элементарными потоками продуктов, требования на которые поступают последовательно во времени. В [1–3] было предложено семейство последовательных алгоритмов для решения этой задачи и описана математическая модель процесса заполнения потоковой сети элементарными потоками продуктов посредством этих алгоритмов. В этой статье мы приводим результаты численного эксперимента по заполнению сетей типа «стохастическая топология» последовательными алгоритмами и сравнительный анализ этих алгоритмов.

Краткая характеристика последовательных алгоритмов

В эксперименте принимали участие следующие алгоритмы¹⁾ (в скобках даны сокращения, приведенные в таблицах и на графиках):

1. Простой алгоритм (П).
2. Субоптимальный минимально-разрезный алгоритм (РС).
3. Аддитивный минимально-разрезный алгоритм (РА).
4. Гибридный минимально-разрезный алгоритм (РГ).
5. Равномерный по дугам алгоритм (Д).

Расчет путей по всем этим алгоритмам производится как определение пути между двумя полюсами в сети, имеющего минимальную стоимость (или вес, или метрику) из всех возможных путей. Алгоритмы различаются разными способами определения этих весов (стоимостей, метрик) для дуг сети. Ниже приведены формулы, по которым определялись так называемые «дополнительные веса» для каждого из алгоритмов.

Простой алгоритм

Веса для всех ненулевых дуг определяются как 1. Поиск осуществляется по методу нахождения кратчайшего пути (алгоритм Дейкстры).

Матрица дополнительных весов дуг W определяется по матрице смежности сети Net :

$$W = \text{sign}(|Net|).$$

Оптимальный алгоритм

Этот алгоритм не участвовал в эксперименте по причинам, которые будут объяснены позже. Тем не менее, все минимально-разрезные алгоритмы основаны на величинах, введенных для этого алгоритма. Поэтому приводим его здесь полностью.

Пусть имеется сеть G , состоящая из N узлов, A_1, A_2, \dots, A_N , и K дуг, B_1, B_2, \dots, B_K , имеющих пропускные способности b_k , $k = 1, 2, \dots, K$. Узлы A_i , $i = 1, 2, \dots, N_1$, $N_1 \leq N$, будем называть также полюсами. Упорядочим каким-либо образом все пары полюсов. Общее количество M различных пар полюсов в сети G равно $M = N_1(N_1 - 1)/2$.

Стоимости дуг при равномерном по всем парам полюсов потоке требований рассчитываются по формуле, полученной в [1]:

$$W_k = \frac{\overline{R}^2}{\overline{R}} r_k - \frac{1}{M \overline{R}} \sum_{m=1}^M R_m r_{mk},$$

где b_k — пропускная способность дуги в сети G ; R_m — пропускная способность минимального разреза между m -й парой полюсов, равная, по теореме

¹⁾ Подробные выводы и объяснения см. в [1, 2].

о максимальном потоке и минимальном разрезе максимальному потоку между этой парой полюсов;

$$\bar{R} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M R_m$$

— среднее значение пропускных способностей минимальных разрезов между всеми парами полюсов;

$$r_{mk} = \frac{u_{mk}}{L_m}; \quad r_k = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M r_{mk};$$

L_m — полное количество минимальных разрезов между m -й парой полюсов; числа u_{mk} , $m = \overline{1, M}$, $k = \overline{1, K}$, обозначают количество различных минимальных разрезов между m -й парой полюсов, в которые входит дуга b_k .

Этот алгоритм является оптимальным, а именно: приведенные стоимости максимально неувеличивают следующую величину

$$\chi = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left(\frac{R_m}{\bar{R}} - 1 \right)^2,$$

которая является среднеквадратичным относительным отклонением минимальных разрезов между всеми парами полюсов и которую мы называем мерой неравномерности сети по минимальным разрезам (МНРП) или критерием χ .

Расчет дополнительной метрики по этому алгоритму приводит как к положительным, так и отрицательным весам дуг. Алгоритм Беллмана—Форда решает проблему нахождения минимального по стоимости пути в этом случае только при условии, что в процессе работы не возникает отрицательный цикл. В нашем случае для большинства сетей и шагов это условие не выполняется, поэтому применение этого и других известных алгоритмов невозможно. Именно поэтому оптимальный алгоритм в настоящем эксперименте не участвовал.

Аддитивный минимально-разрезный алгоритм

В [2] была высказана гипотеза, что оптимальный алгоритм можно даже улучшить, добавив к его весам положительную постоянную и сделав, таким образом, веса всех дуг положительными. Такой алгоритм мы назвали аддитивно разрезным алгоритмом, его дополнительная метрика определена следующим образом:

$$W'_k = W_k + W_0 + \varepsilon, \quad \varepsilon > 0,$$

где W_k определяется так же, как и для оптимального алгоритма, W_0 — максимальный по модулю элемент среди отрицательных величин W_k , взятый с обратным знаком (т. е. положительный). Эта модификация, хотя и кажется «безобидной», на самом деле существенно меняет критерий χ ,

а именно, введение постоянной для всех дуг сети положительной добавки $W_0 + \varepsilon$ к весам означает замену критерия χ на следующий:

$$\chi' = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left(\frac{R_m}{\bar{R}} - 1 \right)^2 + (W_0 + \varepsilon) \sum b_k,$$

и сам факт улучшения становится не таким очевидным.

Равномерный по дугам алгоритм

Этот алгоритм основан на том, что дуги сети разбиваются на классы по величине пропускной способности. Стоимости дугам назначаются таким образом, что стоимость любого пути, проходящего по дугам с меньшими пропускными способностями, будет меньше стоимости одной дуги следующего класса. Точные формулы приведены в [1].

Алгоритм не зависит от закона распределения заявок по парам полюсов.

Гибридный минимально-разрезный алгоритм

В [2] описана только идея этого алгоритма, поэтому здесь дадим его точное описание.

Пусть Q — количество различных по пропускной способности минимальных разрезов между всеми парами полюсов в сети. образуем $Q + 1$ классов дуг B_q , упорядоченных по возрастанию этих величин, которые обозначим как b_q^* . Все дуги сети разнесем по классам по следующему правилу. Пусть дуга сети входит в несколько минимальных разрезов и q — порядковый номер минимального из них по пропускной способности; тогда отнесем эту дугу к классу B_q . Если дуга не принадлежит ни к какому минимальному разрезу, то отнесем ее к классу B_{q+1} и присвоим ей эффективную пропускную способность $b_{q+1}^* = b_q^* + \varepsilon$, $\varepsilon > 0$. Далее веса дуг рассчитываются точно так же, как в равномерном по дугам алгоритме.

Вычислительная сложность этого алгоритма заполнения сети будет меньше вычислительной сложности аддитивного равномерного алгоритма по минимальным разрезам и оптимального алгоритма.

Субоптимальный минимально-разрезный алгоритм

В [3] был предложен последовательный алгоритм, в котором назначение весов дугам сети также основывалось на измерении пропускных способностей минимальных разрезов и вхождении данной дуги в эти разрезы. Именно, алгоритм определялся следующей метрикой для каждой дуги b_k :

$$W_k = N - 1 + (M - h_k + 1)^4,$$

где h_k определяется следующим образом. Расположим все минимальные разрезы в порядке неубывания их пропускной способности и пусть дуга b_k принадлежит одному или нескольким минимальным разрезам, имеющим определенные порядковые номера в этой последовательности. Тогда h_k определяется как минимальный из этих номеров.

Метрика для всех остальных дуг, которые не входят ни в один из минимальных разрезов, задается как $W_k = 1$.

Назначение метрики для каждой дуги начинается с минимального значения минимальных разрезов между парами полюсов. В процессе назначения метрики, помечаются дуги с назначенной метрикой. В случае, если дуга уже помечена, то назначение новой метрики не происходит.

Данная функция была выбрана по принципу: чем меньше пропускная способность разреза, куда входит данная дуга, тем «дороже» она стоит. Этот алгоритм мы назвали *разрезным субоптимальным алгоритмом*.

Итак, совокупность алгоритмов, если не считать простого, являющегося для данного исследования эталонным, разбивается на две группы.

Первая группа алгоритмов состоит из единственного алгоритма, а именно, из равномерного по дугам алгоритма. Особенность его в том, что метрика дуг определяется только по пропускной способности дуг.

Во *вторую группу* входят аддитивный минимально-разрезный, субоптимальный минимально-разрезный и гибридный минимально-разрезный алгоритмы. Их отличает то, что при определении метрик в них, так или иначе, учитывается вхождение дуг в минимальные разрезы между парами полюсов, а также модель внешнего потока заявок.

