
Подружко А. А., Подружко А.С., Кирицев П.Н.

Институт системного анализа РАН, Москва

ИНТЕРВАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КАЛИБРОВКИ И КЛАССИФИКАЦИИ

Рассматриваются особенности решения задач калибровки и классификации в рамках нового метрологического стандарта. Предложены схемы построения интервальных калибровочных характеристик, линейных и нелинейных, а также многопараметрических классификаторов. Особое внимание уделено надежности решений на основе полученных интервальных характеристик.

1. Введение

Методы интервального анализа в настоящее время приобретают все более широкое распространение при решении различных прикладных задач с неточными или неопределенными исходными данными. Это находит свое подтверждение в материалах состоявшейся конференции «ИНТЕРВАЛ-06», а также в многочисленных публикациях и порталах по данной тематике. В них, наряду с вопросами интервальных вычислений, рассматриваются задачи идентификации интервальных моделей, управления интервальными динамическими системами, способы надежной оценки эффективности инвестиционных и финансовых проектов в условиях неопределенности, управления запасами и прогнозирование спроса, интервальные аналоги балансовых моделей и ряд других [1]. Особую группу составляют задачи интервального статистического анализа: интервальные регрессии и калибровочные характеристики [2,3], распознавание и классификация на неточных данных [4,5].

Переход к интервальным моделям во многом предопределен существенными изменениями в методологии оценки рисков решений, отказе от их вероятностной трактовки и переходе к расширенной интерпретации рисков как возможности неблагоприятного события. Результатом стало появление понятия «неопределенные числа», объединяющего вероятностные, нечеткие и интервальные модели. Последняя из них наиболее проста и практична.

С другой стороны, интерес к интервальным моделям обусловлен явно неудовлетворительными свойствами самих решений в рамках теоретико-вероятностных представлений. Пригодные для потоков событий (в радиопизике, массовом обслуживании, актуарных расчетах) эти результаты становятся практически бесполезными в случае принятия одномоментных разовых решений, проектных заключений, уникальных процессов и в других ситуациях, где существенным является надежность принимаемых решений. При анализе рисков здесь приходится иметь дело не со случайными данными, а с неточными или неопределенными оценками.

Подобные изменения коснулись и метрологии, где понятие «погрешность измерения» замещено другим – «неопределенность измерения». Принят новый метрологический стандарт [6], в котором неопределенность измерения описывается в терминах интервала его возможных значений. Иными словами неопределенность измерения трактуется как оценка, характеризующая диапазон значений, в пределах которого находится истинное значение измеряемого показателя. Первичным для последующих расчетов становится сам интервал, а не точечная оценка измеряемой величины. Это в свою очередь требует иных вычислительных методов, основанных на операциях с интервалами и которые к настоящему моменту далеки от совершенства.

Одна из причин осложнений заключается в неосмотрительном переносе методов и вычислительных процедур, характерных для точечных вычислений, на интервальные модели объектов и процессов. Для преодоления подобных затруднений было предложено использовать понятие интервального образа и соответствующую процедуру интервальной идентификации [7]. Это позволило существенно упростить конструирование самих интервальных моделей и получить заведомо объективные результаты моделирования. Парадокс, но авторы нового стандарта, декларируя интервальную модель измерений, в своих последующих рекомендациях используют понятия дисперсии, стандартного отклонения и другие атрибуты вероятностного описания неопределенности, что противоречит исходным положениям самого стандарта. Это весьма показательный признак слабости принятой метрологической концепции. Преодолеть это можно только на качественно иной методологической базе.

В данной работе будут рассмотрены две задачи: калибровки и классификации; представлена общая схема их решения, продемонстрированы возможности методов интервальной идентификации применительно к этому классу задач.

