### Модели согласования сетевых затратных характеристик различных иерархических уровней \*

#### Е. М. Васильева

В настоящей статье, которая, по сути, является продолжением работ [1–3], предлагаются методологические и методические подходы к учету естественно-монопольной природы нелинейных транспортных сетей при формировании оценок эффективности их развития, и вопросы моделирования соответствующих характеристик рассматриваются в рамках разработки информационной технологии синтеза сложных сетевых структур. Имеются в виду сетевые инфраструктурные подсистемы мезоуровня (сеть магистрального железнодорожного транспорта, внегородская сеть автомобильных дорог и т. п.), которые обычно принимаются в качестве носителей сущностных свойств естественной монополии, так что при моделировании эти подсистемы целесообразно представлять именно как объекты потенциальной естественной монополии (в контексте современной экономической теории [4–7]).

С позиций теории такой подход ориентирован, прежде всего, на выявление эффекта синергии в виде экономии издержек производства услуг, которой при эффективной организации могут обладать сетевые технологии<sup>1</sup>. Практическая значимость учета естественно-монопольной природы инфраструктурных подсистем нестационарной экономики в оценках эффективности их деятельности и, прежде всего, при анализе и управлении издержками, обусловлена необходимостью изменений в подходах к обоснованию мер государственного регулирования, осуществляемых в ходе российских реформ в рассматриваемой сфере<sup>2</sup>.

 $<sup>^*</sup>$  Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 08-06-12011-офи).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Математически это может быть выражено через свойство субаддитивности отраслевых функций издержек.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Подробнее о предлагаемых подходах к развитию системы государственного регулирования отечественных естественных монополий см. в работе [8].

Статья построена следующим образом: в первой части приводится краткая характеристика информационной технологии синтеза сложных сетевых структур; во второй части излагаются методологические подходы к анализу естественно-монопольной природы проектируемой транспортной сети; в третьей части обсуждаются процедуры согласования затратных характеристик различных иерархических уровней при моделировании развития сложных сетевых структур.

## **Краткая характеристика информационной** технологии синтеза сложных сетевых структур

В течение нескольких последних лет коллективами ИСА РАН и ЦЭМИ РАН проводятся исследования по созданию информационной технологии в области формирования априорных оценок эффективности сетевых инфраструктурных подсистем. Речь идет о методах построения информационной технологии синтеза магистральных сетей, ориентированных на учет условий нестационарной российской экономики (в том числе, особенностей инвестиционных процессов при диверсификации источников финансирования), которые разрабатываются преимущественно в развитие созданных ранее методологических и методических подходов по оптимизации многоэкстремальных нелинейных сетевых транспортных задач большой размерности (см., прежде всего, [9–13]).

Разработка информационной технологии включает: построение системы теоретических и расчетных динамических моделей синтеза сложных сетевых структур; создание методов их решения на основе декомпозиционных алгоритмов решения многоэкстремальных (частично-целочисленных) задач оптимизации с элементами имитационного моделирования; разработку соответствующего компьютерного обеспечения. Существенной особенностью формируемой информационной технологии является целостное, системное рассмотрение следующих основных аспектов:

- разработка принципов и подходов к моделированию сетевых структур, постановок задач оптимизации развития сетей для рыночных условий, с учетом факторов нестационарности и особенностей финансовых ограничений;
- формирование систем характеристик транспортных сетей и их элементов, прежде всего, моделирование сетевых характеристик затрат (в виде нелинейных функциональных зависимостей от загрузки элементов сети одно- или многопродуктовыми потоками и соответст-

вующих технических состояний) на разных уровнях иерархии магистральной сети (объектный уровень — участки, узлы, полигоны как фрагменты сети, направление — магистрали или транспортные коридоры, сеть в целом);

• создание информационных систем синтеза сложных сетевых структур отечественной экономики, ориентированных на управление потоками по сетям и оптимизацию их развития в условиях рынка.

Центральной задачей указанной информационной технологии является задача, которая (например, применительно к магистральным сетям автомобильных дорог) состоит в отыскании набора хозяйственных мероприятий по строительству и реконструкции дорог на сети заданной топологии, которые позволяют достичь максимума суммарного общественного эффекта от осуществления грузовых и пассажирских перевозок<sup>3</sup>. В результате каждого мероприятия меняется техническое состояние дороги, основные характеристики которого — пропускная способность в час и тип покрытия дороги. При этом должны выполняться ограничения на финансовые средства, затрачиваемые на хозяйственные мероприятия. Возможно привлечение финансовых средств, полученных в результате организации платных дорог и функционирования придорожной инфраструктуры. Кроме того, известны первоначальные объемы и структура перевозок, а также считаются известными начальное техническое состояние сети и все технико-экономические характеристики ее элементов (необходимые для определения в динамике издержек на транспортировку и мероприятия по реконструкции).

При решении данной задачи надо ответить на следующие вопросы:

- какие и в каком году изменения целесообразно осуществить в топологии и структуре сети (т. е. когда и где, какие новые элементы — звенья, узлы сети должны быть введены в действие или существующие «закрыты» или развиты и до какого уровня из заданного их допустимого множества);
- какой уровень загрузки при этом должен быть у каждого из элементов в каждом году расчетного периода;
- какие объемы финансовых ресурсов и из каких инвестиционных источников (государственных, частных, международных и др.) возможно

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Хотелось бы подчеркнуть, что внимание исследователей-экономистов к задаче развития сети (правда, в самых различных постановках) не ослабевает в течение более полутора веков в мире и ста последних лет — в России. Анализ хронологии исследований в рассматриваемой области за последние 150 лет, охватывающий истоки и ряд ключевых работ по оптимизации работы и развития транспортных сетей, представлен в [14].

и целесообразно привлечь в каждом году для того, чтобы все заданные экзогенно или самоорганизуемые (по объемам и направлениям) коммутационные потоки (например, перевозки грузов и пассажиров по железнодорожной, автодорожной и т. д. сети) могли быть выполнены наиболее эффективным (или близким к нему) способом с учетом всех экзогенно задаваемых в динамике условий и ограничений финансового, экологического, технологического и т. д. характера, включая и рыночные требования эффективности, формулируемые каждым инвестором.