Параметры математического моделирования

В данном разделе определяются основные параметры математического моделирования по заполнению сетей потоками связи с помощью последовательных алгоритмов. Рассматриваются сети со стохастической топологией, с несколькими парами полюсов (парами источник-сток). Заполнение производится единичными потоками.

При моделировании заполнения сети время жизни заявки не учитывается и приравнивается к бесконечности, таким образом моделирование проводится в статическом режиме, в котором можно с минимальными вычислительными затратами оценить заполнение сети «на отказ».

Модель внешнего потока заявок — равновероятный относительно всех пар полюсов поток.

Модель сети определяется с помощью следующих параметров:

1. Граф связности, в котором указываются пропускные способности дуг сети.
2. Вектор пар полюсов (пар источник-сток).
3. Избыточный вектор заявок на проведение единичного потока (Заявка определяется как номер пары полюсов, между которыми следует провести единичный поток).
4. Идентификационный уникальный номер сети.

Математическое моделирование процесса заполнения сети происходит до наступления следующих критериев:

1. Критерий первого отказа (проведение очередной заявки невозможно, одна из пар источник-сток несвязна; минимальный из множества минимальных разрезов между парами полюсов равен 0).

- Критерий полного отказа (стоки не достижимы из источников, для всех пар полюсов; все минимальные разрезы между парами полюсов равны 0).

Характеристика выбранных сетей стохастической топологии

Блок математической модели, реализующий генерацию сетей, описан в [1]. Для настоящего эксперимента была отобрана 131 сеть, имеющая следующие общие характеристики.

Общие входные параметры сетей

- Неориентированный граф.
- Равномерный закон случайного распределения для генерации массива заявок.
- Стохастическая топология сети.
- Количество узлов сети: от 15 до 30.
- Количество полюсов сети: от 6 до 12, что эквивалентно 15–66 пар полюсов. Так как берутся все комбинации полюсов, т. е. $N(N - 1)/2$, где N — количество полюсов.
- Процент нулевых дуг: от 50 до 90 %.
- Минимальный порог меры неравномерности по величине минимальных разрезов в исходной сети: 0,01.
- Максимальное значение пропускной способности дуг в сети: от 15 до 100.
- Распределение значений пропускной способности дуг равномерное.

Параметры сетей, участвовавших в эксперименте, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры исследуемых сетей

№	ID сети	Кол-во узлов	Кол-во пар полюсов	Кол-во заявок	Макс. проп. сп.	% нулевых дуг	Нач. МН по МР
1	732881,10278	20	15	300	20	50	0,0199
2	732881,10220	20	15	300	20	60	0,0193
3	732880,45422	20	28	560	20	50	0,0292
4	732880,43764	20	28	560	20	60	0,0124
5	732880,44450	20	66	1320	20	50	0,0299
6	732880,46464	15	28	420	15	50	0,0603
7	732880,47234	15	28	420	15	60	0,0674

Продолжение таблицы 1

№	ID сети	Кол-во узлов	Кол-во пар полюсов	Кол-во заявок	Макс. проп. сп.	% нулевых дуг	Нач. МН по МР
8	732880,45682	15	28	420	15	70	0,0521
9	732880,45497	15	28	420	15	80	0,0502
10	732881,14713	20	15	300	20	50	0,0642
11	732881,13594	20	15	300	20	60	0,0528
12	732881,15211	20	15	300	19	70	0,0692
13	732881,14964	20	15	300	20	90	0,0666
14	732880,47768	20	28	560	20	50	0,0522
15	732880,48996	20	28	560	20	60	0,0647
16	732880,49083	20	28	560	20	70	0,0652
17	732880,48235	20	28	560	20	90	0,0569
18	732880,47437	20	45	900	20	50	0,0532
19	732880,47566	20	45	900	19	60	0,0544
20	732880,47690	20	45	900	20	70	0,0550
21	732880,48703	20	45	900	19	80	0,0651
22	732880,47001	20	66	1320	19	50	0,0542
23	732880,47504	20	66	1320	20	60	0,0588
24	732880,47046	20	66	1320	20	80	0,0540
25	732880,61278	15	28	420	15	50	0,2085
26	732880,75675	15	28	420	13	60	0,3524
27	732880,62196	15	28	420	15	70	0,2176
28	732880,72850	15	28	420	15	80	0,3234
29	732880,62144	15	28	420	15	90	0,2163
30	732881,35754	20	15	300	20	50	0,2745
31	732881,31681	20	15	300	20	70	0,2336

Продолжение таблицы 1

№	ID сети	Кол-во узлов	Кол-во пар полюсов	Кол-во заявок	Макс. проп. сп.	% нулевых дуг	Нач. МН по МР
32	732881,36580	20	15	300	20	80	0,2828
33	732881,38836	20	15	300	19	90	0,3051
34	732880,69619	20	28	560	20	50	0,2692
35	732880,71655	20	28	560	20	60	0,2899
36	732880,62837	20	28	560	19	70	0,2027
37	732880,63785	20	28	560	19	80	0,2117
38	732880,66981	20	28	560	18	90	0,2441
39	732880,64463	20	45	900	19	60	0,2223
40	732880,65438	20	45	900	20	70	0,2325
41	732880,66660	20	45	900	20	80	0,2447
42	732880,65028	20	45	900	20	90	0,2276
43	732880,62840	20	66	1320	20	60	0,2110
44	732880,72214	20	66	1320	20	70	0,3073
45	732880,79909	20	66	1320	19	80	0,3826
46	732880,65346	20	66	1320	20	90	0,2384
47	732881,59925	15	28	420	13	90	1,1930
48	732881,36450	20	15	300	20	60	0,2816
49	732882,21009	20	15	300	19	80	1,1269
50	732882,33665	20	15	300	19	90	1,2531
51	732881,47109	20	28	560	20	90	1,0448
52	732881,44719	20	45	900	20	90	1,0256
53	732881,64538	20	66	1320	19	90	1,2303
54	732886,69437	15	15	975	65	65	0,0208
55	732886,69539	20	15	975	65	65	0,0216

Продолжение таблицы 1

№	ID сети	Кол-во узлов	Кол-во пар полюсов	Кол-во заявок	Макс. проп. сп.	% нулевых дуг	Нач. МН по МР
56	732886,69119	25	15	975	65	65	0,0172
57	732886,69041	25	15	975	65	85	0,0161
58	732886,68701	30	15	975	65	65	0,0126
59	732886,70148	30	15	975	64	85	0,0267
60	732886,70359	15	15	975	59	85	0,0299
61	732886,73443	15	15	975	65	85	0,0608
62	732886,73447	25	15	975	65	65	0,0605
63	732886,73084	30	15	975	65	65	0,0565
64	732886,73319	30	15	975	65	85	0,0585
65	732886,73606	15	15	975	64	65	0,0624
66	732886,72760	20	15	975	64	65	0,0539
67	732886,72868	25	15	975	64	85	0,0544
68	732886,72599	20	15	975	59	85	0,0521
69	732886,96225	15	15	975	65	65	0,2886
70	732887,01450	15	15	975	65	85	0,3409
71	732886,87860	20	15	975	65	65	0,2048
72	732886,88627	20	15	975	65	85	0,2124
73	732887,04674	25	15	975	65	65	0,3727
74	732886,90993	25	15	975	65	85	0,2357
75	732886,87980	30	15	975	65	85	0,2051
76	732888,34552	20	15	975	65	65	1,6649
77	732888,13678	15	15	975	64	65	1,4565
78	732887,75595	20	15	975	64	85	1,0752
79	732887,68960	30	15	975	64	85	1,0149

Продолжение таблицы 1

№	ID сети	Кол-во узлов	Кол-во пар полюсов	Кол-во заявок	Макс. проп. сп.	% нулевых дуг	Нач. МН по МР
80	732887,75728	15	15	975	61	85	1,0836
81	732886,73673	20	15	975	64	85	0,0266
82	732887,76511	25	15	975	60	85	1,0534
83	732887,03688	30	15	975	65	65	0,3243
84	732886,74281	15	15	1500	100	65	0,0199
85	732886,74689	15	15	1500	97	85	0,0237
86	732886,75049	20	15	1500	100	65	0,0267
87	732886,74574	20	15	1500	100	85	0,0216
88	732886,74198	25	15	1500	100	65	0,0170
89	732886,74556	25	15	1500	100	85	0,0199
90	732886,74023	30	15	1500	100	65	0,0140
91	732886,74307	30	15	1500	99	85	0,0149
92	732886,78230	15	15	1500	100	65	0,0594
93	732886,78484	15	15	1500	98	85	0,0616
94	732886,78367	20	15	1500	100	65	0,0599
95	732886,79393	20	15	1500	100	85	0,0698
96	732886,78569	25	15	1500	100	65	0,0612
97	732886,78776	25	15	1500	99	85	0,0623
98	732886,78487	30	15	1500	100	65	0,0574
99	732886,78730	30	15	1500	99	85	0,0592
100	732887,00268	15	15	1500	100	65	0,2797
101	732887,03056	15	15	1500	100	85	0,3073
102	732886,94195	20	15	1500	100	65	0,2186
103	732887,10387	20	15	1500	100	85	0,3799

