Литература

1. *Шегельман И. Р.* Региональная стратегия развития лесопромышленного комплекса. Петрозаводск: ПетрГУ, 2004. 156 с.
2. *Аганбегян А. Г.* Система моделей народно-хозяйственного планирования. М.: Мысль, 1972. 348 с.
3. *Бандман М. К.* Территориально-производственные комплексы: теория и практика предплановых исследований. Новосибирск: Наука, 1980. 256 с.
4. *Крепкая Л. Д.* Согласование отраслевого и территориального подходов при оптимизации развития и размещения производства / Л. Д. Крепкая, Э. Г. Синявская, В. Н. Чурашев. Новосибирск: Наука, 1982. 192 с.
5. *Шалабин Г. В.* Оптимизация долгосрочного плана группы взаимосвязанных отраслей экономического района. Л.: Издательство Ленинградского университета, 1975. 128 с.

Региональное планирование деятельности предприятий энергоснабжения на основе задач с интервальными переменными

Р. В. Воронов, А. М. Воронова, В. В. Поляков

Петрозаводский государственный университет

Проблемы энергосбережения сегодня весьма актуальны для многих регионов, включая Республику Карелия, где проводятся мероприятия по переводу небольших предприятий теплоснабжения (например, котельных), работающих на угле и мазуте, на местные виды топлива, в частности торф и топливную щепу [1]. Переход на местные энергоресурсы обоснован экономической выгодой от использования более дешевых видов топлива, уменьшением зависимости от нестабильных поставок ресурсов из других регионов, а также возможностью снижения вредных выбросов в атмосферу. Кроме того, вовлечение торфа и древесных отходов в топливно-энергетический баланс благотворно влияет на развитие торфодобывающей отрасли республики и способствует эффективному использованию низкокачественной древесины и древесных отходов лесозаготовительных предприятий.

Однако полностью отказаться от привозных энергоресурсов нельзя по нескольким причинам. Во-первых, объемы добычи торфа и сырья для переработки на топливную щепу ограничены возможностями торфодобывающего и лесозаготовительного оборудования соответственно. При этом процесс производства местных энергоресурсов непрерывен во времени, а отгрузка и поставка привозных ресурсов осуществляется партиями определенных объемов, размер которых ограничен снизу — до тех пор, пока партия не будет сформирована, ее не отправят потребителю. Во-вторых, для изготовления топливной щепы требуется специальное оборудование — щепорубительные установки. Стационарные щепорубительные установки создают запасы топливной щепы в тех котельных пунктах, где они установлены. Передвижные щепорубительные установки обеспечивают ресурсами несколько котельных пунктов, перемещаясь между ними и перерабатывая древесину в топливную щепу. Количество щепорубительных установок также ограничено.

Во всех котельных для каждого месяца отопительного сезона определены нормы выработки тепловой энергии, используемой на отопление соответствующего населенного пункта. Вне зависимости от возможностей производства местных видов топлива на территории Республики Карелия все населенные пункты должны быть обеспечены необходимым количеством тепла в течение всего отопительного сезона. Поэтому целесообразно обеспечивать местным топливом те котельные пункты, которые расположены вблизи соответствующих предприятий торфодобывающей и лесозаготовительной отрасли, чтобы снизить затраты на поставку ресурсов. Остальные котельные пункты желательно перевести на смешанное потребление топливных ресурсов, причем приоритетным должно быть использование местных видов ресурсов — только в том случае, если их не хватает или они не могут быть доставлены в требуемые сроки, они заменяются привозными видами топлива.

Эффективная реализация данной программы требует выработки оптимального плана потребления котельными пунктами топливных ресурсов, обеспечивающего минимальные затраты на используемое сырье, определяющего объемы и сроки его поставки, а также график работы передвижных рубительных установок. Подготовка такого плана затрудняется наличием значительного числа трудно формализуемых факторов: изменением погодных условий и состояния дорог, поломками оборудования (щепорубительных установок, торфодобывающих агрегатов), что существенно влияет на возможности доставки топлива (древесины, торфа) от мест производства к пунктам теплоснабжения.