По целому ряду соображений (исходя из содержательной постановки, конструктивных подходов к ее решению и др.) удобно представлять задачу оптимизации развития сети в виде синтеза двух ключевых задач:

- распределение или/и самоорганизация потоков (в нормативных, дескриптивных или смешанных системах) по существующей или проектируемой сети;
- проектирование структуры сети, ее топологии, выбора наиболее рациональных технических состояний ее звеньев.

Как указано в [1], рассматриваемая задача синтеза нелинейных сетевых структур большой размерности относится к тому классу инженерных и социально-экономических задач, для решения которых наиболее адекватным является применение философии, методологии, методов и процедур прикладного системного анализа. Действительно, требуется решение сложной динамической многовариантной задачи оптимизации развития сети, состоящей из большого числа элементов с нелинейными нагрузочными характеристиками, интенсивно взаимодействующих как между собой, так и с элементами «внешней среды», причем в рамках анализируемого довольно продолжительного расчетного периода.

Выполненный в ИСА РАН абстрактный математический и конкретный экономический анализ сетевых транспортных задач (прежде всего, применительно к российским автодорожной и железнодорожной магистральным сетям) позволил установить, что, несмотря на ряд факторов, резко усложняющих процесс решения задачи (большая размерность многих реальных сетей, существенно нелинейный характер затратных характеристик элементов сети, динамическая постановка задачи и т. д.), вопрос существования допустимого решения в задаче, как правило, решается положительно. Более того, в силу комбинаторной природы множества изменений технического состояния элементов сети количество допустимых решений, различных по топологии и структуре сети, обычно весьма велико, и это на первый план выдвигает сложности моделирования и алгорит-

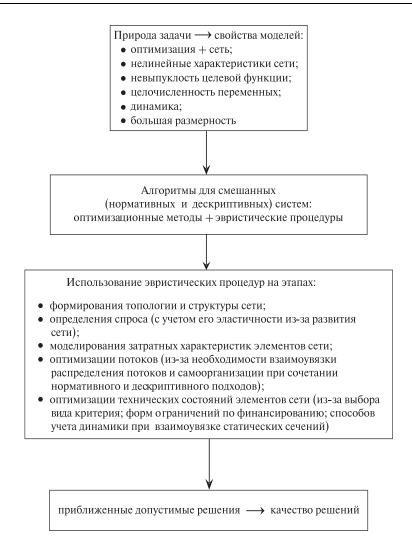
мизации процесса поиска оптимального (или хотя бы квазиоптимального, т. е. в данном случае близкого по качеству) допустимого решения.

При построении показателей эффективности (преимущественно, в части априорных оценок) мероприятий по реформированию сетевых подсистем мезоуровня, когда оценке подлежат варианты намечаемых схем развития сети в целом, представляется целесообразным применение в согласованных (возможно, итеративных) режимах нескольких классов динамических моделей. К ним относятся: нелинейные сетевые модели развития инфраструктурных подсистем, сочетающие оптимизационный и имитационный подходы; модели оценки эффективности связанных (по топологии сети) инвестиционных проектов (программ); модифицированные модели межотраслевых взаимодействий, адаптированные к оценке взаимосвязи инфраструктурных отраслей с другими отраслями экономики; модели оценки технологических детерминант деятельности естественно-монопольных отраслевых структур с учетом факторов нестационарности<sup>4</sup>.

Соответственно требованиям этих моделей, их усложненному представлению для нормативно-дескриптивных систем, предусматриваются и разработки методов оптимизации развития транспортных сетей: от общих подходов декомпозиции по группам непрерывных и дискретных переменных (соответствующих показателям загрузки элементов сети и их техническим состояниям) к модифицированным алгоритмам оптимизации в статике и динамике. Основные направления модификации алгоритмов, включаемых в информационную технологию, могут быть представлены следующим образом:

- сочетание оптимизации нормативного распределения потоков по сети с имитацией дескриптивного распределения (самоорганизацией) потоков;
- сочетание процедур определения загрузок элементов сети при допустимых условиях распределения потоков с оценкой эффективности инвестиционных проектов развития сети;
- включение в двухэтапный алгоритм оптимизации по группам непрерывных и дискретных переменных дополнительного этапа анализа свойств применяемых критериальных функций для учета естественно-монопольной природы сети;
- формирование эндогенных шахматных таблиц корреспонденций с учетом дескриптивного распределения потоков;
- применение процедур динамической оптимизации для взаимоувязки статических сечений.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Эти модели подробно рассмотрены, например, в [1].



**Схема 1.1.** Факторы, определяющие качество приближенных решений задачи оптимизации развития магистральной транспортной сети

При этом предусматривается использование эвристических процедур практически на любых этапах оптимизации. Так, общее решение динамической задачи развития сети с ограничениями по инвестиционным ресурсам формируется в процессе согласования решений отдельных статических сечений, и качество получаемого приближенного решения дополнительно зависит как от способа построения статических сечений, так и от характера эвристических процедур согласования. Реализация подобных подходов, естественно, не гарантирует получения точного оптимального решения рассматриваемой задачи, но — в зависимости от применяемых эвристических приемов формирования оценок эффективности, способов выбора допустимых по ресурсным ограничениям наборов эффективных мероприятий по развитию сети и т. п. — может обеспечивать достаточно хорошее к нему приближение. В целом взаимосвязи природы рассматриваемой задачи, определяемые ею и принятой методологией моделирования свойства моделей и методов их анализа, а также совокупности используемых в процессе решения эвристических процедур представлены на схеме 1.1.

# Методологические подходы к анализу естественно-монопольной природы проектируемой транспортной сети

При оптимизации развития нелинейных транспортных сетей используются, как указано выше, модели и методы, позволяющие рассчитывать стоимостные характеристики различной степени агрегации, соответствующие разным иерархическим уровням (элементу сети, маршруту следования корреспонденции, магистральной сети в целом).