Продолжение таблицы 1

№	ID сети	Кол-во узлов	Кол-во пар полюсов	Кол-во заявок	Макс. проп. сп.	% нулевых дуг	Нач. МН по МР
104	732887,02500	25	15	1500	100	65	0,3003
105	732887,00861	25	15	1500	100	85	0,2830
106	732887,00254	30	15	1500	100	65	0,2756
107	732887,06430	30	15	1500	100	85	0,3356
108	732888,09511	15	15	1500	97	85	1,3719
109	732887,72424	20	15	1500	99	85	1,0001
110	732887,75634	25	15	1500	100	85	1,0307
111	732888,06739	30	15	1500	100	85	1,3393
112	732888,18872	15	15	1500	94	65	1,4493
113	732888,16491	20	15	1500	97	65	1,4074
114	732887,13763	25	15	1500	99	65	0,4132
115	732887,02584	30	15	1500	99	65	0,2990
116	732886,83009	20	45	4500	99	65	0,0188
117	732886,84035	20	45	4500	100	85	0,0248
118	732886,87083	20	45	4500	100	65	0,0617
119	732886,87293	20	45	4500	99	85	0,0534
120	732887,02689	20	45	4500	100	65	0,2177
121	732887,07346	20	45	4500	100	85	0,2543
122	732887,21752	20	45	4500	99	65	0,4089
123	732889,09822	20	45	4500	100	85	2,2813
124	732886,79050	20	28	2800	100	65	0,0193
125	732886,79962	20	28	2800	100	85	0,0232
126	732886,83376	20	28	2800	100	65	0,0644
127	732886,83752	20	28	2800	100	85	0,0597

Окончание таблицы 1

№	ID сети	Кол-во узлов	Кол-во пар полюсов	Кол-во заявок	Макс. проп. сп.	% нулевых дуг	Нач. МН по МР
128	732887,08629	20	28	2800	100	65	0,3156
129	732887,04124	20	28	2800	100	85	0,2618
130	732887,79432	20	28	2800	100	85	1,0131
131	732886,88324	20	28	2800	98	65	0,1133

Выходные данные

При заполнении сетей были рассчитаны следующие результирующие параметры:

1. Проведенный поток до 1-го отказа.
2. Проведенный поток до разрыва всех пар полюсов.
3. orderBadSet — множество отклоненных заявок.
4. endNet — остаточная сеть.
5. orderCount — общее количество удовлетворенных заявок.
6. orderEndNumber — номер последней удовлетворенной заявки.
7. netID — идентификатор сети.
8. path — множество проложенных путей в исходной последовательности.
9. param — структура с динамическими параметрами.

Для определения динамики заполнения сетей на каждом шаге для каждого алгоритма были рассчитаны следующие параметры:

- minArc — минимальная величина пропускной способности дуг в сети;
- maxArc — максимальная величина пропускной способности дуг в сети;
- mArc — средняя величина пропускной способности дуг в сети;
- stdArc — стандартное отклонение пропускной способности дуг в сети;
- numArc — количество ненулевых дуг в сети;
- steadyNullArc — мера неравномерности для дуг (среднеквадратичное отклонение);
- minCut — минимальная величина по множеству минимальных разрезов;
- maxCut — максимальная величина по множеству минимальных разрезов;
- mCut — средняя величина по множеству минимальных разрезов;

- `stdCut` — стандартное отклонение по множеству минимальных разрезов;
- `numCut` — количество ненулевых минимальных разрезов (количество связных пар полюсов);
- `steadyNullCut` — мера неравномерности по минимальным разрезам (среднеквадратичное отклонение).

Результаты моделирования

Динамика заполнения сетей

На рис. 1–4 представлена динамика заполнения двух выбранных сетей по всем алгоритмам. На всех этих графиках по оси ординат отложена величина критерия неравномерности по минимальным разрезам, по оси абсцисс — номера заявок. На этих графиках показана динамика заполнения сетей № 95 и № 97.

На рис. 1 *a, б* представлен общий вид динамики заполнения сетей до критерия полного отказа. Несмотря на то, что эти сети очень близки по своим входным параметрам (см. табл. 1), наблюдается различная динамика заполнения. Несмотря на близкие значения номеров последних обработанных заявок общее количество удовлетворенных заявок и количество удовлетворенных заявок до 1-го отказа в сети № 97 более чем в 2,5–3 раза превышает соответствующие показатели в сети № 95.

На этом графике видно, что период, когда мера неравномерности по всем алгоритмам достигла максимума, достаточно длительный (для сети № 95 этот период составляет 60 % от полного количества заявок). Следует пояснить, что достижение максимального значения означает, что осталась, только одна пара связных полюсов.

На рис. 2 *a, б* выведен начальный участок этих кривых. Для выбранных сетей они схожи, но не идентичны. В обеих сетях заполнение по простому алгоритму дает более резкое, по сравнению с другими алгоритмами, увеличение критерия неравномерности. В сети 95 примерно такой же рост дает аддитивно-разрезный алгоритм. По этой характеристике остальные алгоритмы на начальном участке мало отличаются друг от друга.

На рис. 3 *a, б* представлен процесс заполнения сетей до первого отказа. Из этих рисунков можно видеть, что количество удовлетворенных заявок по этому критерию завершения для всех алгоритмов одной сети существенно отличается — примерно в три раза — от той же характеристики для другой сети. И это несмотря на то, что представленные сети близки по своим входным параметрам.

На рис. 4 *a, б* представлен участок графика, на котором изображена динамика МНМР в процессе заполнения после первого отказа. На этом участке процесса сети, заполняемые разными алгоритмами, уже достаточно сильно разошлись, поэтому разные алгоритмы относительно друг друга ведут себя по-разному. Динамика заполнения сетей № 95 и № 97 различна.

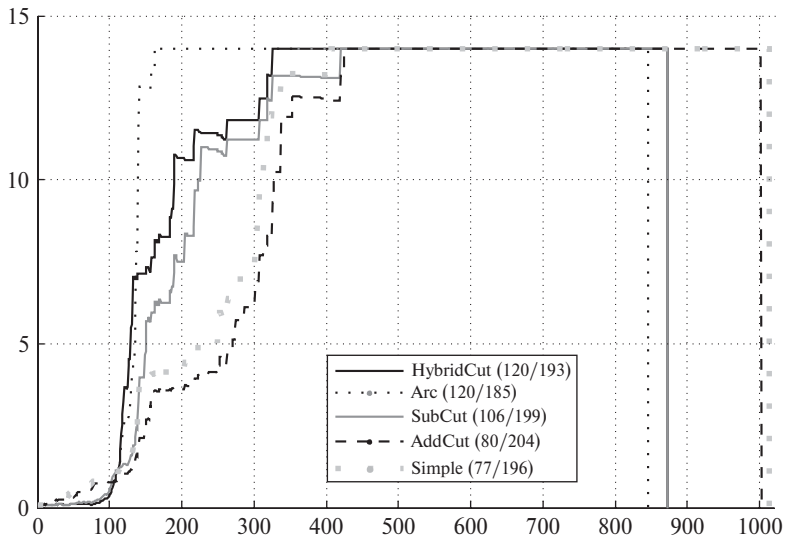


Рис. 1а. Динамика заполнения сети № 95 до полного отказа (все заявки)

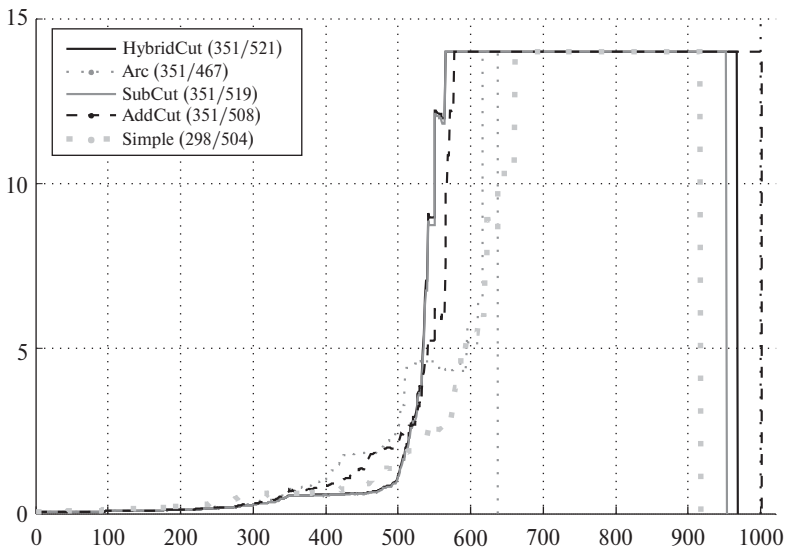


Рис. 1б. Динамика заполнения сети № 97 до полного отказа (все заявки)