Решение подобных задач предполагает использование методов математического моделирования, что осложняется рядом факторов, прежде всего, низкой квалификацией управленческого персонала в области математического моделирования, исключающей использование сложных моделей, учитывающих динамику протекающих процессов. Кроме того, при планировании необходимо считаться с невозможностью точного выполнения рассчитанных планов, что может привести к нарушению скоординированности в работе элементов региональной системы.

Как показывает опыт, для решения подобных задач на практике применяют относительно простые модели, приводящие к задачам линейного программирования [2], несмотря на то что они не позволяют адекватным образом описать условия решаемой задачи. Решение такой задачи может служить лишь ориентиром. Однако если учесть, что основной целью

решения задачи планирования является поиск сбалансированного плана работы всех элементов региональной системы, а остальные аспекты отступают на второй план, то в ряде случаев выходом может быть использование моделей, приводящих к задачам, внешне подобным задачам линейного программирования, но, в отличие от них, предполагающим интервальный характер переменных [3].

В ходе исследования задачи был построен ряд математических моделей. Приведем одну из них, достаточно компактную, на примере которой продемонстрируем особенности выбранного интервального подхода.

Для описания модели используем следующие обозначения:

Множества задачи:

K — индексное множество котельных пунктов, $k \in K$;

S — индексное множество видов сырья, $s \in S$;

P — индексное множество предприятий — поставщиков сырья, $p \in P$;

S_k — индексное множество видов сырья, пригодных для использования в котельном пункте k, подмножество множества S;

S_p — индексное множество видов сырья, выпускаемых предприятием p, подмножество множества S;

K_s — индексное множество котельных пунктов, работающих на сырье вида s, подмножество множества K;

P_s — индексное множество поставщиков сырья вида s, подмножество множества P.

Неуправляемые факторы:

V_k — требуемый объем выпускаемого тепла котельным пунктом k за весь период планирования;

W_{sp} — предельный объем выпускаемого сырья вида s предприятием p за период планирования;

h_s — теплотворная способность сырья s;

c_{spk} — стоимость единицы топлива s, доставляемого предприятием p для котельного пункта k (включая стоимость доставки).

Управляемые факторы — переменные задачи:

$\overline{x}_{spk}$ — объем поставки сырья вида s предприятием p в котельный пункт k (сырьем являются местные энергоресурсы и привозные виды топлива — уголь, мазут).

Критерий оптимальности — минимум суммарных затрат на закупку сырья всеми котельными пунктами — определяет вид целевой функции:

$$\sum_{k\in K}\sum_{s\in S_k}\sum_{p\in P_s} c_{spk}\overline{x}_{spk} \to \min. \qquad (1)$$

Ограничения модели связаны с необходимостью отображения двух основных факторов. Во-первых, запасов сырья должно хватить для выработки требуемого количества тепла:

$$\sum_{s\in S_k}\sum_{p\in P_s} h_s x_{spk} \geqslant V_k, \quad k\in K. \tag{2}$$

Во-вторых, вывоз сырья s с предприятия p не должен превышать предельный объем его выработки:

$$\sum_{k\in K_s} x_{spk} \leqslant W_{sp}, \quad p\in P, \quad s\in S_p. \tag{3}$$

Неравенства (2)–(3) должны выполняться для всех неотрицательных значений x_{spk}, которые либо попадают в интервалы:

$$x_{spk}\in[\overline{x}_{spk}-\sigma_{spk};\ \overline{x}_{spk}+\sigma_{spk}],$$
$$\text{при}\quad \overline{x}_{spk}\geqslant\sigma_{spk},\quad k\in K,\quad s\in S_k,\quad p\in P_s,$$

$$x_{spk}\in[0;\ \overline{x}_{spk}+\sigma_{spk}],$$
$$\text{при}\quad 0<\overline{x}_{spk}<\sigma_{spk},\quad k\in K,\quad s\in S_k,\quad p\in P_s,$$

либо

$$x_{spk}=0,\quad \text{при}\quad \overline{x}_{spk}=0,\quad k\in K,\quad s\in S_k,\quad p\in P_s. \tag{4}$$

Здесь x_{spk} — вспомогательные переменные задачи, $\overline{x}_{spk}$ — срединные значения интервалов, σ_{spk} — положительные величины, определяющие длину интервалов.