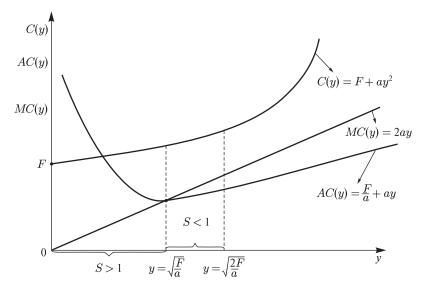
Рассмотрим сначала модели затратных характеристик на нижнем иерархическом уровне, допуская, что аналогичные характеристики на более высоких уровнях получаются простым суммированием объектных характеристик, т. е. имеет место сепарабельность общесетевых затрат по звеньям, включаемым в маршруты следования корреспонденций.

Анализ показывает, что модели определения затрат на перевозки должны иметь вид функциональных зависимостей прежде всего от загрузки отдельных элементов. Следующим по важности фактором при моделировании затрат на перевозки — в задачах оптимизации развития сети и ее элементов — является для каждого отдельного объекта уровень его технического состояния или степень исчерпания пропускной способности. Большинство других факторов, отражающих технико-эксплуатационные особенности деятельности конкретного объекта и влияющих на издержки, могут быть включены в затратные модели в виде параметров.

Анализ также показывает, что в целях повышения адекватности моделей предпочтительнее использовать зависимости нелинейного типа. Это связано не только с самим способом моделирования, но и с так называемыми естественными нелинейностями роста затрат. Имеет место резко нелинейный характер роста реальных издержек при приближении величины загрузки элемента сети к уровню пропускной способности и при ее фактическом исчерпании; в частности, для автодорожных сетей нелинейность затрат возникает при дополнительных разгонах и торможениях автомобилей в плотном потоке, в связи с увеличением времени поездок при резком возрастании интенсивности автомобилепотока и т. п. (см., например, [10, 15]).

В процессе решения динамической задачи развития сети, когда оптимизация технологии перевозок грузов и пассажиров осуществляется при заданных функциях издержек на элементах сети, следует предусматривать моделирова- ние агрегированной, общесетевой функции издержек и тестирование ее на субаддитивность для анализа естественномонопольных свойств сетевых объектов и повышения качества получаемых решений. Еще раз подчеркнем, что свойство субаддитивности агрегированной, общесетевой функции издержек содержательно означает, что для естественной монополии существует дополнительный синергический эффект между ее компонентами, который измеряется в виде экономии издержек, достигаемой в ситуации, когда на отраслевом сегменте рынка работает одна фирма, а не несколько. Тогда соответствующим критерием на дополнительно предусматриваемом этапе алгоритма оптимизации развития сети и может выступать субаддитивность суммарных издержек по сети в целом.

Концепцию субаддитивности удобно также связать с расширением представлений о перегруженности (неперегруженности) сети и ее элементов. Обычно в работах по сетевой проблематике при моделировании развития сетей принято считать, что звенья сети не перегружены, если совокупные издержки на освоение перевозок и развитие сети растут линейно по мере увеличения их загрузок, и — перегружены, если — нелинейно. Однако по целому ряду соображений целесообразно ввести разделение на нелинейность, растущую с замедлением (когда средние издержки выше предельных), и нелинейность, растущую ускоренно (когда средние издержки ниже предельных). Заметим, что перегруженные в обычном смысле звенья сети не обязательно представляют собой (или постепенно превращаются) в так называемые «узкие места», требующие их «расшивки» уже и по техническим ограничениям. Важно иметь в виду, что линейные и медленно растущие функции издержек могут быть субаддитивны во всей допустимой области загрузок, а функции издержек, растущие с ускорением, способны утрачивать присущую им субаддитивность по мере роста загрузки.



**Рис. 2.1.** Вид однопродуктовой функции издержек, субаддитивной в более широкой области, чем область, где S > 1. Кривые средних и предельных издержек

При этом область субаддитивности, по крайней мере в однопродуктовом случае, может быть шире того диапазона загрузки элемента сети, где средние издержки снижаются и превышают предельные, и захватывать область нелинейности, когда издержки начинают расти ускоренно и экономия от масштаба из растущей или постоянной становится падающей (см. рис. 2.1). Тогда, перегруженным можно считать звено сети, уровень загрузки которого одновременно удовлетворяет двум условиям: соответствует ускоренному росту затрат на перевозки и развитие сети и находится за рамками области субаддитивности объектной функции издержек. Конечно, это не означает, что свойством субаддитивности обязательно не будет обладать и агрегированная общесетевая функция издержек, однако при значительном количестве перегруженных элементов сети и некоторых других условиях (см. далее п. 3) возможно нарушение субаддитивности и общесетевой функции издержек.

Можно считать, что необходимость тестирования функций издержек на субаддитивность обусловлена использованием нелинейных зависимостей от загрузок элементов сети на низших иерархических уровнях (звеньях сети — отдельных дорогах, или их совокупностях простейшей топологии — в виде маршрутов следования корреспонденций). Введение нелинейностей, соответствующее более адекватному моделированию процессов

распределения или самоорганизации потоков, в то же время может вызывать нарушения свойства субаддитивности функции издержек на верхнем уровне иерархии (сети в целом) при определенных объемах спроса на перевозки. Причиной подобных нарушений могут служить рассогласования параметров условно-переменных и условно-постоянных составляющих затрат в нелинейных зависимостях функций издержек на элементах сети, используемых при поиске кратчайших маршрутов и оптимизации распределения потоков. Так, примеры показывают (см., например, [2]), что для выполнения свойства субаддитивности функции издержек должна существовать определенная взаимосвязь между параметрами, указывающими степень нелинейности условно-переменных издержек, зависящих от выполняемого объема перевозок, и параметрами, характеризующими соответствующие величины условно-постоянных затрат. Представление этой взаимосвязи удается продемонстрировать в явном виде, допускающем количественную оценку, при моделировании загрузки элементов сети одним, обобщенным видом транспортируемого «груза» и использовании нелинейной зависимости квадратичного типа (см. пример далее в п. 3).