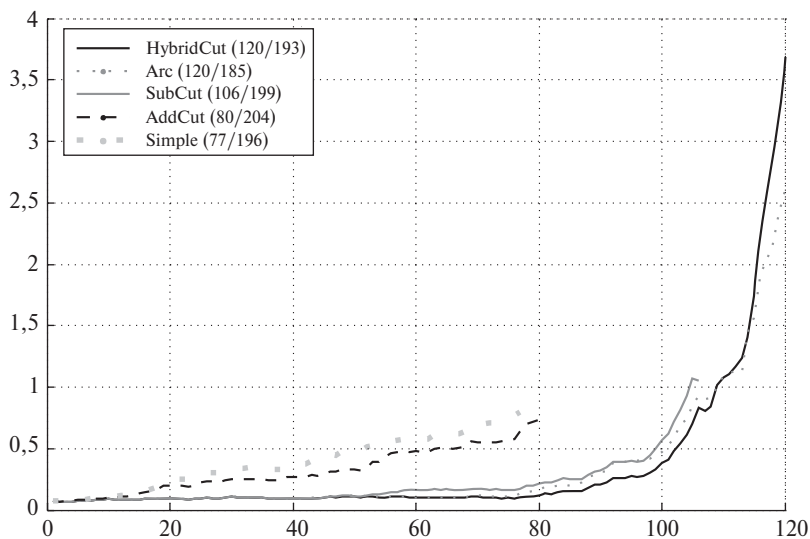


Рис. 2а. Динамика заполнения сети № 95 до 1-го отказа

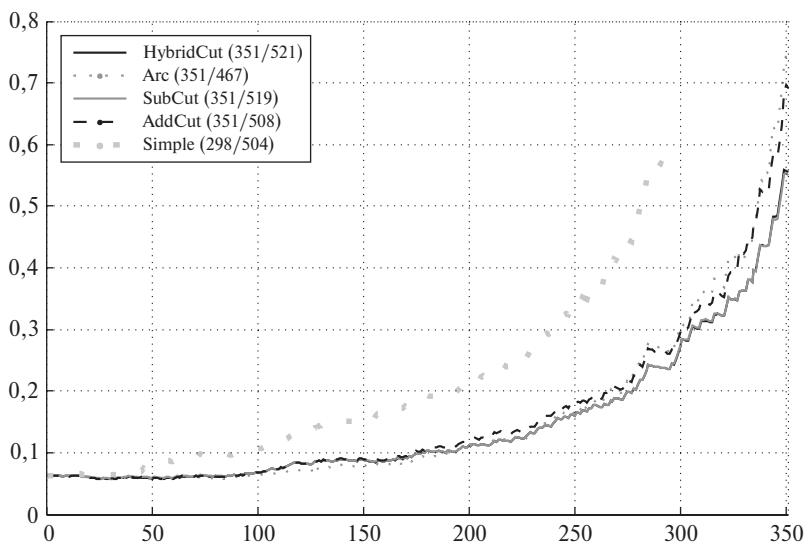


Рис. 2б. Динамика заполнения сети № 97 до 1-го отказа

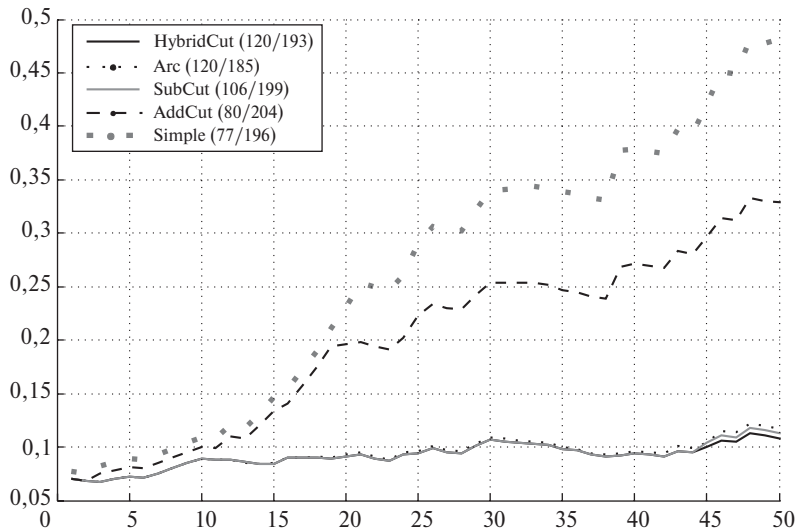


Рис. 3а. Динамика заполнения сети № 95 до 1-го отказа. Начальный участок

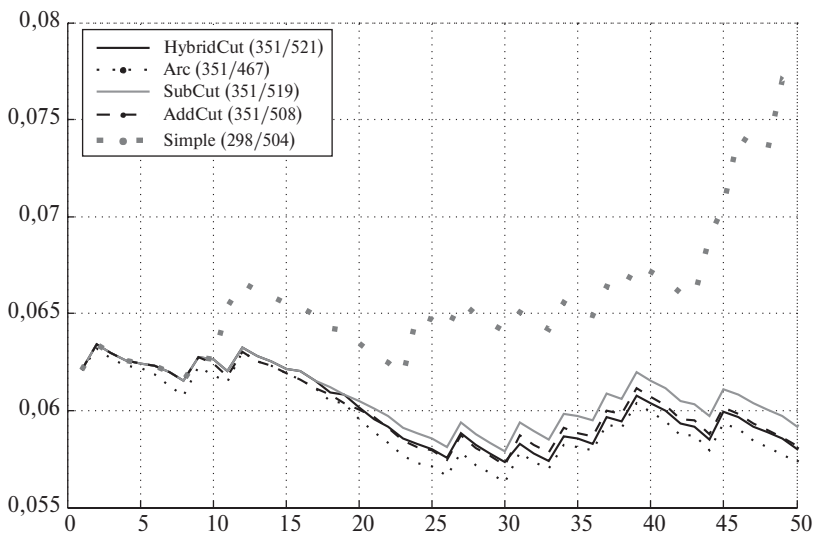


Рис. 3б. Динамика заполнения сети № 97 до 1-го отказа. Начальный участок

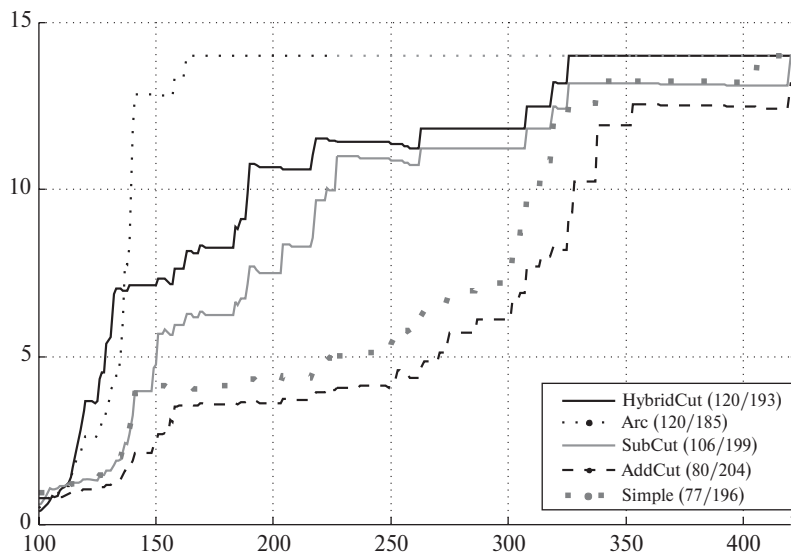


Рис. 4а. Динамика заполнения сети №95 до полного отказа. Увеличение

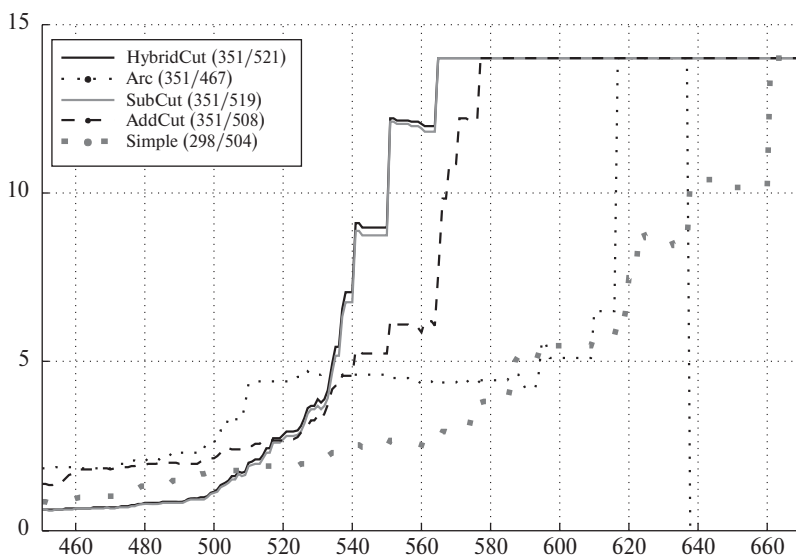


Рис. 4б. Динамика заполнения сети №97 до полного отказа. Увеличение

Результаты заполнения сетей

В табл. 2 приведены результаты заполнения всего множества сетей. Заполнение осуществлялось по 5 алгоритмам и по 2-м критериям завершения:

- Критерий № 1. До первого отказа обработки заявки.
- Критерий № 2. До полного отказа. Когда все пары полюсов являются несвязными.

Процент превышения рассчитывался для 4 алгоритмов относительно простого алгоритма (П). Формула расчета процента превышения $\frac{F_i - F_{\Pi}}{F_{\Pi}}$, где F_{Π} — проведенный поток с помощью простого алгоритма.

Таблица 2

Результаты заполнения сетей. Проведенный поток

№	Нач. МН по МР	Проведенный поток до 1-го отказа					Проведенный поток до разрыва всех пар полюсов					% превышения проведенного потока до 1-го отказа по сравнению с простым алгоритмом					% превышения проведенного потока до полного отказа по сравнению с простым алгоритмом				
		П	Д	РС	РА	РГ	П	Д	РС	РА	РГ	П	Д	РС	РА	РГ	П	Д	РС	РА	РГ
1	0,020	243	228	243	243	243	311	279	318	297	313	0	-6	0	0	0	0	-10	2	-5	1
2	0,019	229	214	229	229	229	316	283	326	298	315	0	-7	0	0	0	0	-10	3	-6	0
3	0,029	204	204	204	204	204	288	264	305	283	300	0	0	0	0	0	0	-8	6	-2	4
4	0,012	206	206	206	206	206	279	259	290	275	288	0	0	0	0	0	0	-7	4	-1	3
5	0,030	271	249	313	309	319	336	287	359	345	345	0	-8	15	14	18	0	-15	7	3	3
6	0,060	169	179	179	179	179	242	213	256	233	250	0	6	6	6	6	0	-12	6	-4	3
7	0,067	76	85	90	90	90	176	147	178	168	178	0	12	18	18	18	0	-16	1	-5	1
8	0,052	57	70	75	72	76	84	73	91	81	87	0	23	32	26	33	0	-13	8	-4	4
9	0,050	35	35	38	36	38	50	53	57	49	55	0	0	9	3	9	0	6	14	-2	10
10	0,064	189	180	211	211	211	307	290	304	289	307	0	-5	12	12	12	0	-6	-1	-6	0
11	0,053	183	191	191	191	191	247	235	259	250	251	0	4	4	4	4	0	-5	5	1	2
12	0,069	77	72	77	77	77	119	118	118	116	117	0	-6	0	0	0	0	-1	-1	-3	-2
13	0,067	15	15	15	15	15	20	20	20	20	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0,052	213	213	213	213	213	339	323	359	336	350	0	0	0	0	0	0	-5	6	-1	3
15	0,065	162	162	162	162	162	261	238	275	250	272	0	0	0	0	0	0	-9	5	-4	4

Продолжение таблицы 2

№	Нач. МН по МР	Проведенный поток до 1-го отказа					Проведенный поток до разрыва всех пар полюсов					% превышения проведенного потока до 1-го отказа по сравнению с простым алгоритмом					% превышения проведенного потока до полного отказа по сравнению с простым алгоритмом				
		П	Д	РС	РА	РГ	П	Д	РС	РА	РГ	П	Д	РС	РА	РГ	П	Д	РС	РА	РГ
16	0,065	97	111	126	126	131	188	171	190	186	188	0	14	30	30	35	0	-9	1	-1	0
17	0,057	32	35	48	46	41	59	53	58	54	54	0	9	50	44	28	0	-10	-2	-8	-8
18	0,053	284	279	316	316	316	412	350	432	417	429	0	-2	11	11	11	0	-15	5	1	4
19	0,054	258	256	298	288	298	333	301	352	327	341	0	-1	16	12	16	0	-10	6	-2	2
20	0,055	203	162	203	203	203	233	205	246	239	248	0	-20	0	0	0	0	-12	6	3	6
21	0,065	82	65	92	86	86	114	102	116	106	109	0	-21	12	5	5	0	-11	2	-7	-4
22	0,054	329	355	403	401	403	476	403	506	478	495	0	8	22	22	22	0	-15	6	0	4
23	0,059	172	172	172	172	172	298	268	308	302	305	0	0	0	0	0	0	-10	3	1	2
24	0,054	84	88	87	86	90	124	101	133	123	121	0	5	4	2	7	0	-19	7	-1	-2
25	0,209	92	99	107	99	107	177	137	187	165	179	0	8	16	8	16	0	-23	6	-7	1
26	0,352	32	32	32	32	32	80	71	89	76	82	0	0	0	0	0	0	-11	11	-5	3
27	0,218	47	47	38	47	47	75	64	89	73	80	0	0	-19	0	0	0	-15	19	-3	7
28	0,323	19	19	19	19	19	75	71	78	73	78	0	0	0	0	0	0	-5	4	-3	4
29	0,216	12	12	12	12	12	34	34	40	34	34	0	0	0	0	0	0	0	18	0	0
30	0,274	78	78	78	78	78	253	245	263	243	253	0	0	0	0	0	0	-3	4	-4	0
31	0,234	66	66	66	66	66	144	126	152	146	140	0	0	0	0	0	0	-13	6	1	-3
32	0,283	42	42	42	42	42	104	90	113	106	101	0	0	0	0	0	0	-13	9	2	-3
33	0,305	11	11	11	11	11	35	33	33	35	35	0	0	0	0	0	0	-6	-6	0	0
34	0,269	51	51	51	51	51	281	241	291	271	285	0	0	0	0	0	0	-14	4	-4	1
35	0,290	40	40	40	40	40	166	158	167	160	166	0	0	0	0	0	0	-5	1	-4	0
36	0,203	62	62	62	62	62	149	139	156	152	149	0	0	0	0	0	0	-7	5	2	0
37	0,212	82	81	82	82	82	120	103	129	118	118	0	-1	0	0	0	0	-14	8	-2	-2
38	0,244	35	31	35	35	35	64	51	63	64	60	0	-11	0	0	0	0	-20	-2	0	-6
39	0,222	161	161	161	161	161	325	289	345	315	332	0	0	0	0	0	0	-11	6	-3	2

