

О «среднестатистических» растрах и векторах метода распознавания символов, основанного на полиномиальной регрессии

М. Б. Гавриков, Н. В. Пестрякова,
А. В. Усков, В. В. Фарсобина

Для исследования одного из современных точных методов распознавания символов [1–6], основанного на полиномиальной регрессии, введены понятия «среднестатистического» растра и вектора. В статье выполнен анализ характера распознавания в контексте этих величин. В частности, выявлены особенности распознавания их самих. Результаты получены на базе рукопечатных цифр, которая используется как для обучения, так и для распознавания.

1. Определения «среднестатистических» растров и векторов

Для «среднестатистического» растра конкретного символа значение в пикселе, имеющем номер i , равно среднему арифметическому значений i -х пикселей по всем растрам этого символа. Расстояние между растрами $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_N)$ и $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_N)$ определяется так: вычисляется модуль разности значений в i -х пикселях, затем производится суммирование по всем N пикселям [1–6]:

$$\|\mathbf{v} - \mathbf{u}\| = \sum_{i=1}^N |v_i - u_i|.$$

Для «среднестатистического» полиномиального вектора конкретного символа значение в каждой компоненте вектора, имеющей номер i , рав-

но среднему арифметическому значений i -х компонент по всем растрам рассматриваемого символа. Расстояние между векторами $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_L)$ и $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_L)$ определяется так: вычисляется модуль разности значений в i -х компонентах и проводится суммирование по всем L компонентам [1–6]:

$$\|\mathbf{v} - \mathbf{u}\| = \sum_{i=1}^L |v_i - u_i|.$$

2. Распознавание «среднестатистических» растров и векторов

В предыдущих работах [1–6] результаты получены с использованием «среднестатистических» растров и векторов. Возникает естественный вопрос, а будут ли они сами верно распознаны при помощи описанного метода? Если да, то каковы оценки распознавания? Оказалось, что как «среднестатистические» растры, так и векторы распознаются верно для всех символов. Очевидно, что любое изображение распознается как перечень из десяти альтернатив для каждого из символов 0–9 с соответствующей оценкой. Альтернативы нумеруются по мере убывания оценок. Для правильно распознанного символа оценка 0-й альтернативы, естественно, и есть оценка распознавания. Интерес представляет не только она, но и оценка 1-й альтернативы. Соотношение между этими оценками говорит о «контрастности» распознавания: чем больше различаются оценка 0-й альтернативы и оценка 1-й альтернативы, тем больше контрастность распознавания. В табл. 1 для каждой из цифр от 0 до 9 приведены оценки распознавания «среднестатистических» растров $P_{v\text{-средн}}$ (0-я альтернатива), а также $P_{v\text{-средн}}$ (1-я альтернатива). Аналогично, даны оценки распознавания «среднестатистических» векторов $P_{x\text{-средн}}$ (0-я альтернатива), а также $P_{x\text{-средн}}$ (1-я альтернатива). Для каждой цифры оценка распознавания «среднестатистического» растра ниже, чем соответствующего вектора. Оценка первой альтернативы для любого «среднестатистического» растра выше, чем оценка первой альтернативы для любого «среднестатистического» вектора (как того же символа, так и другого). Следовательно, «среднестатистические» растры имеют меньшую контрастность, чем соответствующие векторы. Разброс оценок (разница между максимальной и минимальной оценками) при распознавании «среднестатистических» растров равен $229 - 105 = 124$. Он намного выше, чем имеющийся у векторов ($240 - 219 = 21$). В табл. 1 в двух последних столбцах для каждого символа указано сначала общее количество

Таблица 1

Символ	P_{ν} -средн (0-я альтернатива)	P_{ν} -средн (1-я альтернатива)	P_{χ} -средн (0-я альтернатива)	P_{χ} -средн (1-я альтернатива)	количество изображений	число/доля (%) неправильно распознанных изображений
0	229	38	237	11	19 580	42 / 0,215
1	133	44	242	7	33 160	54 / 0,163
2	189	61	240	4	17 990	47 / 0,261
3	134	29	229	7	13 650	106 / 0,783
4	105	58	223	18	12 900	163 / 1,264
5	152	31	228	12	13 120	57 / 0,434
6	179	47	235	13	13 041	48 / 0,368
7	157	54	238	8	16 151	88 / 0,545
8	130	53	219	14	10 121	174 / 1,719
9	176	47	236	10	25 051	102 / 0,407

изображений, а затем число/доля (выраженная в процентах) неправильно распознанных изображений.

