Гибкая модель синтеза иерархических структур управления

А. Ю. Попович

Эффективность социально-экономической системы в достижении поставленных перед ней задач напрямую зависит от ее структурной организации. Из практики известно, что совершенствование структуры приводит к повышению качества и оперативности принятия решений с одновременным снижением расходов на содержание аппарата управления. Формирование иерархического каркаса организации является важнейшей предпосылкой ее долгого и успешного функционирования.

Ввиду высокой практической значимости вопросы синтеза иерархических структур управления организационных систем давно привлекают внимание исследователей. Однако, как показано в статье «Проблема синтеза иерархических структур управления», также представленной в данном издании, стройной и непротиворечивой теории, объясняющей закономерности возникновения и функционирования феномена иерархического управления и позволяющей создать инструментарий его синтеза, до сих пор не существует.

Проанализируем общие закономерности и принципы функционирования многоуровневых иерархических организационных систем с целью создания математической модели синтеза эффективной структуры.

Одним из свойств социально-экономических систем является целенаправленность развития. Это означает, что организационная система в целом имеет цели своего развития и движется в направлении этих целей. Для достижения целей в системе решается определенное множество задач. В некотором приближении можно считать, что социально-экономические системы функционируют для решения, меняющихся во времени множеств задач. Эффективность функционирования системы исходит из ее способности решать поставленные перед ней задачи.

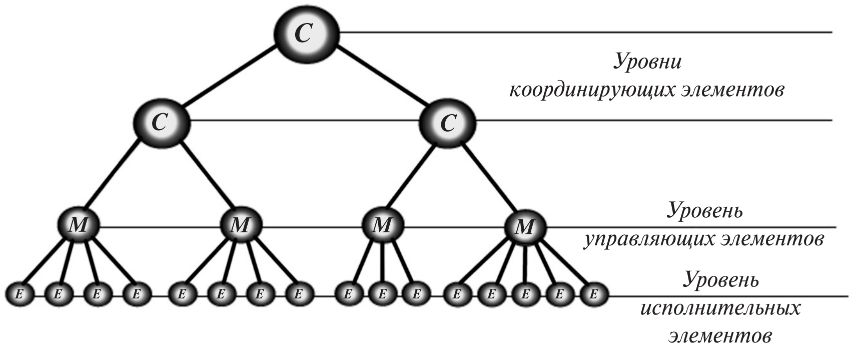

Рис. 1. Пример системы с многоуровневым управлением

Зафиксировав некоторый момент развития системы, сфокусируемся на двух аспектах: множестве задач, стоящих перед системой, и возможностях системы по их решению. Простейшей классификацией задач является разделение всего множества задач, решаемых в системе, на производственные и управленческие. Для анализа возможностей системы по решению поставленных перед ней задач, воспользуемся классическим подходом, выделяющим исполнительные, управляющие и координирующие звенья.

Координирующий элемент — это звено системы управления, согласовывающее действия нижестоящих звеньев.

Управляющие элементы — образуют нижний уровень управления, непосредственно воздействуя на исполнительные элементы системы.

Исполнительный элемент — наименьшая составная часть в декомпозиции системы, которая выполняет определенную функцию, например производит какую-либо часть конечного продукта. Совокупное целенаправленное действие исполнительных элементов системы составляет процесс ее производственного функционирования [2].

Будем нумеровать уровни снизу вверх (уровень исполнительных элементов станет первым уровнем иерархии, уровень управляющих элементов — вторым и т. д.).

Рассмотрим два нижних уровня иерархии: уровень исполнительных элементов и уровень управляющих элементов. Возьмем один отдел и попытаемся формализовать основные процессы, составляющие его функционирование.

Для простоты будем считать, что отдел состоит из n-исполнительных элементов (введем обозначение $i=\overline{1,n}$) и одного управляющего

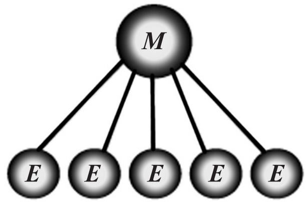

Рис. 2. Пример простейшей иерархической организации отдела

элемента (в дальнейшем будем называть его менеджером). Менеджер получает некоторые задачи/цели от элемента более высокого уровня (этот процесс будет рассмотрен в дальнейшем) и производит декомпозицию на задачи исполнительного уровня, решением которых занимаются подчиненные ему элементы (элементы исполнительного уровня). Прежде чем формализовать описание задач исполнительного уровня и возможностей элементов по их решению, остановимся на понятии сложности. Какие задачи считаются трудновыполнимыми? К примеру, задача перевода рукописного текста в электронный, то есть набор текста на персональном компьютере, проста по своей сути, с ней справится каждый пользователь ПК, однако, если необходимо набрать тысячи листов в сжатые сроки, для одного человека это может оказаться невыполнимой задачей. С другой стороны, математическая задача, решение которой умещается на одной странице, оказывается невыполнимой для человека, не имеющего математического образования, даже в условиях отсутствия жестких ограничений по времени. Следовательно, целесообразно ввести по крайней мере два параметра: параметр нагрузки — p (который часто может рассматриваться как время, требуемое на решение задачи) и параметр сложности — c (в значении, иллюстрируемом вторым примером).