2. Задачи интервальной калибровки устройств и средств измерения

Под калибровочной характеристикой обычно понимается зависимость между значениями на выходе и входе средства измерения, полученная экспериментальным путем. Эта характеристика может быть представлена в виде формулы, графика или таблицы. Как правило, для ее определения используют планируемый эксперимент, задавая определенную последовательность прецизионных сигналов $X = \{x_i\}$ на входе, и регистрируют их реакцию $Y = \{y_i\}$ на выходе измерителя, $i = 1, 2, \dots, N$. При этом калибровочную характеристику можно рассматривать как регрессию $x = F(y)$, восстанавливаемую на этих данных. Чаще всего такую регрессию представляют в линейном или кусочно-линейном виде: $x = a_0 + a_1 y$. Процедура идентификации таких регрессий хорошо известна. Она предполагает оценку коэффициентов регрессии a_0 и a_1 с помощью метода наименьших квадратов, определение дисперсии приближения и, наконец, расчет доверительного интервала $[x(y)]$ на основе статистики Стьюдента. При этом, в публикациях, например [2,3], отмечаются многочисленные недостатки построенных таким образом калибровочных характеристик. В частности, несостоятельность аддитивной модели измерительной ошибки, необоснованность использования нормального распределения, субъективность размеров доверительного интервала, невозможность учесть погрешности нестатистической природы, факторы неопределенности и др. Однако, признавая необходимость интервального представления калибровочных функций $[F(y)]$, авторы этих публикаций по-прежнему предпочитают использовать м.н.к. приближение и наборы эвристических процедур. Дополнительные осложнения возникают при использовании (в соответствии с новым Стандартом) интервальных оценок реакции измерителя (откликов) $[y_i]$. Обычные методы расчета калибровочных характеристик в этом случае оказываются, строго говоря, непригодны. Корректное решение этой задачи (опять же в соответствии с новым Стандартом) должно изначально строиться в интервальном виде. Ранее для аналогичных задач было предложено использовать вариационные методы [7].

Представим искомую калибровочную характеристику $x(y)$ в виде следующего интервального образа

$$[x(y)] = x(y) + \omega_x [e], \quad x(y) = a_0 + a_1 y; \quad \omega_x \geq 0, \quad (1)$$

где $\underline{x}(y)$ – нижняя граница интервала $[x(y)]$ или его координата, линейно зависящая от реакции измерителя ω_x – показатель ширины этого интервала, a ; $[e] = [0,1]$ – базисный интервал. Результаты калибровочного эксперимента будем рассматривать в виде набора из N измерений. Причем, входные прецизионные сигналы $X = \{x_i\}$ будем полагать точными, а оценки реакции измерителя на эти сигналы – интервальными $Y = \{y_i\} = \{y_i + \omega_y [e]\}$,

где y_i – нижняя граница (или координата) измерения и ω_y – показатель точности. Значение ω_y не обязательно должно быть постоянным. Оно может, в частности, зависеть от диапазона измеряемой величины. Однако для последующих вычислений это несущественно.

Параметры интервального образа (a_0, a_1, ω_x) будем искать, минимизируя значение показателя ширины интервала $\omega_x \geq 0$

$$\min_{\{a_0, a_1, \omega_x\}} \omega_x \quad (2)$$

при условии полноты охвата исходных данных (точных или интервальных). В общем случае (для произвольных знаков a_0 и a_1) эта система ограничений выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} x_i &\geq a_0 + a_1 y_i; \quad x_i \geq a_0 + a_1 (y_i + \omega_y); \\ x_i &\leq a_0 + a_1 y_i + \omega_x; \quad x_i \leq a_0 + a_1 (y_i + \omega_y) + \omega_x \\ i &= 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (3)$$

При этом любые искажения измерений (случайные или контролируемые) будем относить на счет неявных факторов. Условия (2) и (3) представляют собой задачу линейного программирования, и при $N > 3$ ее решение заведомо существует. Таким образом, калибровочная характеристика в интервальном виде может быть восстановлена непосредственно по данным эксперимента, минуя дополнительные преобразования и вычисления. Обратим также внимание, что использование интервальных данных повлекло здесь лишь удвоение количества ограничений и привязку их к границам интервалов. Иначе говоря, интервальная оптимизационная задача (2)–(3) эквивалентна аналогичной задаче с точными данными, в качестве которых используются граничные точки интервалов измерений. Поэтому не имеет смысла заострять внимание на интервальной природе оценок откликов и оперировать только

точными значениями, независимо от того, как они получены.

Область определения калибровочной характеристики D_y зависит только от диапазона значений откликов в эксперименте. Вне этого интервала результаты измерений приобретают статус прогнозов и для обоснования их состоятельности требуются иные более весомые аргументы [7].