3. Расстояния между «среднестатистическими» растрами и векторами различных символов

Приведем данные о расстоянии между «среднестатистическими» растрами различных символов. В табл. 2 по горизонтали и по вертикали указаны цифры от 0 до 9. На пересечении столбцов и строк даны расстояния между «среднестатистическими» растрами соответствующих цифр.

Расстояние между «среднестатистическими» растрами цифр 4 и 9 является минимальным и равно 34,3, а для 0 и 1 соответствующее расстояние — максимальное, его значение 81,6. Чисто визуально это понятно.

Аналогично, приведем данные о расстоянии между «среднестатистическими» векторами различных символов. В табл. 3 по горизонтали и по вертикали указаны цифры от 0 до 9. На пересечении столбцов и строк даны расстояния между «среднестатистическими» векторами соответствующих цифр.

Расстояние между «среднестатистическими» векторами цифр 8 и 9 является минимальным (что отличается от случая с растрами) и равно

Таблица 2

символ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	81,6	61,3	63,2	60,2	52,1	46,9	80,6	57,1	40,6
1	81,6	0	55,8	53,4	46,3	49,4	62,3	34,7	49,7	56,9
2	61,3	55,8	0	47,6	53,3	48,5	56,0	50,6	36,7	43,6
3	63,2	53,4	47,6	0	60,9	46,8	49,5	52,3	37,8	48,8
4	60,2	46,3	53,3	60,9	0	51,9	49,9	55,2	47,8	34,3
5	52,1	49,4	48,5	46,8	51,9	0	43,9	50,0	42,3	37,9
6	46,9	62,3	56,0	49,5	49,9	43,9	0	66,4	37,0	46,7
7	80,6	34,7	50,6	52,3	55,2	50,0	66,4	0	51,8	57,4
8	57,1	49,7	36,7	37,8	47,8	42,3	37,0	51,8	0	36,7
9	40,6	56,9	43,6	48,8	34,3	37,9	46,7	57,4	36,7	0

Таблица 3

символ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	4358	3350	3426	3252	2924	2535	4202	3067	2244
1	4358	0	3127	3048	2509	2767	3396	1994	2662	3057
2	3350	3127	0	2517	2918	2817	2857	2721	1929	2354
3	3426	3048	2517	0	3254	2724	2651	2947	2120	2540
4	3252	2509	2918	3254	0	2837	2627	2850	2435	1803
5	2924	2767	2817	2724	2837	0	2366	2848	2333	2110
6	2535	3396	2857	2651	2627	2366	0	3447	1925	2347
7	4202	1994	2721	2947	2850	2848	3447	0	2659	2904
8	3067	2662	1929	2120	2435	2333	1925	2659	0	1902
9	2244	3057	2354	2540	1803	2110	2347	2904	1902	0

1902, а для 0 и 1 соответствующее расстояние — максимальное (как и для растров), его значение 4358. Это также укладывается в рамки визуального представления о сходстве и различии символов. Тот факт, что пара ближайших «среднестатистических» растров не совпадает с парой ближайших «среднестатистических» векторов, говорит о существенной перестройке «метрики» при переходе от растрового к векторному подходу.

В этом же заключается причина того, что между табл. 2 и 3 не наблюдается заметного соответствия: большему/меньшему значению расстоянию между «среднестатистическими» растрами не всегда соответствует большее/меньшее расстояние между «среднестатистическими» векторами.

4. Связь между распознаванием и степенью близости к «среднестатистическим» растрам и векторам

В работах [1–6] уже было показано, что для любого символа растры его верно распознанных изображений могут находиться дальше от «среднестатистического» растра этого символа, чем растры неверно распознанных изображений, а также аналогично, что для любого символа полиномиальные векторы его верно распознанных изображений могут находиться

дальше от «среднестатистического» вектора этого символа, чем полиномиальные векторы неверно распознанных изображений.