Таким образом, учет естественно-монопольной природы сетевых инфраструктурных подсистем при оптимизации их развития предлагается проводить на основе следующих положений:

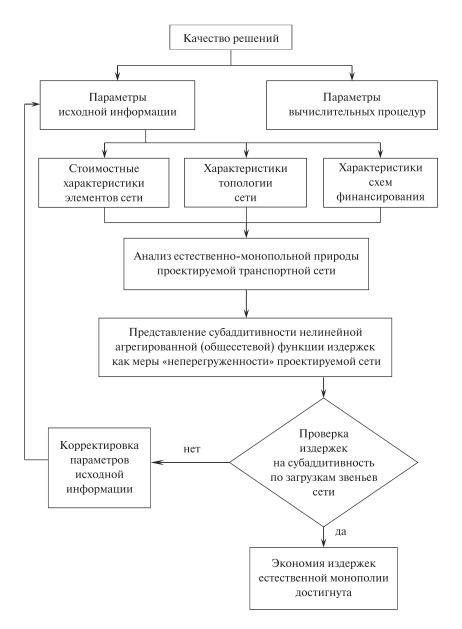
- для выявления эффекта синергии, присущего естественным монополиям, и обеспечения соответствующей экономии издержек при освоении прогнозируемых объемов перевозок по развиваемой сети следует предусматривать моделирование агрегированной, общесетевой функции издержек и тестирование ее на субаддитивность в допустимой области;
- субаддитивность агрегированной, общесетевой функции издержек целесообразно в рамках рассматриваемой задачи трактовать как характеристику меры загрузки магистральной транспортной сети. Наличие свойства субаддитивности такой функции издержек свидетельствует о приемлемой и в определенном смысле эффективно распределяемой загрузке целостной и не расщепляемой структуры. Другими словами, допускается интерпретация субаддитивности как индикатора «неперегруженности» сети; соответственно, принимается, что нарушение субаддитивности, проявляющееся в ускоренном росте издержек, может сигнализировать о перегруженности сети;
- специальные процедуры идентификации агрегированной, общесетевой функции издержек составляют содержание дополнительного вводимого этапа алгоритма оптимизации развития магистральной сети.

Целесообразность такой модификации алгоритма связана с тем, что намечаемая модернизация сетевой технологии и возможный рост условно-постоянных затрат при освоении инвестиций в развитие сети (а следовательно, и в определенной мере увеличение «sunk costs») способны изменять характер нелинейности агрегированной функции издержек, область ее субаддитивности;

• при отрицательном результате тестирования, выявляющем нарушение свойства субаддитивности агрегированной, общесетевой функции издержек, предусматривается корректировка параметров исходной информации, прежде всего, затратных характеристик элементов сети, характеристик топологии сети и схем финансирования, которые, наряду с параметрами вычислительных процедур, обусловливают качество получаемых решений по оптимизации развития сети (см. схему 2.1).

На схеме 2.1. показано, что качество выбора варианта развития сети, осуществляемого в результате модифицированных алгоритмов оптимизации, зависит как от характеристик применяемых вычислительных процедур, так и от параметров исходной информации, в том числе, — параметров нелинейности (и неоднородности) задаваемых объектных (для звеньев сети) функций издержек.

В нормативно-дескриптивных системах при оптимизации развития сети, когда требуется, рассчитывать общественную эффективность сетевых инвестиционных проектов, т. е. выбирать лучшие мероприятия по развитию сети, исходя из нормативного критерия типа «максимум чистого дисконтированного дохода», приходится предварительно формировать допустимые варианты развития сети на основе решения (для каждого фиксированного момента времени) задачи оптимального распределения грузои пассажиропотоков с учетом ряда поведенческих факторов. Поведенческие факторы при определении оптимальных загрузок отдельных звеньев в разветвленных и связанных (с замкнутыми контурами) сетевых структурах играют особую роль не только для автодорожных сетей, но и для сетей другой природы, например, сетей железных дорог при условии диверсификации форм собственности относительно постоянных устройств и подвижного состава. Например, при диверсификации собственности в части подвижного состава, которая в настоящее время имеет место на отечественном железнодорожном транспорте, могут возникать отклонения от социально оптимального распределения грузопотоков по сети, если между владельцем инфраструктуры ОАО «РЖД» (формально государством) и компаниями операторами-перевозчиками возникают конфликты интересов относительно экономических условий доступа к сети (цен доступа), параметров качества



**Схема 2.1.** Нарушение субаддитивности издержек как индикатор перегруженности сети

доставки грузов (скорости транспортировки или возможных потерь массы груза в пути), выбора маршрута следования корреспонденции, предпочтительного по ряду факторов, неучтенных в принятом критерии оптимизации) и др. Таким образом, в нормативно-дескриптивных системах, когда оптимизация развития сети может производиться на каждом этапе алгоритма по своему собственному критерию: оптимизация распределения потоков — по одному критерию, выбор наилучшего варианта развития сети — по другому, причем и на том, на другом этапе, как было указано, речь идет о квази-оптимизации по целому ряду причин, вопрос о качестве решений стоит довольно остро.

Соответственно, предлагается улучшать качество получаемых решений, корректируя исходные данные таким образом, чтобы обеспечить дополнительную экономию затрат путем учета естественно-монопольной природы инфраструктурных подсистем, причем идея подобного уточнения базируется на рассмотренной выше возможной интерпретации нарушения свойства субаддитивности отраслевых издержек как меры перегруженности сети, по крайней мере значительной части ее звеньев.

Исходя из представления о магистральной транспортной сети как целостной производственной системе, обладающей свойством естественной монополии (т. е. отраслевой структуре, расщепление которой экономически нецелесообразно), предполагается, что область загрузок элементов проектируемой транспортной сети и область субаддитивности агрегированной общесетевой функции издержек должны быть согласованы. Необходимые процедуры идентификации, образующие дополнительный этап алгоритма поиска эффективных вариантов развития магистральной транспортной сети предполагают тестирование агрегированной по сети функции издержек на субаддитивность В случае нарушения субаддитивности общесетевой функции издержек проектируемой следует предусмотреть корректировки исходной информации по целому ряду возможных направлений, и далее будут рассмотрены примеры моделей подобных согласований.

Заметим, исходя из предположения, что носителем сущностных свойств естественной монополии (естественно-монопольным ядром) может служить непосредственно транспортная сеть, что на субаддитивность, скорее всего, надо проверять только часть издержек на перевозки, связанных непосредственно с эксплуатацией и развитием сетевой инфраструктуры (постоянных устройств, прежде всего). При этом моделированию инфраструктурных издержек должен предшествовать анализ вопросов собственности

<sup>5</sup> Структуризацию тестов и их описание можно найти, например, в [14].