Проиллюстрируем это замечание на примере запатентованного способа измерения малых концентраций примесей по стандартным образцам, аттестованным по более высокому содержанию опасных компонент в пробах [8]. Вычислительная сторона предложенной методики сводится к экстраполяции калибровочной характеристики в область малых концентраций, близких к фоновым. Особое внимание при этом уделяется учету систематических ошибок, определяющих порог измерений. Величина порога находится по восстановленной (с помощью м.н.к. процедуры) линейной зависимости ошибки от результата измерений. При этом естественно возникают дополнительные погрешности приближения, существенно искажающие конечный результат. Альтернативным решением может служить интервальная калибровочная характеристика, устанавливающая аттестованное значение концентрации C_o в зависимости от измеренной величины C_m с точностью до интервала ΔC

$$([C_o] = a_0 + a_1 C_m + \Delta C[e]). \quad (4)$$

Параметры линейного образа находятся аналогично задаче (2)-(3). Сравним результаты измерения следов ионов меди Cu^{2+} в растворах по данным из [8].

Результаты измерений		Параметры калибровочных характеристик		
C_o , мкг/л	C_m , мкг/л	МНК приближение	Интервальный образ	
40	26	a_0	7,21	6,28
59	42	a_1	1,25	0,26
98	72	ΔC , мкг/л	7,24	1,34
118	89	Порог, мкг/л	10,84	7,62

(Величина доверительного интервала в первом случае рассчитана для вероятности 0,95 и двух степеней свободы)

Как следует из представленных таблиц порог измерения в случае интервального приближения существенно ниже (более чем на 40%) по сравнению с принятой схемой обработки результатов измерений. Отчасти это связано с небольшим объемом калибровочных экспериментов из-за их сложности и

трудоемкости. Таким образом, использование интервальной модели калибровочной характеристики позволяет заметно расширить возможности предложенной методики на той же экспериментальной базе.

Рассмотрим теперь задачу калибровки для нелинейной характеристики. При этом будем полагать результаты калибровочного эксперимента $\{y_i\}$ точными. Если общий вид калибровочной характеристики заранее известен, то решение сводится к преобразованию значений откликов к новой шкале и использованию той же схемы вычислений, что и ранее. Однако чаще вид характеристики неизвестен и для ее описания можно использовать, например, кусочно-линейную аппроксимацию.

Предварительно разобьем рабочий диапазон откликов D_y на K **непересекающихся** участков $D^{(k)}$, в рамках которых линейное приближение характеристики $x^{(k)}(y) = a_0^{(k)} + a_1^{(k)}y$ будем полагать допустимым. Каждому из участков поставим в соответствие свое значение показателя точности приближения $\omega_x^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots, K$. Ограничим эти показатели сверху некоторым общим значением ω_x и будем его минимизировать, варьируя параметры характеристики и показатели точности приближения по всем участкам $D^{(k)}$ одновременно. Сказанное можно сформулировать в виде следующей задачи оптимизации:

$$\begin{aligned} & \min x \\ & \{a_0^{(k)}, a_1^{(k)}, \omega_x^{(k)}\} \\ & 0 \leq \omega_x^{(k)} \leq \omega_x \\ & x_i \geq a_0^{(k)} + a_1^{(k)} y_i; \quad x_i \leq a_0^{(k)} + a_1^{(k)} y_i + \omega_x^{(k)} \\ & i=1, 2, \dots, N; \quad y_i \in D^{(k)}; \quad k = 1, 2, \dots, K. \end{aligned} \quad (5)$$

Кроме того, для корректного сопряжения участков калибровочной характеристики потребуем, чтобы средние линии построенного интервального образа совпадали на границах выделенных участков $Z^{(k)}$, т.е.

$$a_0^{(k)} + a_1^{(k)} Z^{(k)} + \omega_x^{(k)}/2 = a_0^{(k+1)} Z^{(k)} + \omega_x^{(k+1)}/2; \quad k=1, 2, \dots, K-1 \quad (6)$$

При достаточном объеме калибровочного эксперимента решение задачи (5) и (6) существует и представляет ломаную интервальную линию (Рис. 1). При этом всегда можно выделить участок наиболее грубого приближения с максимальным значением показателя $\omega_x^{(k)} = \omega_x$. При большом рабочем диапазоне чаще используют относительные оценки точности $\lambda^{(k)}$ которые привязывают к границам участков $Z^{(k)}$, т.е. $\lambda^{(k)} = \omega_x^{(k)} / (a_0^{(k)} + a_1^{(k)} Z^{(k)})$.