Обозначим задачи исполнительного уровня, решением которых будут заниматься элементы рассматриваемого отдела, через $h=\overline{1,a}$, где a — число задач, полученное после проведенной менеджером декомпозиции задач второго уровня на задачи первого уровня.

Сразу уточним, что в настоящей публикации рассматривается только случай несвязанных задач (отсутствие зависимостей между задачами, решаемыми как одним, так и различными сотрудниками отдела.). Исследование перекрестных циклов работ открывает другой обширный круг вопросов и заслуживает отдельной публикации.

Итак, менеджер распределяет задачи между подчиненными, поручая i-му сотруднику набор задач $h_i=1,...,a_i$. Возможности элементов

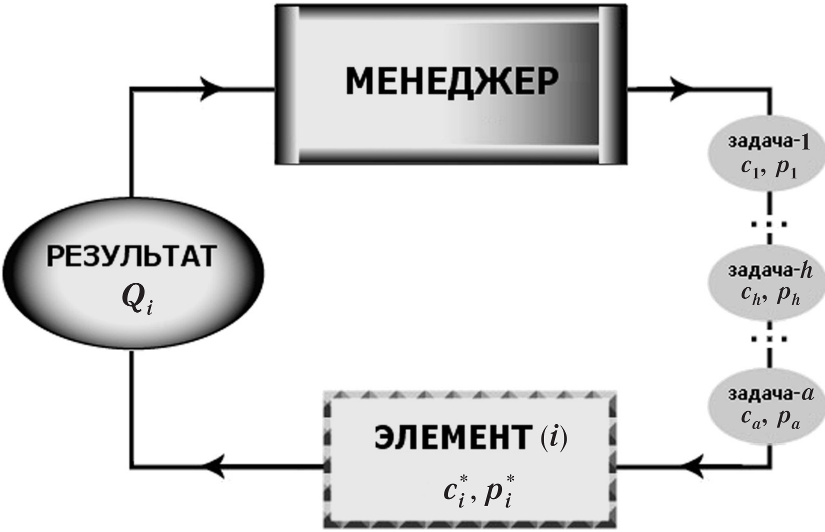

Рис. 3. Процесс взаимодействия менеджера с одним из сотрудников отдела

исполнительного уровня по решению вверенных им задач целесообразно характеризовать пороговыми значениями параметров нагрузки и сложности: $p*$ $и$ $c*$. В течение одного цикла сотрудник получает от менеджера набор задач $h_i = 1,...,a_i$, решает их и выдает результат, обладающий тем или иным качеством Q_i. Q_i также определяет эффективность конкретного сотрудника в решении конкретного множества задач. Не ограничивая общности, будем считать $Q_i \in [0,1]$.

Логично предположить, что Q_i зависит от параметров нагрузки и сложности задач $h_i = 1,...,a_i$, а также характеристик элемента p_i* $и$ c_i*. Для начала рассмотрим одну задачу $h(p_h, c_h)$ и попытаемся формализовать зависимость качества ее решения от возможностей конкретного сотрудника — $i(p*, c*)$. Остановимся на параметре сложности. Рассмотрим некоторое $Q_i^c = f_i^c(c_h, c_i*) \in [0,1]$. Если предельное значение сложности задач, которые под силу данному сотруднику больше либо равно сложности рассматриваемой задачи, то $f_i^c(c_h, c_i*) = 1$. Если оно чуть меньше, качество несколько снизится. Очевидно, если

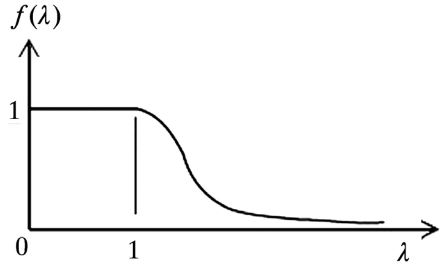

Рис. 4. Вид функции $f(\lambda)$

возможности сотрудника сильно уступают требованиям задачи, качество ее решения будет близко к нулю. Становится понятным, что качество решения задачи зависит не от самих величин сложности и предельной сложности, а от их отношения. Будем искать функцию в виде $f_i^c\left(\frac{c_h}{c_i*}\right)\in[0,1]$.

Из приведенных рассуждений видно, что функция $f_i^c\left(\frac{c_h}{c_i*}\right)$ представима в виде, изображенном на рис. 4.

Аналогичная зависимость имеет место и для параметра нагрузки, хотя темпы стремления к нулю при превышении порогового значения различны. (Более того, в общем случае они могут быть различны для каждой пары задача-сотрудник, хотя на данном уровне обобщения этим можно пренебречь, считая функции $f^c(\lambda)$ и $f^p(\lambda)$ общими для всех элементов и всех задач рассматриваемого класса.)

Теперь представляется возможным вычислить качество решения задачи $h(p_h,c_h)$ как:

$$Q_h = f^c\left(\frac{c_h}{c_i*}\right)\cdot f^p\left(\frac{p_h}{p_i*}\right). \tag{1}$$

Из формулы (1) видно, что при незначительном превышении возможностей сотрудника по одной из характеристик уменьшит качество не слишком сильно, в то время как большее превышение, особенно затрагивающее оба параметра, приведет к резкому изменению.

