

# **О понятии производительности в распределенных вычислительных системах**

М. А. Посыпкин, А. С. Хританков

*Институт системного анализа Российской академии наук  
(ИСА РАН)*

В данной работе предлагается модель производительности распределенной системы, в рамках которой определяются такие понятия, как эталонная производительность, эффективность и ускорение. Показано, что для параллельной системы, которую можно рассматривать как частный случай распределенной системы постоянного состава и содержащей только однородные компоненты, предложенная модель совпадает с традиционной моделью производительности параллельной системы.

## **Введение**

Для решения многих задач физики, вычислительной химии и биологии требуются значительные вычислительные ресурсы, превышающие возможности обычных однопроцессорных рабочих станций. По этой причине широкое распространение получили различные варианты многопроцессорных архитектур [2]. Такие системы также принято называть параллельными.

В последнее время также активно развиваются технологии распределенных вычислений [3], которые также называют Грид-технологиями [4]. Распределенная система представляет собой инфраструктуру, объединяющую совокупность географически распределенных неоднородных вычислительных ресурсов. Ресурсы, входящие в распределенную систему будем называть узлами этой системы. Узлы могут быть как обычными рабочими станциями с одним процессором, так и многопроцессорными вычислительными комплексами (МВК).

Параллельные системы применяются достаточно давно, поэтому для них разработано большое число различных методов и моделей, и, в частности, моделей производительности [1]. Такие понятия как ускорение, эффективность, загрузка, пиковая производительность широко используются при оценке качества параллельных систем и приложений. Распределенные системы стали применяться в вычислительных целях относительно недавно. Видимо, по этой причине аналогичных параметров для распределенных систем к настоящему моменту не разработано.

Заметим, что распределенные системы и параллельные системы имеют ряд общих черт, но при этом отличаются характеристиками, перечисленными в табл. 1. Даже такое поверхностное сравнение дает основание говорить о том, что прямое перенесение характеристик производительности параллельных систем на случай распределенных в общем случае необоснованно. Например, понятие ускорения, естественным образом определяемое в случае однородной многопроцессорной системы как отношение времени решения задачи на одном процессоре ко времени решения задачи на всей системе, не может быть непосредственно перенесено на распределенную систему, так как непонятно, какой из узлов брать в качестве эталона для сравнения.

Таблица 1

Сравнение параллельных и распределенных систем

Характеристика	Параллельная система	Распределенная система
Степень связности	Высокая степень связности: высокопроизводительная сеть (интерконнект) либо общая память.	Слабая связность: каналы с относительно низкими показателями пропускной способности и задержки.
Узлы	Как правило, однородные по производительности и архитектуре процессорные устройства.	Неоднородные по производительности и архитектуре вычислительные машины.
Готовность выполнять вычисления	Выделенные процессоры доступны в течение всего времени вычислений.	Узлы могут выходить из состава распределенной системы или наоборот добавляться к ней в процессе вычислений.

## Модель параллельной системы

Рассмотрим традиционную модель производительности параллельной системы, предложенную в [1]. Под параллельной системой будем понимать вычислительную систему, состоящую из  $n$  одинаковых функциональных устройств, объединенных вычислительной сетью.

Рассмотрим решение одной вычислительной задачи  $A$  на параллельной системе. Пусть время решения задачи  $A$  на этой системе составляет  $T$ . Пусть время решения задачи  $A$  одним устройством, используя наиболее быстрый последовательный алгоритм, равно  $T_0$ .

Обычно ускорение  $S$  определяется как отношение  $S = \frac{T_0}{T}$ . Таким образом, ускорение показывает, во сколько раз можно уменьшить время решения задачи с помощью применения параллельной системы.

Принято определять эффективность  $E$  параллельной системы как  $E = \frac{S}{n}$  (см. также [1]). Эффективность можно переписать как  $E = \frac{S}{n} = \frac{T_0}{nT}$

Описанная модель достаточно проста, но описывает характеристики системы лишь после завершения решения задачи, когда известно время решения  $T$ . Кроме того, модель требует знания времени решения задачи лучшим из последовательных алгоритмов  $T_0$  на одном устройстве системы.