Если приближение (по тому или другому критерию) не соответствует предъявляемым требованиям, то данный участок следует разбить на части (пополам или иначе) и повторить процедуру идентификации в надежде получить желаемый результат. Возможна и обратная операция объединения участков, когда полученные показатели точности на них участках оказываются существенно завышенными по сравнению с общими требованиями.

Таким образом, удается последовательно подобрать оптимальный состав интервалов, наилучшим образом удовлетворяющих требованиям калибровочной характеристики в целом.

Кусочно-линейная аппроксимация выгодно отличается от других типов моделей, в первую очередь, простотой и наглядностью. Однако в ряде случаев приходится идти на их усложнение, в частности, когда точность калибровки явным образом зависит от внешних факторов (температуры, влажности и т.п.), которые могут изменяться в процессе калибровочного эксперимента и тем самым влиять на результаты калибровки. В качестве модели кали-

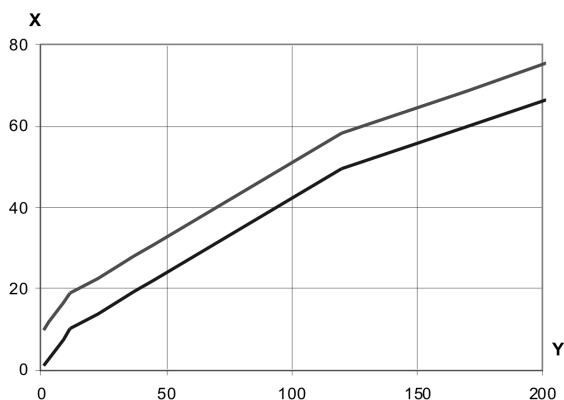


рис. 1

бровочной характеристики в этом случае было предложено использовать многофакторную линейную регрессию [2]. Построение такой регрессии в интервальном виде обычными методами сопряжено с серьезными методическими трудностями. Поэтому приходится прибегать к различным гипотезам, экспертным и эвристическим процедурам, сомнительным как с точки зрения теории, так и практического приложения.

Воспользуемся для решения данной задачи вариационными методами, позволяющими естественным образом сконструировать интервальную регрессию в виде задачи линейного программирования. Представим модель калибровочной характеристики следующим образом:

$$x(y) = a_0 + a_1 y + \sum_{m=1}^M c_m V_m \quad (7)$$

где, помимо ранее оговоренных параметров, введены: V_m – значения контролируемых внешних факторов и c_m – соответствующие им веса, $m = 1, 2, \dots, M$. Будем полагать, что все эти веса одного знака $c_m \geq 0$ и при увеличении V_m значение измеряемой величины $x(y)$ монотонно возрастает. Если же имеет место обратное – монотонное убывание, то достаточно в модели (7) изменить знак V_m , что не повлияет на общие свойства регрессии. При небольших диапазонах изменения факторов такая гипотеза вполне допустима.

Представим результаты калибровочного эксперимента в виде набора прецизионных сигналов $\{x_i\}$ и таблицы результатов измерений M , включающей как отклики $\{y_i\}$, так и значения контролируемых факторов $V_{m(i)}$:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_N \end{bmatrix}; \quad M = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & V_1^1 & V_2^1 & \dots & V_M^1 \\ 1 & y_2 & V_1^2 & V_2^2 & \dots & V_M^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & y_N & V_1^N & V_2^N & \dots & V_M^N \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Будем искать интервальный образ калибровочной характеристики $[x(y) | V_p, V_2, \dots, V_M]$ из условий минимума показателя ширины интервала ω_x и полноты охвата данных

$$\begin{aligned} & \min_{\{P, \omega_x\}} \omega_x \\ & X \geq MP; X \leq MP + \omega_x I; \\ & \omega_x \geq 0; c_m \geq 0; m = 1, 2, \dots, M, \end{aligned} \quad (9)$$