Формула (1) соответствует ситуации, когда сотрудник занимается решением только одной задачи. Если перед сотрудником стоит набор задач $h_i = 1,...,a_i$, качество решения $h_i - ой$ задачи этого набора будет выражаться как:

$$Q_{h_i} = f^c\left(\frac{c_{h_i}}{c_i *}\right) f^p\left(\frac{\sum\limits_{h_i=1}^{a_i} p_{h_i}}{p_i *}\right). \tag{2}$$

(Параметр предельной нагрузки сопоставляется с суммарной нагрузкой по множеству задач, решаемых рассматриваемым элементом.)

Эффективность i-го сотрудника на множестве задач $h_i = 1,...,a_i$ предстает в виде:

$$Q_i = \frac{1}{a_i}\left(\sum_{h_i=1}^{a_i} f^c\left(\frac{c_{h_i}}{c_i *}\right)\right) \cdot f^p\left(\frac{\sum\limits_{h_i=1}^{a_i} p_{h_i}}{p_i *}\right). \tag{2'}$$

Формулы (1) — (2) не учитывают тот факт, что скорость работы сотрудников, а следовательно, и их производительность не одинаковы. Чтобы учесть эту особенность должным образом, необходимо ввести еще один параметр задачи — «сжимаемость». Будем считать, что задача обладает высокой сжимаемостью, если энергичный сотрудник справится с ней гораздо быстрее, чем медлительный. Обширный класс задач обладает хорошей сжимаемостью, однако существуют задачи практически неподдающиеся сжатию, например охрана объекта, продажа товара, мониторинг и т. д.

Обозначим сжимаемость h-й задачи как d_h. Тогда можно ввести производительность сотрудника как функцию от сжимаемости задачи: $v_i(d_h)$.

В самом простом случае, эту функцию можно представить как прямую, изображенную на рис. 5.

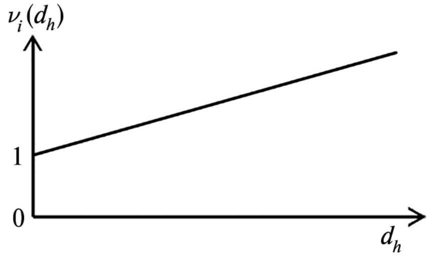

Рис. 5. Вид функции $v_i(d_h)$

Если принять, что вид функции v является общим для всех элементов системы, можно ввести параметр производительности сотрудника k_i и рассматривать v, *как* $v = v(k_i, d_{h_i})$.

Для прямой зависимости k_i определяет наклон и тогда:

$$v = k_i \cdot d_{h_i} + 1.$$

Теперь функции качества (2) и (2') примут вид:

$$Q_{h_i} = f^c\left(\frac{c_{h_i}}{c_i *}\right) \cdot f^p\left(\frac{\sum_{h_i=1}^{a_i} \frac{p_{h_i}}{v(k_i, d_{h_i})}}{p_i *}\right), \tag{3}$$

$$Q_i = \frac{1}{a_i}\left(\sum_{h_i=1}^{a_i} f^c\left(\frac{c_{h_i}}{c_i *}\right)\right) \cdot f^p\left(\frac{\sum_{h_i=1}^{a_i} \frac{p_{h_i}}{v(k_i, d_{h_i})}}{p_i *}\right). \tag{3'}$$

До этого момента мы говорили об элементе первого уровня(исполнительном элементе), стоящими перед ним задачами и его возможностях по их решению. Пришло время подняться на один уровень вверх и рассмотреть работу отдела в целом. Процесс функционирования отдела можно упрощенно представить в виде, изображенном на рис 6.