Представляет интерес, для какой части правильно распознанных символов расстояние между растрами их изображений и соответствующим «среднестатистическим» растром меньше расстояний до «среднестатистических» растров других символов. Аналогично, для какой части правильно распознанных символов расстояние между полиномиальными векторами их изображений и соответствующим «среднестатистическим» вектором меньше расстояний до «среднестатистических» векторов других символов.

А также, для какой части неправильно распознанных символов расстояние между растрами их изображений и «среднестатистическим» растром символа, получившего при распознавании наибольшую оценку, меньше расстояний до «среднестатистических» растров других символов. Аналогично, для какой части неправильно распознанных символов расстояние между полиномиальными векторами их изображений и «среднестатистическим» вектором символа, получившего при распознавании наибольшую оценку, меньше расстояний до «среднестатистических» векторов других символов.

Расчеты показали, что среди верно распознанных 173 897 изображений растры наименее удалены от «среднестатистического» растра соответствующего символа для 152 153 изображений, что составляет 87,50 % от их числа. Аналогично, полиномиальные векторы наименее удалены от «среднестатистического» вектора соответствующего символа для 153 720 изображений, что составляет 88,40 % от их числа.

Соответственно, среди неверно распознанных 881 изображений растры наименее удалены от «среднестатистического» растра символа, получившего максимальную оценку всего лишь для 470 изображений, что составляет 53,35 % от их числа. Аналогично, среди неверно распознанных 881 изображений полиномиальные векторы наименее удалены от «среднестатистического» вектора символа, получившего максимальную оценку всего лишь для 454 изображений, что составляет 51,53 % от их числа.

Для правильно распознанных символов описанные результаты получены раздельно по каждому из символов $0, 1, \dots, 9$ и представлены в табл. 4(1)–4(2) для растров, а также 5(1)–5(2) для полиномиальных векторов.

По табл. 4(1)–4(2) видно, что для каждого из символов растры наибольшего количества изображений ближе всего к «своему» «среднестатистическому» растру (их доля указана в последнем столбце табл. 4(2)).

По табл. 5(1)–5(2) видно, что для каждого из символов полиномиальные векторы наибольшего количества изображений ближе всего

Таблица 4(1)

	ср.-стат. растр «0»	ср.-стат. растр «1»	ср.-стат. растр «2»	ср.-стат. растр «3»	ср.-стат. растр «4»
0	19 367	15	2	4	0
1	89	30 063	79	321	780
2	106	310	15 426	45	0
3	33	358	24	11 997	1
4	25	2304	12	14	9291
5	142	66	1	1225	1
6	424	423	4	56	2
7	12	570	14	30	136
8	72	543	148	253	0
9	956	829	12	1066	56

Таблица 4(2)

	ср.-стат. растр «5»	ср.-стат. растр «6»	ср.-стат. растр «7»	ср.-стат. растр «8»	ср.-стат. растр «9»	доля min отклонен.
0	34	22	1	19	73	0,991
1	192	158	168	656	601	0,908
2	51	211	178	1518	98	0,860
3	191	94	148	571	129	0,886
4	1	208	558	36	290	0,729
5	10 857	620	62	65	31	0,831
6	265	11 729	1	94	0	0,903
7	127	15	14 825	22	312	0,923
8	9	755	45	8010	114	0,805
9	181	24	327	906	20 588	0,825

Таблица 5(1)

	ср.-стат. растр «0»	ср.-стат. растр «1»	ср.-стат. растр «2»	ср.-стат. растр «3»	ср.-стат. растр «4»
0	19 081	19	1	11	0
1	74	29 534	151	605	1172
2	45	138	16 962	52	2
3	10	152	52	12 634	0
4	20	1381	5	13	10 310
5	33	8	0	1062	5
6	220	294	16	156	2
7	0	201	43	72	215
8	10	622	531	704	1
9	529	689	27	1656	98

Таблица 5(2)

	ср.-стат. вектор «5»	ср.-стат. вектор «6»	ср.-стат. вектор «7»	ср.-стат. вектор «8»	ср.-стат. вектор «9»	доля min отклонен.
0	293	26	1	31	74	0,977
1	424	75	258	574	240	0,892
2	188	104	86	321	45	0,945
3	319	37	135	97	110	0,933
4	18	58	860	16	58	0,809
5	11 731	195	18	5	13	0,898
6	1297	10 946	0	66	1	0,842
7	163	4	15 169	2	194	0,944
8	128	593	84	7059	217	0,710
9	1006	14	475	157	20 294	0,813

к «своему» «среднестатистическому» вектору (их доля указана в последнем столбце табл. 5(2)).