При этом варьируются все параметры интервальной регрессии $\mathbf{P}^T = (a_0, a_1, c_1, c_2, \dots, c_M)$, включая показатель ширины ω_x ; $\mathbf{I}^T = (1, 1, \dots, 1)$ - вектор из N единиц. Очевидно, что для решения данной задачи потребуется значительно большее, нежели ранее, число экспериментов, моделирующих не только отклик, но и возможные измерительные ситуации. В полученном решении некоторые из весовых коэффициентов регрессии c_m могут оказаться нулевыми, а соответствующие им ограничения из (9) - активными. Фактически в процессе решения происходит автоматический отбор существенных факторов из общего списка.

Таким образом, полученное решение $[x(y | V_1, V_2, \dots, V_M)]$ позволяет не только восстановить результат измерения по отклику при текущих условиях измерений, но и одновременно скорректировать модель измерения в целом. В статистике операции отбора и оценки влияния факторов обычно рассматривают как две отдельные задачи.

3. Интервальное решение задачи классификации образцов по признакам

В качестве второго объекта рассмотрим здесь одну из разновидностей задач распознавания или классификации, используемую при разбраковке изделий, продуктов или результатов наблюдений. Смысл задачи заключается в формировании решающего правила (классификатора), позволяющего отнести тестируемый образец к одной из двух категорий классов A или B (годный или негодный) по набору признаков, если это возможно. При этом сам классификатор строится на основе заданных образцов (прецедентов), принадлежность которых к той или иной категории заранее известна.

Пусть задан набор измеримых признаков $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_M)$ в рамках некоторой области возможных значений Ω ; обычно в виде интервалов значений по каждому из признаков. В пространстве этих признаков будем рассматривать две группы прецедентов по каждой из категорий A и B , $\{\mathbf{X}_i^{(A)}\}$, $i = 1, 2, \dots, I$ и $\{\mathbf{X}_j^{(B)}\}$, $j = 1, 2, \dots, J$ соответственно. Задача классификации заключается в конструировании правил разбиения пространства признаков на подмножества, определяющие принадлежность образца к определенной категории. Дополним это актуальным требованием надежности распознавания образцов.

Сложность правил классификации во многом зависит от состава признаков и характера распределения прецедентов в пространстве признаков. Будем полагать, что множества прецедентов по каждой из категорий А и В достаточно локализованы и разнесены в пространстве признаков. Построим на основе данных по прецедентам $\{X_i^{(A)}\}$ и $\{X_j^{(B)}\}$ два выпуклых многогранника Ω_A, Ω_B и будем их рассматривать в качестве индикаторов при классификации образцов. Это одна из возможных схем группировки по категориям, причем в виде множеств минимального объема. Область определения классификатора $F(X)$ теперь можно представить как объединение множеств Ω_A, Ω_B , которое не обязательно должно совпадать со всей областью признаков Ω . В пределах дополняющего множества $\Omega_0 = \Omega \setminus (\Omega_A \cup \Omega_B)$ любые решения о принадлежности образца к какой-либо категории заведомо несостоятельны. Расширение области определения достигается только за счет увеличения числа прецедентов по каждой категории. Заметим, однако, что отказ от принятия решения является также решением.

Другая особенность связана с тем, что многогранники Ω_A, Ω_B могут пересекаться. Если $X \in \Omega_A \cap \Omega_B = \Omega_N$ ситуация становится неопределенной, допускающей оба варианта решений А и В. При этом, в зависимости от предпочтений и условий конкретной задачи выбирается одно из них. Чем больше размеры области неопределенности Ω_N тем менее эффективна классификация на заданном списке признаков и прецедентов. Основная причина неопределенности - недостаточная информативность списка признаков. Отбор же состава признаков это одна из общих проблем статистики.

Таким образом, правило классификации $F(X)$ с учетом фактора надежности решения должно строиться как минимум на основе четырех альтернатив, включающих помимо исходных категорий А и В, также ситуацию неопределенности (N) и невозможности классификации (O), т.е. $F(X) = \{A, B, N, O\}$.