Продолжение таблицы 2

№	Нач. МН по МР	Проведенный поток до 1-го отказа					Проведенный поток до разрыва всех пар полюсов					% превышения проведенного потока до 1-го отказа по сравнению с простым алгоритмом					% превышения проведенного потока до полного отказа по сравнению с простым алгоритмом				
		П	Д	РС	РА	РГ	П	Д	РС	РА	РГ	П	Д	РС	РА	РГ	П	Д	РС	РА	РГ
40	0,233	68	68	68	78	79	141	120	147	140	142	0	0	0	15	16	0	-15	4	-1	1
41	0,245	47	47	47	47	47	125	101	129	113	125	0	0	0	0	0	0	-19	3	-10	0
42	0,228	37	37	37	37	37	64	60	69	66	63	0	0	0	0	0	0	-6	8	3	-2
43	0,211	71	71	71	71	71	258	221	253	255	258	0	0	0	0	0	0	-14	-2	-1	0
44	0,307	23	23	23	23	23	205	168	213	202	206	0	0	0	0	0	0	-18	4	-1	0
45	0,383	28	28	28	28	28	152	124	158	146	146	0	0	0	0	0	0	-18	4	-4	-4
46	0,238	10	10	10	10	10	82	81	85	82	85	0	0	0	0	0	0	-1	4	0	4
47	1,193	2	2	2	2	2	33	33	33	33	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
48	0,282	34	34	34	34	34	184	167	192	182	186	0	0	0	0	0	0	-9	4	-1	1
49	1,127	3	3	3	3	3	57	59	62	57	59	0	0	0	0	0	0	4	9	0	4
50	1,253	2	2	2	2	2	25	25	25	25	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
51	1,045	4	4	4	4	4	47	47	47	47	47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
52	1,026	4	4	4	4	4	77	78	80	75	80	0	0	0	0	0	0	1	4	-3	4
53	1,230	6	6	6	6	6	45	45	45	45	45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
54	0,021	157	225	225	218	157	235	246	262	235	235	0	43	43	39	0	0	5	11	0	0
55	0,022	454	476	512	501	454	648	569	674	632	648	0	5	13	10	0	0	-12	4	-2	0
56	0,017	620	552	620	620	620	777	749	793	748	777	0	-11	0	0	0	0	-4	2	-4	0
57	0,016	122	118	160	118	122	174	161	182	171	174	0	-3	31	-3	0	0	-7	5	-2	0
58	0,013	525	522	525	525	525	637	606	641	632	637	0	-1	0	0	0	0	-5	1	-1	0
59	0,027	322	286	322	322	322	387	361	412	377	387	0	-11	0	0	0	0	-7	6	-3	0
60	0,030	106	118	136	127	106	181	156	196	189	181	0	11	28	20	0	0	-14	8	4	0
61	0,061	93	57	93	93	93	112	101	112	112	112	0	-39	0	0	0	0	-10	0	0	0
62	0,061	403	403	403	403	403	629	601	629	629	629	0	0	0	0	0	0	-4	0	0	0
63	0,057	744	730	744	744	744	1090	1054	1155	1059	1090	0	-2	0	0	0	0	-3	6	-3	0

Продолжение таблицы 2

№	Нач. МН по МР	Проведенный поток до 1-го отказа					Проведенный поток до разрыва всех пар полюсов					% превышения проведенного потока до 1-го отказа по сравнению с простым алгоритмом					% превышения проведенного потока до полного отказа по сравнению с простым алгоритмом				
		П	Д	РС	РА	РГ	П	Д	РС	РА	РГ	П	Д	РС	РА	РГ	П	Д	РС	РА	РГ
64	0,058	294	222	294	294	294	502	438	500	498	502	0	-24	0	0	0	0	-13	0	-1	0
65	0,062	243	206	243	243	243	384	324	397	375	384	0	-15	0	0	0	0	-16	3	-2	0
66	0,054	315	347	347	347	315	502	471	515	485	502	0	10	10	10	0	0	-6	3	-3	0
67	0,054	339	312	339	339	339	399	345	453	427	399	0	-8	0	0	0	0	-14	14	7	0
68	0,052	174	161	175	175	174	212	183	229	209	212	0	-7	1	1	0	0	-14	8	-1	0
69	0,289	135	135	135	135	135	269	256	292	249	269	0	0	0	0	0	0	-5	9	-7	0
70	0,341	37	37	37	37	37	96	96	96	96	96	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
71	0,205	351	351	351	351	351	757	687	802	748	757	0	0	0	0	0	0	-9	6	-1	0
72	0,212	85	85	85	85	85	211	191	215	213	211	0	0	0	0	0	0	-9	2	1	0
73	0,373	173	173	173	173	173	729	675	729	719	729	0	0	0	0	0	0	-7	0	-1	0
74	0,236	114	114	114	114	114	403	334	431	392	403	0	0	0	0	0	0	-17	7	-3	0
75	0,205	108	108	108	108	108	252	241	251	245	252	0	0	0	0	0	0	-4	0	-3	0
76	1,665	3	3	3	3	3	403	345	403	403	403	0	0	0	0	0	0	-14	0	0	0
77	1,457	25	25	25	25	25	361	343	361	361	361	0	0	0	0	0	0	-5	0	0	0
78	1,075	13	13	13	13	13	69	69	69	69	69	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
79	1,015	45	45	45	45	45	358	313	394	345	358	0	0	0	0	0	0	-13	10	-4	0
80	1,084	15	15	15	15	15	177	171	177	177	177	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0
81	0,027	102	92	102	102	102	210	181	210	208	210	0	-10	0	0	0	0	-14	0	-1	0
82	1,053	3	3	3	3	3	144	144	144	144	144	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
83	0,324	199	199	199	199	199	791	776	820	779	791	0	0	0	0	0	0	-2	4	-2	0
84	0,020	428	428	440	440	440	589	533	607	596	610	0	0	3	3	3	0	-10	3	1	4
85	0,024	211	212	256	211	256	314	266	323	298	327	0	0	21	0	21	0	-15	3	-5	4
86	0,027	670	586	670	670	670	882	871	911	874	906	0	-13	0	0	0	0	-1	3	-1	3
87	0,022	143	128	166	134	163	210	184	206	211	207	0	-10	16	-6	14	0	-12	-2	0	-1

Окончание таблицы 2

№	Нач. МН по МР	Проведенный поток до 1-го отказа					Проведенный поток до разрыва всех пар полюсов					% превышения проведенного потока до 1-го отказа по сравнению с простым алгоритмом					% превышения проведенного потока до полного отказа по сравнению с простым алгоритмом				
		П	Д	РС	РА	РГ	П	Д	РС	РА	РГ	П	Д	РС	РА	РГ	П	Д	РС	РА	РГ
112	1,449	25	25	25	25	25	250	250	250	250	250	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
113	1,407	44	44	44	44	44	527	550	599	569	527	0	0	0	0	0	0	4	14	8	0
114	0,413	116	116	116	116	116	830	781	822	821	830	0	0	0	0	0	0	-6	-1	-1	0
115	0,299	529	529	529	529	529	1509	1396	1509	1499	1509	0	0	0	0	0	0	-7	0	-1	0
116	0,019	1003	857	1119	1119	1119	1246	1071	1335	1217	1342	0	-15	12	12	12	0	-14	7	-2	8
117	0,025	207	226	227	207	232	357	293	349	343	331	0	9	10	0	12	0	-18	-2	-4	-7
118	0,062	663	691	743	689	743	1010	819	1060	976	1036	0	4	12	4	12	0	-19	5	-3	3
119	0,053	239	237	235	255	252	427	405	457	434	418	0	-1	-2	7	5	0	-5	7	2	-2
120	0,218	609	609	609	609	609	1574	1292	1643	1476	1609	0	0	0	0	0	0	-18	4	-6	2
121	0,254	98	78	98	98	98	276	266	287	275	285	0	-20	0	0	0	0	-4	4	0	3
122	0,409	222	222	222	222	222	1224	1099	1326	1185	1249	0	0	0	0	0	0	-10	8	-3	2
123	2,281	5	5	5	5	5	279	277	333	279	279	0	0	0	0	0	0	-1	19	0	0
124	0,019	842	750	869	869	869	966	854	1009	966	979	0	-11	3	3	3	0	-12	4	0	1
125	0,023	307	293	344	314	342	510	404	525	481	509	0	-5	12	2	11	0	-21	3	-6	0
126	0,064	884	974	997	961	997	1205	1048	1338	1205	1287	0	10	13	9	13	0	-13	11	0	7
127	0,060	275	201	284	284	284	388	353	399	389	400	0	-27	3	3	3	0	-9	3	0	3
128	0,316	175	175	175	175	175	1101	941	1124	1029	1100	0	0	0	0	0	0	-15	2	-7	0
129	0,262	162	162	162	162	162	359	320	397	348	395	0	0	0	0	0	0	-11	11	-3	10
130	1,013	37	37	37	37	37	268	229	276	260	274	0	0	0	0	0	0	-15	3	-3	2
131	0,113	637	637	637	637	637	1300	1027	1428	1266	1391	0	0	0	0	0	0	-21	10	-3	7

Таблица 2 неустойчива. Запустите ТрХ еще раз.

Для удобства анализа некоторые из этих результатов представлены графически.

На рис. 5–7 представлены графики относительного превышения потока по разным алгоритмам по сравнению с простым алгоритмом по критерию завершения № 1.