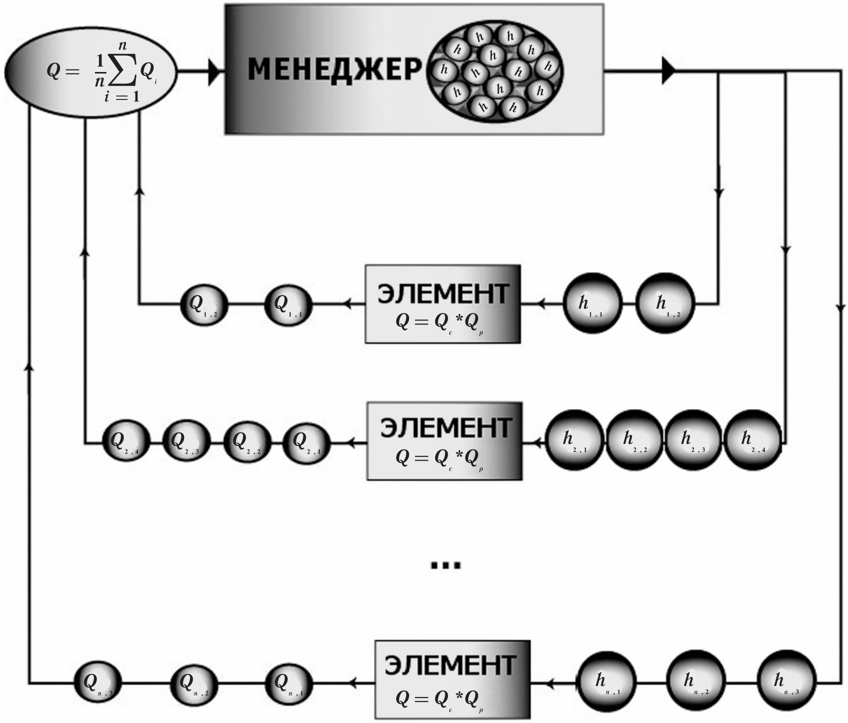

Рис. 6. Процесс функционирования отдела

Перед менеджером стоят некоторые задачи второго уровня (в некоторых системах их называют проектами). Менеджер производит их декомпозицию на задачи исполнительного уровня: $h=\overline{1,a}$, а затем выделяет n подмножеств, каждое из которых поручает одному из сотрудников своего отдела. Исполнительные элементы обрабатывают свои задачи и передают менеджеру результаты, характеризующиеся показателями качества Q_{h_i}. Для удобства проставим верхние индексы, означающие уровень принадлежности задачи. Задачи исполнительного уровня, которые ранее мы обозначали как h, будем в дальнейшем обозначать h^1; показатели качества по ним как $Q^1_{h_i}$; задачи второго уровня, декомпозицию которых производит рассматриваемый менеджер — h^2; показатели качества по ним, о которых сейчас пойдет речь, $Q^2{}_h$.

Зная качество решения каждой из задач первого уровня, получим качество решения задачи второго уровня. Как и раннее, сначала рассмотрим упрощенную ситуацию, в которой перед менеджером стоит только одна задача второго уровня, h^2. Ее декомпозиция представляет собой набор $h^1 = \overline{1,a}$. Если рассматривать только вклад исполнительных элементов, качество решения задачи второго уровня будет вычисляться как $Q^2 = \frac{1}{a^1}\sum_{h^1=1}^{a^1} Q^1{}_{h^1}$, где $Q^1{}_{h^1}$ вычисляется по формуле (3). Однако, наряду с вкладом каждого сотрудника, существенную роль играет вклад менеджера. Необходимо ввести функцию эффективности менеджера, заключающую в себе показатели качества декомпозиции задач, организации работы отдела и тактическую эффективность: $Q^m = f(c^m) \in [0,1]$. В таком случае: $Q^2 = Q^{2m}\frac{1}{a^1}\sum_{h^1=1}^{a^1} Q^1{}_{h^1}$. Также необходимо учесть взаимодействие менеджера с каждым из сотрудников. Наряду с принятием тактических решений, важной составляющей роли менеджера является работа с подчиненными: объяснение задач, консультационная поддержка и контроль. При этом, каждому сотруднику для решения каждой конкретной задачи требуется различное участие менеджера: если опытный сотрудник решает привычную задачу, нагрузка на менеджера сводится к минимуму, и напротив, когда речь идет о новых задачах и неопытных сотрудниках, нагрузка на менеджера велика. Таким образом, целесообразно ввести параметр $g_{i,h}$, определяющий сколько времени(внимания) менеджера требуется конкретному сотруднику для решения конкретной задачи. В таком случае, можно рассчитать вклад менеджера в качество решения задачи как:

$$(f_m^p(\lambda))^{g_{i,h}} \text{ где } \lambda = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{h^1=1}^{a^1} g_{i,h^1}}{p^2 *} \right).$$

Здесь введен параметр предельной нагрузки на менеджера — $p^2 *$. Его смысл и построение аналогичны соответствующим для параметра предельной нагрузки на элемент исполнительного уровня. Вид функции $f_m^p(\lambda)$ соответствует представленному на рис. 4. При низкой загруженности менеджера, $f_m^p(\lambda) = 1$, менеджер способен уделить должное внимание каждому подчиненному. Когда же нагрузка на менеджера превышает предел, качество решения каждой из задач ухудшается, причем степень ухудшения прямо пропорциональна важности роли менеджера в решении этой задачи. Из вышесказанного видно, что блок $(f_m^p(\lambda))^{g_{i,h}}$ формализует влияние менеджера на решение каждой из задач исполнительного уровня, поэтому целесообразно ввести его внутрь формулы для расчета качества $Q_{h_1}{}^1$:

$$Q^1_{h^1_i} = f^c\left(\frac{c_{h^1_i}}{c_i^1 *}\right) \cdot f^p\left(\frac{\sum\limits_{h^1_i=1}^{a^1_i} \dfrac{p_{h^1_i}}{v(k_i, d_{h^1_i})}}{p_i^1 *}\right) \cdot \left(f_m^p\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{h^1=1}^{a^1_i} g_{i,h^1}}{p^2 *}\right)\right)^{g_{i,h^1}} . \qquad (4)$$

Если формализовать задачи второго уровня по параметрам сложности и нагрузки (ориентируясь на менеджера), то для расчета качества решения задачи второго уровня можно предложить следующее выражение:

$$Q^2_{h^2} = f^c\left(\frac{c^2_{h^2}}{c^2 *}\right) \cdot f^p\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{h^1=1}^{a^1_i} g_{i,h^1} + p^2_h}{p^2 *}\right) \cdot \frac{1}{a^1}\sum_{h^1=1}^{a^1} Q^1_{h^1}, \qquad (5)$$

