

О разделении сигналов по спектру неизвестного параметра в классе бинарных систем автоматического управления

С. В. Емельянов¹, М. М. Денисов²

¹ *Институт системного анализа РАН*

² *ООО «Перфоманс Технологии»*

В настоящей работе предлагается новый подход к решению задачи разделения сигналов с использованием бинарных (координатных и параметрических) систем автоматического управления. Предлагаемый подход позволяет избежать ряда принципиальных проблем, присутствующих широко используемым на практике методам разделения сигналов.

Введение

В данной работе рассматривается задача разделения сигналов, различающихся значениями параметров, на отдельные слагаемые, которые будем также называть компонентами или составляющими анализируемого, исходного или входного сигнала. Количество компонент и значения параметров неизвестно. Известен диапазон, в котором находятся значения параметров.

Интерес представляет, прежде всего, разделение суммы гармонических сигналов с неизвестными частотами, амплитудами и фазами на отдельные гармонические составляющие. Однако ряд результатов, полученных в работе, применим и к сигналам других типов.

Проблема разделения сигналов при неполной информации о значениях параметров разделяемых сигналов прямо или косвенно связана с решением многих задач науки и техники, например, задачи фильтрации [1] идентификации [2, 3, 4] и обнаружения [1], оценивания [1, 5], спектрального [6, 9] и корреляционного [6,8] анализа и многих других.

Решение таких задач состоит обычно из двух этапов:

- измерение и сбор информации об исследуемом сигнале;
- обработка полученной информации, в том числе с использованием приближенных методов вычислений.

Технические характеристики приборов и погрешности приближенных вычислений снижают качество получаемых результатов. Помимо погрешностей, связанных с использованием результатов приближенных вычислений, и допусков на технические характеристики приборов, в настоящее время, например, в спектральном анализе [6–9] применяются методы, в которых погрешности присущи самому методу спектрального анализа.

В спектральном анализе широко используются интегральные преобразования исследуемого сигнала, особенно преобразование Фурье. Но преобразование Фурье предполагает интегрирование на бесконечном временном отрезке. Невозможность интегрирования на бесконечном промежутке времени приводит к принципиальным погрешностям в методах, использующих интегральные преобразования. Результатом является уширение спектральных линий и появление рядом со спектральной линией (ее обычно называют главной спектральной линией) последовательности ложных линий с меньшей интенсивностью [9], так называемых боковых лепестков. Энергия спектральной компоненты просачивается в соседние частотные области и распределяется между главной линией и боковыми лепестками, что приводит к ослаблению спектральной компоненты исследуемого сигнала и искажает спектральные линии других присутствующих Фурье-компонент. Помимо искажения спектра утечка ухудшает точность оценивания мощности и обнаруживаемость гармонических составляющих анализируемого процесса [10–12].

В настоящей работе предлагается новый подход к решению задачи разделения сигналов с использованием бинарных (координатных и параметрических) обратных связей [13–15] (бинарные системы автоматического разделения сигналов — БСАРС). Несмотря на огромные достижения в последнее время в развитии численных методов решения задач мы считаем, что подходы к решению задач с использованием систем управления с обратными связями представляют большой интерес, так как позволяют в ряде случаев избежать приближенных вычислений и, кроме того, не везде можно использовать и используется (например, в живой природе) вычислительная техника. Бинарные системы разделения сигналов, в частности, не имеют принципиальных погрешностей метода и не требуют приближенных методов вычислений.

1. Класс разделяемых сигналов

Под входным сигналом или входным воздействием, подлежащим разделению, будем понимать сигнал $g(t)$, представляющий собой конечную сумму n слагаемых $g(t)$

$$g(t) = \sum_{j=1}^n g_j(t), \quad (1)$$

каждое из которых является собственной функцией оператора L

$$Lg_i(t) = a_i g_i(t) \quad (2)$$

с собственными значениями a_i , которые все различны.

Совокупность величин a_i образует спектр параметра a сигнала $g(1)$. Слагаемые g_i будем называть также компонентами или составляющими сигнала $g(1)$.