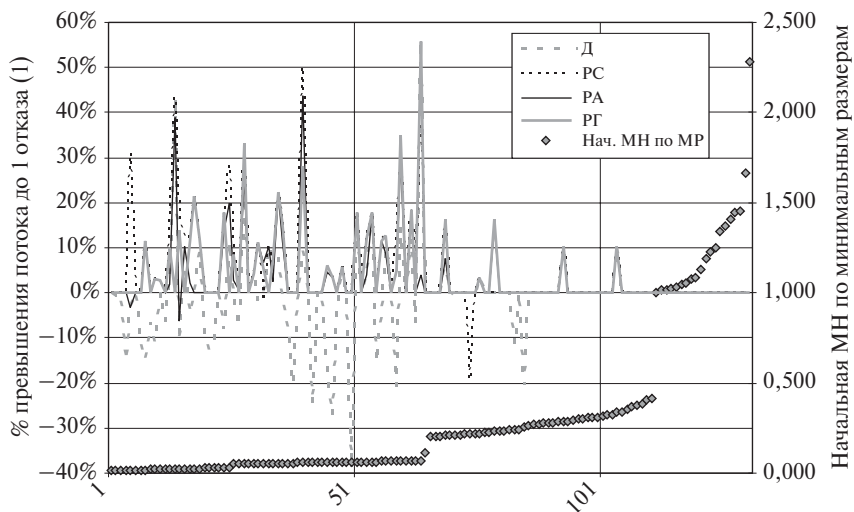


Рис. 5. Процент превышения потока для критерия 1-го отказа

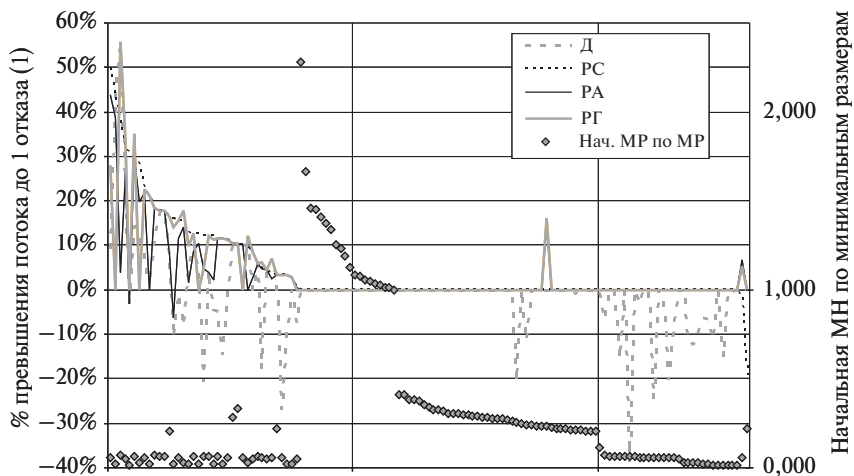


Рис. 6. Процент превышения потока для критерия 1-го отказа.
Сортировка по убыванию процента превышения

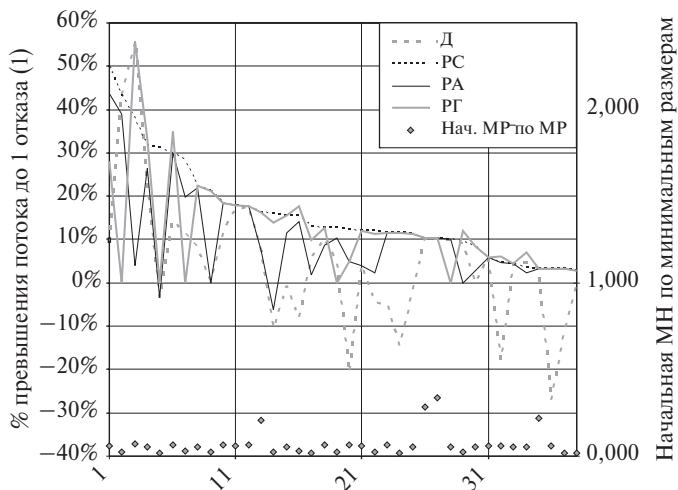


Рис. 7. Процент превышения потока для критерия 1-го отказа. Сортировка по убыванию процента превышения. Начальный участок

На рис. 6 и 7 показан процент превышения, отсортированный по убыванию процента превышения для субоптимального минимально-разрезного алгоритма (РС). На рис. 7 показан увеличенный участок 40 сетей.

На рис. 8 представлены гистограммы распределения процента превышения для каждого алгоритма.

По результатам заполнения сетей до первого отказа (критерий завершения № 1) можно сделать следующие выводы:

Для значительного количества сетей наблюдается превышение потока, проведенного с помощью минимально-разрезных алгоритмов (группа 2) по сравнению с простым алгоритмом. Это превышение в основном имеет место для сетей с начальными значениями МНМР меньше 0,25.

Для сетей с большими значениями МНМР разные алгоритмы заполнения почти во всех случаях дают одинаковый результат.

Существуют сети, для которых превышение потока составляет 50 %.

Наилучшие результаты, судя по представленным графикам, демонстрируют субоптимальный и гибридный алгоритмы.

Дуговой алгоритм (группа 1) дает как превышение потока, так и уменьшение потока по сравнению с простым алгоритмом. В подавляющем большинстве случаев дуговой алгоритм дает худшие по сравнению с разрезными алгоритмами результаты.

На рис. 9 показаны графики превышения потока в процентах до полного отказа (критерий завершения № 2) для всех алгоритмов заполнения сетей.

Значения отсортированы по убыванию процента превышения для гибридного алгоритма.

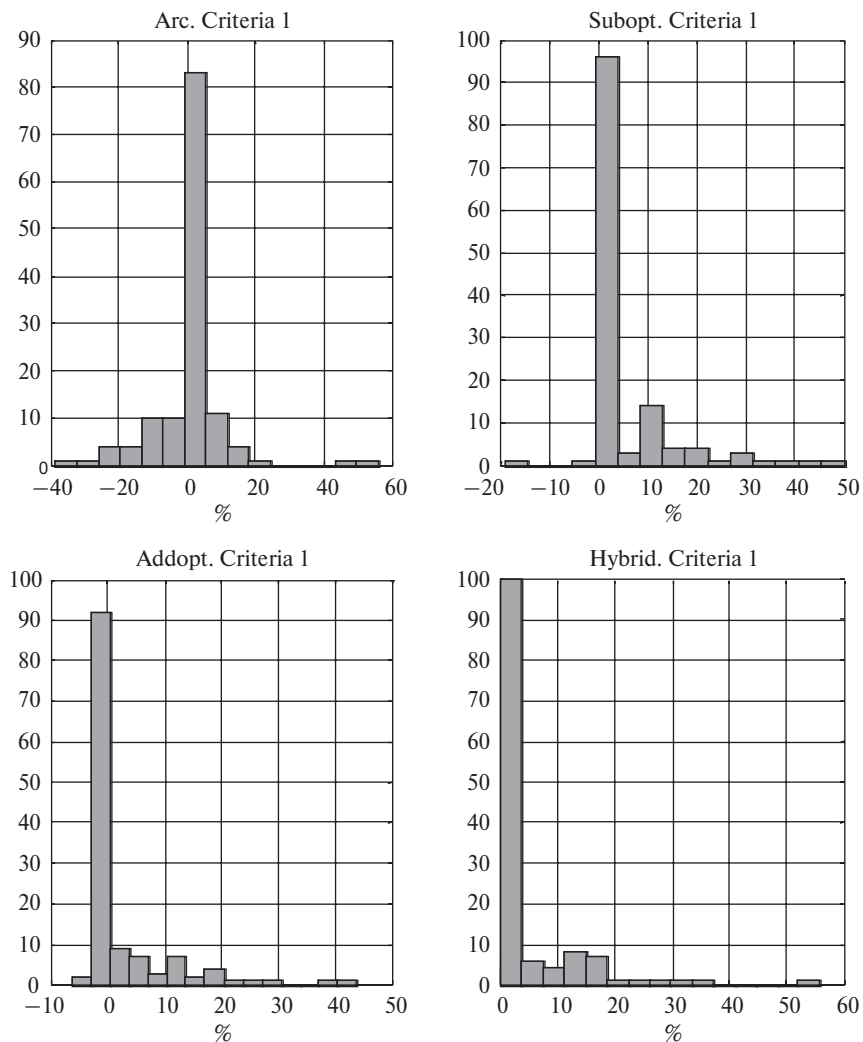


Рис. 8. Гистограммы процента превышения по каждому алгоритму.
Критерий № 1 до 1-го отказа

На рис. 10 представлены гистограммы распределения процента превышения для каждого алгоритма по результатам заполнения до полного отказа (критерий завершения № 2).

По этим результатам можно сделать следующие выводы.