сетевых объектов и оценки соответствующих активов, определение цен доступа, отражающих режимы взаимодействия производственных подразделений вертикально-интегрированных структур (и/или самостоятельных фирм по технологической цепочке производства услуг типа «оператор — перевозчик») и ряд других факторов.

Если стремиться к тому, чтобы ни одно из звеньев сети не испытывало перегрузки (в экономическом смысле — с позиций минимизации издержек на транспортировку), то и подход к моделированию схемы оптимального развития каждого элемента сети (оптимальной этапности) также допускает интерпретацию в виде последовательного расширения области субаддитивности объектной функции издержек (соответствующей фиксированному техническому состоянию элемента сети) путем «мгновенного» увеличения условно-постоянных и перехода элемента сети в более высокое техническое состояние (что приводит, правда, к образованию монотонно возрастающей, но не дифференцируемой — в точках перехода из одного состояния звена сети в другое — объектной функции издержек).

## Процедуры согласования сетевых затратных характеристик различных иерархических уровней

В общем случае для построения агрегированной общесетевой функции издержек, согласно теории и практике отраслевого анализа естественных монополий, следует использовать эконометрический подход<sup>6</sup>. При этом одной из существенных трудностей является выбор функциональной формы — характера нелинейности в функциональных зависимостях издержек от объемов выполняемой транспортной работы и цен на ресурсы, обусловливаемого не только содержательными, но и формальными требованиями, чтобы обеспечить априорную непредсказуемость выполнения свойства субаддитивности, т. е. значений соответствующих параметров. К тому же, специфика рассматриваемой задачи и особенности применяемых при оптимизации развития сети моделей и методов (моделирование транспортных сетей как нормативно — дескриптивных систем, дискретность технических состояний элементов сети, необходимость определенного уровня резервов пропускных способностей, обусловливающая наличие невозмещае-

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> В последнее десятилетие при разработке прикладных моделей уделяется большее внимание непараметрическим методам статистического моделирования, инженерным способам построения аппроксимирующих поверхностей, специальным приемам генерации выборок и т. п. (см., например: [16,17]).

мых полностью затрат и др.) сужает возможности построения классической функции издержек до формирования специальных квази-функций (в том числе, с включением в качестве факторов объемов инвестиций).

В качестве приближения к подобной (неоклассической) агрегированной общесетевой функции минимальных издержек предлагается использовать сепарабельную по звеньям сети, агрегированную функцию издержек, которая представляет собой сумму функций субоптимальных издержек, нелинейно зависящих от загрузок отдельных элементов сети (при фиксированных ценах на ресурсы). Можно показать, что агрегированная подобным образом общесетевая функция издержек (аддитивная по звеньям сети) не обязательно должна сохранять свойство субаддитивности (по объемам транспортной работы) в процессе распределения потоков по сети, даже если функции издержек по многим ее элементам обладают значительной областью субаддитивности.

Предположим, что для сети с фиксированным техническим состоянием ее элементов суммарная по сети функция издержек, аддитивная по звеньям, представляется в виде суммы однотипных функций издержек для каждого звена сети, субаддитивных по объемам его загрузки<sup>7</sup>:

$$F(Q) = \sum_{i=1}^{n} f_i(q_i) ,$$

где F(Q) — агрегированная функция издержек на перевозки по сети в целом; Q — суммарный объем работы по сети (например, грузооборот или приведенный грузооборот), отвечающий объему спроса на перевозки;  $f_i(q_i)$  — функция издержек на перевозки на i — м звене сети;  $q_i$  — объем работы на i — м звене сети при транспортировке обобщенного вида груза, т. е.  $\sum_i q_i = Q$ .

Обычно в сетевых задачах для записи ограничений транспортного типа на выполнение определенного объема перевозок используют так называемую матрицу инциденций, отражающую взаимосвязи между узлами сети, существующие или проектируемые звенья и т. п., т. е. топологию сети. В данном случае в качестве объема спроса условно принят показатель транспортной работы (типа грузооборота, отвечающего оптимальному режиму функционирования сети), и запись упрощена для иллюстрации свойства

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Для любого отдельного звена сети понятия «субаддитивности по загрузке» и «субаддитивности по грузообороту» идентичны в предположении, что функция издержек на звене линейно-однородна по его длине (как часто и принимается в прикладных моделях).

субаддитивности издержек. Область субаддитивности однопродуктовой функции издержек для каждого отдельного звена определяется соответствующими ее параметрами, прежде всего, величиной условно-постоянных затрат, а также характером и степенью нелинейности. Например, нетрудно показать, что для функций издержек типа:

$$f_i(q_i) = a_i + b_i \cdot q_i^2 ,$$

где i — номер звена сети, область субаддитивности определяется неравенством  $q_i < \sqrt{\frac{2 \cdot a_i}{b_i}}$  (и это при том, что средние издержки снижаются в су-

щественно меньшей области — при  $\ q_i < \sqrt{\frac{a_i}{b_i}}$  , т. е. экономия от структуры,

идентичная субаддитивности для однопродуктового случая, проявляется там, где экономия от масштаба уже исчерпывается и не имеет места). Заметим также, что если сеть имеет вид простейшего замкнутого контура (типа так называемой «рыбки»), и звенья идентичны по своим параметрам, то нарушение субаддитивности функции издержек указанного типа на одном звене можно интерпретировать, как целесообразность (для экономии затрат) уменьшения загрузки q путем передачи ее части в размере  $\alpha q$ ,  $0 < \alpha < 1$ , на другое звено. Действительно, при  $f(q) = a + b \cdot q^2$ ,  $f(\alpha q) = a + \alpha^2 \cdot b \cdot q^2$ ,  $f((1-\alpha)q) = a + (1-\alpha)^2 \cdot b \cdot q^2$ , допустимо соотношение:  $f(q) > f(\alpha q) + f((1-\alpha)q)$ , если  $2\alpha^2 bq^2 - 2\alpha bq^2 + a < 0$ , т. е. при  $q > \sqrt{\frac{a}{2\alpha b(1-\alpha)}}$ .