где $p^2 *$ и $c^2 *$ — параметры предельной нагрузки и предельной сложности для менеджера. Кроме того, необходимо учесть нагрузку, возлагаемую на менеджера задачами второго уровня, в выражении для вклада менеджера в качество решения задач первого уровня:

$$Q^1_{h^1_i} = f^c\left(\frac{c^1_{h^1_i}}{c^1_i *}\right)\cdot f^p\left(\frac{\sum\limits_{h^1_i=1}^{a^1_i}\frac{p^1_{h^1_i}}{v(k_i, d_{h^1_i})}}{p^1_i *}\right)\cdot\left(f^p_m\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{h^1=1}^{a^1_i} g_{i,h} + p^2_h}{p^2 *}\right)\right)^{g_{i,h}}. \quad (6)$$

Для общего случая, когда перед менеджером стоит несколько задач второго уровня: $h^2 = \overline{1, a^2}$, предложим следующие выражения:

$$Q^2_{h^2} = f^c\left(\frac{c^2_{h^2}}{c^2 *}\right)\cdot f^p\left(\frac{\sum\limits_{h^2=1}^{a^2} p^2_{h^2} + \sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{h^1=1}^{a^1_i} g_{i,h^1}}{p^2 *}\right)\cdot\frac{1}{a^1_{h^2}}\sum_{h^1=1}^{a^1} Q^1_{h^1}, \quad (7)$$

$$Q^1_{h^1_i} = f^c\left(\frac{c^1_{h^1_i}}{c^1_i *}\right)\cdot f^p\left(\frac{\sum\limits_{h^1_i=1}^{a^1_i}\frac{p^1_{h^1_i}}{v(k_i, d_{h^1_i})}}{p^1_i *}\right)\times\left(f^p_m\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{h^1=1}^{a^1_i} g_{i,h^1} + \sum\limits_{h^2=1}^{a^2} p^2_{h^2}}{p^2 *}\right)\right)^{g_{i,h}}. \quad (8)$$

Для эффективности работы отдела имеем:

$$Q^2_{i^2} = \frac{1}{a^2}\sum_{h^2=1}^{a^2}\left(f^c\left(\frac{c^2_{h^2}}{c^2 *}\right)\cdot f^p \times \right.$$
$$\left.\times\left(\frac{\sum\limits_{h^2=1}^{a^2} p^2_{h^2} + \sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{h^1=1}^{a^1_i} g_{i,h^1}}{p^2 *}\right)\cdot\frac{1}{a^1_{h^2}}\sum_{h^1=1}^{a^1} Q^1_{h^1}\right). \quad (7')$$

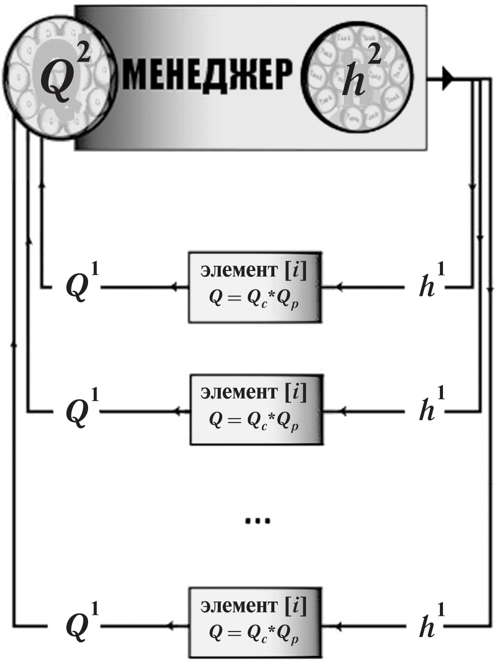

Рис. 7. Упрощенная схема функционирования отдела

Зная качество решения задач второго уровня, поднимемся вверх, на уровень координирующих элементов.

Перед координатором стоит ряд задач третьего уровня $h^3 = \overline{1, a^3}$, он производит их декомпозицию на задачи второго уровня и распределяет между подчиненными ему отделами: $i^2 = \overline{1, n}^2$. После обработки задач внутри отделов, менеджеры передают координатору результаты с показателями качества $Q_{h^2}{}^2$.

Для того чтобы рассчитать качество Q^3, построим функции:

$$f^c\left(\frac{c^3_{h^3}}{c^3 *}\right), \quad f^p\left(\frac{\sum\limits_{h^3}^{a^3} p^3{}_{h^3} + \sum\limits_{i^2=1}^{n^2} p^3_{i^2}}{p^3 *}\right).$$