В явном виде определить правила распознавания образцов $F(X)$ весьма затруднительно. Как правило, они формулируются на принципах дихотомии с использованием регрессионных методов. Для уменьшения размерности задачи распознавания и представления результатов в более наглядном виде используются различные проекционные методы, основанные на понятиях латентных структур, главных компонент и др. [9]. В любом случае решающее правило $F(X)$ предполагает только выбор одной из двух альтернатив, тогда как на практике необходимы интервальные оценки ситуации, позволяющие учесть неопределенности и обеспечивающие надежность решений.

В работе [5] сделана попытка перехода от точечных оценок к интервальным с помощью метода прямого интервального оценивания параметров. По существу, речь идет о замене разделяющей гиперплоскости конусом соответствующей размерности. Однако правило распознавания образцов сопровождается многочисленными оговорками, сводится к двум альтернативам и выглядит неубедительно.

Воспользуемся для решения задачи классификации вариационными методами, позволяющими неявно выделить области признаков по категориям. Сформируем в блочном виде две матрицы результатов измерений по каждой из групп прецедентов:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^{(A)} &= (\mathbf{X}_1^{(A)}, \mathbf{X}_2^{(A)}, \dots, \mathbf{X}_i^{(A)}, \dots, \mathbf{X}_I^{(A)}), \\ \mathbf{M}^{(B)} &= (\mathbf{X}_1^{(B)}, \mathbf{X}_2^{(B)}, \dots, \mathbf{X}_j^{(B)}, \dots, \mathbf{X}_J^{(B)}) \end{aligned} \quad (10)$$

а в списке признаков $\mathbf{X}$ выделим одну последнюю составляющую

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{M-1} \\ x_M \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Определим теперь нижнюю границу a_1 выпуклой оболочки Ω_A при заданных значениях первых $(M-1)$ признаков $(\mathbf{X}_{M-1})^*$ как решение следующей оптимизационной задачи:

$$\begin{aligned} \min x_M &= a_1 \\ \{ \Lambda, x_M \} \end{aligned} \quad (12)$$

При этом варьируются значение свободной координаты x_M и вспомогательные весовых коэффициентов, определяющих условия выпуклости приближения

$$\Lambda_i = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_I); \lambda_i \geq 0; \sum_{i=1}^I \lambda_i = 1 \quad (13)$$

и координаты оболочки на основе заданных прецедентов

$$\mathbf{M}^{(A)} \Lambda = \mathbf{X} \quad (14)$$

в заданной точке

$$\mathbf{X} = (\mathbf{X}_{M-1})^* \quad (15)$$

при условии, что эта точка находится в пределах диапазона значений признаков $\{\mathbf{X}_i^{(A)}\}$

$$\min (x_m^{(A)})_i \leq (x_m)^* \leq \max (x_m^{(A)})_i, m = 1, 2, \dots (M-1); \quad i = 1, 2, \dots I. \quad (16)$$

При $I > M$ решение этой задачи заведомо существует и позволяет не только найти положение предельного значения координаты на поверхности многогранника Ω_A , но и указать активные прецеденты, для которых $\lambda_i > 0$. В дальнейшем эту информацию можно использовать для формирования достаточных статистик при большом объеме исходных данных.

Верхняя граница a_2 оболочки Ω_A в той же точке $\mathbf{X}_{M-1}^*$ находится аналогичным образом

$$\max_{\{\Lambda, x_M\}} x_M = a_2 \quad (17)$$

$$\Theta_T = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j, \dots, \theta_J); \theta_j \geq 0; \sum_{j=1}^J \theta_j = 1. \quad (18)$$

$$M(A) \Theta = X \quad (19)$$

при одновременном выполнении условий (15) и (16). Таким образом, удается установить диапазон допустимых значений оставшегося признака и определить признак принадлежности образца к выбранной категории А: $x_M \in [a_1, a_2]$ при условии $\mathbf{X}_{M-1} = (\mathbf{X}_{M-1})^*$.

Таким же способом нетрудно определить границы $[b_1, b_2]$ другой области Ω_B . Отличие лишь в использовании другой матрицы исходных данных $\mathbf{M}^{(B)}$ в ограничениях (14) и (19). Соответствующий признак принадлежности образца к категории В выглядит следующим образом: $x_M \in [b_1, b_2]$ при условии $\mathbf{X}_{M-1} = (\mathbf{X}_{M-1})^*$.