## Модель распределенной системы

В данном разделе мы обобщим модель параллельной системы на распределенные системы. Распределенная система отличается от параллельной в двух аспектах. Во-первых, узлы могут иметь различные характеристики производительности. Во-вторых, узлы распределенной системы, как правило, доступны не на всем протяжении решения задачи, а на некотором подмножестве этого интервала. Рассмотрим вычислительную систему из  $n$  функциональных устройств, объединенных сетью. В отличие от параллельной системы, рассмотренной в предыдущем разделе, не будем предполагать, что все устройства одинаковые, предположим лишь, что они могут решать задачи одного класса, но могут решать одну задачу  $A$  за разное время  $T_i(A) > 0$ . Также для каждого устройства задано расписание, определяемое  $h_i(t) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \{0,1\}$ .

При этом,  $h_i(t) = 1$  если устройство в момент времени  $t$  выделено для решения, и  $h_i(t) = 0$  в противном случае. Рассматривать будем только расписания, задаваемые функцией  $\vec{h}(t)$ , имеющей не более конечного числа точек разрыва на любом ограниченном интервале времени.

Для параллельной системы эффективность  $E = \frac{T_0}{nT}$  можно переписать в виде

$$E = \frac{T_0/n}{T};$$

здесь выражение  $T_0/n$  соответствует времени решения эталонной системой, по аналогии для системы с расписанием определим эффективность как

$$E_t = \frac{\bar{T}(A)}{T(A)},$$

где  $\bar{T}(A)$  — эталонное время решения задачи  $A$ .

Для определения эталонного времени решения задачи потребуется определить понятие эталонной производительности  $\pi(A, t)$  распределенной системы. Обозначим через  $\bar{T}_i(A) > 0$  время решения задачи  $A$   $i$ -м устройством с использованием наиболее быстрого последовательного алгоритма. Будем называть эталонной производительностью  $\pi_i(A)$  устройства  $i$  при решении задачи  $A$  величину

$$\pi_i(A) = \frac{L(A)}{\bar{T}_i(A)};$$

здесь  $L(A)$  — функция трудоемкости задачи (см. также [1]). Функция трудоемкости  $L(A): A \rightarrow R^+$  определена на некотором множестве задач  $A$  и выражает наше априорное знание о сложности решения задачи — вычислительных ресурсах, которые необходимо затратить на ее решение. Примером такой функции может служить оценка числа элементарных операций выполняемых алгоритмом с помощью теории сложности. Заметим, что функцию  $L(A)$  можно в некоторых случаях принять тождественно равной единице  $L(A) \equiv 1$ .

Эффективность параллельной системы можно представить как

$$E = \frac{1/T}{n \cdot 1/T_0} = \frac{L(A)/T}{n \cdot \pi_0(A)},$$

где  $\pi_0(A)$  — эталонная производительность одного устройства.  $L(A)/T$  можно рассматривать как реальную производительность параллельной системы,  $n \cdot \pi_0(A)$  — как эталонную.

Введем эталонную производительность системы с расписанием как сумму эталонных производительностей устройств с учетом расписания. Эталонная производительность  $\pi(A, t)$  запишется в виде:

$$\pi(A, t) = \sum_{i=1}^n \pi_i(A) h_i(t) = (\bar{\pi}(A), \bar{h}(t)).$$

При полной доступности устройств  $h_i(t) \equiv 1$  в процессе решения задачи и при одинаковой эталонной производительности  $\pi_i(A) = \pi_0$  эталонная производительность системы будет совпадать с  $n \cdot \pi_0$ , то есть с эталонной производительностью параллельной системы.

Вычислительной системой с расписанием  $\mathbf{R}$  для решения задач из множества  $\mathbf{A}$  будем называть совокупность

$$\mathbf{R} = \langle \bar{\pi}(A), \bar{h}(t) \rangle.$$

Эталонным временем решения  $\bar{T}(A)$  задачи  $A$  системой с расписанием  $\mathbf{R}$  будем называть величину  $\bar{T}(A)$ , определяемую следующим образом:

$$\bar{T}(A) = \min t : \int_{\tau=0}^t \pi(A, \tau) d\tau = L(A).$$

Итак, эффективность по времени вычислительной системы с расписанием определяется как

$$E_t = \frac{\bar{T}(A)}{T(A)},$$

где  $T(A)$  — время решения, определяемое экспериментально, а эталонное время рассчитывается по формуле  $\bar{T}(A) = \min t : \int_{\tau=0}^t \pi(A, \tau) d\tau = L(A)$ .