Теперь сформулируем, что будем понимать под разделением сигналов. Решением задачи разделения будем называть алгоритм, приводящий к определению компонент g_i сигнала $g(1)$ при известном операторе L , известных границах области a_{\min} , a_{\max} , в которой лежат значения параметров a_i

$$a_{\min} \leq a_i \leq a_{\max}, \quad (3)$$

($i = 1, 2, \dots, n$), неизвестном количестве слагаемых n и неизвестных значениях параметра a .

Частным случаем входного сигнала (1) является сумма n гармонических сигналов с необязательно кратными частотами. При этом частоты, амплитуды и фазы гармонических составляющих входного сигнала неизвестны.

2. Структура бинарной системы автоматического разделения сигналов

Бинарную систему автоматического разделения сигналов будем строить на основе набора типовых регулирующих органов, динамика которых описывается уравнениями:

$$Ly_i(t) = q_i(t)y_i(t) + u_i(t), \quad (4)$$

$i = 1, 2, 3, \dots, m$, где m — количество регулирующих органов, $y(t)$ — выходные сигналы регулирующих органов, а $q(t)$ и $u(t)$ — переменные величины, с помощью которых осуществляется управление регулируемыми органами и связь между ними.

Введем $m + 1$ величин

$$x_k = g^{(k-1)} - \sum_{j=1}^m q_j^{k-1} y_j, \quad (5)$$

$k = 1, 2, \dots, m + 1$, которые назовем сигналами координатных рассогласований или сигналами координатных ошибок.

Для случая, когда $m = n$, т. е. когда число регулирующих органов m совпадает с количеством n компонент входного сигнала g , введем n величин

$$\Delta q_i = q_i - a_i, \quad (6)$$

где a_i — параметр компоненты g_i входного сигнала g , а q_i — переменная величина, входящая в i -й регулирующий орган, которую будем называть регулируемым параметром.

Величины Δq_i (6) назовем сигналами параметрических рассогласований или сигналами параметрических ошибок. Сигналы параметрических рассогласований (6) принципиально отличаются от сигналов координатных рассогласований (5). Координатные сигналы рассогласований (5) формируются из наблюдаемых величин, а в параметрические рассогласования (6) входят неизвестные параметры a_i . Поэтому сигналы параметрических ошибок не могут быть построены в явном виде, и это весьма затрудняет обращение в нуль величин (6). Задача достижения нулевых значений сигналов (6) должна решаться на основе информации, которую дают наблюдаемые величины, в частности сигналы координатных ошибок.

Теперь покажем, что обращение в нуль n сигналов координатных рассогласований x_k ($k = 1, 2, \dots, n$) (5) и n сигналов параметрических рассогласований ($i = 1, 2, \dots, n$) (6), где n — число компонент сигнала g (1), является достаточным условием для решения задачи разделения сигналов.

Действительно, поскольку $a_i = \text{const}$, то из (2) и линейности оператора L следует, что

$$g^{(k-1)} = L^{k-1} \cdot g = \sum_{i=1}^n a_i^{k-1} \cdot g_i. \quad (7)$$

Обращение в нуль сигналов координатных рассогласований x (5) приводит к системе n равенств

$$g^{(k-1)} = \sum_{i=1}^n a_i^{k-1} \cdot g_i = \sum_{i=1}^n q_i^{k-1} \cdot y_i, \quad (8)$$

$k = 1, 2, \dots, n$. При условии равенства нулю сигналов параметрических рассогласований Δq_i (6) получаем из (8) систему n линейных однородных алгебраических уравнений

$$\sum_{i=1}^n a_i^{k-1} (y_i - g_i) = 0, \quad (9)$$

$k = 1, 2, \dots, n$ относительно неизвестных $y_i = g_i$.

Определитель системы (9) — есть определитель Вандермонда [16], который отличен от нуля, так как все a_i имеют различные значения. Значит, система (9) имеет только тривиальное решение. А это в свою очередь означает, что выходные сигналы регулирующих органов совпадают с компонентами g_i сигнала g (1):

$$y_i = g_i, \quad (10)$$

$i = 1, 2, \dots, n$. Из равенства (10) видно, что задача разделения решена.

Мы показали, что обращение в нуль сигналов рассогласований (5) и (6) решает задачу разделения сигналов при известном числе n компонент сигнала g . Но количество компонент входного сигнала g априори неизвестно. Поэтому алгоритм разделения должен включать процедуру определения числа слагаемых в сумме (1).