При сопоставлении табл. 4(1)–4(2) и 5(1)–5(2) видно, что они существенно различаются. Можно привести огромное количество примеров несоответствия данных. Достаточно уже сравнить вторые столбцы табл. 4(2) и 5(2), относящиеся к «среднестатистическим» растру и вектору символа 5. Значительные расхождения имеются также и в последних столбцах табл. 4(2) и 5(2), так что к приведенным общим по всем символам цифрам о наименее удаленных от «среднестатистического» растра изображениях (87,50 %) и наименее удаленных от «среднестатистического» вектора изображениях (88,40 %) следует добавить данные о разбросе по различным символам из последних столбцов таблиц.

Для неправильно распознанных символов также соответствующие результаты получены раздельно по каждому из получивших наивысшую оценку символов 0, 1, ..., 9 и представлены в табл. 6(1)–6(2) для растров, а также 7(1)–7(2) для полиномиальных векторов.

По табл. 6(1)–6(2) видно, что не для каждого из символов растры наибольшего количества изображений ближе всего к «своему» «среднестатистическому» растру.

По табл. 7(1)–7(2) видно, что не для каждого из символов полиномиальные векторы наибольшего количества изображений ближе всего к «своему» «среднестатистическому» вектору.

В табл. 6(1)–6(2) и 7(1)–7(2) отсутствует последний столбец, имеющийся в табл. 4(1)–4(2) и 5(1)–5(2). Это понятно, поскольку в первом столбце указаны не сами распознаваемые символы, а те ошибочные символы, в качестве которых они были распознаны.

Следует отметить, что между табл. 6(1)–6(2) и 7(1)–7(2) наблюдается определенное сходство, в отличие от табл. 4(1)–4(2) и 5(1)–5(2). Видимо, это говорит о том, что для неправильно распознанных изображений символов использование полиномиальных векторов вместо растров добавляет небольшое количество информации, в отличие от ситуации с правильно распознанными символами, для которых переход от растров к полиномиальным векторам существенно увеличивает количество информации и приводит к перестраиванию структуры распознавания (табл. 4(1)–4(2), 5(1)–5(2)).

Выводы

Изложенный материал позволяет получить некоторое представление об особенностях распознавания с использованием метода [1–6] в контек-

Таблица 6(1)

	ср.-стат. растр «0»	ср.-стат. растр «1»	ср.-стат. растр «2»	ср.-стат. растр «3»	ср.-стат. растр «4»
0	29	0	1	4	0
1	0	193	1	8	16
2	1	14	13	1	0
3	0	11	2	54	0
4	1	17	1	1	12
5	2	1	0	5	0
6	20	3	0	8	0
7	0	17	1	5	8
8	2	5	1	5	0
9	29	14	7	7	3

Таблица 6(2)

	ср.-стат. растр «5»	ср.-стат. растр «6»	ср.-стат. растр «7»	ср.-стат. растр «8»	ср.-стат. растр «9»
0	1	3	0	1	5
1	0	2	10	5	2
2	12	8	7	8	9
3	6	3	1	5	9
4	0	1	8	6	6
5	9	3	2	0	1
6	3	37	0	1	1
7	8	9	66	6	5
8	0	2	2	29	1
9	6	6	2	13	28

Таблица 7(1)

	ср.-стат. вектор «0»	ср.-стат. вектор «1»	ср.-стат. вектор «2»	ср.-стат. вектор «3»	ср.-стат. вектор «4»
0	27	0	3	5	0
1	0	173	3	13	23
2	1	6	17	3	1
3	1	4	1	58	1
4	1	10	2	1	20
5	1	1	0	4	0
6	13	2	0	17	0
7	0	9	4	6	9
8	1	5	1	9	0
9	24	16	10	14	7

Таблица 7(2)

	ср.-стат. вектор «5»	ср.-стат. вектор «6»	ср.-стат. вектор «7»	ср.-стат. вектор «8»	ср.-стат. вектор «9»
0	3	2	0	0	4
1	2	1	14	6	2
2	21	4	11	4	5
3	16	3	1	1	5
4	4	1	8	4	2
5	13	1	1	0	2
6	9	30	0	1	1
7	19	3	70	3	2
8	3	0	3	22	3
9	8	4	5	3	24