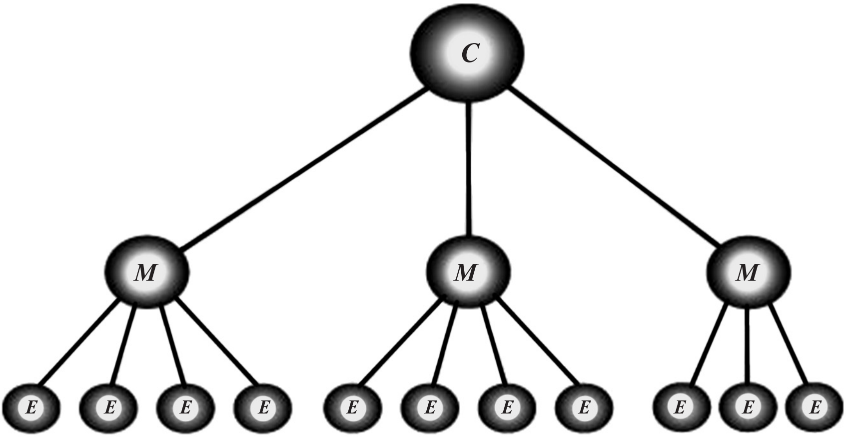

Рис. 8. Пример подсистемы третьего уровня

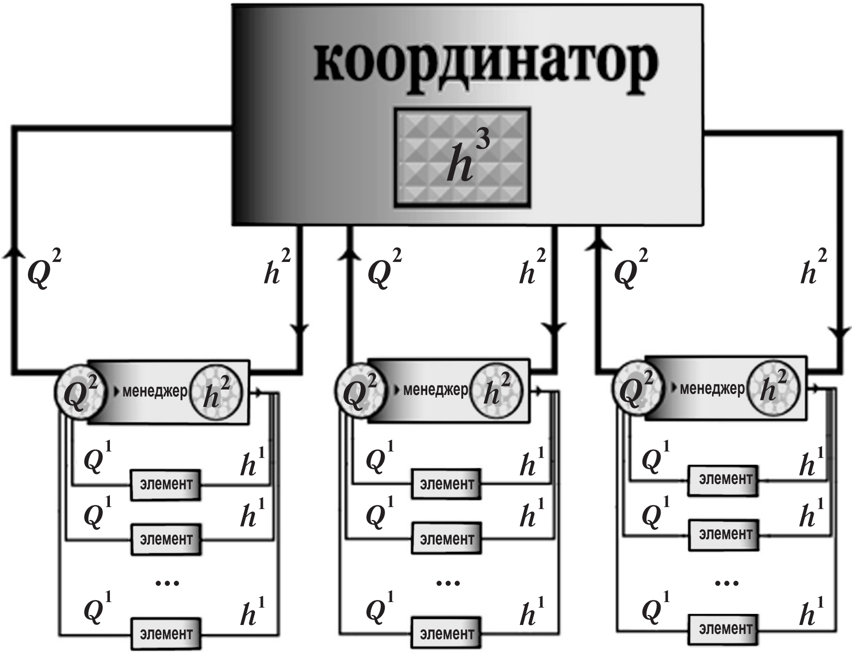

Рис. 9. Процесс функционирования подсистемы третьего уровня

Функция $f^c\left(\lambda^3\right)$ оперирует со сложностью стратегических и тактических решений, однако ее формальное построение аналогично соответствующему для функций 1-го и 2-го уровней. Функция $f^p\left(\lambda^3\right)$ аналогична ранее введенным, с тем исключением, что на уровне координирующих элементов все большую важность приобретает число подвластных координатору подсистем. В вышеприведенной формуле для $f^p\left(\lambda^3\right)$ вводится член $\sum_{i^2=1}^{n^2} p^3_{i_2}$, где $p^3_{i_2}$ — нагрузки по координации действий каждого из подвластных отделов. Учитывая особенности управленческих процессов на уровне координирующих элементов, предложим другой вариант расчета нагрузки на координатора — замену функции $f^p\left(\lambda^3\right)$ на функцию $f^n\left(\dfrac{n^2}{n^2*}\right)$, аргументом которой служит отношение числа подвластных координатору отделов к пороговому количеству подсистем (второго уровня), действия которых данный конкретный элемент может эффективно координировать.

Для качества решения задач третьего уровня получаем:

$$Q^3_{h^3} = f^c\left(\frac{c^3_{h^3}}{c^3*}\right)\cdot f^p\left(\frac{\sum\limits_{h^3}^{a^3} p^3{}_{h^3} + \sum\limits_{i^2=1}^{n^2} p^3_{i^2}}{p^3*}\right)\cdot\frac{1}{a^2_{h^3}}\sum_{h^2=1}^{a^2_{h^3}} Q^2_{h^2}, \tag{9}$$

и в соответствии со вторым вариантом функции нагрузки:

$$Q^3_{h^3} = f^c\left(\frac{c^3_h}{c^3*}\right)\cdot f^n\left(\frac{n^2}{n^2*}\right)\cdot\frac{1}{a^2_{h^3}}\sum_{h^2=1}^{a^2_{h^3}} Q^2_{h^2}. \tag{9'}$$

Для эффективности работы вверенной координатору подсистемы имеем:

$$Q^3_{i^3} = \frac{1}{a^3}\sum_{h^3=1}^{a^3}\left(f^c\left(\frac{c^3_h}{c^3*}\right)\cdot f^p\left(\frac{\sum\limits_{h^3}^{a^3} p^3{}_{h^3} + \sum\limits_{i^2=1}^{n^2} p^3_{i^2}}{p^3*}\right)\cdot\frac{1}{a^2_{h^3}}\sum_{h^2=1}^{a^2_{h^3}} Q^2_{h^2}\right), \tag{10}$$

$$Q_{h^3}^3 = \frac{1}{a^3} \sum_{h^3=1}^{a^3} \left(\quad f^c \left(\frac{c_{h^3}^3}{c^3 *} \right) \cdot f^n \left(\frac{n^2}{n^2 *} \right) \cdot \frac{1}{a_{h^3}^2} \sum_{h^2=1}^{a_{h^3}^2} Q_{h^2}^2 \quad \right). \qquad (10')$$