Для сети произвольной конфигурации и любых видов функций издержек, если загрузка каждого звена сети такова, что свойством субаддитивности обладают все функции издержек по элементам сети, то:

$$\begin{split} F(Q) &= \sum_{i} f_{i}(q_{i}) = \sum_{i} f_{i}\Bigg(\sum_{k} \frac{q_{i}}{k}\Bigg) < \sum_{i} \sum_{k} f_{i}\Bigg(\frac{q_{i}}{k}\Bigg) = \\ &= \sum_{k} \sum_{i} f_{i}\Bigg(\frac{q_{i}}{k}\Bigg) = \sum_{k} F\Bigg(\sum_{i} \frac{q_{i}}{k}\Bigg) = \sum_{k} F\Bigg(\frac{Q}{k}\Bigg), \end{split}$$

что означает следующее неравенство для произвольного  $\kappa$ :

$$F\left(k \cdot \frac{Q}{k}\right) = F\left(\sum_{k} \frac{Q}{k}\right) < \sum_{k} F\left(\frac{Q}{k}\right),$$

т. е. и агрегированная общесетевая функция издержек F также субаддитивна по Q.

Более интересной представляется ситуация, когда субаддитивность агрегированной функции по сети может быть сохранена при нарушении свойства субаддитивности функций издержек на некоторой части звеньев сети. В самом деле, если загрузки по всем звеньям сети  $q_i$ , которые являются результатом оптимизации распределения потоков, таковы, что для звеньев с номерами n из множества N функции издержек на звеньях сети  $f_n(q_n)$  остаются субаддитивными, а для оставшейся части звеньев сети — с номерами m из множества M — функции издержек  $f_m(q_m)$  свойство субаддитивности утрачивают и становятся аддитивными или даже супераддитивными, может иметь место следующее соотношение:

$$\begin{split} F(Q) &= \sum_{i} f_{i}(q_{i}) = \sum_{n} f_{n}(q_{n}) + \sum_{m} f_{m}(q_{m}) = \\ &\sum_{n} (\sum_{k} f_{n} \left(\frac{q_{n}}{k}\right) - \beta_{n}) + \sum_{m} \left(\sum_{k} f_{m} \left(\frac{q_{m}}{k}\right) + \alpha_{m}\right) = \\ &= \sum_{k} \sum_{i} f_{i} \left(\frac{q_{i}}{k}\right) + (\alpha - \beta) = \sum_{k} F\left(\frac{Q}{k}\right) + (\alpha - \beta), \end{split}$$

где 
$$\alpha_m > 0$$
,  $\beta_n > 0$ ,  $\sum_m \alpha_m = \alpha$ ,  $\sum_n \beta_n = \beta$ .

Соответственно, при произвольном k:

$$F(Q) = F\left(\sum_{k} \frac{Q}{k}\right) \quad \begin{cases} <\sum_{k} F\left(\frac{Q}{k}\right), & \text{если } \alpha < \beta, \\ >\sum_{k} F\left(\frac{Q}{k}\right), & \text{если } \alpha > \beta. \end{cases}$$

Другими словами, агрегированная общесетевая функция издержек может оставаться субаддитивной или, напротив, становиться супераддитивной в зависимости от соотношения интегральных по сети характеристик  $\alpha, \beta$ .

Таким образом, при заданных параметрах функций издержек на элементах сети используемые процедуры оптимизации распределения пото-

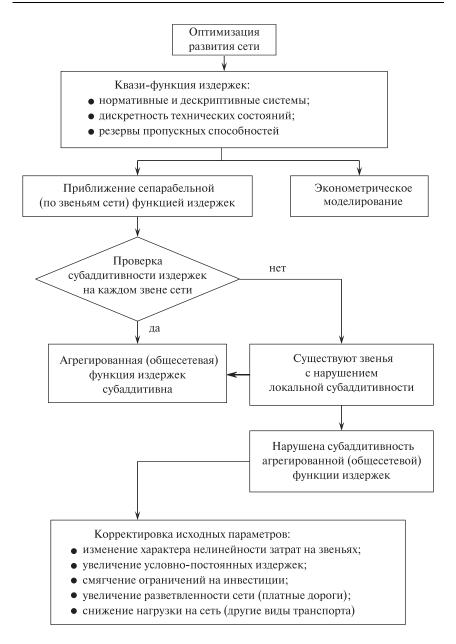
ков могут приводить к нарушениям локальной субаддитивности как объектных функций издержек, так и агрегированной общесетевой функции издержек. Для рассмотренной конструкции агрегирования на уровне сети в целом переход от субаддитивной к локально супераддитивной функции зависит и от степени субаддитивности объектных функций издержек, и от количества и длин звеньев сети, на которых возникает нарушение этого свойства. Соответственно, необходимо решение задачи тестирования агрегированной общесетевой функции издержек на субаддитивность, а в случае установления факта ее отсутствия — решение задачи согласования моделей затратных характеристик разных уровней иерархии.

Учет естественно-монопольной природы развиваемой магистральной транспортной сети с использованием приближенной сепарабельной функции издержек включает (см. схему 3.1): проверку субаддитивности издержек на каждом элементе сети; определение «элементов-нарушителей» (их количества и меры потенциального уменьшения экономии в издержках); корректировку исходных параметров при выявлении нарушения свойства субаддитивности агрегированной общесетевой функции издержек. При этом в однопродуктовом случае проверка субаддитивности осуществляется непосредственно, исходя из определения, и показано, что переход от субаддитивной к супераддитивной функции зависит и от степени субаддитивности общесетевой функции издержек, и от количества элементов сети, на которых возникает нарушение этого свойства.