Приведенные критерии теперь можно использовать для формулировки общего правила классификации $F(\mathbf{X})$ при произвольном расположении областей локализации прецедентов в пространстве признаков (Рис. 2). Если задан образец с набором признаков $\mathbf{X}$, то его статус может быть определен на основе следующих логических правил:

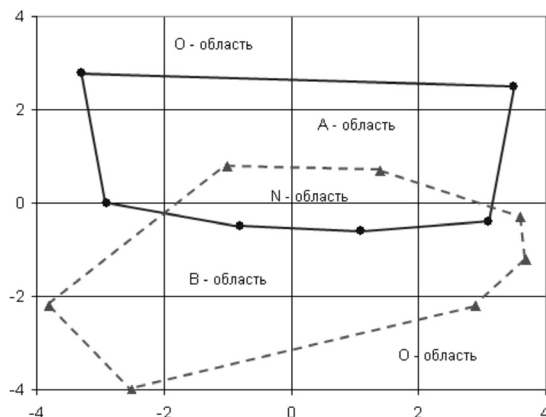


Рис. 2

$$\begin{aligned}
 F(\mathbf{X}) &= A, & \text{если} & & (x_M \in [a_1, a_2]) \& (x_M \notin [b_1, b_2]); \\
 F(\mathbf{X}) &= B, & & & (x_M \notin [a_1, a_2]) \& (x_M \in [b_1, b_2]); \\
 F(\mathbf{X}) &= N, & & & (x_M \in [a_1, a_2]) \& (x_M \in [b_1, b_2]); \\
 F(\mathbf{X}) &= O, & & & (x_M \notin [a_1, a_2]) \& (x_M \notin [b_1, b_2]);
 \end{aligned}$$

Причем, выбор состава признаков $\mathbf{X}_{M-1}$, необходимых для восстановления границ областей $\Omega_{(A)}$ и $\Omega_{(B)}$ произволен. Построенные таким образом правила классификации носят строгий характер, не связаны с какими-либо вероятностными оговорками и позволяют получить объективно надежные решения.

4. Заключение

Рассмотренные здесь примеры интервальных моделей могут быть использованы при решении различных прикладных задач, не связанных непосредственно с калибровкой или распознаванием. Например, для прогнозирования финансовой состоятельности компаний (модели Бивера-Альтмана) или других. Практическая реализация таких оптимизационных моделей в стандартной вычислительной среде типа Excel также не вызывает затруднений.

Литература

1. Всероссийское совещание по интервальному анализу и его приложениям ИНТЕРВАЛ-06, 1-4 июля 2006 года, Петергоф, Россия - Расширенные тезисы докладов. – СПб: ВВМ, 2006

2. *Воицинин А.П., Скибицкий Н.В.* Калибровка измерительных систем по данным интервальных измерений. В докладах совещания ИНТЕРВАЛ-06
3. *Померанцев А.Л., Родионова О.Е.* Задачи обработки больших массивов химических данных при интервальной нестатистической ошибке. В докладах совещания ИНТЕРВАЛ-06.
4. *Воицинин А.П., Скибицкий Н.В.* Интервальный метод калибровки // Датчики и системы. №9, 2000.
5. *Rodionova O.Ye., Esbensen K.H., Pomerantsev A.L.* Application of SIC (Simple Interval Calculation) for object status classification and outlier detection – comparison with PLS/PCR // Journal of Chemometrics/ - v.18 - 2004
6. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. Руководство по выражению неопределенности измерения. Пер. Слаева В.А., ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, С.-Пб., 1999
7. *Подружко А. А., Подружко А.С.* Интервальное представление надежных регрессий. // Динамика неоднородных систем. Выпуск 10 – М.: Комкнига, 2006
8. *Шаевич Р.Б., Громов И.Ю., Крейнгольд С.У., Клячко Ю.А.* Экспериментальная проверка способа определения действительных значений малых содержаний компонентов. – Заводская лаборатория. Диагностика материалов. - № 10, 2001, том 67
9. Huskuldsson A. Prediction Methods in Science and Technology. Vol. 1. – Thor Publishing, Copenhagen, Denmark, 1996