Соотношения для более высоких уровней координирующих элементов можно построить аналогично (9), (9'), (10), (10'). Для $l-ого$ $(l \geq 3)$ уровня иерархии системы получаем:

$$Q_{h^l}^l = f^c \left(\frac{c_{h^l}^l}{c^l *} \right) \cdot f^p \left(\frac{\sum\limits_{h^{l1}}^{a^l} p_{\ h^l}^l + \sum\limits_{i^{l-1}=1}^{n^{l-1}} p_{i^{l-1}}^l}{p^l *} \right) \cdot \frac{1}{a_{h^l}^{l-1}} \sum_{h^{l-1}=1}^{a_{h^l}^{l-1}} Q_{h^{l-1}}^{l-1}, \qquad (11)$$

$$Q_{h^l}^l = f^c \left(\frac{c_{h^l}^l}{c^l *} \right) \cdot f^n \left(\frac{n^{l-1}}{n^{l-1} *} \right) \cdot \frac{1}{a_{h^l}^{l-1}} \sum_{h^{l-1}=1}^{a_{h^l}^l} Q_{h^{l-1}}^{l-1}, \qquad (11')$$

$$\begin{aligned} Q_{i^l}^l = \frac{1}{a^l} \sum_{h^l=1}^{a^l} \Bigg(\quad & f^c \left(\frac{c_{h^l}^l}{c^l *} \right) \cdot f^p \times \\ & \times \left(\frac{\sum\limits_{h^l}^{a^l} p_{\ h^l}^l + \sum\limits_{i^{l-1}=1}^{n^{l-1}} p_{i^{l-1}}^l}{p^l *} \right) \cdot \frac{1}{a_{h^l}^{l-1}} \sum_{h^{l-1}=1}^{a_{h^l}^{l-1}} Q_{h^{l-1}}^{l-1} \quad \Bigg), \end{aligned} \qquad (12)$$

$$Q_{i^l}^l = \frac{1}{a^l} \sum_{h^l=1}^{a^l} \left(\quad f^c \left(\frac{c_{h^l}^l}{c^l *} \right) \cdot f^n \left(\frac{n^{l-1}}{n^{l-1} *} \right) \cdot \frac{1}{a_{h^l}^{l-1}} \sum_{h^{l-1}=1}^{a_{h^l}^l} Q_{h^{l-1}}^{l-1} \quad \right). \qquad (12')$$

На верхнем уровне иерархии, обозначим его $l = l_{top}$, состоящем из одного элемента, «верховного координатора», качество также выражается формулами (11), (11'), (12), (12'). Таким образом, значение эффективности, рассчитанное по формуле (12)(либо (12’)) при $l = l_{top}$, будет показателем эффективности рассматриваемой системы на решении определенного для нее множества задач.

Подведем промежуточный итог. Модель, описанная выше (назовем ее «гибкой моделью» в силу ее высоких адаптационных характеристик), предлагает подход к рассмотрению многоуровневых иерархических систем управления и формализацию описания, основной ценностью которой является простота изменения уровня детализации описания для каждой из подсистем, а также простота наложения новых зависимостей как на межуровневые, так и на внутренние взаимодействия. При изначально предполагаемой общности описания представляется возможным отдельное рассмотрение подсистем и уровней, что позволит учесть специфику функционирования отделов и применить разработанный способ для описания наиболее разнородных систем.

Чтобы перейти к постановке задачи синтеза, являющейся целью нашего исследования, рассмотрим систему формализованную в рамках гибкой модели на предмет повышения эффективности.

Обозначим через Q^{top} значение эффективности системы,, рассчитанное по формуле (12) при $l = l_{top}$. Напомним, что, как и показатели эффективности работы элементов и подсистем, Q^{top} принимает значения в отрезке [0, 1].

Предположим, нам известно наименьшее значение Q^{top}, $Q^{top}_{\min}$, которое ЛПР считает удовлетворительным. Пусть $Q^{top} < Q^{top}_{\min}$, требуется предложить список возможных наборов модификаций системы, каждый из которых приведет к повышению эффективности Q^{top} до значения $Q^{top\,\prime} \geq Q^{top}_{\min}$. При этом очевидно необходимо поставить некоторое внешнее ограничение, например ввести цену каждой из возможной модификаций и постановить, что сумма затрат не должна превышать некоторой установленной величины. Можно предложить и другие ограничения, например сведение числа модификаций к минимуму, или введение показателей значимости каждой из возможных модификаций и сведение к минимуму суммарной значимости, и т. д.

Для решения задачи в такой постановке можно предложить различные алгоритмы, но прежде всего, подчеркнем, что процесс расчета

Q^{top} предполагает расчет показателей эффективности работы всех подсистем системы. Введем также показатели эффективности работы для отдельных элементов(будем обозначать их $Q^l_{i^l}*$ в отличие от $Q^l_{i^l}$, обозначающих эффективность работы вверенной данному элементу подсистемы). Для координирующих элементов получим:

$$Q^l_{i^l}* = \frac{1}{a^l}\sum_{h^l=1}^{a^l}\left(f^c\left(\frac{c^l_{h^l}}{c^l *}\right)\cdot f^p\left(\frac{\sum\limits_{h^l}^{a^l} p^l_{h^l} + \sum\limits_{i^{l-1}=1}^{n^{l-1}} p^l_{i^{l-1}}}{p^l *}\right)\right),\ l \geq 3, \quad (13)$$