В многопродуктовом случае на перегруженных сетях часто может быть нарушена экономия от структуры. Если считать, каждая корреспондения  $Q_i$  i=1,2...n, определяемая как совокупность параметров — объем перевозок некоторого вида груза или категорий пассажиров и выбранный маршрут следования — представляет собой отдельный вид продукта, то для общесетевой многопродуктовой функции совокупных издержек F обычно имеет место соотношение:

$$F(Q_1,...,Q_n) < F(Q_1,0,...,0) + F(0,Q_2,0...) + ... + F(0,...,Q_n).$$

Это соотношение означает, что экономически, по совокупным затратам, нецелесообразно прокладывать для каждой отдельной корреспонденции изолированный маршрут следования, слишком дорого строить дублирующие дороги (дороги, трубопроводы, железнодорожные пути и т. п.). Сети, особенно достаточно разветвленные, с замкнутыми контурами, обычно и интерпретируются как безусловные естественные монополии, поскольку очевидной представляется ситуация, в которой дешевле организовывать



**Схема 3.1.** Согласование параметров при учете естественно-монопольной природы сети

распределение потоков по сети так, чтобы разные корреспонденции использовали в своих маршрутах несколько одних и тех же звеньев (а иногда и полностью совпадающий маршрут). Но, согласно современной теории естественной монополии, выполнения приведенного соотношения недостаточно для утверждения о наличии естественной монополии как наиболее эффективной отраслевой структуры, состоящей из одной диверсифицированной фирмы — единой сети — отвечающей за доставку всех корреспонденций. Проверка свойства экономии от структуры в многопродуктовом случае предполагает выполнение подобного условия по всем возможным ортогональным расщеплениям.

Если от полностью специализированных фирм, когда один маршрут «обслуживает» только одну корреспонденцию, требуется перейти к моделированию ситуации, при которой один и тот же маршрут предоставляется для следования многих корреспонденций, причем без возможного расщепления их объемов, нетрудно представить, особенно для корреспонденций крупных объемов, возникновение (при некоторых степенях диверсификации) неравенств противоположного смысла, по крайней мере, для целого ряда звеньев сети, означающих появление «узких мест» на существующей сети без развития. Проявление супераддитивных свойств общесетевой функции издержек означает выполнение свойства экономии от структуры не в полной мере и, как следствие нарушения необходимого условия субаддитивности, возможную потерю характерного для естественной монополии эффекта синергии при функционировании данной сети.

Корректировка исходных параметров предполагает анализ причин возможных нарушений субаддитивности и проведение процедур согласования моделей затратных характеристик (в виде нелинейных функциональных зависимостей издержек от загрузки элементов одно- или многопродуктовыми потоками) на разных иерархических уровнях магистральной сети (на отдельных элементах сети, маршрутах следования корреспонденций, сети в целом).

Анализ показывает, что к числу важнейших причин нарушения субаддитивности могут быть отнесены такие, как:

- общая перегруженность сети, когда значительная часть звеньев сети близка к исчерпанию пропускной способности;
- перегруженность сети по отдельным наиболее протяженным направлениям;
- неравномерность в распределении потоков по сети, обусловленная характером топологии существующей сети (слабой разветвленностью сети, недостаточным количеством параллельных маршрутов и замкнутых контуров).

При проведении процедур согласования затратных моделей разных иерархических уровней в рассмотренном ранее однопродуктовом случае важно учитывать, что указанные причины нарушения субаддитивности общесетевой функции издержек допускают следующую интерпретацию (см. также рис. 2.1.):

- установлены избыточные значения параметров нелинейной части функций издержек на звеньях сети (тогда при уменьшении изначально принятых значений параметров этой группы область субаддитивности может быть расширена);
- приняты недостаточно высокие значения условно-постоянных затрат, соответствующих существующим или проектируемым уровням развития элементов сети (тогда, при увеличении соответствующих параметров, в частности, при ослаблении ограничений на объемы инвестиций, область субаддитивности также может быть расширена);
- необходимо при моделировании предусматривать появление альтернативных параллельных контуров (например, проектирование новых параллельных звеньев сети в виде платных дорог).

Предлагаемые процедуры согласования моделей сетевых затратных характеристик (в виде нелинейных функциональных зависимостей издержек от загрузки элементов одно- или многопродуктовыми потоками) на разных иерархических уровнях магистральной сети (на отдельных элементах сети, маршрутах следования корреспонденций, сети в целом) заключаются в следующем.

Этап проверки локальной субаддитивности может быть предусмотрен в качестве дополнения к первому этапу алгоритма. При этом необходимо фиксировать звенья, на которых формируются загрузки, выводящие за область субаддитивности объектной функции издержек, и, соответственно, корректировать указанные группы параметров (или рассматривать такие элементы сети как претенденты на строительство параллельного звена).

Если принять другое допущение о том, что частично перегрузки на некоторых звеньях, приводящие к нарушению субаддитивности, будут уменьшены за счет инвестиций, выделяемых для повышения технического уровня ряда элементов на втором этапе декомпозиционного алгоритма, то проверку субаддитивности агрегированной общесетевой функции издержек следует делать только на следующем, третьем этапе алгоритма, располагая при этом информацией о перечне оставшихся звеньев с нарушениями областей субаддитивности.

Если на третьем — дополнительном — этапе алгоритма поиска эффективных вариантов развития магистральной транспортной сети (в ситуа-

ции, когда априорная пообъектная идентификация не предусматривается) проверка агрегированной общесетевой функции издержек на субаддитивность (локальную) дает положительный результат (подтверждает ее наличие), то это означает, что при данном объеме спроса, распределении потоков и развитии сети статус естественной монополии сохранен. Если, напротив, в данной точке — локально — субаддитивность не имеет места, то анализу подлежат возможные причины этого нарушения, прежде всего такие, как: как указано выше.

Заметим, что для задачи синтеза сети, в которой моделируемые зависимости издержек являются функциями не только загрузок звеньев, но и их технических состояний, априорная проверка субаддитивности издержек на элементах сети представляется нецелесообразной. На первом этапе работы алгоритма выход за границы области субаддитивности может быть связан с необходимым повышением загрузки отдельных звеньев сети, обоснованно высоким уровнем исчерпания пропускной способности элемента сети при фиксированном его техническом состоянии (когда не существует альтернативного, более дешевого маршрута). Соответственно, установление для каждого элемента сети границ области субаддитивности функции издержек объектного уровня иерархии представляется излишне жестким ограничением, которое может отсекать эффективные маршруты следования корреспонденций. Еще раз подчеркнем, что в ходе работы второго этапа декомпозиционного алгоритма оптимизации развития сети, когда осуществляется выбор наиболее эффективного технического состояния элемента сети (с учетом общих для сети условий и ограничений финансирования инвестиций), возможно изменение характера нелинейности и соотношений параметров условно-переменных и условно-постоянных составляющих затрат при моделировании изменяющейся технологии. Анализ показывает, что получаемый при подобном способе моделирования изменений в технологии перевозок общий вид функции издержек на уровне элементов сети приводит к не гладким (не дифференцируемым) зависимостям. Могут образовываться точки изломов, где существуют только производные слева и справа, и непосредственная проверка субаддитивности может потребовать дополнительных процедур сглаживания, формирования выпуклых (вогнутых) оболочек, их комбинации на определенных временных периодах и т. п.