Ускорение для параллельной системы определяется как отношение времени решения задачи на одном узле, ко времени решения задачи на всей системе. В распределенной системе с расписанием устройства могут быть различными, поэтому вводить понятие ускорения таким же образом некорректно, так как непонятно по отношению к какому устройству считать ускорение. Поэтому предпочтительнее ввести более общее понятие относительного ускорения. Ускорением  $S$  системы с расписанием  $\mathbf{R}_1$  относительно системы  $\mathbf{R}_2$  будем называть отношение времен решения задачи  $A$  этими системами:

$$S(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \frac{T_1}{T_2}.$$

Можно также ввести в рассмотрение ускорения по отношению к каждому из узлов системы. Определим ускорение  $S_i$  как отношение эталонного времени решения задачи на узле  $i$  ко времени решения задачи на всей системе:  $S_i = \frac{\bar{T}_i}{T}$ . Тогда в случае неоднородной системы, в которой вычислительные узлы доступны на протяжении всего времени вычислений ( $h_i(t) = 1$ ) выполняется следующее соотношение, связывающее

эффективность и ускорения:  $E = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{S_i}}$ . Действительно, эффективность

$$E = \frac{\bar{T}}{T}, \text{ из определения эталонного времени } \int_0^{\bar{T}} \sum_{i=1}^n \pi_i dt = L(A) \Rightarrow \bar{T} = \frac{L(A)}{\sum_{i=1}^n \pi_i},$$

отсюда  $E = \frac{L(A)}{T \sum_{i=1}^n \pi_i} = \frac{L(A)}{T \cdot L(A) \sum_{i=1}^n \frac{1}{\bar{T}_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{S_i}}$ , так как  $\pi_i = \frac{L(A)}{\bar{T}_i}$ .

Заметим, что представленная модель системы с расписанием сводится к модели для параллельной системы, если предположить, что все устройства одинаковы и доступны на протяжении всего времени решения задачи  $A$ :

$$h_i(t) \equiv 1, \\ \pi_i(A) = \pi_0.$$

С учетом указанных соотношений эффективность системы с расписанием можно представить как

$$E_t = \frac{\bar{T}(A)}{T(A)} = \frac{L(A)/(n \cdot \pi_0)}{T(A)} = \frac{T_0}{nT},$$

что совпадает с определением эффективности для параллельной системы.

## Заключение

В работе была предложена модель производительности распределенной системы. В модели были введены основные характеристики производительности такие, как эталонная производительность, эффективность и ускорение. Различия между параллельной и распределенной системами учитываются в модели при помощи расписания устройств и учетом их неоднородности. В работе также показано, что для параллельной системы, которую можно рассматривать как частный случай распределенной системы постоянного состава и содержащей только однородные устройства, предложенная модель совпадает с традиционной моделью производительности.

В работе не рассматривается вопрос измерения и оценки необходимых параметров, считается, что характеристики производительности рассчитываются после того, как система завершила решение задачи. Дальнейшие исследования будут посвящены вопросу о промежуточном состоянии системы, что позволит использовать предложенную модель также для анализа алгоритмов распределения нагрузки.

## Литература:

1. *Ananth Grama, Anshul Gupta, George Karypis, Vipin Kumar* Introduction to Parallel Computing, Second Edition. USA: Addison Wesley, 2003.
2. *Хорошевский В. Г.* Архитектура вычислительных систем: Учеб. пособие для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2005.
3. Информационно-аналитический центр по параллельным вычислениям. Проблемы вычислений в распределенной среде / Под ред. С. В. Емельянова, А. П. Афанасьева. ИСА РАН, 2003.
4. Интернет-портал по Грид-технологиям [www.gridclub.ru](http://www.gridclub.ru).