либо:

$$Q^l_{i^l}* = \frac{1}{a^l}\sum_{h^l=1}^{a^l}\left(f^c\left(\frac{c^l_{h^l}}{c^l *}\right)\cdot f^n\left(\frac{n^{l-1}}{n^{l-1} *}\right)\right),\ l \geq 3. \quad (13’)$$

Для управляющих элементов:

$$Q^2_{i^2} = \frac{1}{a^2}\sum_{h^2=1}^{a^2}\left(f^c\left(\frac{c^2_{h^2}}{c^2 *}\right)\cdot f^p\left(\frac{\sum\limits_{h^2=1}^{a^2} p^2_{h^2} + \sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{h^1=1}^{a^1_i} g_{i,h^1}}{p^2 *}\right)\right). \quad (14)$$

Значения эффективности работы исполнительных элементов уже получены в процессе расчета Q^{top} (напомним, что для этого служит формула (8)).

Таким образом, для каждого элемента (за исключением исполнительных) можно проставить два показателя: показатель эффективности работы этого элемента и показатель эффективности работы вверенной ему подсистемы, что многократно прояснит картину и позволит выявить слабые места.

Более того, вид формул (13) — (14) позволяет отдельно рассмотреть падение эффективности элемента ввиду его способностей по

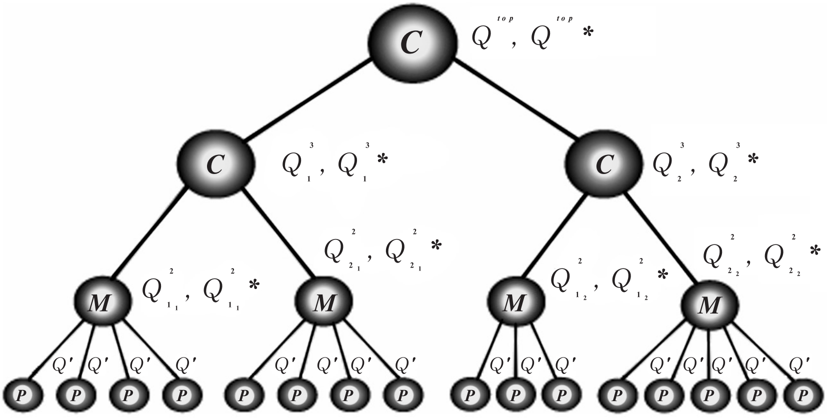

Рис. 10. Проставление двух показателей эффективности для каждого звена существенно облегчает обнаружение слабых мест системы

решению вверенных ему задач (отношение сложности задач к параметру предельной сложности элемента) и ввиду нагрузки на элемент:

$$Q_{i^l}^{l}* = Q_{i^l}^{l\,C} \cdot Q_{i^l}^{l\,P},$$

где

$$Q_{i^l}^{l\,C} = \frac{1}{a^l}\sum_{h^l=1}^{a^l}\left(f^c\left(\frac{c_{h^l}^l}{c^l*}\right)\right),$$

$$Q_{i^l}^{l\,P} = \frac{1}{a^l}\sum_{h^l=1}^{a^l}\left(f^p\left(\frac{\sum_{h^l}^{a^l} p^l{}_{h^l} + \sum_{i^{l-1}=1}^{n^{l-1}} p_{i^{l-1}}^l}{p^l*}\right)\right).$$

Теперь становится понятным, каким образом можно построить различные алгоритмы решения задачи модификации на гибкой модели. Нам известны показатели эффективности в узлах, известна их декомпозиция на «эффективность от сложности» и «эффективность от нагрузки». Низкое значение первой требует замены элемента, низкое значение второй — добавления нового элемента. Новый элемент заберет часть нагрузки рассматриваемого, но в то же время увеличит нагрузку на вышестоящий. Видов модификации немного, однако значимость, ценность и затраты на один и тот же вид модификации разнятся в зависимости от элемента.

В завершении перейдем от вопросов модификации существующей системы к проблематике построения системы «с нуля» и сформулируем один из возможных вариантов постановки задачи синтеза на гибкой модели.

Пусть известно иерархическое дерево декомпозиции задач T и характеристики c^l и p^l для каждой задачи. Пусть известна функция стоимости элемента $V(l, c^l*, p^l*)$ от уровня в иерархии управления, показателей предельной сложности и предельной нагрузки, характеризующая оплату работы элемента по решению актуальных для системы задач в некоторый нормативный период. Задача состоит в том, чтобы определить структуру, обеспечивающую наибольшую эффективность системы в решении задач множества T, при известном пределе затрат на содержание системы в нормативный период,

Литература

1. *Федулов А. А., Федулов Ю. Г., Цыгичко В. Н.* Введение в теорию статистически ненадежных решений. М.: КомКнига/URSS, 2007.
2. *Цыгичко В. Н.* Руководителю о принятии решений. М.: Финансы и статистика, 1991.
3. *Цыгичко В. Н.* Прогнозирование социально-экономических процессов. М.: КомКнига/URSS, 2007.
4. *Цыгичко В. Н.* Модели в системе принятия военно-стратегических решений в СССР. М.: Империум ПРЕСС, 2005.
5. *Месарович М., Мако Д., Такахара И.* Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973.