сте «среднестатистических» растров и векторов. Введение в рассмотрение этих понятий имеет ключевое значение при исследовании особенностей данного метода распознавания ввиду

- 1) наличия структуры при отклонении от «среднестатистического» вектора символа правильно, неправильно распознанных изображений этого символа, а также «чужих» символов,
- 2) монотонного падения средней оценки распознавания при удалении от «среднестатистического» вектора, а также аналогичной закономерности при удалении от «среднестатистического» растра, но с более высоким уровнем шумов.

В настоящей работе в результате распознавания этих величин для каждого символа показано, что оценка распознавания «среднестатистического» растра ниже, чем соответствующего вектора. Кроме того, «среднестатистические» растры имеют меньшую контрастность, чем соответствующие векторы. Также получено, что разброс оценок при распознавании «среднестатистических» растров намного выше, чем у векторов. В данной статье определены расстояния между «среднестатистическими» растрами различных символов (аналогично для векторов). Найдены пары символов, расстояние между «среднестатистическими» растрами/векторами которых является минимальным (и наоборот — максимальным). Эти результаты укладываются в рамки визуального представления о сходстве и различии символов. Более того, наблюдается совпадение максимально удаленных пар. Тот факт, что пара ближайших «среднестатистических» растров не совпадает с парой ближайших «среднестатистических» векторов, говорит о существенной перестройке «метрики» при переходе от растрового к векторному подходу.

Среди распознанных изображений символов вычислены доли тех, для которых ближайшим является «свой» «среднестатистический» растр (87,50 %)/вектор (88,40 %). Однако следует учесть усредненность этих данных при имеющемся разбросе по различным символам. Для каждого из символов растры/полиномиальные векторы наибольшего количества изображений ближе всего к «своему» «среднестатистическому» растру/вектору.

Аналогично, среди нераспознанных изображений символов вычислены доли тех, для которых ближайшим является получивший максимальную оценку среднестатистический растр (53,35 %)/вектор (51,53 %). Однако, не для каждого из символов растры/полиномиальные векторы наибольшего количества изображений ближе всего к «своему» «среднестатистическому» растру/вектору.

Следует отметить, что определенное сходство результатов, полученных для неправильно распознанных изображений символов как в терминах растров, так и для векторов (в отличие от правильно распознанных изображений), видимо, означает, что для неправильно распознанных символов использование полиномиальных векторов вместо растров добавляет небольшое количество информации о символах, в отличие от ситуации с правильно распознанными символами, для которых переход от растров к полиномиальным векторам существенно увеличивает количество информации и приводит к перестраиванию структуры распознавания.

Литература

1. *Гавриков М. Б., Пестрякова Н. В.* Метод полиномиальной регрессии в задачах распознавания печатных и рукопечатных символов: Препринт // ИПМатем. РАН. М., 2004. № 22. 12 с.
2. *Гавриков М. Б., Пестрякова Н. В., Славин О. А., Фарсобина В. В.* Развитие метода полиномиальной регрессии и практическое применение в задаче распознавания: Препринт // ИПМатем. РАН. М., 2006. № 25. 21 с.
3. *Гавриков М. Б., Мисюрев А. В., Пестрякова Н. В., Славин О. А.* Об одном методе распознавания символов, основанном на полиномиальной регрессии // Автоматика и Телемеханика. 2006. № 2. С. 119–134.
4. *Гавриков М. Б., Пестрякова Н. В., Усков А. В., Фарсобина В. В.* О некоторых свойствах метода распознавания символов, основанного на полиномиальной регрессии: Препринт // ИПМатем. РАН. М., 2007. № 69. 20 с.
5. *Гавриков М. Б., Пестрякова Н. В., Усков А. В., Фарсобина В. В.* О некоторых свойствах оценки метода распознавания символов, основанного на полиномиальной регрессии: Препринт // ИПМатем. РАН. М., 2008. № 7. 28 с.
6. *Гавриков М. Б., Пестрякова Н. В., Усков А. В., Фарсобина В. В.* Оценка распознавания символов для метода, основанного на полиномиальной регрессии // Настоящий сборник. С. 194–219.