Таким образом, задача разделения сигналов с использованием предлагаемого в настоящей работе подхода разбивается на три части или на три задачи. Одна задача — определение числа n компонент входного сигнала g , другая — обращение в нуль сигналов координатных рассогласований (5) (эта задача принадлежит классу задач координатного управления) и обращение в нуль сигналов параметрических рассогласований (6). Последняя задача принадлежит классу задач параметрического управления, поскольку решается с помощью настройки параметров регулирующих органов на параметры компонент разделяемого сигнала.

Для решения задачи координатного управления целесообразно использовать координатные управляющие воздействия u_i , которые аддитивно входят в уравнения (4), описывающие динамику регулирующих органов. Задачу параметрического управления следует решать с помощью параметрических управлений, которые должны так изменять переменные параметры q_i , чтобы в результате обратились в нуль сигналы параметрических ошибок (6).

Наличие двух типов управления — координатного и параметрического влечет за собой появление двух типов управляющих воздействий — координатного и параметрического с использованием координатных и параметрических обратных связей [13–15]. На вход регулятора могут поступать наблюдаемые величины: сигналы координатных рассогласований, выходные координаты регулирующих органов, текущие значения регулируемых параметров и входной сигнал g , а с выхода регулятора будем снимать управления двух типов — координатное и параметрическое. Использование двух типов управления говорит о том, что обе задачи управления должны решаться с помощью бинарных систем автоматического управления [17].

Заключение

В предлагаемой работе построен набор сигналов рассогласований. Показано, что обращение в нуль этих рассогласований приводит к решению задачи разделения сигналов по спектру неизвестного параметра. Показано также, что задачи обращения в нуль построенных рассогласований нужно решать в классе бинарных систем автоматического управления.

Литература

1. Ван Трис Г. Л. Теория обнаружения, оценок и модуляции. М.: Советское радио, 1972.
2. Сэйдже Э., Мелс Д. Идентификация систем управления. М.: Наука, 1974.
3. Эйххофф П. Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975.
4. Гроон Д. Методы идентификации систем. М.: Мир, 1979.
5. Пугачев В. Н. Комбинированные методы определения вероятностных характеристик. М.: Советское радио, 1973.
6. Бендат Дж., Пирсол А. Применение корреляционного и спектрального анализа. М.: Мир, 1983.
7. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Вып. 1. М.: Мир, 1971. Вып. 2. М.: Мир, 1972.
8. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. М.: Мир, 1983.
9. Кей С. М., Марпл С. Л. (мл.) Современные методы спектрального анализа: обзор ТИИЭР. 69. № 11. 1981.
10. Prewitt J. F. Amplitude Bias in the Fourier Transforms of Noisy Signals.// IEEE Trans. Antennas Propagat. AP-26. Sept. 1978.
11. Стрейдер П. Н. Р. Влияние субгармоник на коэффициенты дискретного преобразования Фурье // ТИИЭР. 68. № 2. 1980.
12. Toman K. The Spectral Shift of Truncated Sinusoids. // Geophysical Res. 70. Apr. 1. 1965.
13. Емельянов С. В., Коровин С. К. Применение принципа регулирования по отклонению для расширения множества типов обратных связей // ДАН СССР. 258. № 5. 1070. 1981.
14. Емельянов С. В., Коровин С. К. Новые типы обратных связей и их применение в замкнутых динамических системах // Итоги науки и техники. Сер. Техн. кибернетика. М.: ВИНТИ, 1982. Т. 15.
15. Емельянов С. В., Коровин С. К. Применение новых типов обратных связей в задачах управления нестационарными динамическими системами // Итоги науки и техники. Сер. Техн. кибернетика. М.: ВИНТИ, 1983. Т. 16.
16. Ulrich T. J., Bishop T. N. Maximum entropy spectral analysis and autoregressive decomposition.// Reviews of Geophysics and Space Physics. 13. 1. 1975. P. 183–199.
17. Емельянов С. В. Бинарные системы автоматического управления. М.: Междунар. н.-ис. ин-т проблем управления, 1984.