Если функции издержек на звеньях минимальны, такие что их параметры не подлежат корректировке, то задачами третьего, дополнительного этапа процедуры оптимизации развития сети становятся либо модификация агрегированной общесетевой функции издержек, либо формирование содержательной трактовки нарушения свойства ее субаддитивности и, следовательно, исчезновения естественной монополии. Целесообразность расщепления сети может быть интерпретирована, как необходимость подключения сетей других (конкурирующих) видов транспорта, по крайней мере, на определенных сегментах рынка услуг. Нарушение субаддитивности может также указывать на необходимость усиления разветвленности сети с созданием дублирующих в определенном смысле элементов сети или повышения цен доступа для определенных пользователей инфраструктуры (введение дополнительной дискриминации цен 3-го рода), либо свидетельствовать о необходимости расширения постановки задачи развития сети с включением вариантов изменения ее исходной топологии и т. п.

В заключение, подчеркнем, что сетевая проблематика, точнее, вопросы оптимизации развития магистральных транспортных сетей с нелинейными характеристиками потребовали пересмотра в период российских реформ. Рассмотрение этих вопросов с позиций теории естественной монополии привело к разработке ряда положений по учету естественно-монопольной природы при формировании соответствующих априорных оценок эффективности сетевых подсистем. Предложенные в настоящей статье теоретические модели — как элементы создаваемой информационной технологии синтеза сложных сетевых структур — ориентированы на использование в системе государственного регулирования РФ при подготовке и обосновании управленческих решений в отраслях естественной монополии, оценке эффективности мероприятий по их реформированию в целом и на уровне сетевых объектов В связи с этим представляется, что одним из перспективных направлений дальнейших исследований по указанной проблематике является построение соответствующих прикладных моделей эмпирического характера, весьма существенных с позиций отечественной теории и практики решения управленческих задач в рассматриваемой области.

### Литература

- 1. Белоусова Н. И., Бушанский С. П., Васильева Е. М., Лившиц В. Н., Позамантир Э. И. Информационная технология синтеза сложных сетевых структур нестационарной российской экономики: модели, алгоритмы, программная реализация // Аудит и финансовый анализ. М.: ЗАО 1с: Компьютерный Аудит, 2008. Вып. 1.С. 50–88.
- 2. *Белоусова Н. И.*, *Васильева Е. М.* Вопросы теории государственного регулирования и идентификации естественных монополий. М.: КомКнига/URSS, 2006, 320 с.
- Васильева Е. М. Методология моделирования характеристик эффективности деятельности естественных монополий в условиях реформ // Теория и практика системных преобразований: Труды ИСА РАН. М.: URSS, 2005. Т. 11. С. 76–95.

- Baumol W. J., Panzar J. C., Willig R. D. Contestable Markets and the Theory of Industry Structure. N. Y., 1982. 497 p.
- Sharkey W. The Theory of Natural Monopoly. Cambridge: Cambr. Univ. Press, 1982. 229 p.
- Laffont J-J., Tirole J. A Theory of Incentives in Procurement and Regulation. Cambridge: MIT Press, 1993.
- Joscow P. Regulation of Natural Mopoly. Handbook of Law and Economics. 2007.
  Vol. 2. Ed. by A. Mitchell Polinsky and Steven Shavell, Elsvier B. V. P. 1227–1348.
- 8. *Белоусова Н. И.* Практика проведения реформ и теоретические модели государственного регулирования естественных монополий. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ»/URSS, 2008. 112 с.
- Лившиц В. Н. О применении математических методов при выборе оптимальной схемы развития транспортной сети // Сб. докл. І Всесоюзн. конф. по оптимизации и моделированию транспортных сетей. Киев, 1967.
- Левит Б. Ю., Лившиц В. Н. Нелинейные сетевые транспортные задачи.
  М.: Транспорт, 1972.
- Лившиц В. Н. Системный анализ экономических процессов на транспорте.
  М.: Транспорт, 1986. 240 с.
- 12. *Васильева Е. М., Левит Б. Ю., Лившиц В. Н.* Нелинейные транспортные задачи на сетях. М.: Финансы и статистика. 1981.
- Белоусова Н. И., Бушанский С. П., Васильева Е. М., Лившиц В. Н., Позамантир Э. И. Совершенствование теоретических основ, моделей и методов оптимизации развития сети автомобильных дорог // Сб. науч. тр. Приложение к журналу Аудит и финансовый анализ. М.: ЗАО 1с: Компьютерный Аудит, 2004. Вып. 3. С. 114–204.
- Васильева Е. М. Формирование оценок эффективности естественно-монопольных производственных систем. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ»/URSS, 2008. 176 с.
- Steenbrink Peter A. Optimization of Transport Networks, L., N. Y., Sydney, Toronto, Ed. John Wiley&Sons, 1974 (Стенбринк П. Оптимизация транспортных сетей. Пер. с англ. Е. М. Васильевой, В. В. Космина. Под ред. В. Н. Лившица. М.: Транспорт, 1981. 320 с.).
- 16. *Gasmi F., Laffont J. J., Sharkey W. W.* The natural monopoly test reconsidered: an engineering process-based approach to empirical analysis in telecommunications. International Journal of Industrial Organization. 2002. № 20. P. 435–459.
- 17. Beresteanu A. Nonparametric Analysis of Cost Complementarities in the Telecommunications Industry. The RAND Journal of Economics. 2005, Vol. 36, № 4. P. 870–889.