- алгоритмы второй группы (минимально-разрезные) создавались для увеличения потока по критерию завершения № 1, но, тем не менее,

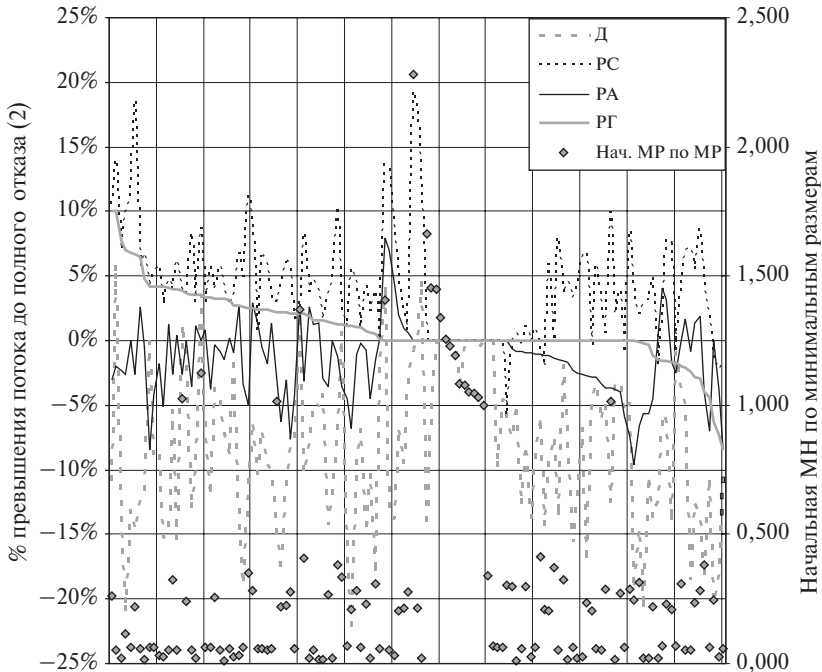


Рис. 9. Процент превышения потока для критерия полного отказа

эксперимент показал, что и по критерию завершения № 2 они дают преимущество над простым алгоритмом;

- существуют сети, для которых превышение потока составляет почти 20 %;
- наилучшие результаты, по представленным графикам, демонстрирует субоптимальный (РС) алгоритм;
- дуговой алгоритм (группа 1) в подавляющем большинстве случаев не дает превышения потока по сравнению с простым алгоритмом;
- в большинстве случаев дуговой алгоритм дает худшие результаты по сравнению с алгоритмами второй группы.

Представленные выше результаты не обнаруживают явной зависимости от начальной меры неравномерности сети, так как не учитывают соотношение удовлетворенных и неудовлетворенных заявок. Такие характеристики показаны на рис. 11, где представлены результаты заполнения множества сетей одним простым алгоритмом. Приведена также начальная мера неравномерности (неубывающая кривая).

Верхняя кривая представляет отношение потока до первого отказа к полному проведенному потоку. Для равномерных сетей это отношение ведет себя в среднем как константа и имеет значение, близкое к единице.

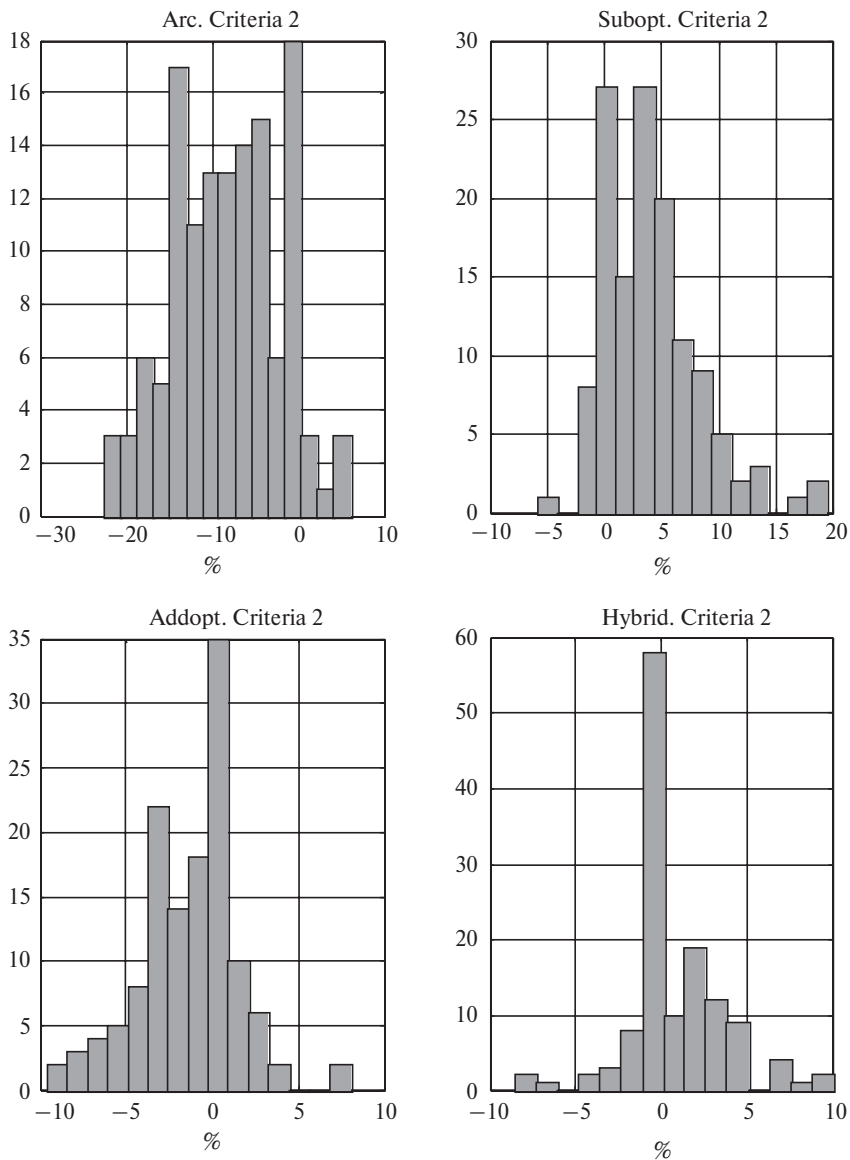


Рис. 10. Гистограммы процента превышения по каждому алгоритму. Критерий № 2 до полного отказа

Это фиксирует то обстоятельство, что для равномерных сетей даже первый

отказ говорит о достаточной загрузке сети. Для более неравномерных

сетей первый отказ наступает достаточно быстро, когда значительные ре-

сурсы сети еще не использованы, следовательно, отношение уменьшается.

Нижняя кривая представляет отношение полного количества проведенных заявок к общему количеству заявок. Поскольку внешний поток

заявок равномерно распределен между всеми парами полюсов, то чем более

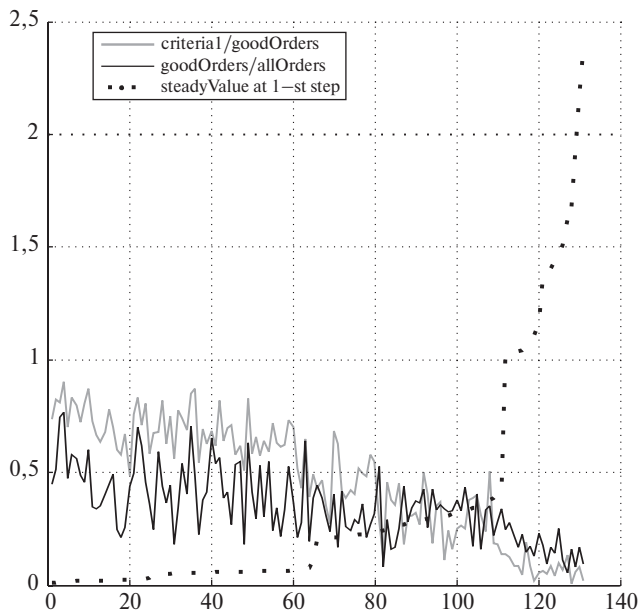


Рис. 11. Заполнение 131 сетей с помощью 1 алгоритма (простой)

неравномерна начальная сеть, тем большее количество заявок не будет удовлетворено, что и демонстрирует в среднем нижняя кривая.

Аналогичные результаты имеют место и для других алгоритмов.

Наконец, в табл. 3 представлено суммарное превышение потока для всех сетей по каждому из алгоритмов.

Данные в таблице подтверждают, что субоптимальный (РС) и гибридный (РГ) алгоритмы дают наилучшие результаты по обоим критериям завершения. Дуговой (Д) алгоритм в целом дает худшие результаты, чем простой алгоритм.

Вторая группа алгоритмов (минимально-разрезные), как и предполагалось, лучше простого алгоритма по критерию завершения № 1.

Таблица 3

Итоговое относительное превышение потока по всем сетям
и по двум критериям завершения

Критерий	Субоптимальный (МР)	Гибридный (МР)	Аддитивный (МР)	Дуговой (Д)
Критерий № 1	4,7 %	4,1 %	3,6 %	-1,5 %
Критерий № 2	4 %	1,4 %	-1,5 %	-8,9 %