Ограничения (2)–(3) соответствуют ограничениям классической транспортной задачи. Отличие предложенной модели заключается в наличии требования (4), означающего, что ограничения (2)–(3) должны выполняться не только для планируемых объемов поставок $\overline{x}_{spk}$, но и для *всех совокупностей* значений x_{spk}, отличающихся не более чем на σ_{spk} от соответствующих им величин $\overline{x}_{spk}$. Решения задачи, при которых выполняются условия (2)–(4), будем называть интервальными.

Задачи с интервальными переменными, подобные (1)–(4), в теории математического программирования ранее не рассматривались. Как показано в [4, 5], такие задачи не могут быть сведены к задачам линейного программирования, но возможно их преобразование к задачам нелинейного, в некоторых случаях — смешанного целочисленного линейного программирования большой вычислительной сложности. Вследствие последнего возникает необходимость поиска эффективных методов решения применительно к интервальной задаче (1)–(4).

Используя доказанный в [6] факт, что среди оптимальных решений задачи линейного программирования с интервальными переменными обязательно имеется решение, содержащее число ненулевых переменных, не превышающее число ограничений, и основываясь на подходе к решению задач с интервальными переменными, описанному в [5], можно предложить следующий эвристический алгоритм решения задачи (1)–(4).

Алгоритм состоит из двух этапов. На первом этапе применяется так называемый метод погружения, состоящий в последовательном решении двух задач линейного программирования. Вначале ищется решение задачи с ограничениями вида (2)–(3) и целевой функцией вида (1) (т. е. без учета интервальности). Затем на основе найденного решения строится интервальное решение. Метод построения состоит в «погружении» угловой точки в допустимое множество задачи до достижения выполнения всех ограничений. Для этого в решении нужно некоторым образом изменить значения базисных координат, небазисные оставить равными нулю. Пусть $\widehat{N}$ состоит из троек $(s,p,k)\in N$, соответствующих базисным координатам найденной точки. Определим их значения при помощи решения следующей задачи (5)–(8):

$$\sum_{(s,p,k)\in\widehat{N}} c_{spk}x_{spk}\to\min; \tag{5}$$

$$\sum_{\substack{s,p:\\(s,p,k)\in\widehat{N}}} x_{spk}h_s \geqslant V_k + \sum_{\substack{s,p:\\(s,p,k)\in\widehat{N}}} \sigma_{spk}h_s, \qquad k\in K; \tag{6}$$

$$\sum_{\substack{k:\\(s,p,k)\in\widehat{N}}} x_{spk} \leqslant W_{ps} - \sum_{\substack{k:\\(s,p,k)\in\widehat{N}}} \sigma_{spk}, \qquad p\in P,\quad s\in S_p; \tag{7}$$

$$x_{spk}\geqslant 0,\quad (s,\ p,\ k)\in\widehat{N}. \tag{8}$$

В сумме левой части неравенства (6) сложение идет по всем парам индексов $s\in S$ и $p\in P$ для которых $(s,p,k)\in\widehat{N}$. Аналогично для остальных сумм неравенств (6) и (7).

Описанный метод не гарантирует получения оптимального решения задачи (1)–(4). Поэтому на втором этапе для улучшения полученного решения применяется метод локальной оптимизации [5], заключающийся в таком преобразовании решений, когда на каждом этапе из одного базисного интервального решения получается другое, лучшее решение.

Введем необходимые определения. Обозначим N — множество всех троек индексов $(s,\ p,\ k)$, для которых $k\in K$, $s\in S_k$, $p\in P_s$. Пусть $\widehat{N}\subset N$ — некоторое подмножество множества троек N. Решение $\widetilde{x}_{spk}((s,p,k)\in N)$ назовем базисным решением интервальной задачи

(1)–(4), если $\widetilde{x}_{spk} = 0$ при $(s,p,k) \in N \backslash \widehat{N}$ и вектор $(\widetilde{x}_{spk} \mid (s,p,k) \in N)$ является угловой точкой множества решений системы (9)-(11):

$$\sum_{s \in S_k} \sum_{p \in P_s} x_{spk} h_s \geqslant V_k + \sum_{\substack{s,p:\\(s,p,k) \in \widehat{N}}} \sigma_{spk} h_s, \quad k \in K, \tag{9}$$

$$\sum_{k \in K_s} x_{spk} \leqslant W_{ps} - \sum_{\substack{k:\\(s,p,k) \in \widehat{N}}} \sigma_{spk}, \quad p \in P, \quad s \in S_p, \tag{10}$$

$$x_{spk} \geqslant 0, \quad k \in K, \quad s \in S_k, \quad p \in P. \tag{11}$$

Нетрудно показать, что соответствующие такому определению базисные решения интервальной задачи удовлетворяют требуемым ограничениям (2)–(4) [7].

Второй этап начинается с рассмотрения базисного решения интервальной задачи, полученного на первом этапе (либо, если задача (5)–(8) не имеет решения, то с решения, состоящего из дополнительных не интервальных переменных системы (2)–(3)).

На каждом шаге алгоритма выполняется поиск пары переменных, одна из которых должна быть исключена из текущего базисного решения, другая — включена в следующее базисное решение. Выбирается такая пара, для которой новое базисное решение является допустимым для ограничений (2)–(4), а целевая функция (1) обеспечивает лучшее значение (таких пар может быть несколько, в этом случае возможны разные стратегии выбора — либо выбирается та пара, которая обеспечивает наилучшее значение, либо первая найденная пара).

Не исключено, что предложенный алгоритм может приводить к локально оптимальным решениям, поскольку множество решений задачи (1)–(4) не является выпуклым. Поэтому в дальнейшем предполагается поиск методов обхода локальных оптимумов.

Интервальное решение задачи (1)–(4) позволяет определить объемы поставок различного вида сырья от поставщиков котельным пунктам с учетом возможных срывов поставок, либо завышенного потребления сырья.

Литература

1. Биотопливо: состояние и перспективы использования в теплоэнергетике Республики Карелия: Монография / И. Р. Шегельман, К. В. Полежаев, Л. В. Щеголева и др. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2006. 88 с.

2. Оптимизация в планировании и управлении предприятиями регионального лесопромышленного комплекса / А. Ф. Булатов, А. В. Воронин, В. А. Кузнецов и др. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2001. 227 с.
3. *Поляков В. В.* Планирование производственной деятельности на основе задач математического программирования с интервальными переменными / В. В. Поляков // Информационные технологии. 2006. № 10, С. 40–42.
4. *Поляков В. В.* Метод решения задачи линейного программирования с интервальными переменными / В. В. Поляков // Вестник Поморского университета. Сер. «Естественные и точные науки». 2005. № 2 (8). С. 30-33.
5. *Воронов Р. В.* Об одном подходе к решению задачи математического программирования с интервальными переменными / Р. В. Воронов, В. В. Поляков, Ю. А. Сидорова // Труды Петрозаводского государственного университета. Сер. «Прикладная математика и информатика». Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2007. Вып. 12. С. 49–54.
6. *Воронов Р. В.* Об одном свойстве задачи линейного программирования с псевдоинтервальными переменными / Р. В. Воронов, В. В. Поляков // Труды Петрозаводского государственного университета. Сер. «Математика». Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2006. Вып. 13. С. 38–45.
7. *Визерова А. В.* О задачах линейной оптимизации с абсолютными интервальными переменными / А. В. Визерова, Р. В. Воронов, В. В. Поляков. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2005. 6 с. Деп. ВИНИТИ 15.02.2005. № 224-В2005.